21 oct 2025

Análisis Matemático (1/8) - a241b25

Invitados merrazquin@fi.uba.ar Análisis Matemático - CEIA 24Co2025

Archivos adjuntos Análisis Matemático (1/8) - a241b25

Registros de la reunión Transcripción Grabación

Resumen

Ise posgrados explicó la estructura del campus, materiales, autoevaluaciones y el cambio de flujo de clases, donde a partir de la semana 4 se usarán videos teóricos pregrabados. También detalló la filosofía, evaluación, el trabajo práctico grupal opcional y la importancia de la matemática en la ciencia de datos. Ise posgrados y los participantes (Lucia T. Capon Paul, Cesar Orellana, Mariano Jauffroy, Gabriel Quiroga, Leonardo Villalva y Alejandro Valle) discutieron y definieron conceptos clave de álgebra lineal como espacios vectoriales, subespacios, combinaciones lineales, independencia lineal, bases, dimensión y transformaciones lineales, incluyendo el teorema de rango nulidad. Finalmente, Ise posgrados informó sobre la reprogramación de la clase del martes al viernes 31, de 19:00 a 22:00, y compartió un enlace para una encuesta anónima para monitorear el progreso del curso.

Detalles

- **Acceso al Campus y Contraseñas** Ise posgrados informó sobre el acceso al campus de la materia, indicando que el vencimiento de las actividades es al cierre de la materia en 8 semanas, lo que alivia la presión inicial (00:00:00). También mencionó que la contraseña para registrarse manualmente o si se decide volver a registrarse al campus en el futuro es "backpr" (00:04:22).

- **Materiales y Estructura del Campus** lse posgrados explicó que el campus está dividido por semanas, cada una representando un bloque temático, con secciones extra para el Trabajo Práctico (TP) y la bibliografía (00:04:22). También detalló que las diapositivas vacías se suben antes de clase para que los estudiantes puedan tomar notas, y las diapositivas con anotaciones se suben media hora después de la clase (00:07:25).
- **Contenido Adicional y Autoevaluaciones** lse posgrados describió la disponibilidad de aplicaciones en formato notebook de Python o Colab, y la importancia de las autoevaluaciones semanales (00:07:25). Asimismo, aclaró la diferencia entre "material extra" (otras explicaciones sobre los temas de clase) y "para profundizar" (temas más allá de la materia) (00:08:56).
- **Cambio en el Flujo de Clases y Grabaciones** A partir de la semana 4, la materia hará una transición a videos teóricos pregrabados que los estudiantes deben ver antes de clase, mientras que las primeras tres clases serán sincrónicas (00:10:31). Las grabaciones de las clases y los videos pregrabados se encontrarán en la carpeta de grabaciones compartida, la cual también contiene un Excel con las notas (00:13:32).
- **Filosofía y Evaluación del Curso** lse posgrados explicó que el curso busca ofrecer suficiente información para quienes aprenden por primera vez y también para aquellos con conocimientos previos, mostrando aplicaciones directas de la teoría (00:18:27). El sistema de evaluación incluye autoevaluaciones individuales obligatorias (con infinitos intentos y la nota más alta como calificación final para cada una, pero se requiere aprobar todas con 60% o más) y un trabajo práctico grupal opcional (00:22:55).
- **Trabajo Práctico (TP) y Puntuación** lse posgrados aclaró que el trabajo práctico grupal, aunque opcional, es muy recomendado, y su entrega es un notebook bien documentado (00:24:44). La nota final se calcula con un peso del 0.6 para la nota más baja de las autoevaluaciones y un 0.5 para la nota del TP, permitiendo una calificación máxima de 6 si solo se hacen las autoevaluaciones (00:27:27). La fecha límite para entregar todo es el sábado al mediodía (GMT-3) de la octava semana (00:30:32).
- **Importancia de la Matemática en Ciencia de Datos** lse posgrados enfatizó que machine learning y ciencia de datos son fundamentalmente estadística acelerada por computadora, implicando la programación de operaciones matemáticas (00:33:30). Destacó la necesidad de entender la matemática para diagnosticar errores lógicos en el código, ya que la mayoría de los errores son debido a fallas en las cuentas o suposiciones del modelo (00:34:51).

