

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta informačních technologií

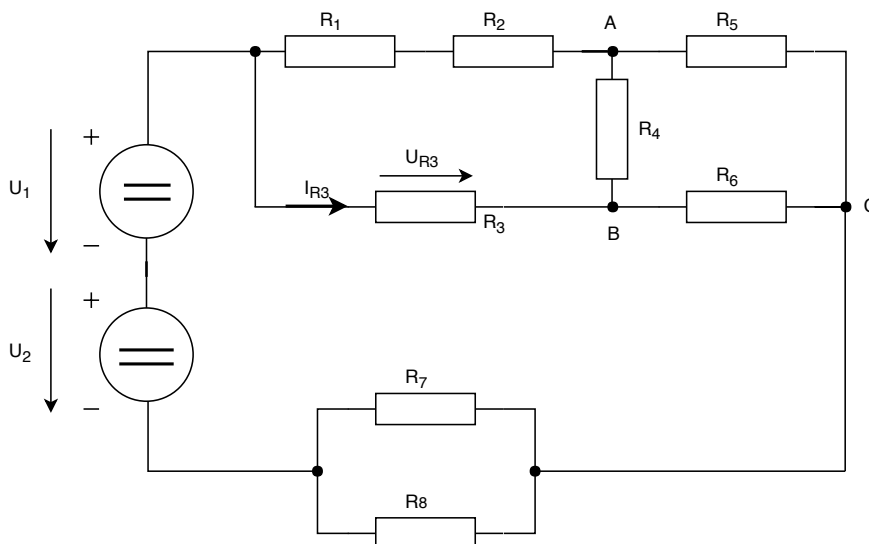
Elektronika pro informačné technológie
2018/2019

Semestrálny projekt

1.E

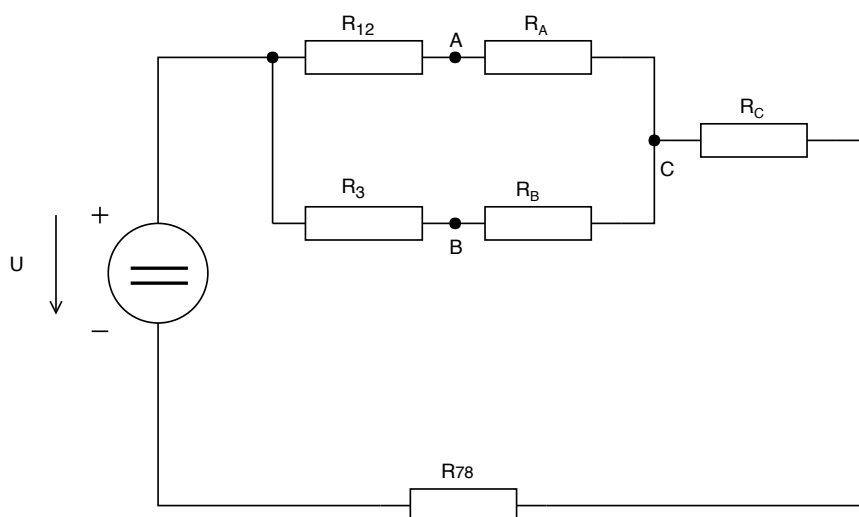
Stanovte napätie U_{R3} a prúd I_{R3} . Použite metódu postupného zjednodušovania obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
E	115	55	485	660	100	340	575	815	255	225



Obr. 1.1 – zadaná schéma obvodu (s označenými uzlami A, B a C)

Obvod riešime metódou postupného zjednodušovania.



Obr. 1.2 – schéma obvodu po prvej úprave

Pre schému po prvej úprave platia nasledujúce vzťahy:

$$R_{78} = \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8}$$

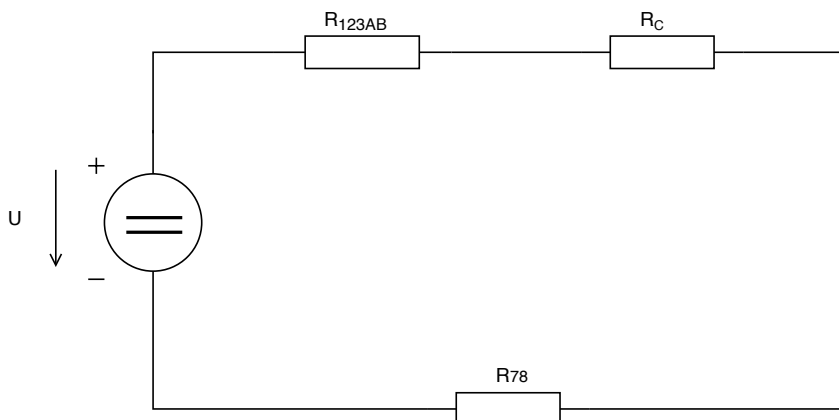
$$U = U_1 + U_2$$

$$R_{12} = R_1 + R_2$$

$$R_A = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5 + R_6}$$

$$R_B = \frac{R_4 * R_6}{R_4 + R_5 + R_6}$$

$$R_C = \frac{R_5 * R_6}{R_4 + R_5 + R_6}$$



Obr. 1.3 – schéma obvodu po druhej úprave

Pre schému po druhej úprave platí nasledujúci vzťah:

$$R_{123AB} = \frac{(R_{12} + R_A) * (R_3 + R_B)}{R_{12} + R_A + R_3 + R_B}$$

Pre celkový odpor obvodu teda platí:

$$R = R_{123AB} + R_C + R_{78}$$

Po dosadení čísel nám vyjde:

$$R = \frac{\left(485 + 660 + \frac{340 * 575}{340 + 575 + 815}\right) * \left(100 + \frac{340 * 815}{340 + 575 + 815}\right)}{485 + 660 + \frac{340 * 575}{340 + 575 + 815} + 100 + \frac{340 * 815}{340 + 575 + 815}} + \frac{575 * 815}{340 + 575 + 815} + \frac{255 * 225}{255 + 225} \cong 605.999725 \Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{170}{605.999725} \cong 0.28052818 \text{ A}$$

Výpočet napätia U_{123AB} :

$$U_{123AB} = R_{123AB} * I = \frac{\left(485 + 660 + \frac{340 * 575}{340 + 575 + 815}\right) * \left(100 + \frac{340 * 815}{340 + 575 + 815}\right)}{485 + 660 + \frac{340 * 575}{340 + 575 + 815} + 100 + \frac{340 * 815}{340 + 575 + 815}} * 0.28052818 \cong 60.47822079 \text{ V}$$

Pre hľadaný prúd I_{R3} platí:

$$I_{R3} = I_{RB} = I_{R3RB} = \frac{U_{123AB}}{R_B + R_3} = \frac{60.47822079}{\frac{340 * 815}{340 + 575 + 815} + 100} \cong \mathbf{0.2325 \text{ A}}$$

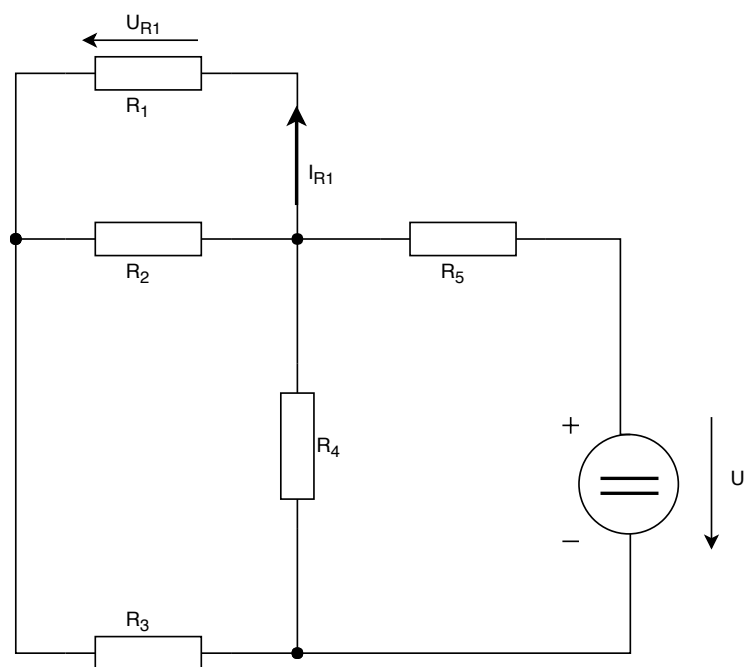
Pre hľadané napätie U_{R3} platí:

$$U_{R3} = R_3 * I_{R3} = 100 * 0.232454 \cong \mathbf{23.2454 \text{ V}}$$

2.G

Stanovte napätie U_{R1} a prúd I_{R1} . Použite metódu Théveninovej vety.

