




9 dic 2025

Análisis Matemático (8/8) - a241b25

Invitados merrazquin@fi.uba.ar Análisis Matemático - CEIA 24Co2025

Archivos adjuntos  Análisis Matemático (8/8) - a241b25

 Análisis Matemático (8/8) - a241b25 - 2025/12/09 18:58 GMT-03:00 - Recording

 Análisis Matemático (8/8) - a241b25 - 2025/12/09 18:58 GMT-03:00 - Chat

Registros de la reunión  Transcripción  Grabación

Resumen

Ise posgrados, Gabriel Quiroga, Alejandro Valle, Cesar Orellana, Gabriela Sol Salazar, Cristian A. Aballay, Lucia T. Capon Paul, y Federico G. Zacchigna discutieron el avance del Trabajo Práctico (TP), el cual el equipo de Gabriel Quiroga está cerca de finalizar, y la fecha límite para la entrega de los TP y las autoevaluaciones (las cuales deben ser aprobadas con un mínimo de 60%) es el sábado a las 12 del mediodía. El contenido cubierto en la materia, incluyendo el concepto de Optimización con Restricciones, Multiplicadores de Lagrange, Dualidad, y Convexidad, se resumió, culminando con una demostración de Ise posgrados sobre cómo la aplicación de la matemática teórica en la optimización de un modelo de clasificación binaria logró un *speedup* de 3,800 veces, pasando de 39 milisegundos a 10 microsegundos de latencia. Finalmente, Ise posgrados revisó los objetivos de la materia y confirmó que todo el contenido del curso ha sido cubierto.

Detalles

Longitud de las notas: Estándar

- **Avance y Entrega de Trabajos Prácticos (TP)** Ise posgrados inquirió sobre el progreso de los Trabajos Prácticos (TP) y Gabriel Quiroga mencionó que al equipo le queda solo el último ejercicio. Gabriel Quiroga comentó que les

costó empezar, pero una vez que entendieron la formulación matemática del clasificador, se les facilitó, a lo que Ise posgrados respondió que la barrera de entrada en las cuentas es un poco intencional ([00:00:00](#)). La fecha límite para la entrega de los TP y las autoevaluaciones es el sábado al mediodía.

- **Entrega de Evaluaciones y Autoevaluaciones** Alejandro Valle preguntó si el sábado también incluía la entrega de las evaluaciones, y Ise posgrados confirmó que todo se cierra el sábado a las 12 del mediodía ([00:02:44](#)). Ise posgrados enfatizó que si alguna autoevaluación está reprobada (menos del 60%) o no se realiza, la materia se considera reprobada. Ise posgrados planea enviar un recordatorio el jueves o viernes a quienes les falte alguna autoevaluación, aunque no lo promete ([00:04:11](#)).
- **Consulta de Notas y Reportes en el Campus** Gabriel Quiroga preguntó dónde encontrar el reporte de notas para ver qué autoevaluaciones tienen hechas. Cesar Orellana y Gabriela Sol Salazar indicaron que la información se encuentra en la sección de "calificaciones" dentro del curso en el campus. Gabriela Sol Salazar especificó que se puede encontrar arriba en el curso, junto a "participantes" ([00:05:55](#)).
- **Optimización con Restricciones (Videos)** Ise posgrados preguntó sobre los videos de la semana, y Cesar Orellana los encontró accesibles y más comprensibles que en otras ocasiones. El tema principal fue la optimización con restricciones, que ocurre cuando hay valores de t para los cuales no existe J , cayendo fuera del dominio válido ([00:07:42](#)). Ise posgrados explicó que se busca mejorar J de T sin caer fuera de la región válida, lo que puede requerir el uso de *projective gradient* como un parche si la proyección a la región válida es "barata" ([00:09:38](#)).
- **Multiplicadores de Lagrange y Condiciones KKT** Si *projective gradient* no es suficiente, se recurre a los multiplicadores de Lagrange para problemas de optimización con restricciones de igualdad ([00:10:50](#)). La granja del problema toma las n variables originales y m variables λ (multiplicadores de Lagrange) que multiplican cada campo escalar ([00:12:14](#)). Cuando se incluyen restricciones de desigualdad, aparecen las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), las cuales son condiciones necesarias para un óptimo ([00:13:35](#)).
- **Concepto de Dualidad y Problema Dual** La dualidad permite construir un problema dual a partir del problema primal, intercambiando la cantidad de variables por la cantidad de restricciones ([00:14:42](#)). Ise posgrados explicó que si n (variables) es mucho más grande que m (restricciones), el dual (con m variables) es mucho más fácil de resolver ([00:16:56](#)).