- **Optimización y Cimientos de la Materia** lse posgrados explicó que la matemática permite optimizar el rendimiento y la eficiencia del código, especialmente a través de operaciones vectorizadas, que se ejecutan mucho más rápido en hardware especializado como las GPU (00:39:03). La materia se enfocará en álgebra lineal y análisis matemático como los cimientos necesarios para comprender los modelos de machine learning (00:37:41) (00:52:10).
- **Objetivos y Temario del Curso** Los objetivos primarios de la materia son proveer el sustento teórico matemático para comprender modelos clásicos y entrenar la lectura del lenguaje matemático formal (00:49:28). Los objetivos secundarios incluyen mostrar aplicaciones directas y concienciar sobre la optimización (00:50:50). El temario abarcará álgebra lineal (clases 1-4) y análisis matemático (clases 5-8), cubriendo temas como espacios vectoriales, transformaciones lineales, producto interno, diagonalización, funciones multivariadas, derivadas y optimización (00:52:10) (00:54:16).
- **Reprogramación de la clase** lse posgrados informó sobre la necesidad de reprogramar la clase del próximo martes debido a problemas de horario, proponiendo moverla a otro día de la misma semana (00:58:37). Después de considerar varias opciones y la disponibilidad de los estudiantes, incluida la posibilidad de una encuesta, se decidió por votación que la clase se trasladaría al viernes 31, de 19:00 a 22:00 (01:15:46). lse posgrados aseguró que las ausencias en este caso no se contabilizarían, ya que es una reprogramación por parte del profesor (01:13:19).
- **Concepto de Espacios Vectoriales** lse posgrados comenzó la discusión sobre espacios vectoriales, definiéndolos como una cuádruple compuesta por dos conjuntos (vectores y escalares), una operación de suma, y una acción de producto por escalar. Se explicó que un "vector" puede ser cualquier entidad abstracta (palabra, clase, matriz) y que los escalares suelen ser números reales o complejos que controlan el tamaño de los vectores (01:18:59). Para que una cuádruple sea un espacio vectorial, debe cumplir ocho propiedades, y el incumplimiento de una sola hace que no sea un espacio vectorial (01:20:16).
- **Propiedades Fundamentales de los Espacios Vectoriales** Se detallaron las ocho propiedades que deben cumplir los espacios vectoriales. lse posgrados enfatizó la importancia de la asociatividad en la suma (el orden de resolución no altera el resultado) y la conmutatividad (el orden de los operandos no altera el resultado), destacando que no son lo mismo y que algunas operaciones pueden ser asociativas pero no conmutativas, como la concatenación de strings (01:21:29). También se mencionó la necesidad de

un elemento neutro (el "cero vector") y un elemento inverso (o opuesto) para cada vector en la bolsa de vectores (01:25:19).

- **Distributividad y Neutro Multiplicativo** Ise posgrados continuó explicando las propiedades de distributividad del producto por escalar sobre la suma de vectores y la distributividad de la suma de escalares respecto al vector (01:26:54). Se señaló que el símbolo de suma puede tener diferentes significados dependiendo de lo que se esté sumando. Además, se discutió que el producto por escalar debe tener un elemento neutro (el escalar "uno") y que el producto por escalar debe ser asociativo, permitiendo agrupar escalares en la multiplicación (01:28:29).
- **Subespacios Vectoriales** Ise posgrados presentó el concepto de subespacios vectoriales como una forma simplificada de definir un nuevo espacio vectorial a partir de uno ya existente. Un subespacio es un subconjunto de vectores de un espacio vectorial original que, bajo las mismas reglas, también forma un espacio vectorial si cumple tres condiciones más fáciles de verificar: el cero vector debe estar en el subconjunto, la suma de vectores dentro del subconjunto debe estar "cerrada" (el resultado queda dentro), y el producto por escalar también debe estar "cerrado" (el resultado queda dentro) (01:29:42). Se mencionaron los dos subespacios triviales: el que contiene solo el cero y el que contiene a todo el espacio original (01:32:49).
- **Combinaciones Lineales** Se definió una combinación lineal como una "suma ponderada" de vectores de un conjunto dado, donde cada vector se multiplica por un escalar y luego se suman los resultados (01:34:19). Se aclaró que cualquier vector del conjunto original puede ser reconstruido mediante una combinación lineal (multiplicando por uno y los demás por cero), y el vector cero siempre puede fabricarse multiplicando todos los vectores por cero (01:37:32). Leonardo Villalva preguntó si esto siempre se cumple, a lo que Ise posgrados confirmó que sí, dado que se parte de un espacio vectorial que por definición permite estas operaciones (01:38:46).
- **Conjunto Generado y Sistemas Generadores** Ise posgrados introdujo el concepto del "conjunto generado" por un grupo de vectores como el conjunto de todas las posibles combinaciones lineales de esos vectores. Se explicó que este conjunto siempre estará contenido dentro de la bolsa original de vectores y que un conjunto "genera todo el espacio" si el conjunto de los generados coincide con la bolsa grande de vectores (01:41:57). Mariano Jauffroy pidió un ejemplo con números, y Ise posgrados ilustró cómo un conjunto puede generar solo una parte del espacio o todo el espacio, dependiendo de los vectores incluidos (01:45:10).

