



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Centro de presiones, centro aerodinámico y cuerda media aerodinámica

Apellidos y nombre: García-Cuevas González, Luis Miguel (luiga12@mot.upv.es)¹
Carreres Talens, Marcos (marcarta@mot.upv.es)¹
Tiseira Izaguirre, Andrés Omar (anti1@mot.upv.es)¹

Departamento/Centro: ¹Departamento de Máquinas y Motores Térmicos
Universitat Politècnica de València

Índice general

1. Resumen	2
2. Objetivos	2
3. Introducción	2
4. Desarrollo	3
4.1. Conceptos básicos	3
4.2. Centro de presiones	4
4.3. Centro aerodinámico	4
4.4. Cuerda media aerodinámica	5
5. Cierre	6

1 Resumen

Calcular el equilibrio de momentos en una aeronave para poder obtener sus actuaciones tanto estáticas como dinámicas puede llegar a ser una tarea muy compleja. Afortunadamente, si el ángulo de ataque de las distintas superficies es suficientemente pequeño, el comportamiento se vuelve bastante simple cuando se analizan los momentos alrededor de ciertos puntos. El centro de presiones, el centro aerodinámico y la cuerda media aerodinámica permiten calcular con mucha facilidad el equilibrio de momentos, por lo que es muy importante conocer las características de cada uno. El presente documento pretende definir estos puntos y resaltar las ventajas de conocerlos.

2 Objetivos

Tras leer detenidamente este documento, el lector ha de ser capaz de:

- Calcular la sustentación de un ala que viaja en el seno de un fluido en condiciones subsónicas, incluyendo la aportación de su geometría 3D y de las características sustentadoras de su sección 2D.
- Conocer la definición de centro de presiones y analizar sus limitaciones desde el punto de vista del cálculo aerodinámico y de la estabilidad longitudinal de una aeronave.
- Conocer la definición de centro aerodinámico y analizar su utilidad desde el punto de vista del cálculo aerodinámico y de la estabilidad de una aeronave.
- Conocer la definición de cuerda media aerodinámica y analizar su utilidad desde el punto de vista del cálculo aerodinámico y de la estabilidad de una aeronave.
- Calcular analíticamente la cuerda media aerodinámica y su posición en el ala.
- Aplicar un método gráfico para la determinación de la cuerda media aerodinámica y su posición en el ala.

3 Introducción

En una condición de vuelo cualquiera, el balance entre las fuerzas de sustentación, resistencia aerodinámica, empuje y peso dará lugar a que la aeronave acelere en distintas direcciones o mantenga el vuelo con velocidad constante. Por supuesto, estas fuerzas generarán unos momentos alrededor del centro de masas de la aeronave, lo que puede hacer que ésta siga realizando el vuelo en actitud estable, mantenga la velocidad de rotación constante o adquiera aceleraciones angulares según distintos ejes.

En general, se generarán momentos aerodinámicos debido a todas las superficies de vuelo e, incluso, debido al fuselaje. Cuando el momento se produce alrededor del eje del avión, éste es un momento de alabeo. Cuando se produce alrededor de un eje perpendicular, siguiendo la envergadura, éste es un momento de cabeceo. El momento alrededor de un eje perpendicular a los otros dos, que en vuelo de crucero normalmente estará orientado casi según la vertical, es un momento de guiñada.

El cálculo de estos momentos puede ser demasiado complejo como para poder ser usado al realizar cuentas rápidas. Definiremos una serie de puntos alrededor de los que, sin embargo, el cálculo es rápido y sencillo bajo ciertas condiciones de vuelo que son extremadamente comunes.

Se supondrá en todo momento que el ángulo de ataque es pequeño, de modo que el coeficiente de sustentación es lineal con dicho ángulo, que es una situación de vuelo muy habitual.

