

UNIVERZITET U BEOGRADU

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET



13E043DOS - Projekat

IZVEŠTAJ

CVIJOVIĆ MARTIN 558/2017

1 Filtriranje EKG signala

U prvom delu projektnog zadatka potrebno je realizovati dva *IIR* (*infinite impulse response*) filtra za potrebe filtriranja zašumljenog EKG signala.

1.1 Specifikacije

Prvi filter (*baseline drift* filter) je potrebno realizovati kao *high-pass* filter zasnovan na CHEBYSHEVLJEVOM normalizovanom prototipu druge vrste za potrebe filtriranja niskofrekventnog šuma koji nastaje prilikom pomeranja kablova i disanja pacijenta, dok je drugi filter (*power line noise* filter) *band-stop* filter zadužen za potiskivanje mrežnog šuma na frekvenciji od 60Hz. Drugi filter je realizovan primenom eliptičkog analognog prototipa, budući da eliptički filteri poseduju najbolje prelazne zone, što je bitno kod *band-pass* i *band-stop* filtera. Gabariti *baseline drift* filtra su:

f_s	učestanost odabiranja EKG signala
f_a	granična učestanost nepropusnog opsega
f_p	granična učestanost propusnog opsega
α_a	slabljenje u nepropusnom opsegu
α_p	slabljenje u propusnom opsegu

dok su gabariti *power line noise* filtra objašnjeni sledećom tabelom:

f_s	učestanost odabiranja EKG signala
f_c	centralna učestanost (primena: 60Hz)
α_a	slabljenje u nepropusnom opsegu
α_p	slabljenje u propusnom opsegu

Power line noise filter treba da zadovolji granične učestanosti u određenom krugu u okolini centralne učestanosti f_s , i to:

$$F_{p1} = \frac{f_c - 2\text{Hz}}{f_s} \quad (1)$$

$$F_{p2} = \frac{f_c + 2\text{Hz}}{f_s} \quad (2)$$

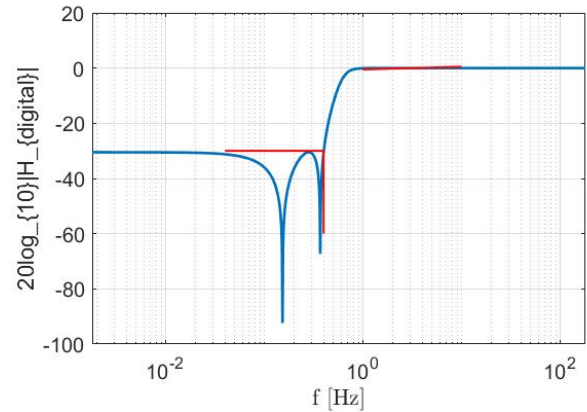
kao i

$$F_{a1} = \frac{f_c - 0.5\text{Hz}}{f_s} \quad (3)$$

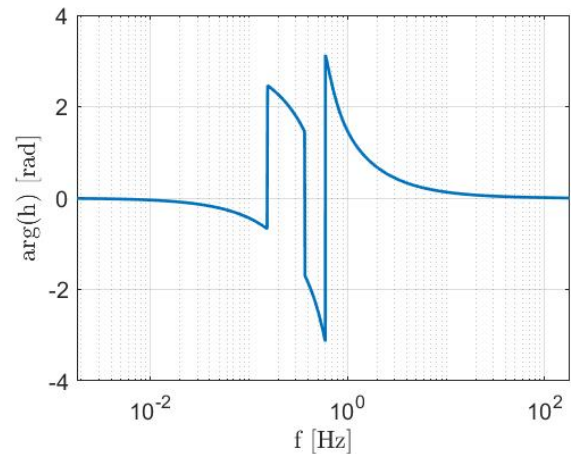
$$F_{a1} = \frac{f_c + 0.5\text{Hz}}{f_s} \quad (4)$$

1.2 *Baseline drift* filter

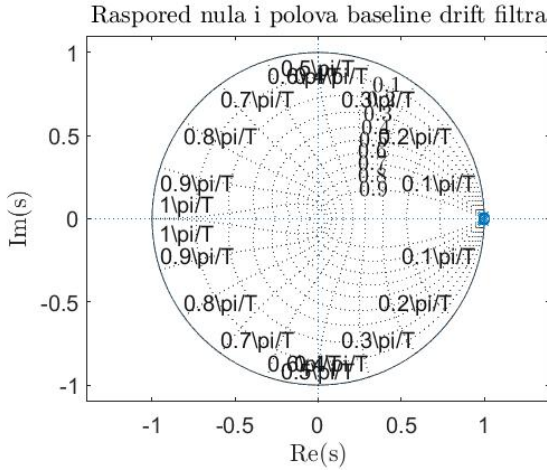
Na slikama 1 i 2 prikazane su amplitudska i fazna karakteristika *baseline drift* filtra realizovanog u programskom paketu MATLAB za $f_a = 0.4\text{Hz}$, $f_p = 1\text{Hz}$, $\alpha_a = 30\text{dB}$ i $\alpha_p = 0.5\text{dB}$, dok je na slici 3 prikazan raspored nula i polova istog filtra. Na slici 4 je prikazan originalni, zašumljeni EKG signal, dok je na slici 5 prikazan EKG signal nakon primene filtra. Crvenom linijom su označene linije gabarita (specifikacija) filtra i na grafiku se vidi da su oni zadovoljeni.



Slika 1: Amplitudska karakteristika *baseline drift* filtra



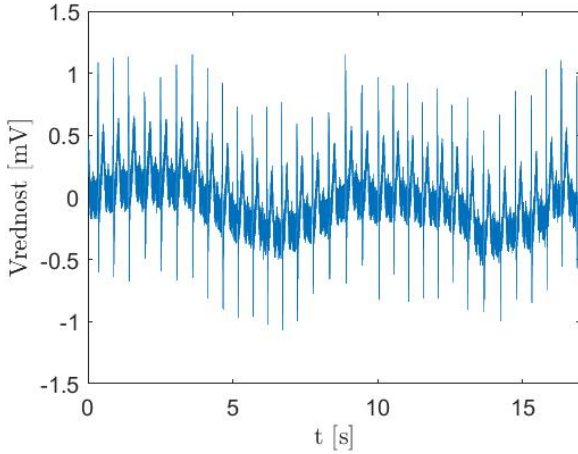
Slika 2: Fazna karakteristika *baseline drift* filtra



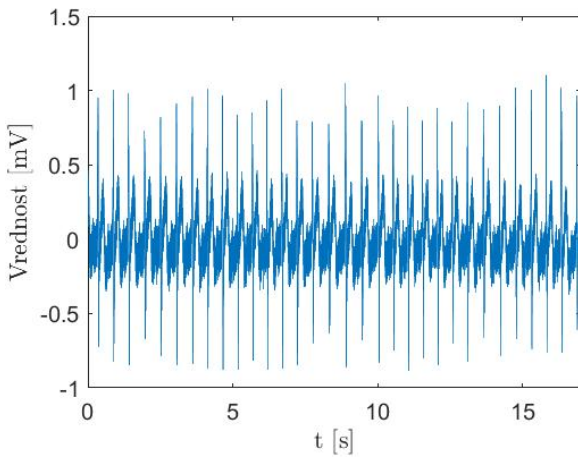
1.3 Power line noise filterar

Na slikama 6 i 7 prikazane su amplitudska i fazna karakteristika *power line noise* filtra realizovanog u programskom paketu MATLAB za $f_c = 60\text{Hz}$, $\alpha_a = 40\text{dB}$ i $\alpha_p = 0.5\text{dB}$ dok je na slici 8 prikazan raspored nula i polova istog filtra. Na slici 9 je prikazan originalni, uvećani EKG signal, dok je na slici 10 prikazan uvećani EKG signal nakon primene i *baseline drift* i *power line noise* filtara.

