Números complejos

$$z(x,y) = a + bi = r(\cos\theta + i \sin\theta) = re^{i\theta}$$

Sea una función $f(z) = u(x,y) + i \cdot v(x,y)$ $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \acute{o} \quad u_x = v_y$ $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \quad \acute{o} \quad u_y = -v_x$

Ecuación de Laplace
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x,y) = u_{xx} + u_{yy} = 0$$

Método de Analítico para EDO de orden lineal

$$\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x) \quad v \left[\frac{du}{dx} + P(x) \cdot u \right] + \frac{dv}{dx} \cdot u = Q(x) \quad y_g = u \cdot v$$

Método de Euler para resolución de EDO

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i) \cdot h$$

Método de Euler Mejorado o Método Heun o Procedimiento predictor-corrector para resolución de EDO

Sean las ecuaciones predictoras

$$y'_{i} = f(x_{i}, y_{i})$$
$$y_{i+1}^{0} = y_{i} + f(x_{i}, y_{i}) \cdot h$$

$${y'}_{i+1} = f \left(x_{i+1}, y_{i+1}^0 \right)$$

La pendiente promedio se define como

$$\overline{y'} = \frac{{y'}_i + {y'}_{i+1}}{2} = \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2}$$

La ecuación correctora queda definida como

$$y_{i+1} = y_i + \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2} \cdot h$$

Método Runge-Kutta de cuarto orden para resolución de EDO

Método de Runge-Kutta de cuarto orden

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} \cdot (k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4) \cdot h$$

$k_1 = f(x_i, y_i)$	
$k_2 = f(x_i + \frac{1}{2} \cdot h, y_i + \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot h)$	
$k_3 = f(x_i + \frac{1}{2} \cdot h, y_i + \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot h)$	
$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3 \cdot h)$	

Método de Euler para resolución de Sistemas EDO

$$y_{(i+1)_1} = y_{i_1} + f(y_{i_1}, y_{i_2}) \cdot h$$

$$y_{(i+1)_2} = y_{i_2} + f(y_{i_1}, y_{i_2}) \cdot h$$

Docentes: Ing. Paula A. Toselli - Ing. Paula E. Cabrera

Método de Runge-Kutta de cuarto orden para resolución de Sistemas EDO

$$y_{(i+1)_1} = y_{i_1} + \frac{1}{6} \cdot (k_{1_1} + 2 \cdot k_{2_1} + 2 \cdot k_{3_1} + k_{4_1}) \cdot h$$

$$k_{1} = f(y_{i_{1}}, y_{i_{2}})$$

$$k_{2} = f(y_{i_{1}} + \frac{1}{2} \cdot k_{1_{1}} \cdot h, y_{i_{2}} + \frac{1}{2} \cdot k_{1_{2}} \cdot h)$$

$$k_{3} = f(y_{i_{1}} + \frac{1}{2} \cdot k_{2_{1}} \cdot h, y_{i_{2}} + \frac{1}{2} \cdot k_{2_{2}} \cdot h)$$

$$k_{4} = f(y_{i_{1}} + k_{3_{1}} \cdot h, y_{i_{2}} + k_{3_{2}} \cdot h)$$

Serie de Fourier

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt$$

Transformada de Fourier	Inversa de la Transformada de Fourier
$\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$	$\mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] = f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega$

$$\cos(n\pi) = \cos(-n\pi) = (-1)^n$$

$$Si \ a > 0 \ \lim_{t \to \infty} e^{-at} = 0$$

$$\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

Transformada de Laplace

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$

$$\lim_{x \to \infty} e^{kx} = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{si } k < 0 \\ \mathbf{1} & \text{si } k = 0 \\ \infty & \text{si } k > 0 \end{cases}$$

Método Bisección	Método de la falsa posición, Regula falsi o Método de interpolación lineal	Método de Newton-Raphson
$f(x_l) \cdot f(x_u) < 0$ $x_r = \frac{x_l + x_u}{2}$ $E_{a\%} = \left \frac{x_r^{nuevo} - x_r^{anterior}}{x_r^{nuevo}} \right \cdot 100$	$x_r = x_u - \frac{f(x_u) \cdot (x_l - x_u)}{f(x_l) - f(x_u)}$	$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$

