

Wahr & gemessene Spg

$$U_{\text{w}} = \frac{R}{R_g + R} \cdot U_q$$

$$U = \frac{R/I_{\text{RM}}}{R_g + R/I_{\text{RM}}} \cdot U_q$$

$$R/I_{\text{RM}} = \frac{R \cdot I_{\text{RM}}}{R + R_{\text{M}}}$$

Systematische Abweichung
korrigierte Spannung

$$e = -\frac{R/I_{\text{Rq}}}{R_g} \cdot U$$

$$R/I_{\text{Rq}} = \frac{R \cdot R_g}{R + R_g} \quad e = U - U_{\text{w}}$$

$$U_{\text{KORR}} = U - e$$

$$U_{\text{KORR}} = U \cdot \left(1 + \frac{R/I_{\text{Rq}}}{R_{\text{M}}}\right)$$

Messbereichserweiterung bei einer Spannungsmessung

$$R_V = R_M \cdot \frac{(U - U_{\text{max}})}{U_{\text{max}}}$$

$$R_M, \text{Neu} = R_V + R_M$$

$$R_M, \text{Neu} = R_M \cdot \frac{U}{U_{\text{max}}}$$

Strommessung

$$I_{\text{w}} = \frac{U_q}{R_g + R}$$

$$I = \frac{U_q}{R_g + R + R_u}$$

Systematische Abweichung
korrigierter Strom

$$e = -1 \cdot \frac{R_u}{R_g + R} \quad e = 1 - I_{\text{w}}$$

$$I_{\text{KORR}} = 1 \cdot \left(1 + \frac{R_u}{R_g + R}\right)$$

$$I = \frac{U_u}{R_u} \quad R_u = R_S || R_M$$

Messbereichserweiterung bei Strommessung

$$R_P = R_M \cdot \frac{I_{\text{MAX}}}{1 - I_{\text{MAX}}}$$

$$R_M, \text{Neu} = R_M || R_P$$

$$R_M, \text{Neu} = R_M \cdot \frac{I_{\text{MAX}}}{1}$$

Meßverstärker

Spannungsquelle, real

$$\frac{U_a}{U_{aC}} = \frac{R_b}{R_i + R_b}$$

$$R_t = \left(\frac{U_{aL}}{U_a} - 1 \right) \cdot R_b$$

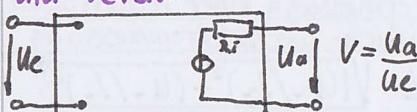
Stromquelle, real

$$\frac{i_a}{i_{aL}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_b}{R_i}\right)}$$

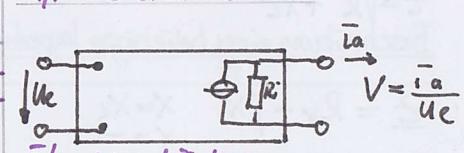
$$R_i = \frac{R_b}{\left(\frac{i_{aL}}{i_a} - 1\right)}$$

Vier Verstärkertypen

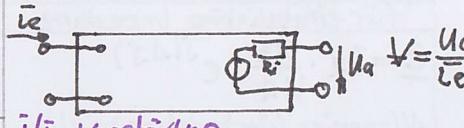
U/u-Verstärker



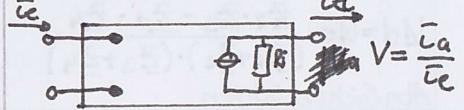
U/i-Verstärker



I/u-Verstärker



i/i-Verstärker



OPV

$$U'_a = V_0 \cdot U_e$$

typische OPV-Schaltungen

$$U_a = -U_e \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$U_a = U_e \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

U/u-Verstärker

$$V = 1 / \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{V_0} + \frac{R_i'}{V_0 \cdot R_b} \right]$$

$$V = \frac{U_a}{U_e} \quad V \approx 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

$$R_E \approx \frac{V_0}{V} \cdot R_i' \rightarrow \infty$$

$$R_i = \frac{R_i}{1 + \frac{V_0}{V}} \rightarrow 0$$

U/i-Verstärker

$$V = 1 / \left[R_g + \frac{1}{V_0} (R_g + R_i' + R_b) \right]$$

$$V = \frac{i_a}{U_e} \quad V \approx \frac{1}{R_g}$$

$$R_E \approx \frac{V_0}{V} \cdot \frac{R_i'}{R_g + R_i' + R_b} \rightarrow \infty$$