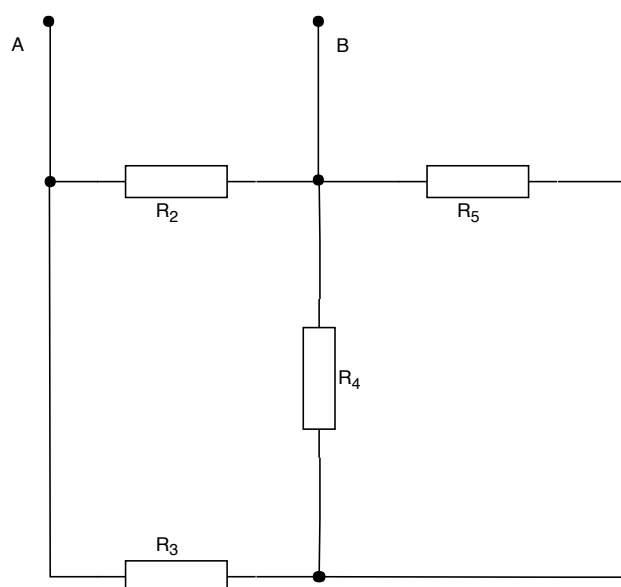
sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
G	180	250	315	615	180	460



Obr. 2.1 – zadaná schéma obvodu

Obvod riešime pomocou Théveninovej vety.

Z obvodu odoberieme R_1 a zdroj nahradíme skratom.

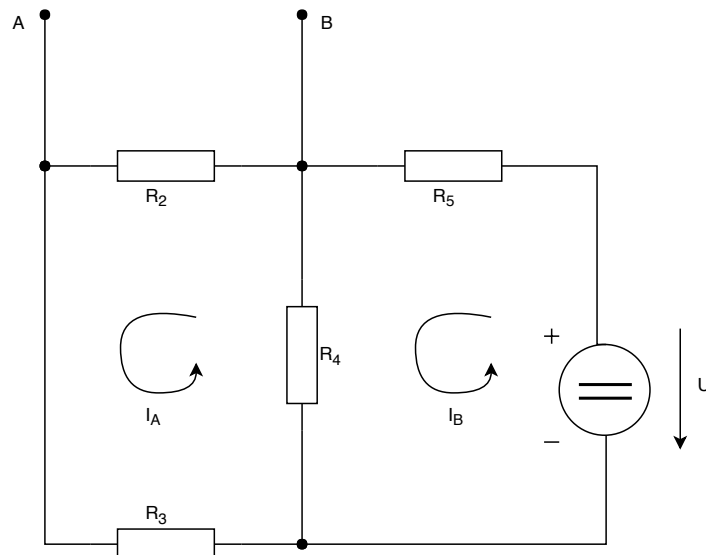


Obr. 2.2 – schéma obvodu po prvej úprave

Pre R_i platí nasledujúci vzťah:

$$R_i \equiv R_{AB} = \frac{R_2 * \left(\frac{R_5 * R_4}{R_5 + R_4} + R_3 \right)}{R_2 + \left(\frac{R_5 * R_4}{R_5 + R_4} + R_3 \right)} = \frac{315 * \left(\frac{460 * 180}{460 + 180} + 615 \right)}{315 + \left(\frac{460 * 180}{460 + 180} + 615 \right)} \cong 221.336283 \Omega$$

Vypočítame U_i pomocou metódy slučkových prúdov:



Obr. 2.3 – schéma obvodu s vyznačenými slučkovými prúdmi

Podľa II. Kirchhoffovho zákona zostavíme 2 rovnice o 2 neznámych:

1. $R_3 I_A + R_4 I_A - R_4 I_B + R_2 I_A = 0$
2. $R_5 I_B + R_4 I_B - R_4 I_A - U = 0$

Z 2. rovnice vyjadríme I_B :

$$I_B = \frac{R_4 I_A + U}{R_4 + R_5}$$

Dosadíme do 1. rovnice:

$$R_2 I_A + R_4 I_A - R_4 * \frac{R_4 I_A + U}{R_4 + R_5} + R_3 I_A = 0$$

Rovnicu upravíme pre I_A :