- **Dualidad Débil y Fuerte** Ise posgrados diferenció entre dualidad débil, donde el problema dual actúa como una cota inferior del problema primal, y dualidad fuerte ([00:18:22](#)). La dualidad fuerte ocurre en problemas lineales, donde el óptimo del dual coincide con el óptimo del primal, lo que permite resolver cualquiera de los dos para encontrar la solución ([00:21:33](#)). Cristian A. Aballay preguntó si siempre es conveniente tener más restricciones que variables, a lo que Ise posgrados respondió que generalmente es mejor tener la menor cantidad de variables posible ([00:22:54](#)).
- **Convexidad y Problemas Convexos** Ise posgrados definió una región convexa como un subconjunto de puntos donde el segmento que une cualquier par de puntos también está en la región ([00:30:17](#)). Una función convexa requiere que la imagen de un punto interpolado sea menor o igual que la interpolación de las imágenes de los puntos ([00:33:44](#)). Ise posgrados señaló que una función convexa tiene un Hessian semidefinido positivo en todo el dominio.
- **Condición de Slater y Optimización Convexa** La condición de Slater establece que si se tienen funciones convexas (F y H) y funciones afines (G) y existe un punto estrictamente factible, hay dualidad fuerte ([00:35:07](#)). En estos casos, las condiciones KKT se vuelven necesarias y suficientes, asegurando que los puntos resultantes sean óptimos ([00:36:36](#)). Dos problemas convexos famosos mencionados son la programación lineal y la programación cuadrática, siendo esta última útil para problemas como regresión lineal con regularización L1 y *Support Vector Machines* (SVM) ([00:37:56](#)) ([00:41:08](#)).
- **Aplicaciones de Optimización con Restricciones** Ise posgrados mencionó que la optimización con restricciones no se aplica tan directamente al *Machine Learning* y la IA como el *gradient descent*, pero es útil para problemas adyacentes como la distribución de recursos y la asignación ([00:42:45](#)) ([00:46:35](#)). Se citó un ejemplo de DeepSic, un fondo de inversiones, que modela el balanceo de carga para sus grandes modelos (como el de arquitectura M of Expert) como un problema de programación lineal para optimizar la distribución de la carga ([00:44:45](#)).
- **Cierre de Contenidos y Próximo Encuentro** Ise posgrados anunció que el contenido de la materia ya está cubierto. El próximo encuentro incluirá una sesión extra sobre optimización matemática en modelos y un pequeño resumen de la materia. Ise posgrados propuso una encuesta para decidir si se hará un descanso durante la próxima sesión ([00:48:27](#)).
- **Votación de Receso** La reunión comenzó con una encuesta sobre si tomar un receso, con Ise posgrados indicando el conteo de votos. Lucia T. Capon Paul y Gabriel Quiroga comentaron sobre la votación, con Ise posgrados

confirmando una victoria de 8 a 7 a favor del "sí" y anunciando una reanudación a las 2:06 p.m ([00:51:19](#)).