$$R_i = R_i' + (1 + V_0) \cdot R_g \rightarrow \infty$$

C/u-Verstärker

$$V = \frac{U_a}{U_e} \quad V \approx -R_g$$

$$R_E \rightarrow 0$$

$$R_i \rightarrow 0$$

E/C-Verstärker

$$V = \frac{i_a}{U_e} \quad V \approx -(1 + \frac{R_1}{R_2})$$

$$R_E \rightarrow 0 \quad R_i \rightarrow \infty$$

Konstant-Spannungsquelle U/u

$$U_{a0} = U_{e0} \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

Spannungsfolger (Impedanzwandler)

$$U_a = U_e$$

Auslegung Widerstände (U/u)

$$R_1 + R_2 \gg R_b, R_i'$$

Berechnung R_1/R_2 nach ersterem Ansatz

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{\frac{1}{V_0} - \left(\frac{1}{V_0} + \frac{R_i'}{V_0 \cdot R_b} \right)} - 1$$

Strom und Spannung liefernde Sensoren

Induktion einer Spannung

$$U = \frac{d\phi}{dt} \quad u = N \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

$$D = \frac{z}{2n} \quad u = N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

Lorentzkraft

$$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot (\sin(\alpha))$$

Hall-Sensoren

$$U_H = \frac{R_H}{d} \cdot 1 \cdot B \cdot [\sin(\alpha)]$$

Hall-Sensoren, messen von Strömen über deren Magnetfeld

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{1}{2\pi r}$$

$$I = \frac{2\pi r \cdot B}{\mu_0 \cdot \mu_r}$$

Stromzange

$$U_H = \frac{R_H}{d} \cdot I_{\text{element}} \cdot B$$

Raddrehzahlsensor mit Hallgeber

$$D = \frac{z}{n}$$

Piezoelement

$$Q = k_p \cdot F$$

$$(I = \frac{k_p \cdot F}{c})$$

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l}$$

$$R_i = P \cdot \frac{l}{A}$$

Entladevergang

$$U = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$U_0 = \frac{Q_0}{C} = \frac{k_p \cdot F_0}{C}$$

$$Z = R_i \cdot C$$

$$t_x = -T \ln \left(\frac{U}{U_0} \right)$$

$$\text{mit } \frac{U}{U_0} = \frac{x}{100}$$

Signalfassung eines Piezosensors - Ladungsverstärker

$$U_a = \frac{-Q_0}{C_g}$$

Piezoelektrischer Beschleunigungssensor

$$F = m \cdot a$$

$$U = \frac{k_p \cdot F}{C}$$

Ultraschallabstandsm.

$$a = 0,5 \cdot t_{\text{signal}} \cdot c_{\text{LUFT}}$$

Triangulation

$$a = \sqrt{c^2 - (d^2 - b^2 + c^2)^2} / 4d^2$$

Thermoelektrischer Effekt

$$U_{1/2} = K_{AB} \cdot T$$

$$U = K_{AB} \cdot (T_1 - T_2)$$

$$K_{AB} = K_A \cdot p_t - K_B \cdot p_t$$

Thermoelement

$$U = K_{AB} (T_1 - T_0)$$

Electrometer-Verstärker

$$V \approx 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

Widerstandsmessungen

Stromrichtige Anordnung

$$R_x = \frac{U}{I - U / R_v}$$

Spannungsrichtige Anordn.

$$U_d \approx \frac{U_0}{4} \left(\frac{\Delta R}{R_0} \right)$$

Halb-Brücke

$$U_d = \frac{U_0}{2} \left(\frac{\Delta R}{R_2 + R_1} \right)$$

Viertel-Brücke

$$U_d = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta R}{R}$$

Vollbrücke

$$U_d = (U_0 \cdot \frac{1}{R}) \cdot R$$

Referenzwiderstand mit Spannung-/Stromteiler

$$R_x = \frac{U_x}{U_R} \cdot R_R$$

Spannungsteiler

$$U_d = (U_0 \cdot \frac{1}{R}) \cdot R$$

Abgleichen Vierelbrücke

$$R_3 = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0}{R_{ges}} \quad R_3 = R_4$$

Widerstandssensoren Potentiometer

$$R_1 = U_1 \quad R_{1,2} = \frac{U_{1/2}}{U_{ges}}$$

Schiebepotentiometer

$$L = \frac{U_x}{U_{ges}}$$

Umsetzung einer Längen in eine Kraft - Druckmess.

