Fach: Bordnetze und Signalübertragung
Klausurteil: Signalübertragung
Doz.: Dr. Marc-Michael Meinecke

Wintersemester 2021/22

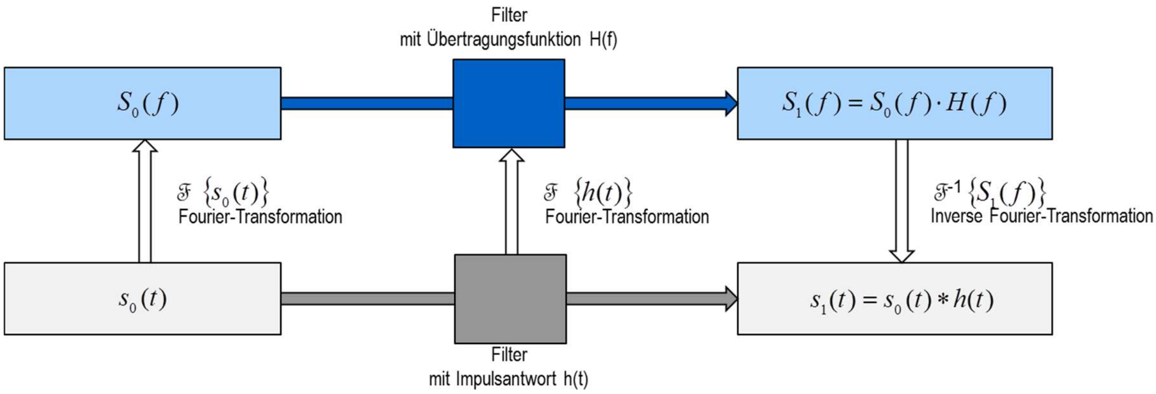
Name: Lookzadeh Mit Eintragen meines Namens bestätige ich die Kenntnisnahme der Prüfungsbedingungen!				Vorname: Fahimeh Mit Eintragen meines Namens bestätige ich die Kenntnisnahme der Prüfungsbedingungen!		
Matrikelnummer: 70466705				Datum: 17.01.22		
Aufgabe:	1 (8P)	2 (8P)	3 (5P)			
Punkte:						
Gesamt:						
Bewertung:	1 : ≥ 91%	2: ≥ 76%	3: ≥ 61%	4: ≥ 50%	5: < 50%	

Prüfungsbedingungen und wichtige Hinweise

1. Tragen Sie in den Kopfbogen die von Ihnen geforderten Angaben ein!
2. Überprüfen Sie die Ihnen vorliegende Klausur auf Vollständigkeit!
3. Das Auseinanderheften ist untersagt und wird als Betrugsversuch gewertet.
4. Mobiltelefone sind während der Klausur auszuschalten, ihre Benutzung ist untersagt. Zuwiderhandlungen werden als Betrugsversuch gewertet.
5. Nutzen Sie die Blattrückseiten für Nebenrechnungen. Von Ihnen ohne unsere Zustimmung angefügte Seiten werden nicht gewertet.
6. Bei Fragen mit Auswahlmöglichkeit ist/sind die richtige/n Antwort/en durch einen Kreis um den entsprechenden Buchstaben zu kennzeichnen. Es können alle Antworten richtig, alle falsch bzw. nur einzelne Antworten richtig sein.
7. Die Bearbeitungszeit beträgt 45 Minuten.
8. Als Hilfsmittel sind zugelassen: grafischer Taschenrechner, Stift und Lineal.

Aufgabe 1
Fourier-Transformation

In einem Filtersystem werden zeit- und amplitudenkontinuierliche Signale in tiefpassgefiltert. Dieses Filtersystem ist in der folgenden Abbildung im Zeitbereich und Frequenzbereich dargestellt.



Die Impulsantwort des Filters im Zeitbereich sei gegeben durch

$$|t| = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ -t & t < 0 \end{cases}$$