4 Desarrollo

4.1 Conceptos básicos

Considérese un ala con superficie de referencia S (que suele ser la superficie en planta alar), envergadura b y coeficiente de sustentación C_L . Si dicha ala, mostrada en la Figura 1, se encuentra en el seno de un fluido (aire) con densidad ρ_∞ aguas arriba y velocidad sin perturbar U_∞ , podemos partir de las relaciones siguientes para el cálculo de su sustentación L :

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho_\infty \cdot U_\infty^2 \cdot S \cdot C_L = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{dL}{dy} dy \quad (1)$$

La sustentación de un perfil localizado en la posición y según el eje de cabeceo, o sustentación por unidad de longitud, es:

$$\frac{dL}{dy}(y) = \frac{1}{2} \cdot \rho_\infty \cdot U_\infty^2 \cdot c_l(y) \cdot c(y) \quad (2)$$

donde c_l es el coeficiente de sustentación del perfil y c es la cuerda del perfil. Cuando el ángulo de ataque α es pequeño, es conocido que el coeficiente de sustentación del perfil se puede considerar lineal con el ángulo de ataque:

$$c_l(y) = \left[\frac{\partial c_l(\alpha)}{\partial \alpha} \cdot \alpha(y) + c_{l_0}(y) \right] \quad (3)$$

donde c_{l_0} es el coeficiente de sustentación para ángulo de ataque nulo. Nótese que c_{l_0} puede variar a lo largo de la posición y en el caso de que exista torsión aerodinámica (es decir, que no se mantenga el mismo perfil aerodinámico a lo largo de la envergadura alar). De manera similar, α puede variar a lo largo de la posición y en caso de que exista torsión geométrica (es decir, que se modifique el ángulo de incidencia del ala a lo largo de la envergadura).

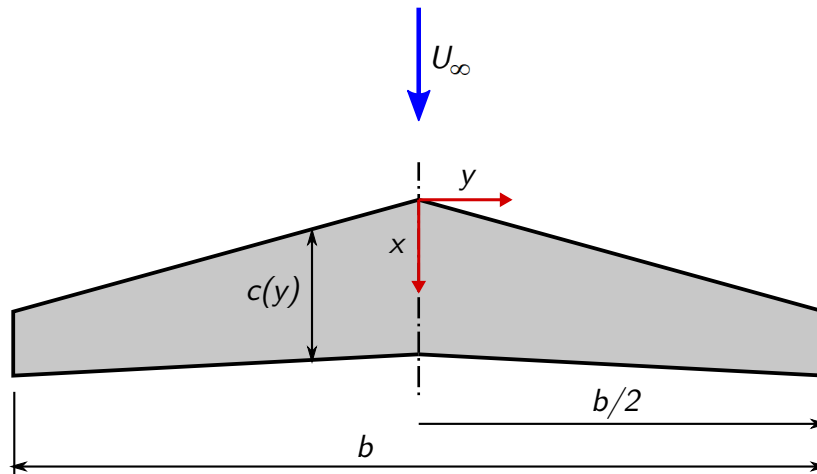


Figura 1: Geometría de un ala de superficie en planta S en el seno de un fluido con velocidad sin perturbar U_∞ .

En las siguientes secciones se discutirán los siguientes conceptos: centro de presiones, centro aerodinámico y cuerda media aerodinámica.

4.2 Centro de presiones

Para un perfil aerodinámico bidimensional, el centro de presiones es el punto alrededor del cual el momento aerodinámico generado es nulo, de modo que se puede suponer que las fuerzas se aplican en dicho punto.

Una vez conocido el centro de presiones, el momento alrededor de cualquier otro punto se puede obtener sin más que multiplicar la sustentación por el brazo del momento. Cuando el ángulo de ataque es suficientemente pequeño como para que el coeficiente de sustentación sea proporcional al ángulo de ataque, el momento de cabeceo dM/dy alrededor del centro de masas por unidad de longitud para un perfil localizado en la posición y es:

$$\frac{dM}{dy}(y) = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\infty} \cdot U_{\infty}^2 \cdot [x_{cdg} - x_{cp}(y)] \cdot c(y) \cdot \left[\frac{\partial c_l}{\partial \alpha} \cdot \alpha(y) + c_{l_0}(y) \right] \quad (4)$$

donde x_{cdg} es la posición del centro de gravedad o centro de masas y x_{cp} es la posición del centro de presiones. x es la coordenada según el eje de la aeronave. Como se ha dicho, el momento es la sustentación por la distancia entre el punto alrededor del que se quiere calcular (centro de masas) y el centro de presiones. Para un ala completa, sólo habrá que integrar la Ecuación 4:

$$M = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{dM}{dy} dy = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\infty} \cdot U_{\infty}^2 \int_{-b/2}^{b/2} [x_{cdg} - x_{cp}(y)] \cdot c(y) \cdot \left[\frac{\partial c_l}{\partial \alpha} \cdot \alpha(y) + c_{l_0}(y) \right] dy \quad (5)$$