$$F = k \cdot x$$

F = $\frac{P}{A}$

Potentiometrischer Kraftmesser

$$R_x = \frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{R_4}{R_4}$$

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

$$F = k \cdot L \cdot \frac{U_x}{U_{ges}}$$

Widerstandstemperaturabhängigkeit in Metallen

$$R(T) = R_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (T - T_0) + \beta \cdot (T - T_0)^2 + \dots]$$

$$R(T) = R_0 [1 + \alpha \cdot (T - T_0)]$$

$E = R_0 \cdot \alpha$
Heißleiter

$$R(T) = R_0 \cdot e^{\frac{B}{T} - \frac{B}{T_0}}$$

$$R(T) = K_0 \cdot e^{-\frac{B}{T}}$$

$$K_0 = R_0 \cdot e^{\frac{T_0}{T}}$$

$$E = \frac{dR}{dt} \quad E = -\frac{B}{T^2} \cdot R(T)$$

$$\alpha = \frac{1}{R} \cdot E = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT}$$

$\alpha = -\frac{B}{T^2}$

Kaltleiter

$$R(T) = R_0 \cdot e^{b(T-T_0)}$$

$$E = b \cdot R(T)$$

$$\alpha = b$$

Magnetfeld in dünnen Eisen-Nickelschichten

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{\mu}_r \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{M} = H / (\mu_r - 1)$$

Anisotroper magnetoresistiver Effekt („AMR-Effekt“)

$$B = R_0 (1 + \beta \cdot \cos^2(\alpha))$$

$$E = -2 \cdot R_0 \cdot \beta \cdot (\sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha))$$

AMR- „Barberpol-Sensor“

$$R = R_0 \cdot (1 + \beta \cdot \cos^2(\alpha + 45^\circ))$$

Differenzverstärker (= „Subtrahierer“)

$$U_a = -\frac{R_B}{R_A} (U_1 - U_2)$$

$$U_a = -(U_1 - U_2)$$

Instrumentenverstärker

$$U_a = -(1 + \frac{2R_1}{R_A}) \cdot (U_1 - U_2)$$

DMS

passiver DMS

$$U_d \approx \frac{U_0}{4} \cdot \left(\frac{\Delta R}{R_0} \right)$$

aktiver DMS

$$U_d = \frac{U_0}{2} \cdot \left(\frac{\Delta R}{R_0} \right)$$

$$U_d = U_0 \cdot \frac{\Delta R}{R_0}$$

Änderung des Widerstandswertes

bei Dehnung des DMS

$$K = \frac{\Delta R}{R \cdot E} \quad \epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

$$K = 2 \cdot n + 1 + \frac{\Delta P}{P \cdot E}$$

Metall-DMS

$$K = 2n+1$$

Metall-DMS in Brückenschaltungen

$$K \cdot E = \frac{\Delta R}{R_0} \quad E = \frac{\Delta L}{L}$$

Kraftmessdose

$$U_d = U_0 \cdot \frac{\Delta R}{R_0}$$

Halbleiter DMS

$$K \approx \frac{\Delta P}{P \cdot E}$$

Messung von Induktivitäten u. Kapazitäten
Kapazität-Wechselstromverhalten

$$U_C = X_C \cdot I_C$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$U_C = -j \cdot X_C \cdot I_C$$

$$\underline{Z} = \frac{U_C}{I_C} = -j \cdot X_C = -\frac{j}{\omega \cdot C}$$

Induktivität-Wechselstromverhalten

$$U_L = X_L \cdot I_L$$

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$U_L = j \cdot X_L \cdot I_L$$

$$\underline{Z} = \frac{U_L}{I_L} = j \cdot X_L = j \cdot \omega \cdot L$$

Ermittlung von X_C bzw. C

$$X_C = \frac{U_C}{I_C} \quad C = \frac{1}{\omega \cdot X_C}$$

Ermittlung von C mit Referenzelement

$$C_X = C_R \cdot \frac{U_R}{U_X}$$

$$C_X = C_R \cdot \frac{I_X}{I_R}$$

Reale Kapazitäten & Induktivitäten

$$Y = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + j \cdot \frac{1}{X_C} = \frac{1}{R} + j \frac{1}{\omega C}$$