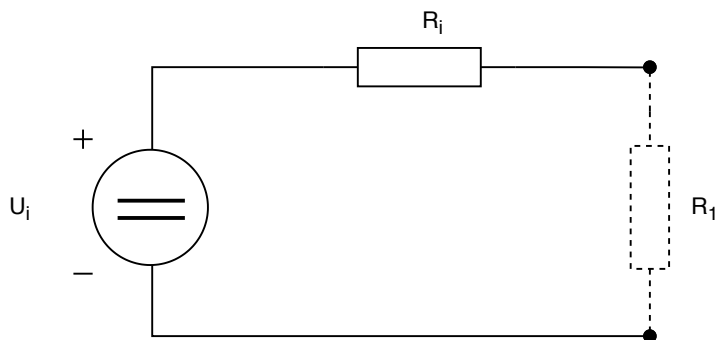
$$I_A = \frac{R_4 U}{R_2(R_4 + R_5) + R_4(R_4 + R_5) - R_4 R_4 + R_3(R_4 + R_5)}$$

Dosadíme čísla:

$$I_A = \frac{180 * 180}{315(180 + 460) + 180(180 + 460) - 180 * 180 + 615(180 + 460)} \cong 0.047788 \text{ A}$$

Pre U_i platí:

$$U_i = U_{R2} = I_A * R_2 = 0.047788 * 315 \cong 15.053097 \text{ V}$$



Obr. 2.4 – ekvivalentný obvod

Pre hľadaný prúd I_{R1} platí:

$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1} = \frac{15.053097}{221.336283 + 250} \cong 0.031937 \text{ A}$$

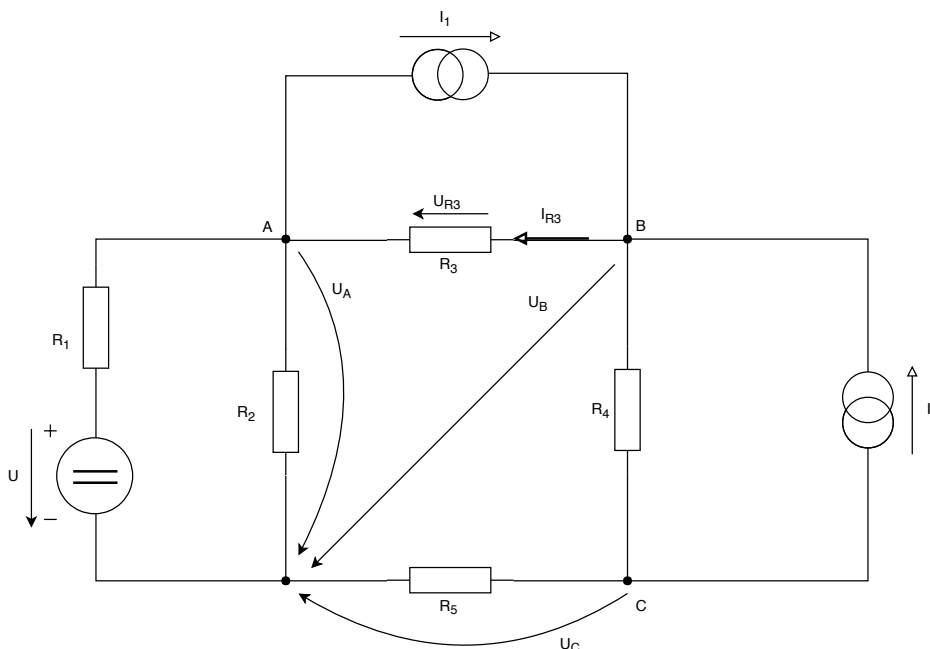
Pre hľadané napätie U_{R1} platí:

$$U_{R1} = I_{R1} * R_1 = 0.031937 * 250 \cong 7.9843 \text{ V}$$

3.B

Stanovte napätie U_{R3} a prúd I_{R3} . Použite metódu uzlových napätí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
B	150	0.7	0.8	49	45	61	34	34



Obr. 3.1 – zadaná schéma obvodu (s označenými uzlami A, B a C)

Riešime pomocou metódy uzlových napätí.

