

UNIDAD 3 – RIESGO Y RENTABILIDAD

BIBLIOGRAFIA

- **FINANZAS CORPORATIVAS. Ross, S y Otros, 2012. Caps. 10 y 11**

Fuentes

- **BREALEY, R. y MYERS, S.; PRINCIPIOS DE FINANZAS CORPORATIVAS 7° Edición; Irwin McGraw-Hil, 2003.**
- **ROSS, WESTERFIELD y JEFFREY; FINANZAS CORPORATIVAS, 5ta Edición; Irwin McGraw-Hill, México. 2000**
- **APREDA, RODOLFO; MERCADO DE CAPITALES, ADMINISTRACION DE PORTAFOLIOS Y CORPORATE GOVERNANCE; La Ley, 2005.**

Bases Fundamentales.

- 1952. **H. Markowitz** presenta la “Teoría de la Cartera”. (1)
- 1958. **J. Tobin** amplía el modelo con el “Teorema de la Separación”. La **CML**. (2)
- 1964. **W. Sharpe** extiende la aplicación del modelo para incluir a todos los activos financieros y portafolios. La **SML**. (3)

(1) H. MARKOWITZ; PORTFOLIO SELECTION. Journal of Finance, volume 7, number 1, pp. 77-91

(2) J. TOBIN; LIQUIDITY PREFERENCE AS BEHAVIOR TOWARDS RISK, Review of Economic Studies, volume 25, pp. 65-85

(3) W. SHARPE; CAPITAL ASSET PRICES: A THEORY OF MARKET EQUILIBRIUM UNDER CONDITIONS OF RISK. Journal of Finance, volume 19, number 3, pp.425-442.

El Aporte de Markowitz

- La teoría de la cartera está basada en la necesidad de tomar en cuenta cómo la rentabilidad de cada instrumento financiero influencia y es influenciada (covaría) con los restantes.

- **SUPUESTOS**

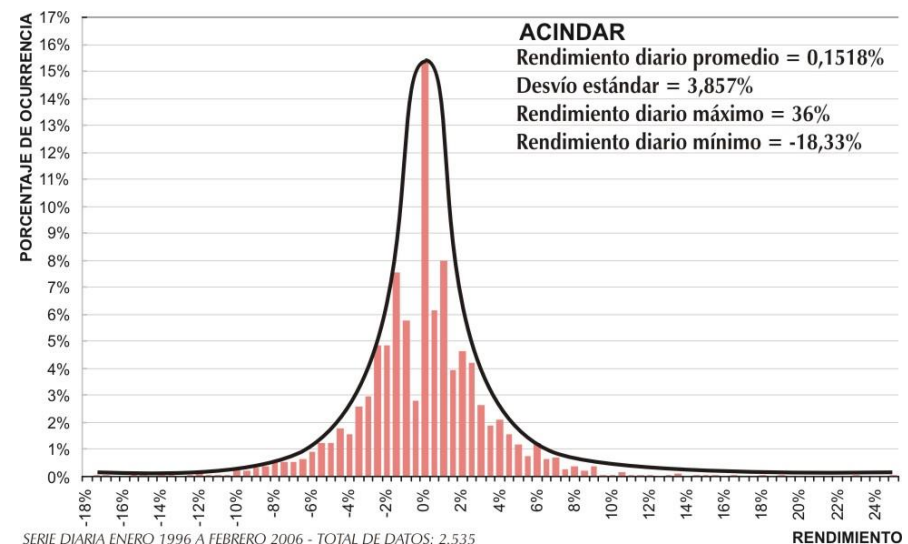
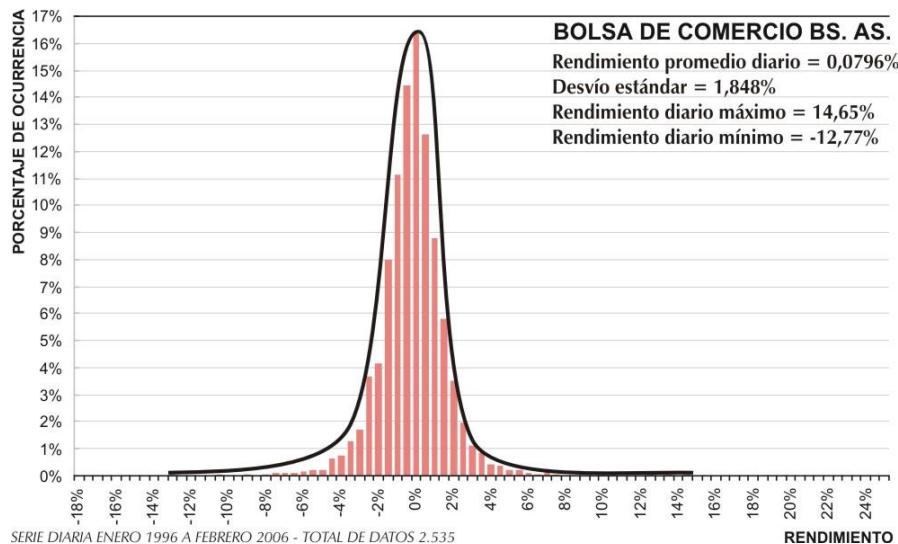
- No hay costos de transacción en sentido amplio.
- Los activos financieros son divisibles.

