TRABAJO PRÁCTICO 2
SERIE Y TRANSFORMADA DE FOURIER

Ejercicio N° 1: Calcular los coeficientes a_0, a_n y b_n de la Serie de Fourier en las siguientes funciones También desglosar la serie entre n=1 y n=3 para cada caso. Graficar en Geogebra y obtener una conclusión respecto de las distintas gráficas cuando se toman más o menos términos de a serie.

Serie de Fourier

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)$$

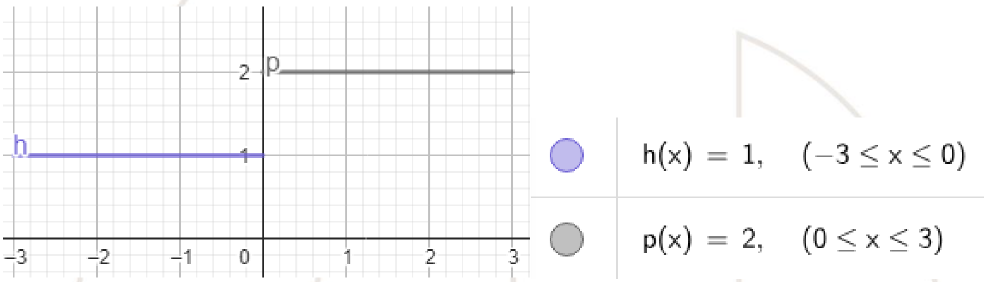
$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)dt$	$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt$	$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt$

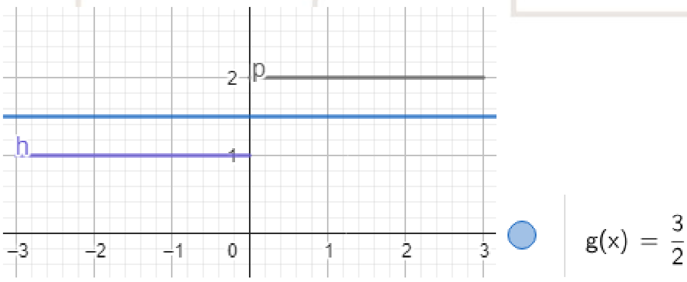
1. $f(R) = R$ para el intervalo $-\pi \leq R \leq \pi$ donde $T = 2\pi$

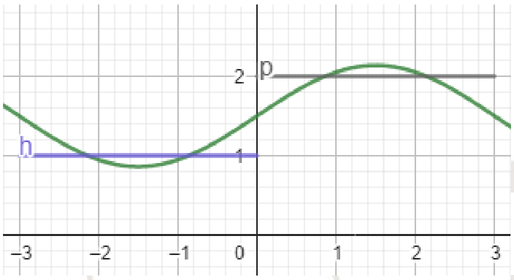
2. $f(R) = R^2$ para el intervalo $-\pi \leq R \leq \pi$ donde $T = 2\pi$

¿Qué conclusiones puedes obtener o predecir respecto de los apartados 1 y 2? ¿Qué paridad tienen las funciones? ¿Cómo son las series?

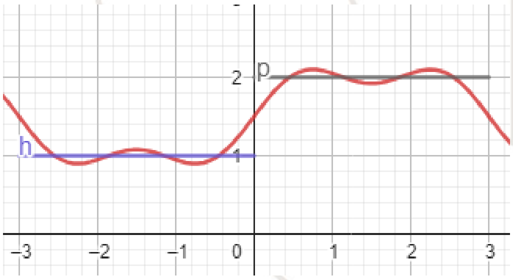
3. $f(t) = \begin{cases} 1 & -3 \leq t \leq 0 \\ 2 & 0 \leq t \leq 3 \end{cases}$



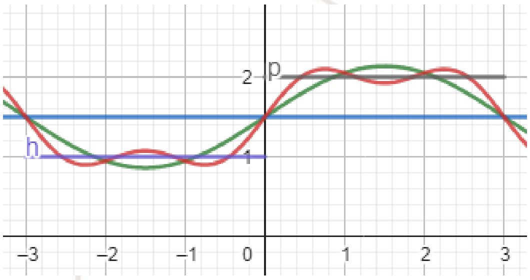




$$f(x) = \frac{3}{2} + \frac{2}{\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$



$$r(x) = \frac{3}{2} + \frac{2}{\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{3}\right) + \frac{2}{3\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{1}\right)$$



¿Cuál será el término de la Serie cuando n=4, n=5, n=6 y n=7?

¿Sería correcto expresar esta serie como $f(x) = \frac{3}{2} + \frac{2}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \cdot \sin(\frac{(2n-1)\cdot\pi\cdot x}{3})$? Justifique su repuesta.

4. $f(t) = \begin{cases} t & -\pi \leq t \leq 0 \\ 0 & 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$

5. $f(x) = \begin{cases} -2 & -1 \leq x \leq 0 \\ 2 & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

6. $f(E) = E(10 - E) \quad -10 \leq E \leq 10$

<u>Ejercicio N° 2:</u> Encuentra la Transformada de Fourier de las siguientes funciones

1. $f(t) = 1 \quad -1 \leq t \leq 1$

2. $f(t) = \begin{cases} e^{-at} & t > 0 \quad a > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$

Transformada de Fourier	***Inversa de la Transformada de Fourier***
$\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$	$\mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] = f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega$

Otras igualdades a tener en cuenta

$$\cos(n\pi) = \cos(-n\pi) = (-1)^n$$

Si a>0 $\lim_{t \to \infty} e^{-at} = 0$

$$\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$