En general, el centro de presiones cambia de posición al cambiar el ángulo de ataque. De hecho, se puede mover desde el infinito aguas abajo hasta el infinito aguas arriba. Hay un caso, sin embargo, en el que la posición del centro de presiones es independiente del ángulo de ataque, siempre y cuándo éste sea pequeño: es el caso de los perfiles simétricos. En los perfiles simétricos, puede comprobarse experimentalmente (y calcularse, además, mediante todo tipo de teorías aerodinámicas) que el centro de presiones no se desplaza de forma apreciable si el ángulo de ataque es pequeño, localizándose aproximadamente en el punto de un cuarto de cuerda.

El centro de presiones es útil para calcular momentos: sólo conociendo su posición en función del ángulo de ataque y la sustentación desarrollada en función del ángulo de ataque, es sencillo calcular el momento generado.

4.3 Centro aerodinámico

El centro aerodinámico de un perfil se define como el punto alrededor del que, al cambiar el ángulo de ataque, el momento no se modifica. Para ángulos de ataque pequeños, se comprueba experimentalmente (y se puede calcular de forma analítica) que se localiza más o menos en el punto de un cuarto de cuerda y que prácticamente no cambia de posición.

Para perfiles simétricos, el punto de un cuarto de cuerda es, además, el centro de presiones si el ángulo de ataque es pequeño. Ya que alrededor del centro de presiones el momento es nulo, en los perfiles simétricos el momento es nulo alrededor del centro aerodinámico.

En perfiles no simétricos, se comprueba experimentalmente (y, de nuevo, se puede calcular de forma analítica) que el momento aerodinámico de cabeceo es distinto de cero alrededor del centro aerodinámico. Esto ocurre incluso sin generar sustentación. En un perfil con curvatura positiva, el momento es a picar, hundiendo el borde de ataque. En un perfil con curvatura negativa, el momento es a encabritar, levantando el borde de ataque.

En este caso, el momento de cabeceo será el provocado por la sustentación por el brazo de momento más el momento de cabeceo alrededor del centro aerodinámico. Este último es:

$$M_{ca} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\infty} \cdot U_{\infty}^2 \int_{-b/2}^{b/2} c^2(y) \cdot c_{m,ca}(y) dy \quad (6)$$

donde $c_{m,ca}$ es el coeficiente de momento de la sección alrededor del centro aerodinámico, que es un valor constante respecto del ángulo de ataque. El momento de cabeceo en un ala alrededor del centro de gravedad es:

$$M = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\infty} \cdot U_{\infty}^2 \int_{-b/2}^{b/2} \left\{ [x_{cdg} - x_{ca}(y)] \cdot c(y) \cdot \left[\frac{\partial c_l}{\partial \alpha}(y) \cdot \alpha + c_{l_0}(y) \right] + c^2(y) \cdot c_{m,ca}(y) \right\} dy \quad (7)$$

donde x_{ca} es la posición del centro aerodinámico. Como en primera aproximación x_{ca} coincide con el punto de un cuarto de cuerda, el momento de cabeceo queda:

$$M = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\infty} \cdot U_{\infty}^2 \int_{-b/2}^{b/2} \left\{ \left[x_{cdg} - \frac{c(y)}{4} \right] \cdot c(y) \cdot \left[\frac{\partial c_l}{\partial \alpha}(y) \cdot \alpha + c_{l_0}(y) \right] + c^2(y) \cdot c_{m,ca}(y) \right\} dy \quad (8)$$

El centro aerodinámico permite calcular momentos de forma más sencilla que el centro de presiones. Ya que su posición es prácticamente constante al modificarse el ángulo de ataque, para calcular el momento de cabeceo sólo es necesario saber tres cosas: el coeficiente de sustentación en función del ángulo de ataque (igual que antes), el coeficiente de momento de cabeceo (que sólo depende del perfil y no de su ángulo de ataque) y la posición del centro aerodinámico (que se puede asumir como constante e, incluso, igual al punto de un cuarto de cuerda).