Parallelschaltung R, C Wechselstrom

$$I = I e^{j\phi} \quad \underline{Z} = Z \cdot e^{j\phi}$$

$$\underline{I}_R = \frac{U}{R} \quad \underline{I}_C = \underline{I} \cdot \left(\frac{1}{j \cdot X_C} \right)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$I = \underline{I}_R + \underline{I}_C$$

$$I = \underline{I} \cdot Y$$

$$Y = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + j \frac{1}{\omega C}$$

$$Y = \frac{1}{\underline{Z}} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}}$$

$$\phi = -\arctan \left(\frac{1}{R} \right)$$

$$\phi = -\arctan \left(\frac{1/X_C}{1/R} \right)$$

$$\phi < 0$$

Reale induktive Bauteile

$$\underline{Z} = R + j X_L$$

Reihenschaltung R, L Wechselstrom

$$U = U \cdot e^{j\phi} \quad \underline{Z} = Z \cdot e^{j\phi}$$

$$U_R = R \cdot I$$

$$U_L = j \cdot X_L \cdot I \quad X_L = \omega \cdot L$$

$$U = U_R + U_L$$

$$U = \underline{Z} \cdot I \quad \underline{Z} = R + j X_L$$

$$U = Z \cdot I$$

$$Z = |Z| = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

$$\phi = \arctan \left(\frac{U_L}{U_R} \right) = \arctan \left(\frac{X_L}{R} \right)$$

$$\phi > 0$$

Verlustwinkel, Verlustfaktor, Güte

$$\delta = 90^\circ - |\phi| \quad Q = \frac{1}{\tan \phi}$$

Vermessung einer realen Spule
Gleich-/Wechselstrommessung

$$L = \sqrt{(U_n/I_n)^2 - (U/I)^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Beschreibung eines beliebigen Impedanz

$$\underline{Z} = R_x + j X \quad X = X_L \quad X = -C$$

Spannungs-Strom-Verhalten
für eine beliebige Impedanz

$$\underline{Z} = R \cdot \frac{U_Z}{U_R} \cdot e^{j(\Delta \phi)}$$

Allgemeine Wechselstrombrücke

$$U_d = U_0 \cdot \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 - \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4}{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \cdot (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)}$$

Abgleichverfahren

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4} \quad f_1 - f_2 = f_3 - f_4$$

Kapazitäts-Messbrücke nach Wien



$$F = \frac{2}{2\sqrt{2}}$$

Halbbrücke

$$U_d = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{(\Delta X)}{X_0} \quad U_d = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta C}{C_0}$$

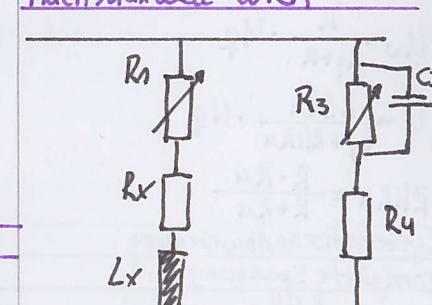
$$U_d = -\frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta C}{C_0}$$

RC-Oszillator

$$T = 2 \cdot R \cdot C \cdot \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

$$\tan(\delta_x) = \frac{1}{w \cdot R_1 \cdot C_1}$$

Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell-Wien



$$R_x = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_3}$$

$$L_x = C_3 \cdot R_1 \cdot R_4$$

$$\tan(\delta_x) = \frac{1}{w \cdot R_3 \cdot C_3}$$

Wechselspannungsbrücke im Ausschlagsverfahren

$$U_d = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{X_2 - X_1}{X_2 + X_1}$$

Wechselspannungsbrücke Vierelbrücke

$$U_d \approx \frac{U_0}{4} \cdot \frac{\Delta X}{X_0}$$

$$U_d \approx \frac{U_0}{4} \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$U_d \approx \frac{U_0}{4} \cdot \frac{\Delta C}{C_0}$$

Prinzip eines Messaufbaus

$$|U_d(t)| = \frac{\pm U_d \cdot V}{F}$$

$$F = \frac{2}{2\sqrt{2}}$$

Halbbrücke

$$U_d = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{(\Delta X)}{X_0} \quad U_d = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta C}{C_0}$$

$$U_d = -\frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta C}{C_0}$$

RC-Oszillator

$$T = 2 \cdot R \cdot C \cdot \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

Alexander Umar 70426865

Kapazitive Sensoren

Plattenkondensator: Änderung Δa des Plattenabstandes a

$$E = -\frac{C}{a}$$

Plattenkondensator, Messung der Länge Δa in einer Viertelbrücke

$$U_d \approx \frac{U_0}{4} \cdot \frac{\Delta a}{a_0}$$

$$U_d = \frac{U_0}{2} \cdot \left(\frac{\Delta a}{2 \cdot a_0 + \Delta a} \right)$$

Differentialkondensator

$$U_d = \frac{U_0}{2a_0} \cdot \Delta a$$

Beschleunigungssensor mit Differentialkondensator

~~$$U_d = \frac{U_0}{a}$$~~

$$F = k \cdot x \quad \Delta a = \ddot{x} \cdot \frac{m}{k}$$

$$P = \frac{F}{a} \quad U_d = \frac{U_0}{2 \cdot a_0} \cdot \ddot{x} \cdot \frac{m}{k}$$