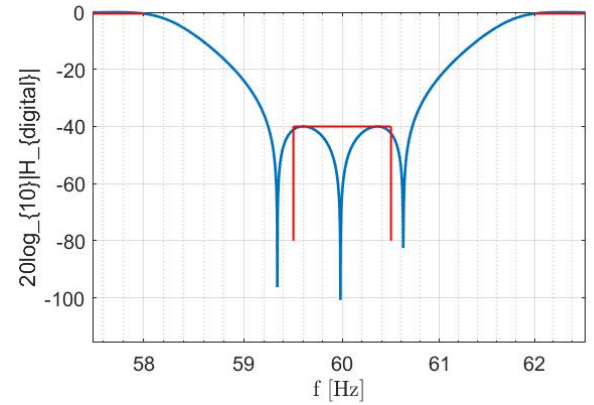
Slika 3: Raspored nula i polova *baseline drift* filtra



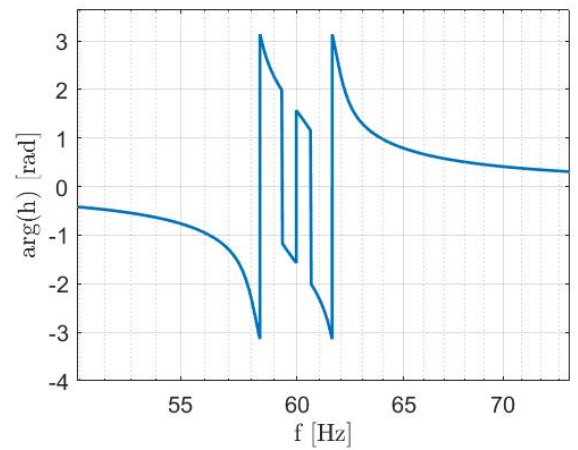
Slika 4: Originalni EKG signal



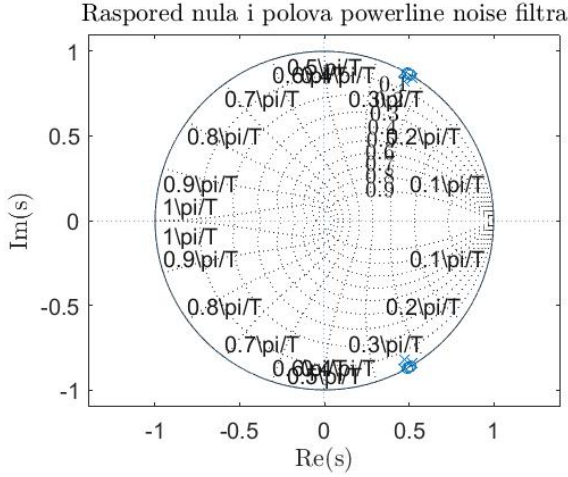
Slika 5: EKG signal filtriran *baseline drift* filtrom



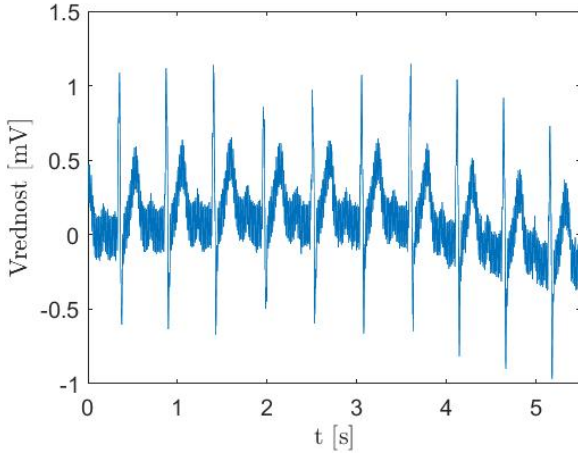
Slika 6: Amplitudska karakteristika *power line noise* filtra



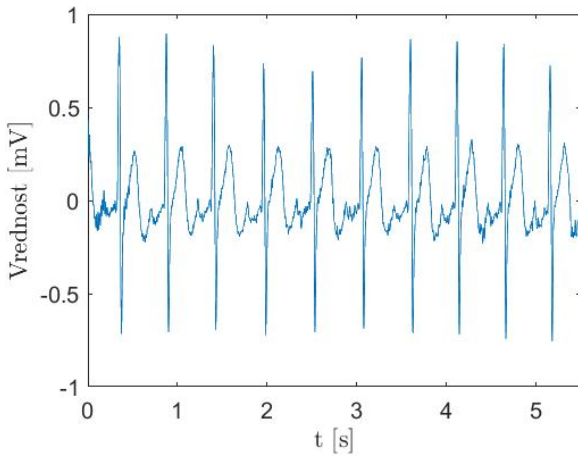
Slika 7: Fazna karakteristika *power line noise* filtra



Slika 8: Raspored nula i polova *power line noise* filtra



Slika 9: Uveličani, nefiltrirani EKG signal

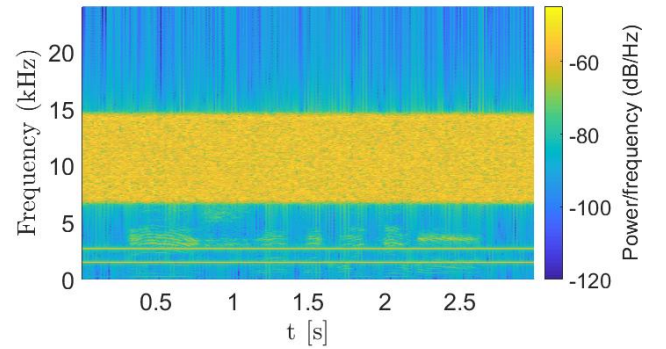


Slika 10: Uveličani EKG signal filtriran *baseline drift* i *power line noise* filtrima

MATLAB skripta koja primenjuje *baseline drift* i *power line noise* filtre, kao i skripte sa implementacijama samih filtara nalaze se u fajlovima `ekg_2017_0558.m`, `baseline_drift_filter.m` i `power_line_noise_filter.m`, respektivno.

