

1.1



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE INGENIERÍA

2DO CUATRIMESTRE DE 2022

[75.12 / 95.04] ANÁLISIS NUMÉRICO - CURSO SASSANO

---

Ecuaciones Diferenciales

**Péndulo**

**Resolucionde ecuacion diferencial de orden 2 con el  
método de Runge Kutta orden 4**

---

*Integrantes: Martín Bucca*

*Padrón: 109161*

Observaciones:

---

---

---

27 de noviembre de 2022

*Lenguaje elegido: Python*

## 1.2 Objetivo del Trabajo

- Se trabaja sobre la resolución de ecuaciones diferenciales de orden superior
- Se programa una función que resuelve la ecuación diferencial dados un juego de datos y un paso "h"
- Se resuelve la ecuación mediante el método de Runge Kutta de Orden 4
- Se muestra el resultado en una tabla y un gráfico

## 1.3 Tabla de Contenidos

### Índice

1. Guía de desarrollo de informes técnicos	
1.1 Carátula . . . . .	0
1.2 Objetivo del trabajo . . . . .	1
1.3 Tabla de contenidos . . . . .	1
1.4 Introducción . . . . .	1
1.5 Cuerpo del informe . . . . .	2
1.5.1 Ejercicio 1: Resolución caso general . . . . .	2
1.5.2 Ejercicio 2: Resolución casos particulares . . . . .	2
1.6 Presentación de resultados . . . . .	3
1.6.1 Ecuaciones . . . . .	3
1.7 Conclusiones . . . . .	3
1.8 Referencias . . . . .	3

## 1.4 Introducción

En este trabajo práctico se busca resolver la ecuación diferencial que modela el movimiento de un péndulo en el tiempo mediante un programa que dado los valores de las constantes  $m$  (masa),  $l$  (longitud del hilo) y  $b$  (coeficiente de amortiguación) y un paso "h" lo resuelva utilizando el método de Runge kutta de orden 4. Mediante la visualización de las aproximaciones del ángulo y la velocidad angular en distintos momentos del tiempo, de acuerdo al paso "h" deseado, y el gráfico de estas en función del tiempo se podrá observar que tan buena es la resolución de la ecuación diferencial mediante este método.

## **1.5 Cuerpo del informe**

### **1.5.1 Ejercicio 1: Resolución de caso general**

En el ejercicio 1 se desarrolló un código que permite resolver por el método de Runge Kutta de orden 4 la ecuación diferencial de orden 2 que modela el movimiento del péndulo dados los parámetros  $m$ ,  $l$ ,  $b$ ,  $h$  y el ángulo inicial y velocidad angular inicial. Devuelve una tabla con las primeras 5 iteraciones y las últimas 5 iteraciones.

### **1.5.2 Ejercicio 2: Resolución de casos particulares**

En el ejercicio 2 se pide resolver dos casos particulares usando el código desarrollado para el ejercicio 1. Ambos casos se desean estudiar en el intervalo de tiempo 0s a 20s y con un paso de 0.2s. También se muestran gráficos que ilustran la velocidad angular y el ángulo en función del tiempo. Para poder ver las tablas y los gráficos se deben correr todas las celdas en orden.

## **1.6 Presentación de Resultados**

### **1.6.1 Ecuaciones**

cambio de variables:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta' = u \\ u' = -\frac{b}{m}u - \frac{g}{l}\sin(\theta) \end{array} \right.$$

$$f(x, y, u)$$

$$\begin{pmatrix} \theta_{n+1} \\ \theta'_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_n \\ \theta'_n \end{pmatrix} + \frac{h}{6} \begin{pmatrix} m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4 \\ k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4 \end{pmatrix}$$

[1]

$$\begin{aligned} m_1 &= u_n & k_1 &= f(x_n, y_n, u_n) \\ m_2 &= u_n + \frac{1}{2}hk_1 & k_2 &= f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hm_1, u_n + \frac{1}{2}hk_1) \\ m_3 &= u_n + \frac{1}{2}hk_2 & k_3 &= f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hm_2, u_n + \frac{1}{2}hk_2) \\ m_4 &= u_n + hk_3 & k_4 &= f(x_n + h, y_n + hm_3, u_n + hk_3) \end{aligned}$$

## 1.7 Conclusiones

Gracias a la aproximación realizada por el método de Runge Kutta de orden 4 a la ecuación diferencial que modela el movimiento de un péndulo en función del tiempo y a los gráficos, se puede concluir que la es buena. En la ecuación donde el coeficiente de amortiguación es 0 se puede ver que el ángulo oscila pero nunca va a 0 porque es un péndulo ideal y lo mismo pasa con la velocidad angular. En el caso del coeficiente de amortiguación igual a 0.5, vemos como el péndulo se frena y por eso el ángulo y la velocidad angular tienden a 0. El método permite aproximar de manera correcta el ángulo y la velocidad angular en función del tiempo.

## 1.8 Referencias

[1] Apuntes del curso Análisis numérico 1 - curso Sassano - Facultad de Ingeniería - Universidad de Buenos Aires - 2020.