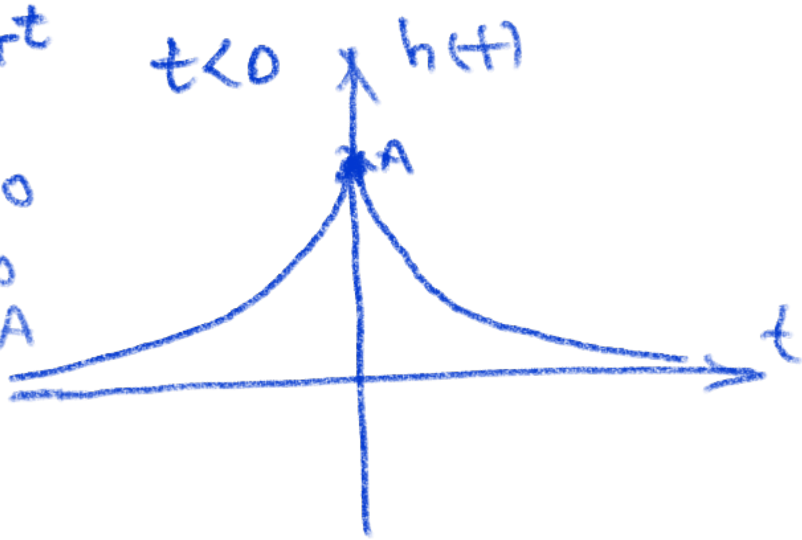
$$h(t) = \mathrm{A} \cdot \exp\left(-\frac{\alpha \cdot |t|}{T}\right)$$

wobei A einen reellen Verstärkungsfaktor und α einen konstanten reellen zeitlichen Skalierungsfaktor repräsentiert.

Hilfen (siehe folgende Seiten):
- Rechenregeln für die Fourier-Transformation
- Beispielfunktionen für die Fourier-Transformation

a) Stellen Sie diese Impulsantwort im Zeitbereich qualitativ grafisch dar. 1 P

$$h(t) = \begin{cases} A e^{-\alpha/T\, t} & t \geq 0 \\ A e^{\alpha/T\, t} & t < 0 \end{cases}$$



wenn $t \to +\infty$ $h(t) \to 0$

wenn $t \to -\infty$ $h(t) \to 0$

wenn $h(t) = 0$ $\Rightarrow h(t) = A$

b) Berechnen Sie daraus die komplexe Übertragungsfunktion $H(f)$ mit Hilfe der Definition der Fourier-Transformation! 5 P

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \cdot \exp\left(-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t\right) \cdot dt$$

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} A e^{-\frac{\alpha |t|}{T}} \cdot e^{-2\pi f j t} \, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{0} A e^{\frac{\alpha t}{T}} \cdot e^{-2\pi f j t} \, dt + \int_{0}^{\infty} A e^{-\frac{\alpha t}{T}} e^{-2\pi f j t} \, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{0} A e^{\left(\frac{\alpha}{T} - 2\pi f j\right)t} \, dt + \int_{0}^{\infty} A e^{-\left(\frac{\alpha}{T} + 2\pi f j\right)t} \, dt$$

$$= \frac{A}{\frac{\alpha}{T} - 2\pi f j} e^{\left(\frac{\alpha}{T} - 2\pi f j\right)t} \Bigg|_{-\infty}^{0} + \frac{A}{-\left(\frac{\alpha}{T} + 2\pi f j\right)} e^{-\left(\frac{\alpha}{T} + 2\pi f j\right)t} \Bigg|_{0}^{\infty}$$

$$= \frac{A}{\frac{\alpha}{T} - 2\pi f j} \left(e^{0} - \overset{0}{\cancel{e^{-\infty}}}\right) - \frac{A}{\left(\frac{\alpha}{T} + 2\pi f j\right)} \left(\overset{0}{\cancel{e^{-\infty}}} - e^{0}\right)$$

$$= \frac{A}{\frac{\alpha}{T} - 2\pi f j} + \frac{A}{\frac{\alpha}{T} + 2\pi f j}$$

$$= A\left(\frac{\frac{\alpha}{T} + \cancel{2\pi f j} + \frac{\alpha}{T} - \cancel{2\pi f j}}{\left(\frac{\alpha}{T}\right)^2 - (2\pi f)^2 j^2} \right) = \frac{2A\frac{\alpha}{T}}{\left(\frac{\alpha}{T}\right)^2 + 4\pi^2 f^2}$$

c) Stellen Sie die Übertragungsfunktion $H(f)$ (Ergebnis aus Aufgabe b)) qualitativ grafisch dar. Verwenden Sie dazu eine Darstellung in Form von Amplitudengang und Phasengang!
Hinweis: Falls Sie Teilaufgabe b) nicht lösen konnten, dann rechnen Sie mit $H(f) = \frac{2 \cdot A \cdot T}{1+(2\pi f T)^2}$ weiter. 2 P