- **Redundancia en Sistemas Generadores** Se abordó la idea de redundancia en los sistemas generadores, donde un conjunto de vectores puede generar todo el espacio, pero algunos vectores podrían ser eliminados sin perder esa capacidad de generación (01:53:26). Ise posgrados explicó que esto, en términos algebraicos, se relaciona con la dependencia lineal y, en términos computacionales, implica un uso ineficiente de recursos al pagar "50% más de espacio o cómputo para fabricar lo mismo" (01:54:46). Se anticipó que la próxima clase se profundizaría en estos conceptos.

- **Independencia y Generación en R3** Ise posgrados explicó que un sistema de ecuaciones lineales que resulta en una ecuación de la forma `2i - z = x` indica que habrá infinitas soluciones, pero solo si `x` cumple una condición específica en relación con `i` y `z`. Esto implica que el sistema no genera todo R3, ya que no puede fabricar cualquier vector en R3, lo que significa que el conjunto de vectores es "estrictamente contenido" y no genera todo R3 (01:59:37).

- **Definición de Redundancia Vectorial** Ise posgrados definió un vector como redundante si al eliminarlo de un conjunto, el conjunto de vectores generados por el grupo restante permanece igual. Esta idea se formalizará posteriormente, pero la noción clave es que un vector no aporta información si el conjunto de los generados no se altera al retirarlo.

- **Condiciones para Generar R3** Mariano Jauffroy preguntó a Ise posgrados cómo sería un resultado de un sistema de ecuaciones que sí generaría todo R3. Ise posgrados explicó que para generar todo R3, cada variable (A, B, C) debería poder expresarse como una función de X, Y y Z sin depender de variables adicionales como C (02:01:24). Si la solución final impone condiciones sobre las entradas (X, Y, Z), entonces no genera todo el espacio (02:02:44).

- **Agregación de Vectores y Dependencia Lineal** Ise posgrados detalló que al considerar si agregar un nuevo vector a un conjunto generador es útil, la pregunta clave es si el nuevo vector es una combinación lineal de los vectores ya existentes. Si se puede fabricar el nuevo vector a partir de los existentes, no añade información nueva; si no, sí la aporta. Este concepto introduce la independencia y dependencia lineal, donde los vectores linealmente independientes son aquellos que no pueden ser fabricados a partir de los demás.

- **Independencia Lineal y Generación del Espacio** Ise posgrados distinguió entre la independencia lineal y la generación de todo el espacio. La independencia lineal implica que no hay redundancias, es decir, la única forma de obtener el vector cero es multiplicando todos los vectores por cero. La generación de todo el espacio significa que el conjunto puede fabricar cualquier vector en el espacio. Ise posgrados también señaló que cualquier conjunto que incluya el vector cero es automáticamente linealmente dependiente, ya que el cero puede ser "fabricado" de múltiples maneras (02:05:37) (02:08:45).

- **Definición de Base y Dimensión** Ise posgrados explicó que una base es un conjunto que cumple dos condiciones: es linealmente independiente (no tiene redundancias) y es un generador de todo el espacio (cubre todo) (02:10:04). La cantidad de elementos en una base finita define la dimensión del espacio (02:11:34). Ise posgrados mencionó que existen infinitas bases para un espacio, y todas las bases de un espacio dado tendrán el mismo número de vectores, que es igual a la dimensión del espacio (02:13:18).
- **Variedades Lineales y Subespacios Corridos** Ise posgrados introdujo el concepto de "variedades lineales" como una forma de describir planos u otros subespacios que no pasan por el origen. Estos son esencialmente subespacios desplazados por un vector. Aunque este tema no se cubriría en detalle, se mencionó para abordar inquietudes sobre la necesidad de que los subespacios pasen por el origen (02:15:23).
- **Matrices de Cambio de Base** Ise posgrados explicó las matrices de cambio de base, destacando su importancia. Una matriz S se forma apilando los vectores de una base B como columnas (02:16:41). Multiplicar S por un vector `alfa` que contiene los escalares de una combinación lineal, produce el vector resultante en la base canónica (02:18:39). Ise posgrados señaló que la inversa de esta matriz S es la verdadera matriz de cambio de base, que toma vectores en la base canónica y los devuelve en la base B (02:20:30).
- **Clarificación de las Matrices de Cambio de Base** Lucia T. Capon Paul solicitó una repetición de la explicación sobre las matrices de cambio de base (02:22:07). Ise posgrados reiteró que la matriz S transforma un vector expresado en las coordenadas de la base B (los escalares `alfa`) a la base canónica. Por lo tanto, la matriz inversa (S-1) realiza la transformación opuesta: toma un vector en la base canónica y lo expresa en coordenadas de la base B (02:23:49). Alejandro Valle añadió que esto permite ver el mismo vector en diferentes sistemas de coordenadas (02:25:01).
- **Transformaciones Lineales y Su Representación Matricial** Ise posgrados definió una transformación como cualquier función que mapea elementos de un conjunto a otro. Explicó las propiedades de inyectividad (entradas distintas producen salidas distintas) y sobreyectividad (toda salida tiene al menos una

