

PRÁCTICA 5 - GEOMETRÍA COMPUTACIONAL - 2022

23 y 30 de marzo de 2022

DEFORMACIÓN DE VARIEDADES DIFERENCIABLES

De uso obligatorio:

- En ‘*GCOM2022_practica5_plantilla.py*’.

Enunciado: Considera S_1^2 como la variedad diferencial dada por una 2-esfera de radio unitario, embebido en \mathbb{R}^3 . En esta práctica se pretende representar gráficamente en 3D el difeomorfismo de una proyección estereográfica. Para ello, extraeremos el punto $e_3 := (0, 0, 1) \in S_1^2$, y utilizamos las coordenadas cartesianas $(x, y, z) \in [-1, 1]^3$ para representar en \mathbb{R}^3 .

i) Estima y representa una malla regular de puntos de S_1^2 con una resolución (paso de malla) que proporcione 30 valores de latitud ($\phi \in [0, \pi)$) y 60 valores de longitud ($\varphi \in [0, 2\pi)$). Estima y representa la imagen de la proyección estereográfica $\Pi : S_1^2 \setminus e_3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, con $\alpha = 1/2$ (ver teoría). Diseña una curva* sobre S_1^2 para comprobar cómo se deforma cuando se proyecta en \mathbb{R}^2 . *Nota: utilizar una curva claramente diferente a la del ejemplo de la plantilla. **[0.35 puntos]**

ii) Obtén una **animación** de al menos 20 fotogramas (imágenes) de la siguiente familia paramétrica:

$$f_t : S_1^2 \setminus e_3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad (1)$$

$$p = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \frac{2}{2(1-t) + (1-z)t} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ (-1)t + z(1-t) \end{pmatrix} \quad (2)$$

donde $t \in [0, 1]$ y $\lim_{t \rightarrow 1} f_t = \Pi$, con $f_0(p) = p$ función identidad. **[0.65 puntos]**

Observaciones:

La memoria debe entregarse antes de que transcurran **28 días** desde el inicio de la práctica, salvo que se indique lo contrario.

La memoria, siempre en pdf, debe incluir **al menos** la siguiente información: (1) Introducción (motivación/objetivo de la práctica), (2) Material usado (método y datos), (3) Resultados, (4) Conclusión y (5) Anexo con el script/código utilizado.

La extensión máxima de la memoria **no superará las 2 páginas**, sin contar el código anexado (ilimitado) y demás anexos. El total de la superficie de las figuras/tablas (si las hubiese) no podrán excederse del 50 % de la memoria.

Las **animaciones** (incluyendo ‘_frames’ si lo hay) y el **código fuente** (archivo ‘.py’) deben subirse como archivos independientes. **El apartado opcional requiere memoria independiente.**