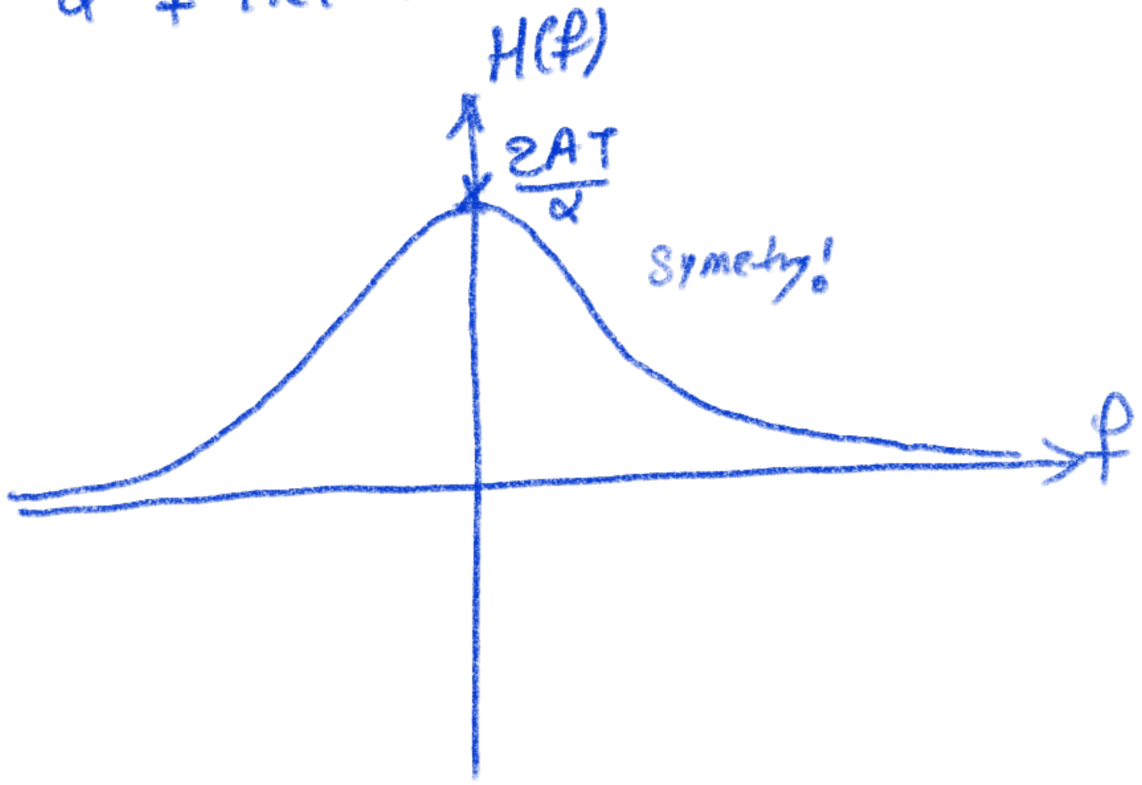
aus Aufgabe b)

$$H(f) = \frac{2\alpha A / T}{\left(\frac{\alpha}{T}\right)^2 + 4\pi f^2} \quad | \cdot T^2$$

$$H(f) = \frac{2\alpha A T}{\alpha^2 + 4\pi T^2 f^2}$$

$f = 0 \rightarrow H(f) = \frac{2AT}{\alpha}$

$f \rightarrow \pm\infty \rightarrow H(f) \rightarrow 0$



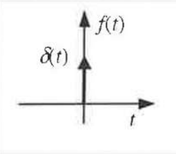
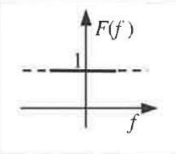
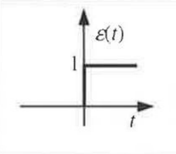
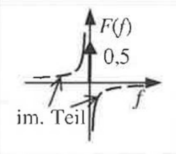
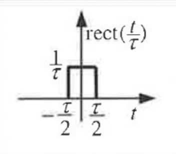
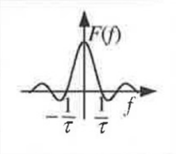
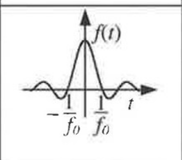
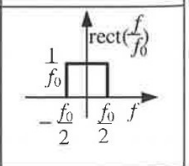
Rechenregeln für die Fourier-Transformation