2 Filtriranje zvučnog signala

U drugom delu projekta potrebno je, primenom *FIR* (*finite impulse response*) filtara očistiti nepoznati zvučni signal od jako prisutnog šuma i, što je više moguće, popraviti njegov kvalitet. U zvučnom signalu se primećuje jak šum konstantne frekvencije koji se i može uočiti na spektrogramu zašumljenog signala prikazanom na slici 11.



Slika 11: Spektrogram originalnog zvučnog signala

U projektovanju FIR filtara se najčešće koristi KEISEROva prozorska funkcija jer je definisana jednostavnim izrazom u kome se, pomoću slobodnog parametra β može ostvariti kompromis između širine glavnog luka i amplitude bočnih lukova u spektru prozorske funkcije. Time se lako može podešavati širina prelazne zone i varijacija amplitude u propusnom i nepropusnom opsegu.

Na osnovu zadatih specifikacija (gabarita) Ω_p , Ω_a , α_p i α_a određujemo širinu prelazne zone i graničnu učestanost idealnog NF filtra:

$$B_t = \Omega_a - \Omega_p \quad (5)$$

$$\Omega_c = \frac{\Omega_a + \Omega_p}{2} \quad (6)$$

Dozvoljene greške u propusnom i nepropusnom opsegu su date sa:

$$\delta_p = \frac{10^{0.05\alpha_p-1}}{10^{0.05\alpha_p+1}} \quad (7)$$

$$\delta_a = 10^{-0.05\alpha_a} \quad (8)$$

na osnovu čega grešku dobijamo kao:

$$\delta = \min(\delta_p, \delta_a) \quad (9)$$

Ukoliko je $\delta \neq \delta_a$, nova vrednost za α_a postaje:

$$\alpha_a = -20 \log \delta \quad (10)$$

Parametar β se dobija prema sledećem izrazu:

$$\beta = \begin{cases} 0, & \alpha_a < 21\text{dB} \\ 0.1102(\alpha_a - 8.7), & \alpha_a > 50\text{dB} \end{cases} \quad (11)$$

dodatno, ukoliko je $21\text{dB} \leq \alpha_a \leq 50\text{dB}$ izraz za β postaje:

$$\beta = 0.5842(\alpha_a - 21)^{0.4} + 0.07886(\alpha_a - 21) \quad (12)$$

Broj članova impulsnog odziva prozorske funkcije, D , određuje se kao:

$$D = \begin{cases} 0.9222, & \alpha_a \leq 21\text{dB} \\ \frac{\alpha_a - 7.95}{14.36}, & \alpha_a > 21\text{dB} \end{cases} \quad (13)$$

$$M \geq \frac{2\pi D}{B_t} + 1 \quad (14)$$

Koeficijenti razvoja funkcije prenosa idealnog NF filtra u FOURIERov red se dobijaju kao:

$$H_D(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |\Omega| \leq \Omega_c \\ 0, & \Omega_c < |\Omega| \leq \pi \end{cases} \quad (15)$$

na osnovu čega se dobija:

$$h_D[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_D(e^{j\Omega}) e^{j\Omega n} d\Omega \quad (16)$$

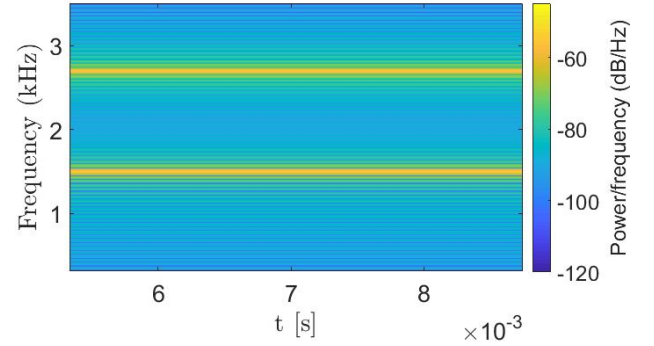
$$h_D[n] = \frac{1}{\pi} \int_0^{\Omega_c} e^{j\Omega n} d\Omega = \frac{1}{n\pi} \sin \Omega_c n, |n| \leq \frac{M-1}{2} \quad (17)$$

Ako je $w_K[n]$ KEISEROva prozorska funkcija u $M - 1$ tačaka u kojoj se koristi parametar β iz izraza (11) ili izraza (12), impulsni odziv FIR filtra se dobija kao:

$$h[n] = h_D \left[n - \frac{M-1}{2} \right] w_K[n] \quad n = 0, 1, \dots, M-1 \quad (18)$$

2.1 Projektovanje FIR filtra

Za potrebe filtriranja našeg zvučnog signala, potrebno je realizovati jedan NF (niskofrekventni) filter za potiskivanje šuma iznad 5kHz. Takođe, biće potrebno realizovati i jedan NO (nepropusnik opsega) filter, budući da se na spektrogramu zvučnog signala sa slike 11 primećuju još dve komponente šuma. Na slici 12 prikazan je uveličan spektrogram originalnog zvučnog signala na kome se jasno vidi da se jedna komponenta nalazi na 1.5kHz dok se druga nalazi u opsegu [2.5 – 3]kHz.



Slika 12: Uveličani spektrogram originalnog zvučnog signala

Specifikacije (gabariti) KEISEROvog FIR NF filtra za potrebe filtriranja šuma na učestanostima većim od 5kHz su $f_p = 5\text{kHz}$, $f_a = 5.2\text{kHz}$, $\alpha_p = 1\text{dB}$ i $\alpha_a = 60\text{dB}$, dok su gabariti dva KEISEROva NO filtra za potrebe filtriranja druge dve komponente šuma date sledećom tabelom:

f_{p1_1}	1.2kHz	f_{p1_2}	2.4kHz
f_{p2_1}	1.7kHz	f_{p2_2}	3.1kHz
f_{a1_1}	1.3kHz	f_{a1_2}	2.5kHz
f_{a2_1}	1.6kHz	f_{a2_2}	3kHz
α_{p1}	1dB	α_{p2}	1dB
α_{a1}	60dB	α_{a2}	60dB

Bitno je napomenuti da se transformacija KEISEROvog NF filtra u NO filter izvršava pomoću svega nekoliko jednostavnih promena u računanju B_t , h_D i centralne učestanosti Ω_c . Imamo:

2.2 Performanse

$$B_t = \min [(\Omega_{a1} - \Omega_{p1}), (\Omega_{p2} - \Omega_{a2})] \quad (19)$$

$$\Omega_{c1} = \Omega_{p1} + \frac{B_t}{2} \quad (20)$$

$$\Omega_{c2} = \Omega_{p2} - \frac{B_t}{2} \quad (21)$$

Koeficijenti razvoja funkcije prenosa filtra u FOURIEROV red postaju:

$$H_D(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |\Omega| < \Omega_{c1} \\ 0, & \Omega_{c1} \leq |\Omega| < \Omega_{c2} \\ 1, & \Omega_{c2} \leq |\Omega| \leq \pi \end{cases} \quad (22)$$