4.4 Cuerda media aerodinámica

La cuerda media aerodinámica facilita el cálculo aproximado de los momentos de cabeceo. Suponiendo que el coeficiente de momento de cabeceo es uniforme según la envergadura, la Ecuación 6 se convierte en:

$$M_{ca} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\infty} \cdot U_{\infty}^2 \cdot c_{m,ca} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} c^2(y) dy = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\infty} \cdot U_{\infty}^2 \cdot S \cdot c_{m,ca} \cdot CMA \quad (9)$$

La integral dividida entre la superficie es la cuerda media aerodinámica, CMA :

$$CMA = \frac{1}{S} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} c^2(y) dy \quad (10)$$

Esta cuerda media aerodinámica facilita mucho las cuentas: si el coeficiente de momento de cabeceo del perfil no cambia demasiado según la envergadura, el resultado de la Ecuación 9 es utilizable. La cuerda media aerodinámica no es interesante sólo por su valor: también importa su posición en el ala. Si la sustentación de cada semiala se aplica en el centro aerodinámico de la cuerda media aerodinámica, el momento de cabeceo es independiente del ángulo

de ataque alrededor de ese punto. El cálculo del momento de cabeceo alrededor del centro de gravedad se vuelve incluso más sencillo sabiendo la cuerda media aerodinámica y su localización. Se necesita conocer: la relación entre el coeficiente de sustentación del ala y el ángulo de ataque, su cuerda media aerodinámica y su localización y el coeficiente de momento de cabeceo alrededor del centro aerodinámico de la cuerda media aerodinámica (valor único, que no cambia al modificar el ángulo de ataque). Se podrá suponer, en primera aproximación, que el centro aerodinámico de la cuerda media aerodinámica se localiza en la posición de un cuarto de cuerda.

La posición de la cuerda media aerodinámica puede ser calculada integrando:

$$y_{CMA} = \frac{2}{S} \cdot \int_0^{b/2} y \cdot c(y) dy \quad (11)$$

$$x_{CMA/4} = \frac{2}{S} \cdot \int_0^{b/2} x_{c/4}(y) \cdot c(y) dy \quad (12)$$

La posición de la cuerda media aerodinámica de un semiala es especialmente fácil de obtener cuando ésta tiene estrechamiento simple. De hecho, un método gráfico sencillo se muestra en la [figura 2](#).

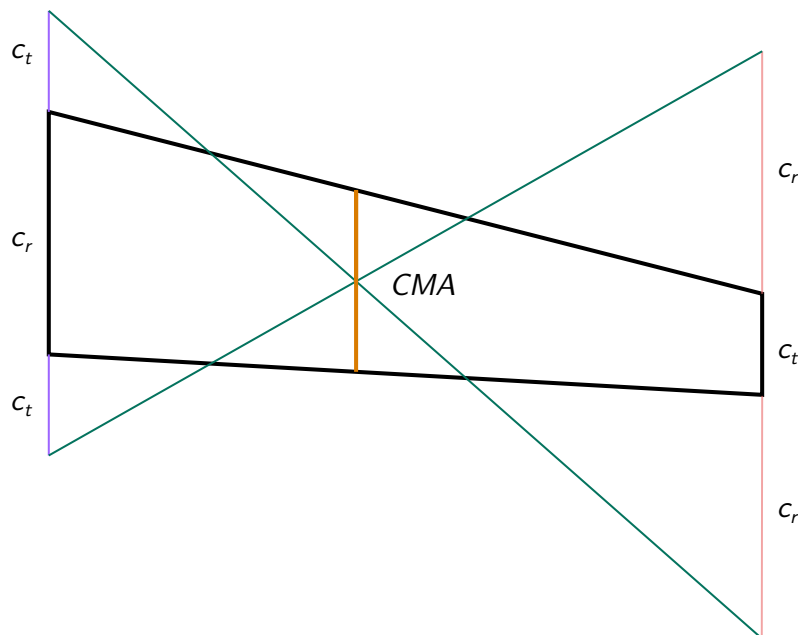


Figura 2: Método gráfico para obtener la posición de la cuerda media aerodinámica en una semiala con estrechamiento simple.

5 Cierre

En este artículo se han revisado ciertos puntos de especial interés en las alas. Se trata del centro de presiones, centro aerodinámico y cuerda media aerodinámica, que permiten analizar de manera sencilla el comportamiento aerodinámico y la estabilidad de un ala, al facilitar el cálculo de los momentos aerodinámicos. Se ha definido cada uno de ellos y se ha justificado la importancia, incluyéndose además el cálculo analítico de la cuerda media aerodinámica y un método sencillo para su determinación gráfica en el caso de alas con estrechamiento simple.