Najprv prevedieme všetky napätia na vodivosti:

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{49} S \quad G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{45} S \quad G_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{61} S$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{34} S \quad G_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{34} S$$

Pre každý označený uzol si zostavíme rovnice:

- A) $I_{R1} + I_{R3} - I_1 - I_{R2} = 0$
- B) $I_1 + I_2 - I_{R3} - I_{R4} = 0$
- C) $I_{R4} - I_{R5} - I_2 = 0$

Rovnice upravíme:

$$\begin{aligned} \text{A) } & G_1(U - U_A) + G_3(U_B - U_A) - I_1 - G_2(U_A) = 0 \\ & U_A(-G_1 - G_2 - G_3) + U_B(G_3) = I_1 - G_1 U \end{aligned}$$

$$\text{B) } I_1 + I_2 - G_3(U_B - U_A) - G_4(U_B - U_C) = 0$$

$$U_A(G_3) + U_B(-G_3 - G_4) + U_C(G_4) = -I_1 - I_2$$

$$\text{C) } G_4(U_B - U_C) - G_5(U_C) - I_2 = 0$$

$$U_B(G_4) + U_C(-G_4 - G_5) = I_2$$

Prepíšeme do maticového tvaru:

$$\begin{pmatrix} -G_1 - G_2 - G_3 & G_3 & 0 \\ G_3 & -G_3 - G_4 & G_4 \\ 0 & G_4 & -G_4 - G_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 - G_1 U \\ -I_1 - I_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Vypočítame determinanty pomocou Sarussovho pravidla:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{-7939}{134505} & \frac{1}{61} & 0 \\ \frac{1}{61} & \frac{-95}{2074} & \frac{1}{34} \\ 0 & \frac{1}{34} & \frac{-1}{17} \end{vmatrix} = \frac{-8873}{55792674} + 0 + 0 - \left(0 - \frac{7939}{155487780} + \frac{-1}{63257} \right) = \frac{-281}{3048780}$$

$$D_A = \begin{vmatrix} \frac{-1157}{490} & \frac{1}{61} & 0 \\ \frac{-15}{10} & \frac{-95}{2074} & \frac{1}{34} \\ \frac{8}{10} & \frac{1}{34} & \frac{-1}{17} \end{vmatrix} = \frac{-21983}{3455284} + 0 + \frac{2}{5185} - \left(0 - \frac{1157}{566440} + \frac{3}{2074} \right) = \frac{-37181}{6910568}$$

$$D_B = \begin{vmatrix} \frac{-7939}{134505} & \frac{-1157}{490} & 0 \\ \frac{1}{61} & \frac{-15}{10} & \frac{1}{34} \\ 0 & \frac{8}{10} & \frac{-1}{17} \end{vmatrix} = \frac{-467}{89670} + 0 + 0 - \left(0 - \frac{934}{672525} + \frac{1157}{508130} \right) = \frac{-69697}{11432925}$$

Pomocou Cramerovho pravidla vypočítame U_A a U_B :

$$U_A = \frac{D_A}{D} = \frac{\frac{-37181}{6910568}}{\frac{-281}{3048780}} \cong 58.375026 \text{ V}$$

$$U_B = \frac{D_B}{D} = \frac{\frac{-69697}{11432925}}{\frac{-281}{3048780}} \cong 66.141874 \text{ V}$$

Napätie U_{R3} vypočítame nasledovne:

$$U_{R3} = U_B - U_A = 66.141874 - 58.375026 \cong 7.7668 \text{ V}$$

A pre prúd I_{R3} platí nasledujúci vzťah:

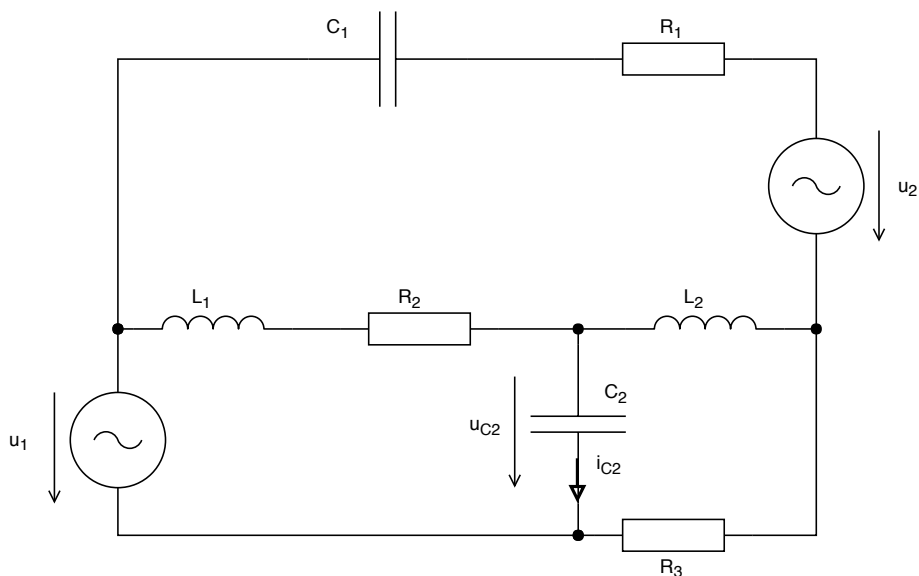
$$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{7.7668}{61} \cong 0.1273 \text{ A}$$

4.E

Pre napájacie napätie platí: $u_1 = U_1 \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \sin(2\pi ft)$.