Na osnovu relacija (22) i (16) dobijamo funkciju prenosa idealnog NO filtra:

$$h_D[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_D(e^{j\Omega}) e^{j\Omega n} d\Omega =$$

$$\frac{1}{2\pi} \left(\int_{-\pi}^{-\Omega_{c2}} e^{j\Omega n} d\Omega + \int_{-\Omega_{c1}}^{\Omega_{c1}} e^{j\Omega n} d\Omega + \int_{\Omega_{c2}}^{\pi} e^{j\Omega n} d\Omega \right)$$

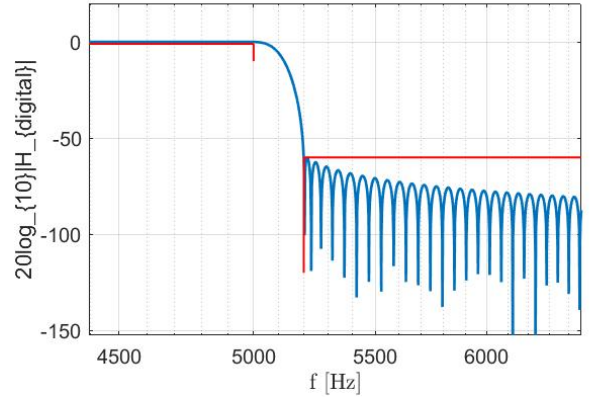
$$= \frac{1}{2\pi} (-\sin \Omega_{c2} n + \sin n\pi - \cancel{j \cos \Omega_{c2} n} + \cancel{j \cos n\pi} +$$

$$2 \sin \Omega_{c1} n + \sin n\pi - \sin \Omega_{c2} n - \cancel{j \cos n\pi} + \cancel{j \cos \Omega_{c2} n})$$

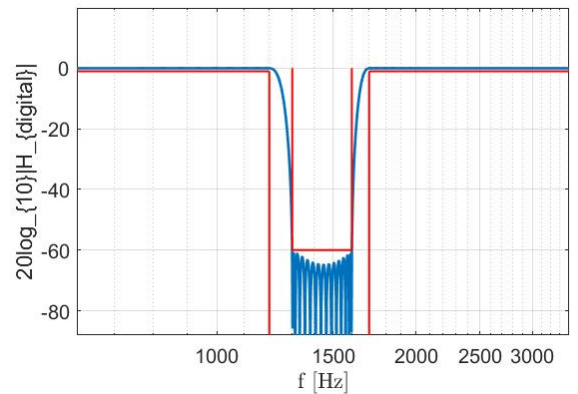
$$= \frac{1}{2\pi} (2 \sin n\pi + 2 \sin \Omega_{c1} n - 2 \sin \Omega_{c2} n)$$

$$h_D[n] = \frac{1}{\pi} (\sin n\pi + \sin \Omega_{c1} n - \sin \Omega_{c2} n) \quad (23)$$

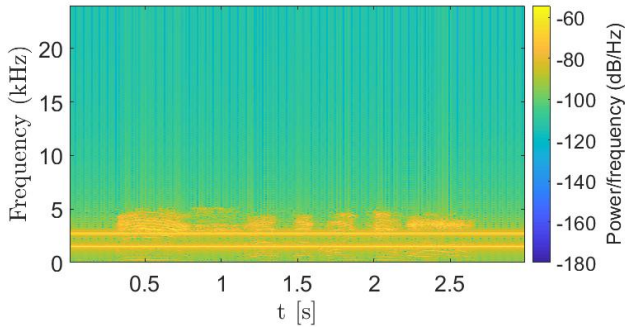
Na slikama 13 i 14 su prikazane amplitudske karakteristike projektovanih KEISEROVIH NF i NO filtera, respektivno. Plavom bojom su označene karakteristike filtera dok su crvenom bojom označeni gabariti koje filteri moraju da zadovolje. Na slici 16 je prikazan spektrogram originalnog zvučnog signala nakon filtriranja NF filtrom, dok je na slici 18 prikazan spektrogram očišćenog zvučnog signala, koji je, nakon NF filtriranja, *provučen* i kroz druga dva KEISEROVA NO filtera.



Slika 13: Amplitudska karakteristika FIR NF filtra



Slika 14: Amplitudska karakteristika FIR NO filtra



Slika 15: Spektrogram zvučnog signala nakon primene NF filtra

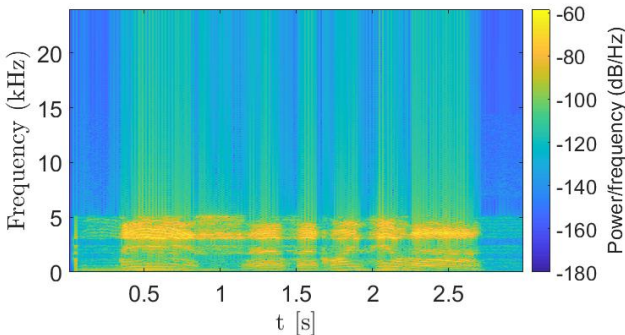
3 Direktna kanonička realizacija IIR filtra

Realizacija IIR sistema je složenija od realizacija FIR sistema zbog toga što funkcija prenosa IIR sistema, pored nula, ima i polove. Struktura za realizaciju IIR sistema se obično dobija rastavljanjem funkcije prenosa u z domenu na proizvod:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} = H_1(z)H_2(z) \quad (24)$$

Nalaženjem funkcija $H_1(z)$ i $H_2(z)$ dobijaju se različiti oblici realizacije IIR sistema, poznatiji pod nazivom *direktne realizacije*.

Ako prilikom rastavljanja $H(z)$ na $H_1(z)$ i $H_2(z)$ izaberemo $H_1(z)$ i $H_2(z)$ na sledeći način:



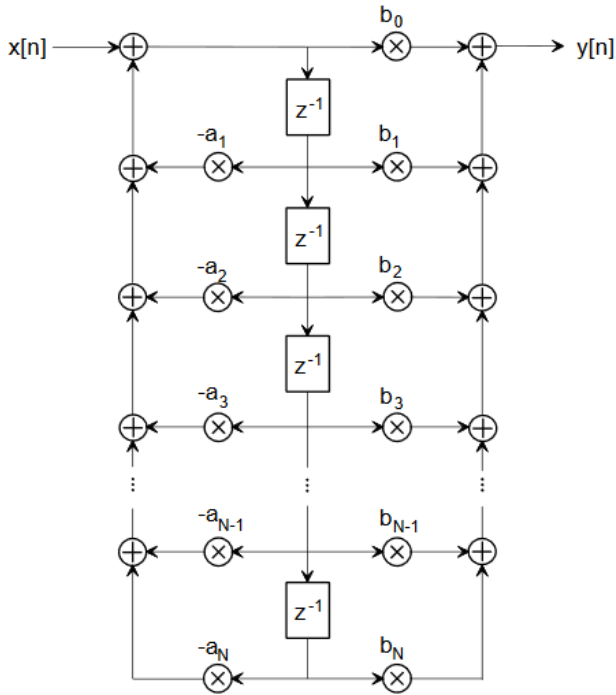
Slika 16: Spektrogram zvučnog signala nakon primene jednog NF i dva NO filtra

$$H_1(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} = \frac{1}{1 + P_2(z)} \quad (25)$$

$$H_2(z) = \sum_{k=0}^m b_k z^{-k} \quad (26)$$

Projektovan *low-pass* filter, realizovan u programskom paketu MATLAB, može se naći u kôdu `keiser_low_pass_filter.m`, dok se *band-stop* filter nalazi u kôdu `keiser_band_stop_filter.m`. Prime na projektovanih filtara za filtriranje zvučnog signala nalazi se u fajlu `sound_2017_0558.m`.