Differenzdrucksensor

$$\Delta a = \frac{A \cdot (p_1 - p_2)}{K}$$

Änderung der wirksamen Plattenoberfläche

$$C_0 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{b_0 \cdot l_0}{a_0}$$

$$C = C_0 + \Delta C$$

$$L = l_0 - \Delta L$$

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{b_0 \cdot L}{a_0} \\ = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{b_0 \cdot (l_0 - \Delta L)}{a_0}$$

$$\Delta C = -\frac{C_0 \cdot \Delta L}{l_0}$$

$$U_d \approx \frac{U_0}{4} \left(\frac{\Delta L}{l_0} \right)$$

Bauformen

$$C_0 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{2 b_0 \cdot l_0}{a_0}$$

$$C_0 = \frac{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot l_0}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}$$

$$C_1 = C_0 - \frac{C_0 \cdot \Delta L}{l_0} = C_0 - \Delta C$$

$$C_2 = C_0 + \frac{C_0 \cdot \Delta L}{l_0} = C_0 + \Delta C$$

$$U_d = -\frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta L}{l_0}$$

Kondensator mit geschichtetem Dielektrikum

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{\epsilon_r \cdot a_1 + a_2}$$

$$a_1 = a_0 - a_2$$

Schichtdickenmessung einer Folie Viertel

$$U_d = -\frac{U_0}{2} \frac{a_2 (1 - \epsilon_r)}{2 \cdot a_0 \cdot \epsilon_r + a_2 (1 - \epsilon_r)}$$

$$U_d \approx -\frac{U_0}{2} \frac{a_2 (1 - \epsilon_r)}{a_0 \cdot \epsilon_r}$$

Kondensator mit eingeschob. Dielektr.

$$C = C_0 + \Delta C$$

$$C_0 = \epsilon_0 \cdot \frac{l_0 \cdot b_0}{a_0}$$

$$\Delta C = \frac{\epsilon_0 \cdot b_0 \cdot l \cdot (\epsilon_r - 1)}{a_0}$$

$$\Delta C = \frac{l \cdot (\epsilon_r - 1)}{C_0} \cdot \frac{a_0}{l_0}$$

Kapazitive Feuchtigkeitsmessung

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r (\text{Feuchte}) \frac{A}{a_0}$$

Induktive Sensoren

$$L = \frac{N^2}{R_m} \quad R_m = \frac{S}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$

$R_m = \sum R_{mi}$
Tauchanker-Längenaufnehmer

$$R_m = \frac{S}{\mu_0 \cdot A}$$

$$L = \frac{\mu_0 \cdot A \cdot N^2}{S} \approx \frac{1}{S}$$

$$E = -\frac{\mu_0 \cdot A \cdot N^2}{S^2} = -\frac{L}{S}$$

in Wechselstrom-Viertelbrücke

$$L(\Delta S) = \frac{\mu_0 \cdot A \cdot N^2}{S_0 + \Delta S}$$

Induktiver Längenaufnehmer

$$U_d \approx -\frac{U_0}{2} \left(\frac{\Delta S}{2 \cdot S_0 + \Delta S} \right)$$

$$U_d \approx -\frac{U_0}{4} \left(\frac{\Delta S}{S_0} \right)$$

Differential-Tauchankergeber
Halbbrücke, Diagonalspg.

$$U_d = -\frac{U_0}{2} \left(\frac{\Delta S}{S_0} \right)$$

$$E = -\frac{d U_d}{d \Delta S} = -\frac{U_0}{2 S_0}$$

Querankergeber

$$L(\Delta S) = \frac{\mu_0 \cdot A \cdot N^2}{2 \cdot (S_0 + \Delta S)}$$

Querankergeber Viertelbrücke

$$U_d \approx -\frac{U_0}{4} \cdot \left(\frac{\Delta S}{S_0} \right)$$

Magnetoelektrischer Effekt

$$L = \frac{N^2}{R_m} = \mu_0 \mu_r \cdot A \cdot \frac{N^2}{S} \\ = L(\mu_r)$$

Transformator

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$$

linearer variabler Differential-Transformator (VDT)

$$U_a = U_e \cdot \frac{2 \Delta N}{N_0}$$

$$\Delta N = S \cdot \frac{\text{Wicklungszahl}}{\text{Länge}}$$

LVDT-Messung einer Gewichtskraft

$$F_g = m \cdot g \quad F_F = k \cdot S$$

$$F_g = F_F \quad S = \frac{m \cdot g}{k}$$