Vo vzťahu pre napätie $u_{C2} = U_{C2} \sin(2\pi ft + \varphi_{C2})$ určite $|U_{C2}|$ a φ_{C2} . Použite metódu slučkových prúdov.

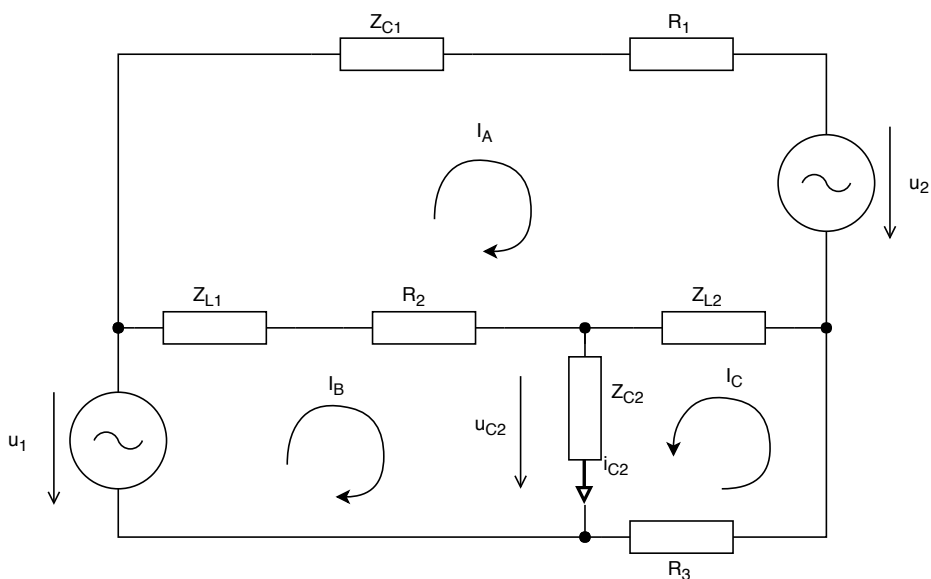
sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
E	50	30	14	13	14	130	60	100	65	90



Obr. 4.1 – zadaná schéma obvodu

Jednotky si premeníme na základné:

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	L_1 [H]	L_2 [H]	C_1 [F]	C_2 [F]	f [Hz]
E	50	30	14	13	14	0.13	0.06	$100 \cdot 10^{-6}$	$65 \cdot 10^{-6}$	90



Obr. 4.2 – upravená schéma obvodu s vyznačenými slučkovými prúdmi

Vyjadříme si rovnicu pre napätie v každej slučke obvodu:

$$I_A: Z_{C1}I_A + R_1I_A + u_2 + Z_{L2}(I_A + I_C) + R_2(I_A - I_B) + Z_{L1}(I_A - I_B) = 0$$

$$I_B: Z_{L1}(I_B - I_A) + R_2(I_B - I_A) + Z_{C2}(I_B + I_C) - u_1 = 0$$

$$I_C: Z_{L2}(I_C + I_A) + Z_{C2}(I_C + I_B) + R_3I_C = 0$$

Určíme si Z_{C1} , Z_{C2} , Z_{L1} , Z_{L2} a ω :

$$Z_{C1} = -\frac{1}{\omega C_1}j\Omega \quad Z_{C2} = -\frac{1}{\omega C_2}j\Omega \quad Z_{L1} = \omega L_1j\Omega \quad Z_{L2} = \omega L_2j\Omega$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi * 90 = 180\pi \text{ rad/s}$$

$$Z_{C1} = -\frac{1}{180\pi * 100 * 10^{-6}}j \cong -17.683883j\Omega$$

$$Z_{C2} = -\frac{1}{180\pi * 65 * 10^{-6}}j \cong -27.205973j\Omega$$

$$Z_{L1} = 180\pi * 0.13j \cong 73.513268j\Omega$$

$$Z_{L2} = 180\pi * 0.06j \cong 33.929201j\Omega$$

Zostavíme maticu pre výpočet determinantu pomocou Sarrusovho pravidla:

$$\begin{pmatrix} Z_{C1} + R_1 + Z_{L2} + R_2 + Z_{L1} & -R_2 - Z_{L1} & Z_{L2} \\ -Z_{L1} - R_2 & Z_{L1} + R_2 + Z_{C2} & Z_{C2} \\ Z_{L2} & Z_{C2} & Z_{L2} + Z_{C2} + R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -u_2 \\ u_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dosadíme hodnoty zo zadania:

$$\begin{pmatrix} 27 + 89.758586j & -13 - 73.513268j & 33.929201j \\ -13 - 73.513268j & 13 + 46.307295j & -27.205973j \\ 33.929201j & -27.205973j & 14 + 6.723227j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Výpočet determinantu:

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} 27 + 89.758586j & -13 - 73.513268j & 33.929201j \\ -13 - 73.513268j & 13 + 46.307295j & -27.205973j \\ 33.929201j & -27.205973j & 14 + 6.723227j \end{vmatrix} \\ &= -69527.788338 + 8255.132292j - 12000.000042 - 67858.401469j \\ &\quad - 12000.000042 - 67858.401469j - (-86143.214104 - 8438.612284j \\ &\quad - 19984.454106 - 66436.160834j - 14965.478846 - 53308.526443j) \\ &\cong 27565.358634 + 721.628915j \end{aligned}$$

Výpočet D_B :

$$\begin{aligned}
 D_B &= \begin{vmatrix} 27 + 89.758586j & -30 & 33.929201j \\ -13 - 73.513268j & 50 & -27.205973j \\ 33.929201j & 0 & 14 + 6.723227j \end{vmatrix} \\
 &= -11273.367444 + 71907.36665j + 0 - 27692.30779 \\
 &\quad - (-9367.391648 + 33497.63109j + 0 - 57559.534025) \\
 &\cong 27961.25044 + 38409.73556j
 \end{aligned}$$

Výpočet D_C :

$$\begin{aligned}
 D_C &= \begin{vmatrix} 27 + 89.758586j & -13 - 73.513268j & -30 \\ -13 - 73.513268j & 13 + 46.307295j & 50 \\ 33.929201j & -27.205973j & 0 \end{vmatrix} \\
 &= 0 + 59999.99953 - 10610.32947j + 124712.322307 - 22053.98065j \\
 &\quad - (47135.085595 - 13232.38839j + 122098.483362 - 36728.06355j) \\
 &\cong 15478.75288 + 17296.14182j
 \end{aligned}$$

Pre prúdy i_B a i_C platí:

$$i_B = \frac{D_B}{D} = \frac{27961.25044 + 38409.73556j}{27565.358634 + 721.628915j} \cong 1.05012 + 1.365915j$$

$$i_C = \frac{D_C}{D} = \frac{15478.75288 + 17296.14182j}{27565.358634 + 721.628915j} \cong 0.57756 + 0.61234j$$

Okamžité napätie na kondenzátore c_1 :

$$u_{c2} = Z_{c2}(i_B + i_C) = -27.205973j(1.62768 + 1.978255j) \cong 53.820352 - 44.282618j \text{ V}$$

Vypočítame $|U_{c2}|$ a φ_{c2} :

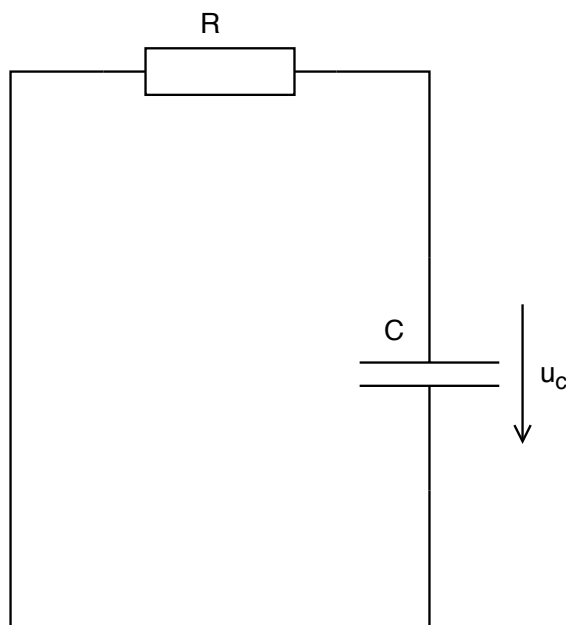
$$|U_{c2}| = \sqrt{\operatorname{Re}(U_{c2})^2 + \operatorname{Im}(U_{c2})^2} = \sqrt{(53.820352)^2 + (-44.282618)^2} \cong 69.6963 \text{ V}$$

$$\varphi_{c2} = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(U_{c2})}{\operatorname{Re}(U_{c2})}\right) = \arctan\left(\frac{-44.282618}{53.820352}\right) \cong -0.6885 \text{ rad}$$