- **Introducción a la Discusión de Optimización** Ise posgrados introdujo un tema de discusión sobre una reivindicación de conceptos vistos en la materia, haciendo hincapié en la importancia de entender los fundamentos para poder diagnosticar problemas, en lugar de tratar la inteligencia artificial como una "cajita negra". El propósito de la discusión era "levantar el capó y mirar lo que hay adentro", utilizando un caso real de trabajo hipotético para demostrarlo ([01:03:54](#)).
- **Problema de Clasificación Binaria** El caso de uso presentado fue un problema de clasificación binaria con nueve *features* categóricas, cuyo objetivo era determinar una probabilidad de infracción o riesgo. El modelo utilizado fue un *catboost encoding* seguido de una regresión logística, donde las variables categóricas debían ser convertidas a valores numéricos entre 0 y 1 ([01:05:33](#)). El proceso de predicción se describió como predicciones individuales, similar a la predicción de fraude en transacciones ([01:07:14](#)).
- **Implementación del Modelo y Latencia Inicial** Ise posgrados detalló el flujo de trabajo inicial del modelo, que implicaba convertir un diccionario de entrada en un *data frame* (debido al requisito de la librería ``category encoders``), aplicar el *encoding*, y luego obtener la predicción de la regresión logística ([01:08:29](#)). El resultado final se comparaba con un umbral para devolver un *true* o *false*. El rendimiento inicial en un *benchmark* mostró una latencia promedio de 39 milisegundos ([01:10:04](#)).
- **Justificación de la Optimización Matemática** La principal motivación para reducir la latencia era mejorar el *throughput* del servidor bajo mucha carga, lo que permitiría operar con menos instancias y, por lo tanto, reducir los costos operativos ([01:11:32](#)). Ise posgrados explicó que la optimización se centraría en identificar cuentas ineficientes y aquellas que podían precomputarse, realizándose solo una vez durante el entrenamiento para evitar cálculos repetitivos en cada predicción ([01:13:12](#)).
- **Mecánica del CatBoost Encoding** Ise posgrados profundizó en la matemática del *catboost encoding*, explicando que la librería construye un *data frame* con las columnas *count* y *sum* para cada variable, utilizando la suma de los valores del *target* (SAM) y el conteo de filas (*count*) ([01:14:31](#)). La regla de transformación utiliza una media global (μ) y una función partida para regularizar los valores vistos pocas veces (*count*=1), empujando su codificación hacia la media global ([01:17:12](#)). En el caso de valores no vistos, se devuelve la media global ([01:20:18](#)).

- Optimización del Flujo de Predicción y Ahorro en Cómputo** Para la optimización, Ise posgrados propuso usar diccionarios comunes en lugar de *data frames*. Además, sugirió eliminar las entradas del diccionario con *count* igual a uno, ya que el resultado del *encoding* es el mismo (μ), y guardar el *encoding* precalculado en lugar de *sum* y *count* por separado ([01:25:52](#)). Se propuso también premultiplicar el *encoding* por el peso beta de la regresión logística para ahorrar una multiplicación en cada predicción ([01:28:28](#)).
- Optimización de la Regresión Logística mediante la Función Logit** Ise posgrados explicó que, dado que la función logística es invertible y estrictamente creciente, la comparación final del resultado con un umbral (θ) puede realizarse directamente en el dominio Z (la combinación lineal con el *intercept*) en lugar de en el dominio de la probabilidad. Esto se logra precomputando la inversa de la función logística evaluada en θ (logit de θ) y comparándola con Z ([01:31:32](#)) ([01:34:22](#)). Al pasar el término independiente (*intercept*) de Z al umbral, se puede evitar sumarlo en el cálculo de cada predicción, comparando directamente la sumatoria S con el nuevo umbral $\text{logit}(\theta) - z_0$ ([01:35:45](#)).
- Resultados de la Optimización y Resumen de Cómputo** La optimización redujo el proceso de predicción a solo *lookups* en diccionarios, la suma de los *embeddings* (S), y una comparación, resultando en una latencia promedio de 10 microsegundos en el mismo *benchmark*. Este resultado representa una aceleración de 3,800 veces (*speedup* de 3,800) respecto a la versión original ([01:37:03](#)) ([01:39:56](#)). Además, la eliminación de las filas con *count* igual a uno redujo el tamaño de los pesos del modelo a la mitad en disco ([01:41:13](#)).
- Resumen de Contenido del Curso** Ise posgrados repasó el temario completo de la materia, comenzando con vectores y espacios vectoriales, bases y dimensión, y transformaciones lineales. Luego cubrieron producto interno, norma, ortogonalidad, distancia, proyección ortogonal, y cuadrados mínimos, incluyendo el modelo de *Matrix Factorization* y la regresión lineal como proyección ortogonal ([01:44:30](#)). El curso avanzó hacia la diagonalización y la Descomposición de Valor Singular (SVD), para luego abordar funciones multivariadas, derivadas, el Jacobiano, el Gradiente, y el Hessiano ([01:46:07](#)).
- Optimización y Temas Avanzados** El curso dedicó tiempo a la optimización sin restricciones, cubriendo algoritmos como *gradient descent*, *momentum*, *rop*, y *Adam*, que son fundamentales para las librerías de redes neuronales. Finalmente, se vieron la optimización con restricciones y los multiplicadores de Lagrange, con aplicaciones en programación lineal y cuadrática. Ise posgrados concluyó que la materia cubrió una gran cantidad de material en ocho clases ([01:47:47](#)).