Enfoque “Rentabilidad – Varianza”

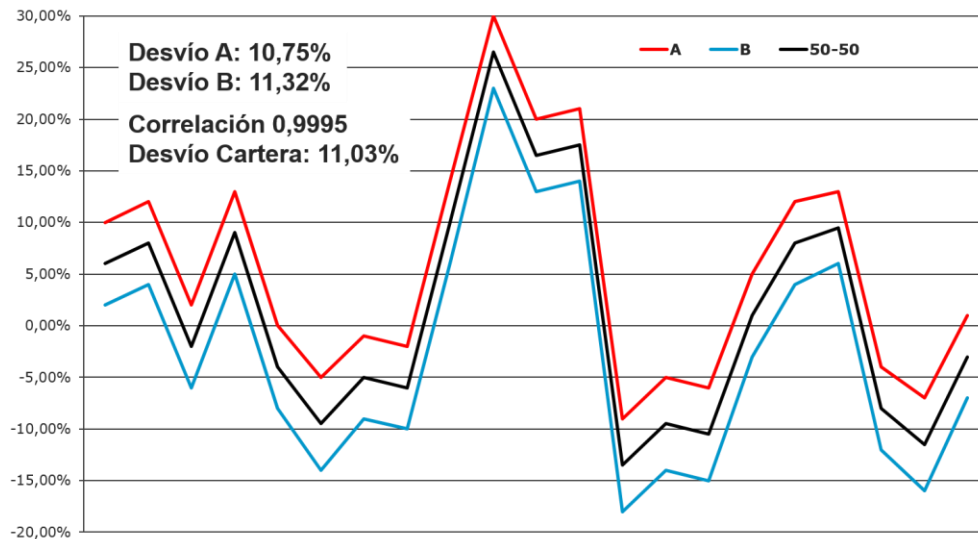
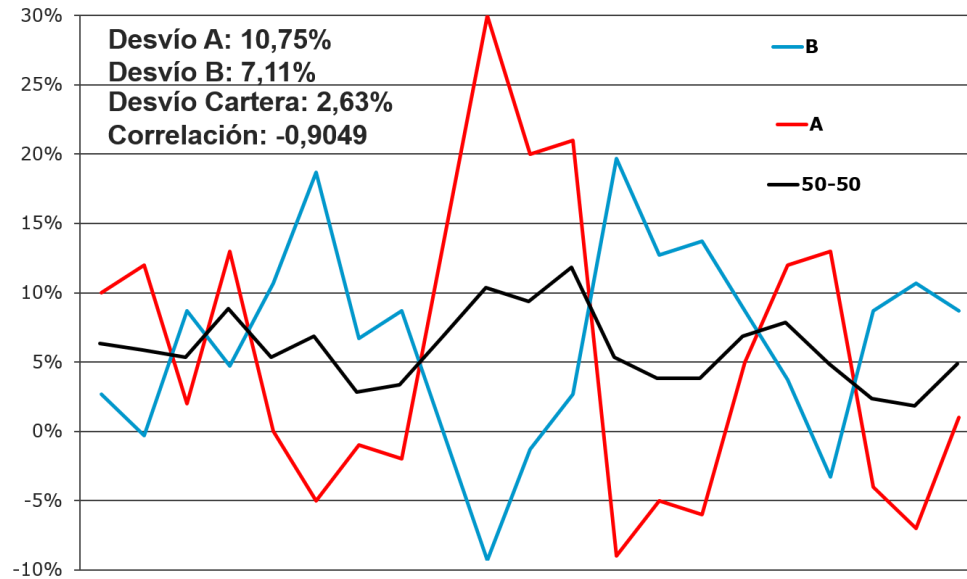
- **No saciedad:** un inversor racional buscará obtener el mayor retorno posible sobre una inversión. Sobre dos inversiones del mismo riesgo preferirá la que otorgue el mayor rendimiento.
- **Aversión al riesgo:** un inversor requerirá mayores retornos sobre inversiones más riesgosas. A igualdad de rendimiento esperado preferirá la inversión de menor riesgo.