	Zeitbereich $f(t)$	Frequenzbereich $F(\omega)$
Addition	$af(t)+bg(t)$	$aF(\omega)+bG(\omega)$
Ähnlichkeit	$f(\alpha \cdot t)$	$\frac{1}{\lvert\alpha\rvert}F(\frac{\omega}{\alpha})$
Zeitverschiebung Frequenzverschiebung	$f(t-t_0)$ $f(t)\cdot e^{j\alpha t}$	$F(\omega)\cdot e^{-j\omega t_0}$ $F(\omega-\alpha)$
Differentiation	$f^{(n)}(t)$ $t^n f(t)$	$(j\omega)^n \cdot F(\omega)$, falls $f(\pm\infty)=0$ $j^n F^{(n)}(\omega)$
Integration	$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau$	$\frac{1}{j\omega}F(\omega)+\pi F(0)\,\delta(\omega)$
Faltung	$f(t)*g(t)$ $f(t)\cdot g(t)$	$F(\omega)\cdot G(\omega)$ $\frac{1}{2\pi}F(\omega)*G(\omega)$
Glättung	$\frac{1}{2T}\int_{t-T}^{t+T} f(\tau)d\tau$	$F(\omega)\frac{\sin(\omega T)}{\omega T}$
Modulation	$f(t)\cdot\cos(\omega_0 t)$ $f(t)\cdot\sin(\omega_0 t)$	$\frac{1}{2}[F(\omega-\omega_0)+F(\omega+\omega_0)]$ $\frac{1}{2j}[F(\omega-\omega_0)-F(\omega+\omega_0)]$
Vertauschungssatz	$F(t)$	$2\pi\cdot f(-\omega)$

© Dr. Marc-Michael Meinecke

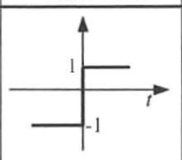
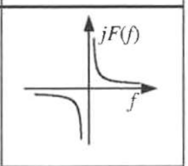
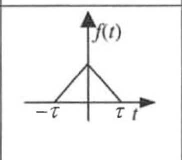
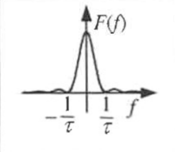
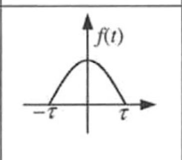
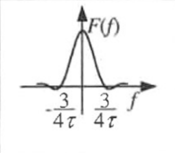
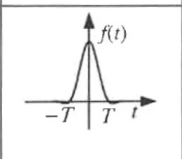
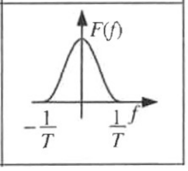
Signalübertragung
Signale

Fourier-Transformierte (1)

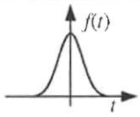
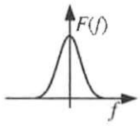
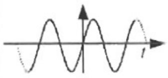
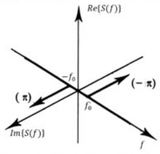
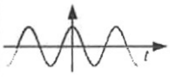
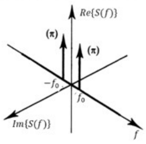
	Originalbereich		Bildbereich	
	Graf. Darst.	Zeitfunktion	Frequenzfunktion	Graf. Darst.
1		$\delta(t)=0,\ \lvert t\rvert>0$ $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$	1	
2		$\varepsilon(t)=\begin{cases}1 & t\ge 0\\ 0 & t<0\end{cases}$	$\frac{1}{2}(\delta(t)-j\frac{1}{\pi f})$ $\mathrm{Im}\{F(0)\}=0$	
3		$rect(\frac{t}{\tau})=\frac{1}{\tau}$, $\lvert t\rvert\le\frac{\tau}{2}$	$\mathrm{sinc}(\pi f\tau)$ $=\frac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau}$	
4		$\mathrm{sinc}(\pi f_0 t)$ $=\frac{\sin(\pi f_0 t)}{\pi f_0 t}$	$rect(\frac{f}{f_0})=\frac{1}{f_0}$, $\lvert f\rvert\le\frac{f_0}{2}$	

Signalübertragung
Signale

Fourier-Transformierte (2)