preimagen) (02:27:38). Una transformación es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva, y solo entonces tiene una inversa (02:40:35). Ise posgrados se centró en las transformaciones lineales, que preservan las combinaciones lineales (02:41:57).

- **Isomorfismos y Espacios Vectoriales de Dimensión Finita** Ise posgrados explicó que si dos espacios vectoriales de dimensión finita tienen la misma dimensión, existe un isomorfismo entre ellos. Un isomorfismo es una transformación lineal biyectiva, lo que significa que se puede ir y volver entre los espacios (02:43:23). Esto permite trabajar con cualquier espacio vectorial de dimensión finita utilizando RN, lo cual es conveniente porque se puede "mapear" el espacio a RN, realizar operaciones allí y luego "volver" al espacio original (02:45:20) (02:48:24).
- **Espacio Nulo, Espacio Columna y Espacio Fila** Ise posgrados introdujo tres subespacios importantes asociados a una transformación lineal representada por una matriz A. El espacio nulo (o kernel) de A contiene todos los vectores de entrada que se transforman en el vector cero (02:49:45). El espacio columna de A es el subespacio generado por las columnas de la matriz, siendo un subespacio del espacio de llegada. El espacio fila de A es el subespacio generado por las filas de la matriz (o su transpuesta), siendo un subespacio del espacio de entrada (02:51:33).
- **Dimensión de R2 y el Conjunto Generado por Cero** Lucia T. Capon Paul y Cesar Orellana participaron en una discusión sobre la dimensión de R2, con Lucia T. Capon Paul inicialmente proponiendo "dos" y luego "infinitos". Ise posgrados aclaró que la dimensión de R2 es dos y que el conjunto generado por el cero tiene cero vectores "útiles", ya que el cero no contribuye significativamente a la dimensión (02:56:13).
- **Teorema de Rango Nulidad** Ise posgrados introdujo el teorema de rango nulidad, explicando que el rango de una matriz es la dimensión del espacio columna y del espacio fila, los cuales siempre coinciden (02:57:49). Mariano Jauffroy preguntó sobre la utilidad de este teorema para espacios cuadrados versus rectangulares, a lo que Ise posgrados respondió que depende del propósito y que el teorema ayuda a caracterizar las capacidades de representación de una transformación (02:59:01). Ise posgrados enfatizó que las dimensiones de entrada se separan en "útiles" y "desperdiciadas", y la suma de estas es la dimensión de entrada, lo que puede imponer un cuello de botella en la capacidad de expresión (03:00:48).
- **Nulidad de una Matriz** Ise posgrados definió la nulidad de una matriz como la dimensión del espacio nulo, explicando que todo lo que va a parar a cero no

afecta y es como si no existiera (02:59:01). Gabriel Quiroga inquirió si el espacio nulo siempre sería cero, a lo que Ise posgrados respondió que no, y que podría ser todo R2 si la matriz fuera de todos ceros, ya que "mata todo" (03:02:09).

- **Encuesta de Clase y Próximos Pasos** Ise posgrados compartió un enlace para una encuesta anónima y corta de clase, la cual tiene como objetivo monitorear el progreso y la efectividad del curso en tiempo real. El propósito de esta encuesta es poder realizar ajustes durante la cursada, a diferencia de una encuesta de fin de curso que solo ofrece retroalimentación tardía. Ise posgrados indicó que se volverán a encontrar el viernes de la próxima semana y luego retomarán las clases los martes (03:03:35).

Pasos siguientes recomendados

- [ ] Ise posgrados va a subir las diapositivas con garabatos, el material extra y las autoevaluaciones al campus inmediatamente después de la clase, ya que todo el material que no sean videos debería estar ahí.
- [ ] Ise posgrados va a subir las grabaciones de la clase a la carpeta de grabaciones entre las 12:30 y 1:30 de la noche, después de la clase.
- [ ] Ise posgrados moverá la clase de la próxima semana al viernes 31 para que no cuente como ausencia, y lo avisará a la gestión.
- [ ] Ise posgrados pasará un link a los asistentes para que completen una encuesta anónima de clase después de cada clase para monitorear cómo va el curso.