dobija se traženi oblik direktne realizacije, *direktna realizacija II*, poznatiji pod nazivom *direktna kanonička realizacija*. Direktna kanonička realizacija predstavlja realizaciju koja zahteva najmanje složen hardver, budući da zahteva $M + N + 1$ množača, $M + N$ sabirača i $\max(M, N)$ elemenata za kašnjenje, za razliku od, primera radi, direktne realizacije I, koja zahteva $M + N + 1$ množača, $M + N$ sabirača i $M + N$ elemenata za kašnjenje. Algoritam direktne kanoničke realizacije IIR funkcije prenosa se može vizuelno prikazati na slici 17.



Slika 17: Direktna kanonička realizacija IIR funkcije prenosa za $M = N$

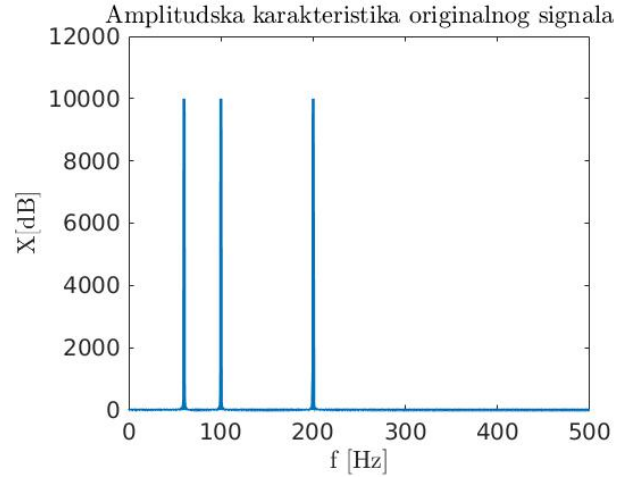
Za potrebe testiranja direktne kanoničke realizacije IIR filtra generisan je sledeći signal:

$$x = \sin(2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t) + \sin(2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot t) + \sin(2 \cdot \pi \cdot f_3 \cdot t) \quad (27)$$

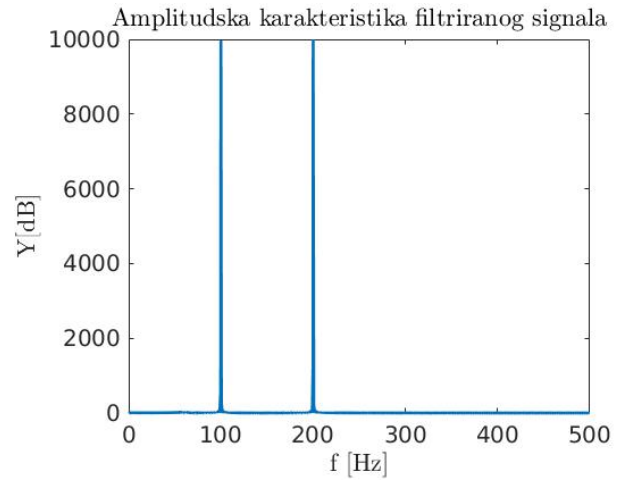
Korišćen je *power line noise* filter iz tačke 1 koji je zadužen za filtriranje komponente na učestanosti f_1 . Vrednosti f_1 , f_2 i f_3 , kao i gabariti *power line noise* filtra, dati su u sledećoj tabeli:

f_c	60Hz	f_1	60Hz
α_a	40dB	f_2	100Hz
α_p	1dB	f_3	200Hz

Na slikama 18 i 19 su prikazane amplitudske karakteristike originalnog i filtriranog signala $x(t)$ iz relacije (27), respektivno. MATLAB skripta za direktnu kanoničnu realizaciju IIR filtra se nalazi u fajlu `IIR_direct_II.m`.



Slika 18: Amplitudska karakteristika originalnog signala $x(t)$

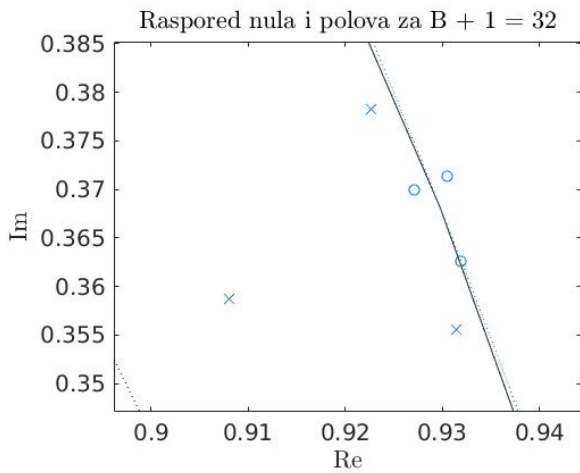


Slika 19: Amplitudska karakteristika filtriranog signala $x(t)$

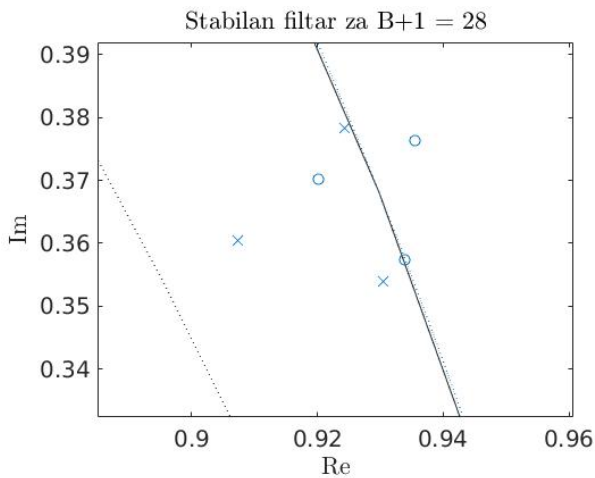
3.1 Realizacija sa brojevima sa fiksnom tačkom

Osnovna mana brojeva sa fiksnom tačkom je činjenica da je rezolucija konstantna i, ako je potrebno povećati opseg brojeva bez povećavanja broja bita, to je moguće uraditi samo pomeranjem tačke udesno, što smanjuje rezoluciju. Potrebno je realizovati filter iz prethodne tačke sa ograničenjem da su svi koeficijenti i ulazni signal predstavljeni kao brojevi sa fiksnom tačkom, pa i sva izračunavanja treba da budu sa brojevima sa fiksnom tačkom.