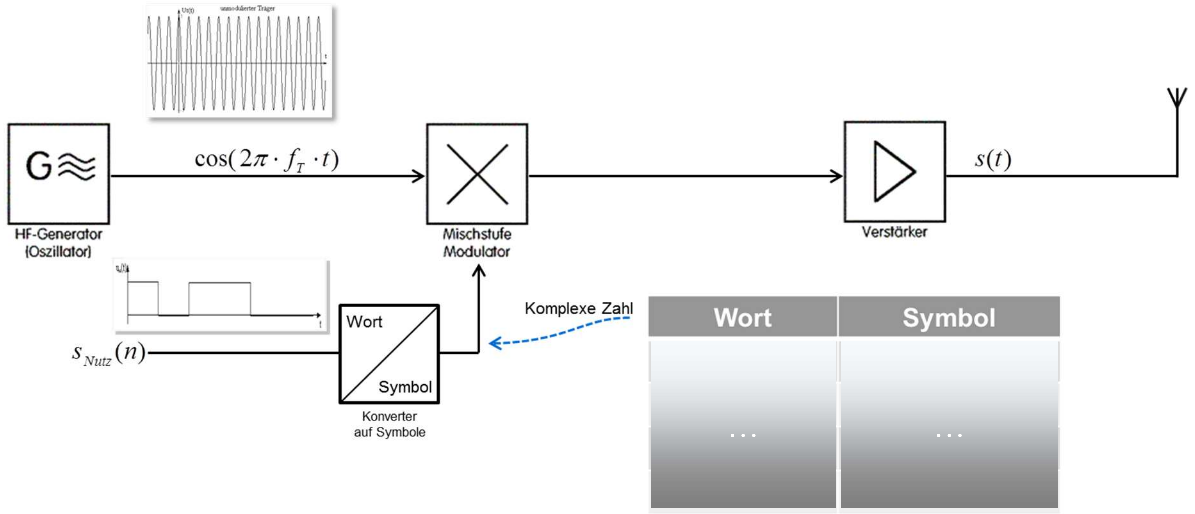
	Originalbereich		Bildbereich	
	Graf. Darst.	Zeitfunktion	Frequenzfunktion	Graf. Darst.
5		$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t=0\\ -1 & t<0\end{cases}$	$-j\frac{1}{\pi f}$ $F(0)=0$	
6		$\mathrm{dr}(\frac{t}{\tau})=1-\frac{\lvert t\rvert}{\tau}$, $\lvert t\rvert\le\tau$ $0,\ \lvert t\rvert>\tau$	$\tau\cdot\mathrm{sinc}^2(\pi f\tau)$	
7		$\cos(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{t}{\tau}),\ \lvert t\rvert\le\tau$ $0,\ \lvert t\rvert>\tau$	$\frac{2\tau}{\pi}\frac{\cos(2\pi f\tau)}{1-(4f\tau)^2}$	
8		$\frac{1}{T}\frac{\mathrm{sinc}(2\pi\frac{t}{T})}{(1-(\frac{2t}{T})^2)}$	$\cos^2(\frac{\pi}{2}Tf)$ $\lvert f\rvert\le 1/T$ $0,\ \lvert f\rvert>1/T$	

Fourier-Transformierte (3)

	Originalbereich		Bildbereich	
	Graf. Darst.	Zeitfunktion	Frequenzfunktion	Graf. Darst.
9		$e^{-\pi t^2}$	$e^{-\pi f^2}$	
10		$\sin(2\pi f_0 t)$	$\frac{\pi}{j}\cdot\delta(f-f_0)$ $-\frac{\pi}{j}\cdot\delta(f+f_0)$	
11		$\cos(2\pi f_0 t)$	$\pi\cdot\delta(f-f_0)$ $+\pi\cdot\delta(f+f_0)$	

Aufgabe 2:
Digitale Phasenmodulation (Phase Shift Keying)

Das folgende Blockschaltbild stellt eine Möglichkeit dar, digitale phasenmodulierte Signale zu erzeugen und über eine Antenne abzustrahlen.