Medición del riesgo

- Si se miden intervalos pequeños de rendimientos éstos tienen una distribución normal, y los parámetros que la definen completamente son la media y la desviación típica.



Correlación Positiva/Negativa



Cartera de Acciones

- **RIESGO:** Posibilidad de obtener más de un resultado sobre una determinada inversión.
- Ejemplo: Inversión 50% en A y 50% en B; r_A 20%; r_B 15%; desvíos 30% y 20%.
- Retorno esperado:
- Riesgo: La medida de riesgo más utilizadas son la desviación típica y la varianza.

$$\sigma_P^2 = 0,3^2 \times 0,5^2 + 0,2^2 \times 0,5^2 + 2 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,3 \times 0,2 \times 0,8 = 0,0565$$

$$\sigma_P = \sqrt{0,0565} = 0,237697 = 23,7697\%$$

Conclusión

- El **rendimiento** de una cartera es el **promedio ponderado** de los rendimientos de los activos individuales, pero **el desvío no**¹.
- Condición: si los activos no responden exactamente igual ante cualquier escenario planteado.
- El riesgo de una cartera depende no sólo de los desvíos individuales sino también de la manera en que COVARIAN entre sí.

$$COV_{A-B} = \sigma_{A-B} = \left[\sum (r_{Ai} - r_A) \times (r_{Bi} - r_B) \times p_i \right]$$

- La **COVARIANZA** mide la extensión en la cuál los retornos de dos activos se mueven juntos.