Dodatno, potrebno je odrediti najmanji broj bita $B + 1$ za smeštanje koeficijenata filtra u imeniocu a da filter i dalje ostane stabilan. U digitalnoj obradi signala uobičajeno je da se svi signali i koeficijenti predstavljaju brojevima koji su pravi razlomci sa $B + 1$ bita, gde je $B + 1$ najčešće 16, 24 ili 32. Na slici 20 prikazan je raspored polova stabilnog filtra iz prethodne tačke, za $B + 1 = 32$, dok je na slici 21 prikazan granično stabilan filter¹ za $B + 1 = 28$, gde su 5 bita rezervisana za ceo deo, dok su preostala 22 bita rezervisana za razlomljeni deo. Na slici 22 prikazan je raspored nula i polova nestabilnog filtra do kog se došlo odsecanjem prevelikog broja bita originalnog filtra.

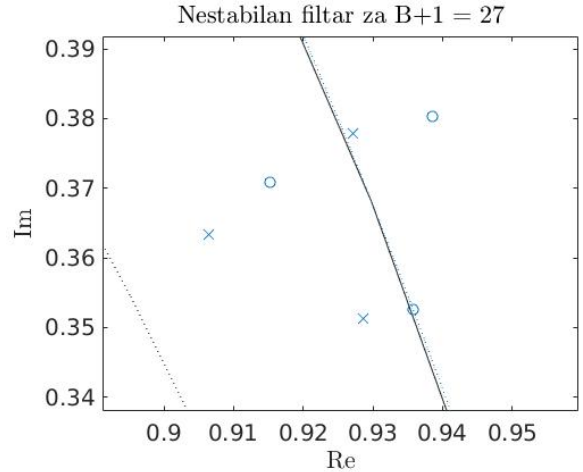


Slika 20: Raspored nula i polova filtra za $B + 1 = 32$



Slika 21: Raspored nula i polova filtra za $B + 1 = 28$

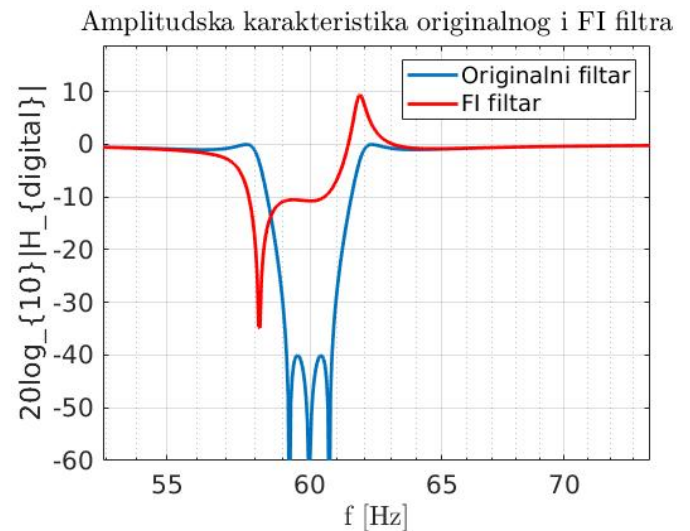
¹Dobijeni rezultati znatno zavise od gabarita korišćenog filtra.



Slika 22: Raspored nula i polova filtra za $B + 1 = 27$

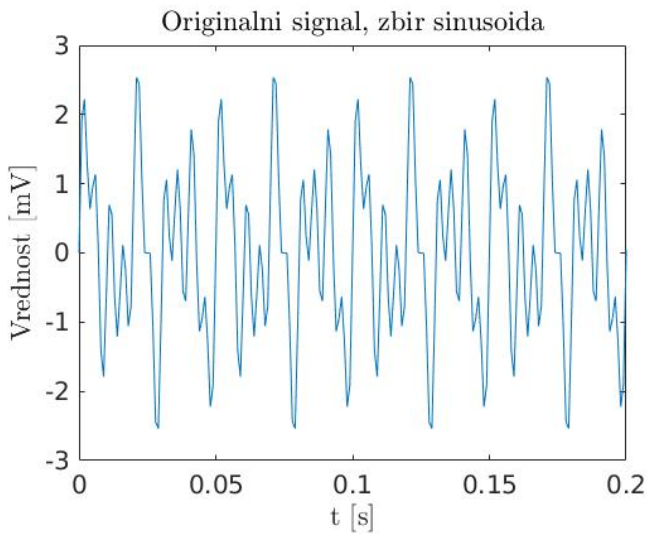
Međutim, odstupanje amplitudske karakteristike od originalne je značajno, što je veliki problem kod ovog tipa filtra, jer, čak i mali pomeraji amplitudske karakteristike propuštaju, a u nekim slučajevima čak i pojačavaju komponentu na 60Hz. Amplitudska karakteristika filtra koji i dalje ima centralnu učestanost na 60Hz prikazana je na slici 23, a do nje se dolazi povećavanjem broja bita na 30, od kojih su 22 bita zadužena za razlomljeni deo.

MATLAB skripta za realizaciju IIR filtra sa fiksnom tačkom, kao i skripta za implementaciju navedenog filtra i originalnog IIR filtra, nalaze se u fajlovima FI_IIR_direct_II.m i iir_direct_2017_0558.m.

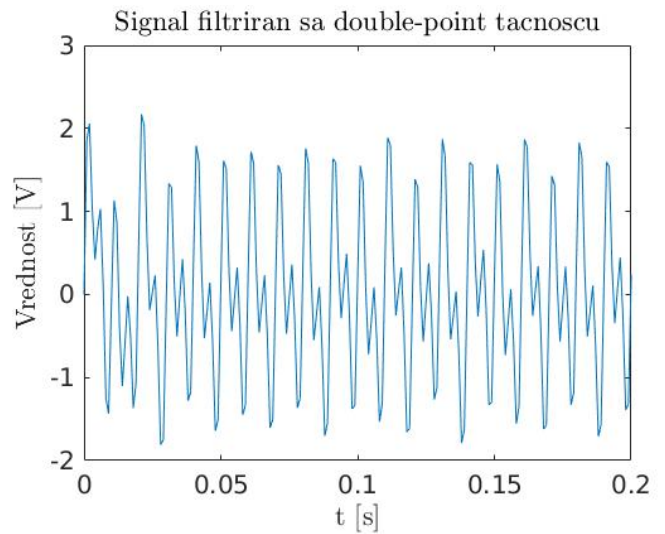


Slika 23: Amplitudska karakteristika originalnog i *fixed-point* filtra koji ne odstupa značajno