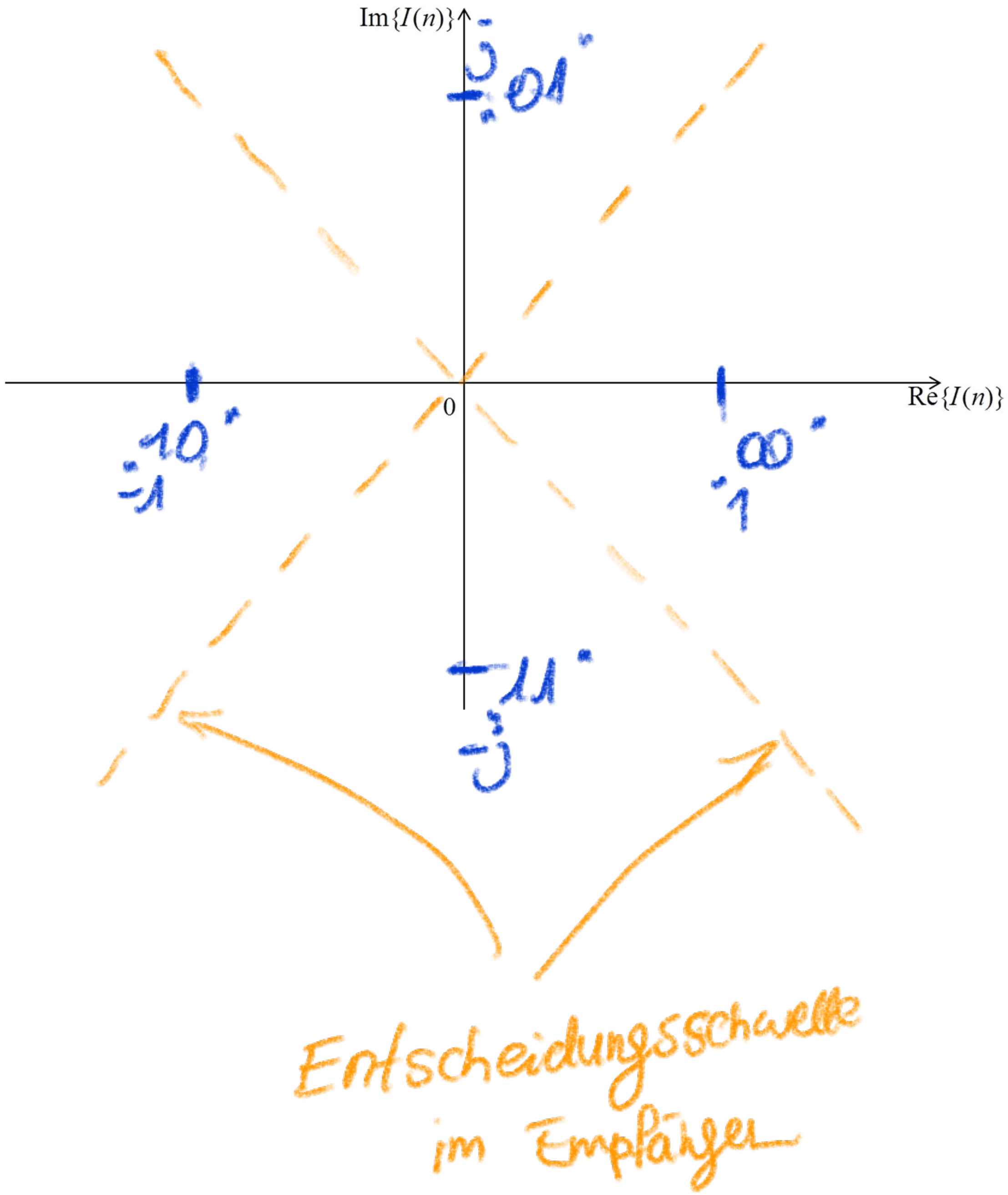


a) Geben Sie in der folgenden Tabelle an, in welche Sendesymbole die einzelnen Worte $I(n)$ der Nachrichten aus dem digitalen Bitstrom $s_{Nutz}(n)$ bei einer Phasenmodulation 4-PSK umgesetzt werden könnten. 2 P