5.G

Zostavte diferenciálnu rovnicu popisujúcu chovanie obvodu na obrázku, ďalej ju upravte dosadením hodnôt parametrov. Vypočítajte analytické riešenie $u_c = f(t)$. Vykonaajte kontrolu výpočtu dosadením do zostavenej diferenciálnej rovnice.

sk.	C [F]	R[Ω]	$u_c(0)$ [V]
G	50	25	3



Obr. 5.1 – zadaná schéma obvodu

Pre napätia v obvode platí (podľa II. Kir. zákona):

$$u_R + u_c = 0$$

Pre prúd v obvode teda platí:

$$i = -\frac{u_c}{R}$$

Počiatočná podmienka:

$$u_c(0) = u_{cp}$$

Axióm pre tento obvod:

$$u'_c = \frac{1}{C} * i, \text{ po dosadení prúdu do obvodu } u'_c = -\frac{u_c}{Rc}$$

Vytvoríme obyčajnú diferenciálnu rovnicu 1. rádu a dosadíme známe hodnoty:

$$u'_c + \frac{u_c}{Rc} = 0$$

$$u'_c + \frac{u_c}{1250} = 0$$

Riešime charakteristickou rovnicou, kde $u'_c \Leftrightarrow \lambda$ a $u_c \Leftrightarrow 1$:

$$\lambda + \frac{1}{Rc} = 0$$

$$\lambda + \frac{1}{1250} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{1250}$$

Očakávané riešenie má tvar:

$$u_c(t) = K(t)e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$u_c(t) = K(t)e^{\frac{-t}{1250}}$$

Dosadíme do všeobecnej rovnice a zderivujeme:

$$u'_c(t) = K'(t)e^{\frac{-t}{1250}} - \frac{K(t)e^{\frac{-t}{1250}}}{1250}$$

Dosadíme do rovnice opisujúcej obvod:

$$K'(t)e^{\frac{-t}{1250}} - \frac{K(t)e^{\frac{-t}{1250}}}{1250} + \frac{K(t)e^{\frac{-t}{1250}}}{1250} = 0$$

Upravíme:

$$K'(t)e^{\frac{-t}{1250}} = 0$$

$$K'(t) = 0$$

Treba sa zbaviť derivácie, takže rovnicu zintegrujeme:

$$\int K'(t) = k$$

$$K(t) = k$$

Dosadíme do očakávaného riešenia:

$$u_c(t) = k * e^{\frac{-t}{1250}}$$

Počiatočná podmienka:

$$u_c(0) = u_{cp} = 3 = k * e^{\frac{0}{1250}}$$

$$k = 3$$

Výsledná rovnica:

$$u_c(t) = 3 * e^{\frac{-t}{1250}}$$

Skúška:

$$u'_c + \frac{u_c}{1250} = 0$$

$$u_c(t) = 3 * e^{\frac{-t}{1250}}$$

$$u'_c + \frac{3 * e^{\frac{-t}{1250}}}{1250} = 0$$

$$u'_c = -\frac{3 * e^{\frac{-t}{1250}}}{1250}$$

$$-\frac{3 * e^{\frac{-t}{1250}}}{1250} + \frac{3 * e^{\frac{-t}{1250}}}{1250} = 0$$

$$\mathbf{0 = 0}$$

Výsledky

Pr.	Sk.	Výsledok
1.	E	$I_{R3} = 0.2325 \text{ A}, U_{R3} = 23.2454 \text{ V}$
2.	G	$I_{R1} = 0.031937 \text{ A}, U_{R1} = 7.9843 \text{ V}$
3.	B	$U_{R3} = 7.7668 \text{ V}, I_{R3} = 0.1273 \text{ A}$
4.	E	$ U_{C2} = 69.6963 \text{ V}, \varphi_{C2} = -0.6885 \text{ rad}$
5.	G	$u_c(t) = 3 * e^{\frac{-t}{1250}}$