Avenida Universidad 450 - 5900 Villa María (Cba) - Tel. (0353)-4537500

	CO
	NUMÉRI
res	5151

Regla del Trapecio Simple	Regla del Trapecio Extendida
$I = base \cdot h_{promedio}$	$h = \frac{b-a}{a}$
$I = (b-a)\frac{f(a) + f(b)}{2}$	$I = h \frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} + h \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} + \dots + h \frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2}$
	2 2 2 2
	$I = \frac{h}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right]$
	$I = (b - a) \left[\frac{f(x_0) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)}{2n} \right]$
Regla de Simpson 1/3	Regla de Simpson 1/3 Extendida
$I \cong \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$	$I \cong (b-a) \left[\frac{f(x_0) + 4\sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(x_i) + 2\sum_{j=2,4,6}^{n-2} f(x_j) + f(x_n)}{3n} \right]$
$I \cong (b-a) \left[\frac{f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)}{6} \right]$	

 $I \cong \frac{3h}{8} [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$ $I \cong (b-a) \left[\frac{f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)}{8} \right]$

Regla de Simpson 3/8

Regresión lineal			SIS
	$a_1 = \frac{n \cdot \sum (x_i \cdot y_i) - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \cdot \sum (x_i^2) - (\sum x_i)^2}$	Sistema de ecuaciones para encontrar los valores de a_0 y a_1	VIII?
$y = a_0 + a_1 \cdot x$	$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$	$n \cdot a_0 + \left(\sum x_i\right) \cdot a_1 = \sum y_i$	ANÁLI
Desviación estándar	Error estándar del estimado	$\left(\sum x_i\right) \cdot a_0 + \left(\sum x_i^2\right) \cdot a_1 = \sum y_i \cdot x_i$ Coeficiente de determinación	EA
Desvideion estandar		COMICIONE de determinación	DE
$s_y = \sqrt{\frac{s_t}{n-1}}$	$s_{y/x} = \sqrt{\frac{s_r}{n-2}}$	$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} =$	ES
$= \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$	$= \sqrt{\frac{\sum (y_i - a_0 - a_1 \cdot x_i)^2}{n - 2}}$	S_t	CUACIONES
V " 1			
			M
			E
			3/1/2

UTRI WILLA MARÍA
Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Villa María

Docentes: Ing. Paula A. Toselli - Ing. Paula E. Cabrera

Regresión cuadrática		
$y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$	Sistema de ecuaciones para encontrar los valores de a_0 , a_1 y a_2 $n \cdot a_0 + \left(\sum x_i\right) \cdot a_1 + \left(\sum x_i^2\right) \cdot a_2 = \sum y_i$ $\left(\sum x_i\right) \cdot a_0 + \left(\sum x_i^2\right) \cdot a_1 + \left(\sum x_i^3\right) \cdot a_2 = \sum y_i \cdot x_i$ $\left(\sum x_i^2\right) \cdot a_0 + \left(\sum x_i^3\right) \cdot a_1 + \left(\sum x_i^4\right) \cdot a_2 = \sum y_i \cdot x_i^2$	
Desviación estándar	Error estándar del estimado	Coeficiente de determinación
$s_y = \sqrt{\frac{s_t}{n-1}}$ $= \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$	$s_{y/x} = \sqrt{\frac{s_r}{n - (m+1)}}$ $= \sqrt{\frac{\sum (y_i - a_0 - a_1 \cdot x_i - a_2 \cdot x_i^2)^2}{n - (m+1)}}$	$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t}$

Internalación lineal Polinamia de Newton	Error de estimación
Interpolación lineal – Polinomio de Newton $f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \cdot (x - x_0)$	
Interpolación cuadrática Polinomio de Newton $f_2(x)=a_0+a_1\cdot x+a_2\cdot x^2$	$a_0 = b_0 - b_1 \cdot x_0 + b_2 \cdot x_0 \cdot x_1$
	$a_1 = b_1 - b_2 \cdot x_0 - b_2 \cdot x_1$
	$a_2 = b_2$ $b_0 = f(x_0)$
	$b_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	$b_2 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$ $x_2 - x_0$

Interpolación polinómica de Lagrange de 1º orden

$$f_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \cdot f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \cdot f(x_1)$$

Interpolación polinómica de Lagrange de 2º orden

$$f_2(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \cdot \frac{x - x_2}{x_0 - x_2} \cdot f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \cdot \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \cdot f(x_1) + \frac{x - x_0}{x_2 - x_0} \cdot \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \cdot f(x_2)$$