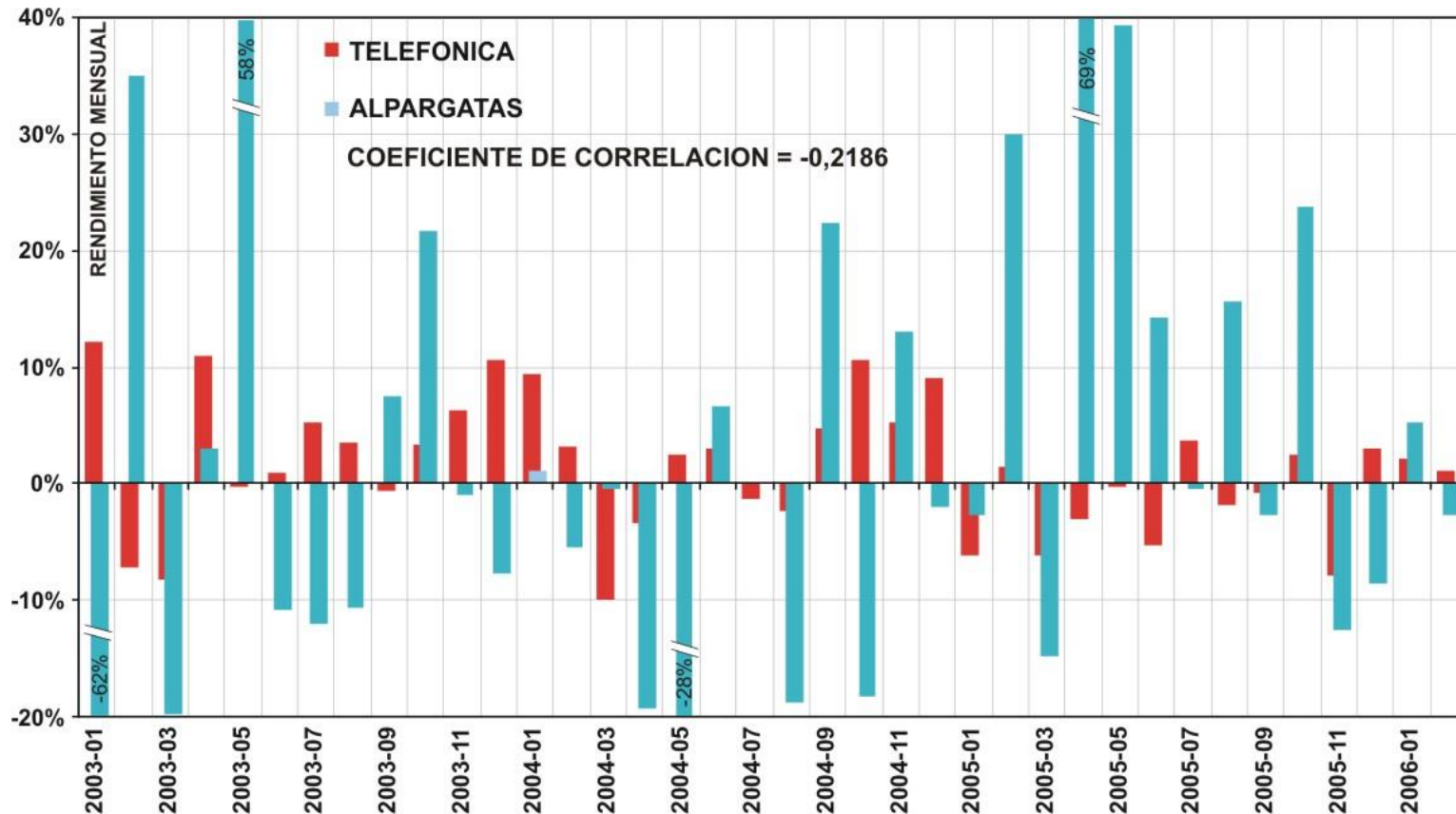
(1) Excepto cuando el coeficiente de correlación es igual a 1.

Correlación.

- El **COEFICIENTE DE CORRELACION** Estandariza la covarianza y da una perspectiva de la dirección de la relación existente entre dos o más variables. Varía entre 1 y -1
- El coeficiente de correlación negativo implica que es probable que cuando el rendimiento de una acción esté por encima de su promedio, el de la otra esté por debajo y viceversa.
- La varianza (riesgo) del portafolio será menor cuanto más cercano a -1 sea el coeficiente de correlación.

Coeficiente de Correlación

- Cuando los retornos son opuestos la **correlación es negativa** y si fueran siempre opuestos y con la misma intensidad sería igual a -1.