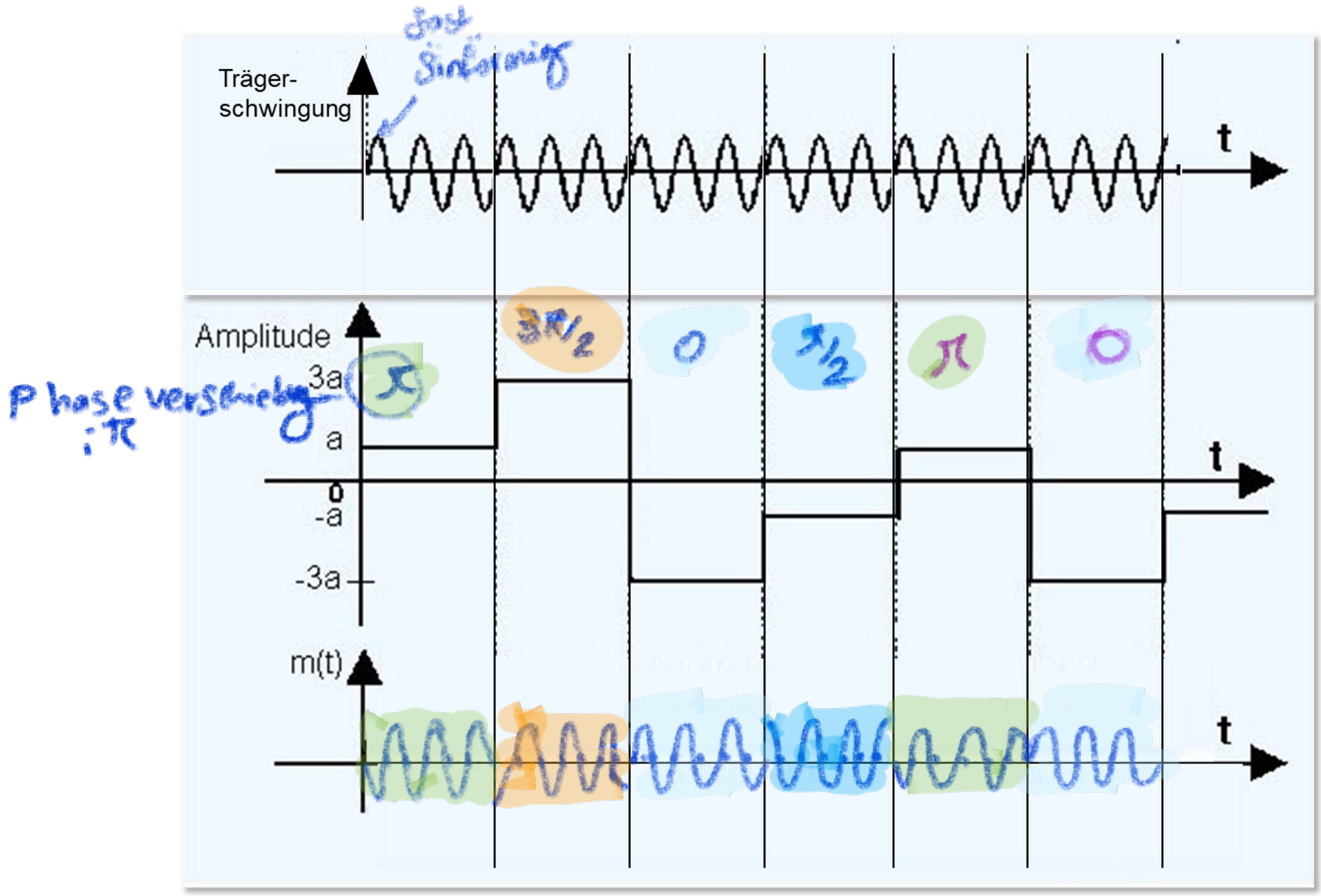
Wort	**Symbol** $I(n)$
00	$e^{j0} = 1$
01	$e^{j\pi/2} = j$
10	$e^{j\pi} = -1$
11	$e^{j\frac{3\pi}{2}} = -j$

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

b) Zeichnen Sie diese (unverrauschten) Sendesymbole $I(n)$ aus Aufgabe a) in einer komplexen Ebene ein. 2 P



c) Zeichnen Sie in untenstehende Grafik den Signalverlauf des phasenmodulierten Signals m(t) ein. 2 P



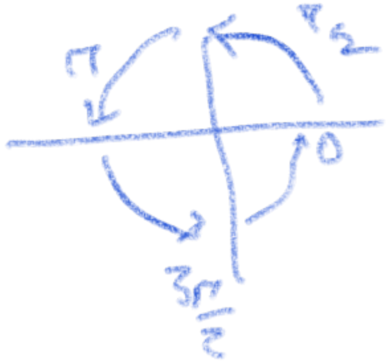
Man ordnet jeder der 4 Signale eine Phasenverschiebung zu.