- **Recomendaciones para el Futuro** Alejandro Valle consultó sobre temas adicionales recomendados después de completar la materia. Ise posgrados respondió que los temas cubiertos eran más que suficientes, señalando que Grafos era el único tema que se debía a la materia, aunque históricamente se estudia por separado debido a su amplitud. También sugirió, para el contexto de visión por computadora, revisar el video de Th Blue One Brown sobre la transformada de Fourier ([01:49:12](#)).
- **Objetivos de la Materia** Ise posgrados revisó los objetivos primarios de la clase, que eran proveer el sustento teórico matemático para comprender la formulación de los modelos clásicos ([01:51:06](#)) y entrenar la lectura e interpretación del lenguaje matemático formal y avanzado. El objetivo secundario era mostrar aplicaciones directas de la teoría y, como bonificación, concientizar sobre la importancia de la optimización en tiempo y memoria, y cómo la matemática es la vía para la misma ([01:52:24](#)).
- **Requisitos de Aprobación y Plazos** Ise posgrados enfatizó que los estudiantes son los últimos responsables de aprobar la materia y les instó a revisar que tengan todas las autoevaluaciones aprobadas, indicando que no deben reprobar por olvidar una autoevaluación ([01:53:53](#)). La fecha límite para las autoevaluaciones es este sábado al mediodía (GMT -3), y se recomendó tomar el viernes a las 23:59 como fecha límite para tener margen en caso de problemas, un plazo que también aplica al Trabajo Práctico (TP) [67, Federico G. Zacchigna, Ise posgrados]. Ise posgrados mencionó que se admiten entregas parciales del TP [Ise posgrados].
- **Comunicación de Notas y Encuestas** Ise posgrados informó que el sábado se enviarán por correo electrónico las respuestas al mail del TP con el *feedback*, y en algún momento de la tarde o noche, recibirán los correos individuales con el desglose de notas de las autoevaluaciones y del TP, junto con la nota final ([01:53:53](#)). También se incluirá un enlace a una encuesta propia del curso, la cual es anónima y opcional, para recopilar *feedback* específico que la encuesta general del posgrado no puede cubrir, lo cual es considerado importante para futuras iteraciones del curso [68, Ise posgrados]. Cesar Orellana preguntó sobre la encuesta obligatoria y Ise posgrados aclaró que la del curso es otra, mientras que la obligatoria del posgrado les llegará vía correo de gestión [69, Cesar Orellana, Federico G. Zacchigna].

Pasos siguientes recomendados

- ☐ Ise posgrados intentará, pero no promete, enviar un recordatorio el jueves o viernes a quienes les falte hacer alguna autoevaluación.
- ☐ Ise posgrados estará enviando los mails individuales a los que hayan entregado el TP el sábado en algún momento de la tarde/noche con (1) el feedback del TP, (2) el desglose de notas de las autoevaluaciones y del TP, (3) la nota final, y (4) un link a una encuesta propia del curso.

Revisa las notas de Gemini para asegurarte de que sean correctas. [Obtén consejos y descubre cómo toma notas Gemini](#)

Danos tu opinión sobre el uso de Gemini para tomar notas en una [breve encuesta](#).