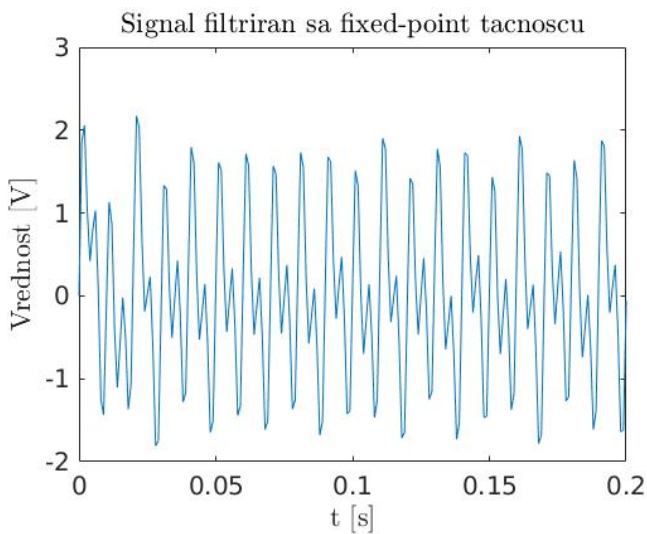
Za predstavu ulaznog signala $x(t)$ izdvojeno je 32 bita, od kojih je 29 bita za razlomljeni deo. Na slikama 24, 25, 26 i 27 prikazani su originalni signal, signal filtriran sa *double* preciznošću, signal filtriran sa *fixed-point* preciznošću i razliku *double* i *fixed-point* filtriranja na primeru signala $x(t)$, respektivno.



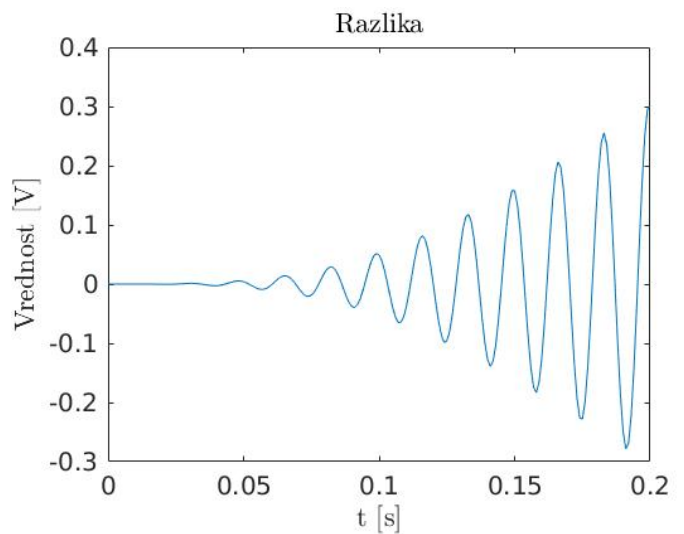
Slika 24: Originalni signal



Slika 26: Filtrirani signal sa *double* tačnošću



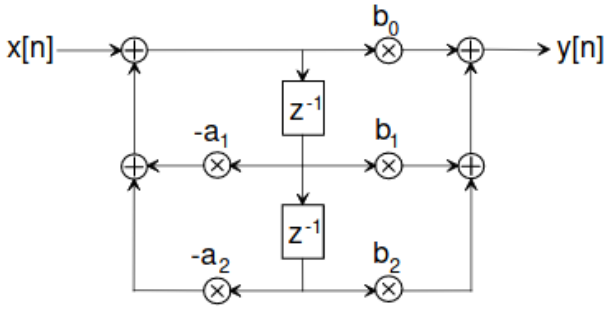
Slika 25: Signal filtriran sa *fixed-point* tačnošću



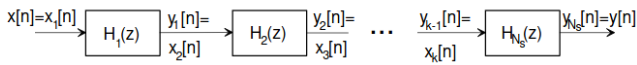
Slika 27: Razlika *fixed-point* i *double* filtriranja

4 Kaskadna realizacija IIR filtra

U realnim digitalnim sistemima, pored kvantovanja signala po vremenu (diskretizacije), potrebno je i kvantovati signale po amplitudi. Kod kvantovanja koeficijenata IIR funkcije prenosa male greške koeficijenata polinoma u imeniocu mogu izazvati velike pomeraje polova. Sa porastom broja polova raste i osetljivost polova na promene koeficijenata. Iz tog razloga se, kod većeg broja polova, koriste kaskadne ili paralelne realizacije strukture. U poslednjem delu projektnog zadatka potrebno je implementirati kaskadnu realizaciju IIR filtra, gde su *kaskade* filtri drugog reda direktne kanoničke realizacije iz prethodne tačke, prikazani na slici 28, dok je blok šema kaskadne realizacije IIR sistema prikazana na slici 29.



Slika 28: Direktna kanonička ćelija koja se koristi u kaskadnoj realizaciji IIR sistema



Slika 29: Blok šema kaskadne realizacije IIR sistema

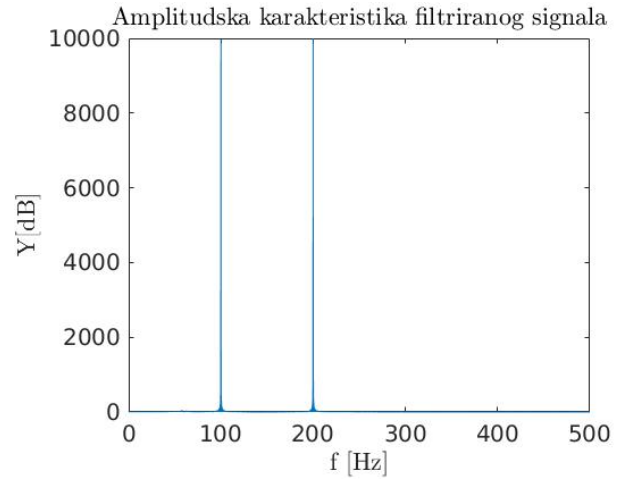
$$H(z) = \prod_{k=1}^{N_s} H_k(z) \quad (28)$$

$$H(z) = \prod_{k=1}^{N_s} \frac{b_{0k} + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}} \quad (29)$$

gde je $N_s = \frac{\max(M,N)+1}{2}$.

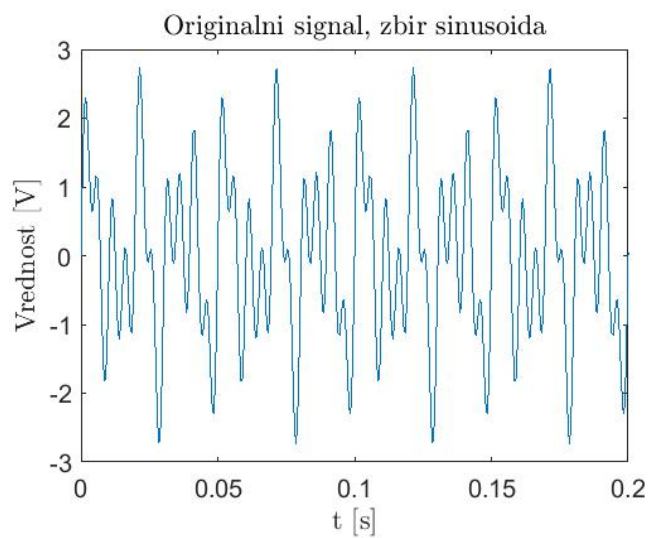
²Kod *fixed-point* filtriranja očekuju se znatno bolji rezultati kaskadne realizacije u odnosu na direktnu kanoničku zbog mogućnosti nalaženja optimalnog broja bita za svaku kaskadu posebno. Budući da su kaskade nižeg reda od originalne prenosne funkcije, taj broj bi, teorijski, trebalo biti manji.