00 $e^{0j}=1$

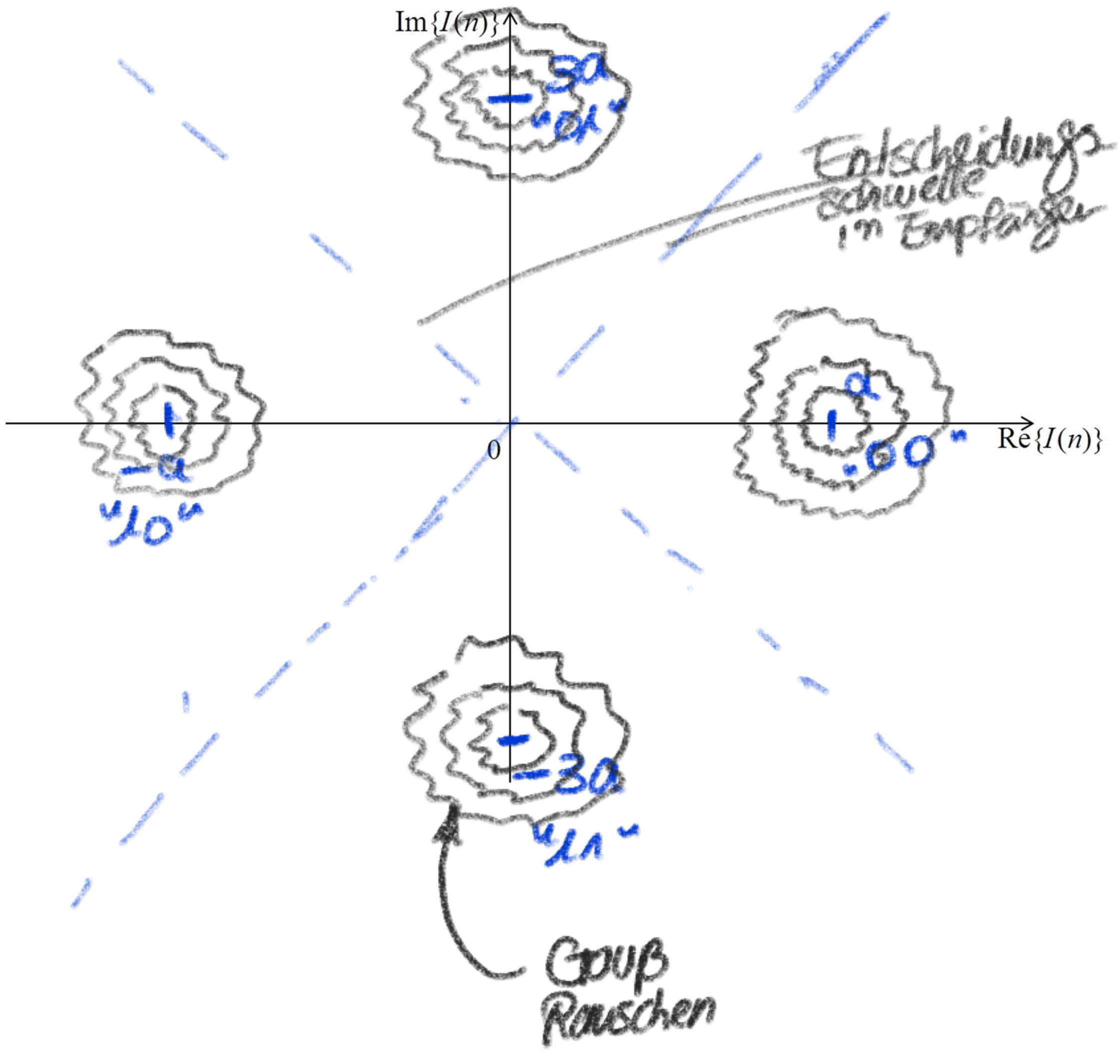
01 $e^{\frac{\pi}{2}j}=j$

10 $e^{\pi j}=-1$

11 $e^{\frac{3\pi}{2}j}=-j$



d) Zeichnen Sie diese Symbole in der komplexen Ebene nachdem sie einen Kanal mit additivem gaußverteiltem Rauschen (AWGN-Kanal) durchlaufen haben. Zeichnen Sie die Entscheidungsschwellen ein, die für die Decodierung erforderlich sind. 2 P



Aufgabe 3
Leitungstheorie

Es wird ein $\frac{\lambda}{2}$-Transformator betrachtet. Nehmen Sie zu folgenden Aussagen Stellung, indem Sie in der Tabelle markieren, ob die Aussagen korrekt oder falsch sind.

Aussage	**Korrekt**	**Falsch**
Eine mögliche Leitungslänge bei einem $\frac{\lambda}{2}$–Transformator beträgt $\frac{\lambda}{2}$	X	
Der $\frac{\lambda}{2}$–Transformator kann auch ganzzahlige Vielfache von $\frac{\lambda}{2}$ als Leitungslänge haben	X	
Mit einem $\frac{\lambda}{2}$ –Transformator lässt sich ein Kurzschluss am Ende der Leitung in einen Kurzschluss am Anfang der Leitung transformieren.	X	
Der $\frac{\lambda}{2}$–Transformator kann nur für den Fall von verlustlosen Leitungen realisiert werden	X	
Vorteil einer Leitung ausgeführt als $\frac{\lambda}{2}$-Transformator ist, dass er über einen sehr großen Frequenzbereich (Breitbandbetrieb) hinweg identische Eigenschaften zeigt.		X

Je 1 P

$\lambda = \frac{c}{f}$ -> also geht nur für eine frequenz, sonst die Leitungslänge verändert werden müsste.