Realizovana filtarska funkcija se ponaša identično kao i filtarska funkcija realizovana u prethodnoj tački, što je, teorijski, i očekivano². Na slici 30 prikazana je amplitudska karakteristika filtriranog signala $x(t)$ iz prethodne tačke, koristeći *power line noise* filter sa gabaritima, takođe, iz prethodne tačke. MATLAB skripte za realizaciju kaskadne filtarske funkcije i realizaciju kaskadne filtarske funkcije sa konačnom dužinom reči nalaze se u fajlovima `IIR_direct_II_cascade.m`, `FI_IIR_direct_II_cascade.m`, respektivno, dok se glavni program koji implementira zadate filtarske funkcije i testira njihove funkcionalnosti nalazi u fajlu `iir_cascade_2017_0558.m`.

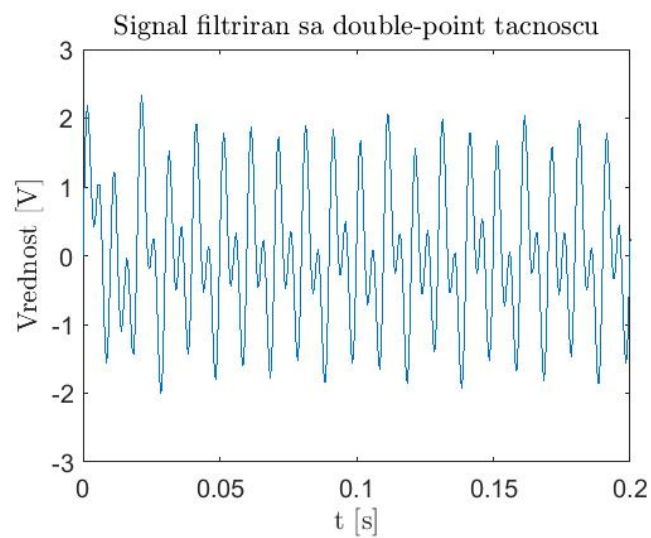


Slika 30: Amplitudska karakteristika filtriranog signala $x(t)$

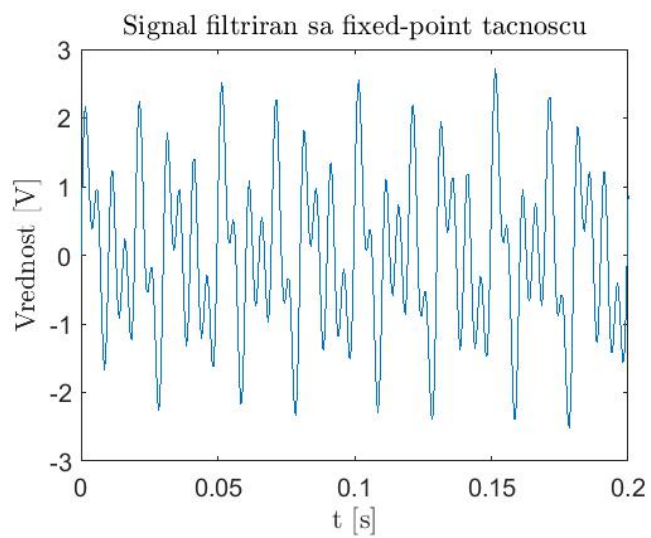
Kada je u pitanju minimalan broj bita a da filter i dalje ostane stabilan, iterativnim postupkom se, smanjivanjem broja bita svake kaskade do granice stabilnosti i uzimanjem najveće od dobijenih vrednosti, dolazi do 11 bita, što je 17 bita manje od potrebnog broja bita za realizaciju istog filtra iz tačke 3. Na slikama 31, 32, 33 i 34 prikazani su originalni signal $x(t)$, signal filtriran sa *fixed-point* preciznošću, signal filtriran sa *double* preciznošću, i razliku *fixed-point* i *double* filtriranja, respektivno.



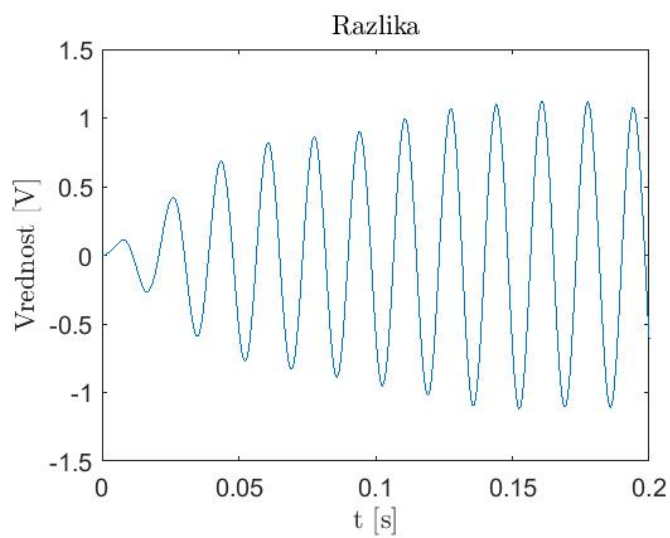
Slika 31: Originalni signal



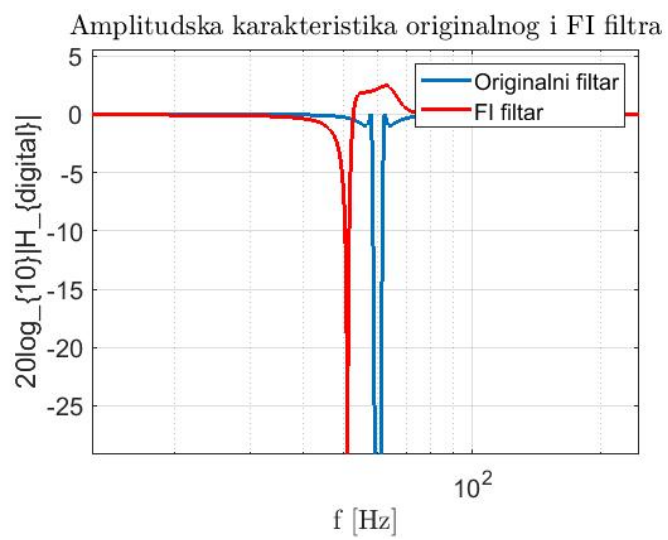
Slika 33: Filtrirani signal sa *double* tačnošću



Slika 32: Signal filtriran sa *fixed-point* tačnošću



Slika 34: Razlika *fixed-point* i *double* filtriranja



Slika 35: Amplitudska karakteristika originalnog i *fixed-point* filtra