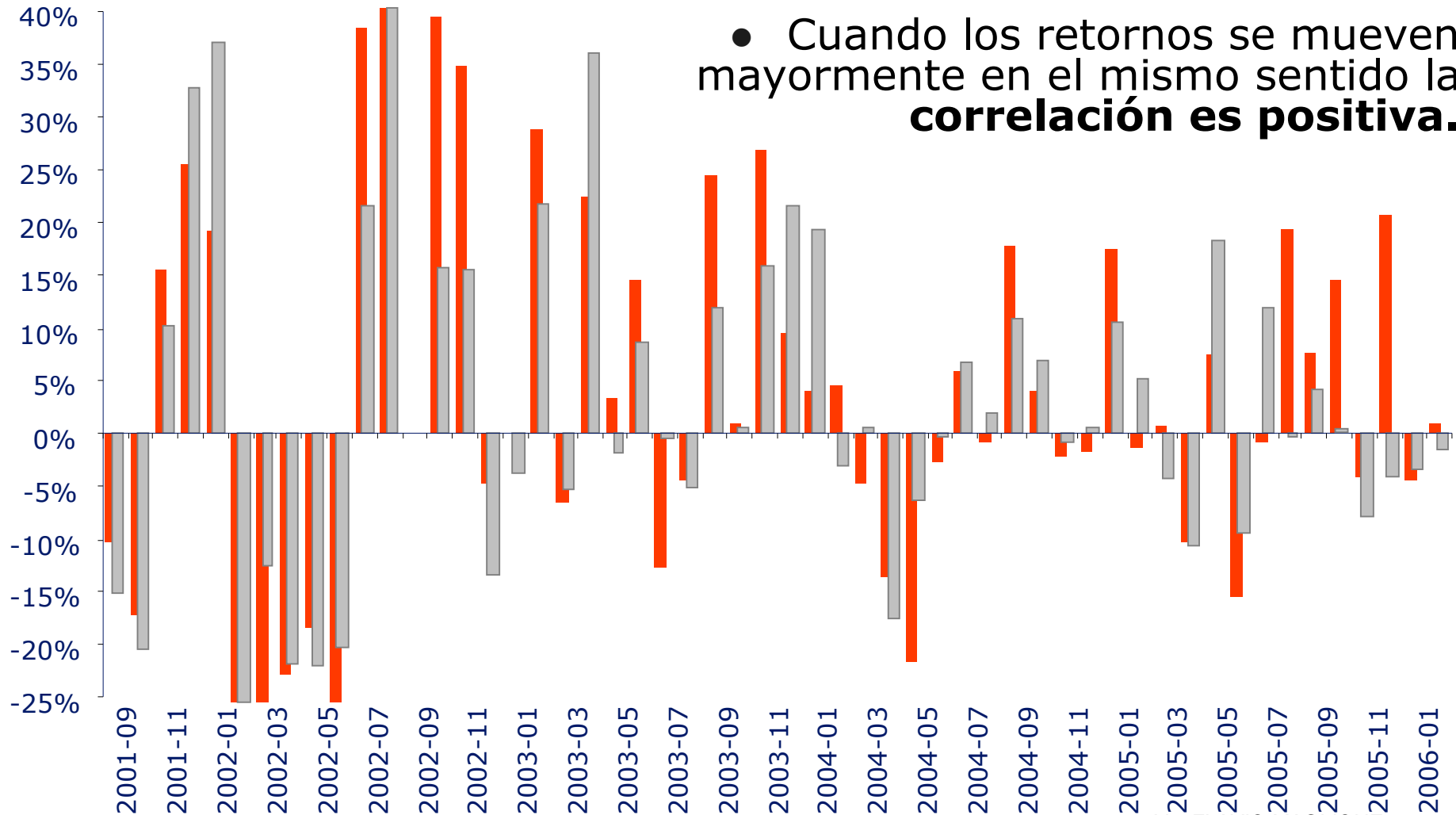


Coeficiente de Correlación

■ TRANSENER ■ TRANSPORTADORA GAS DEL SUR

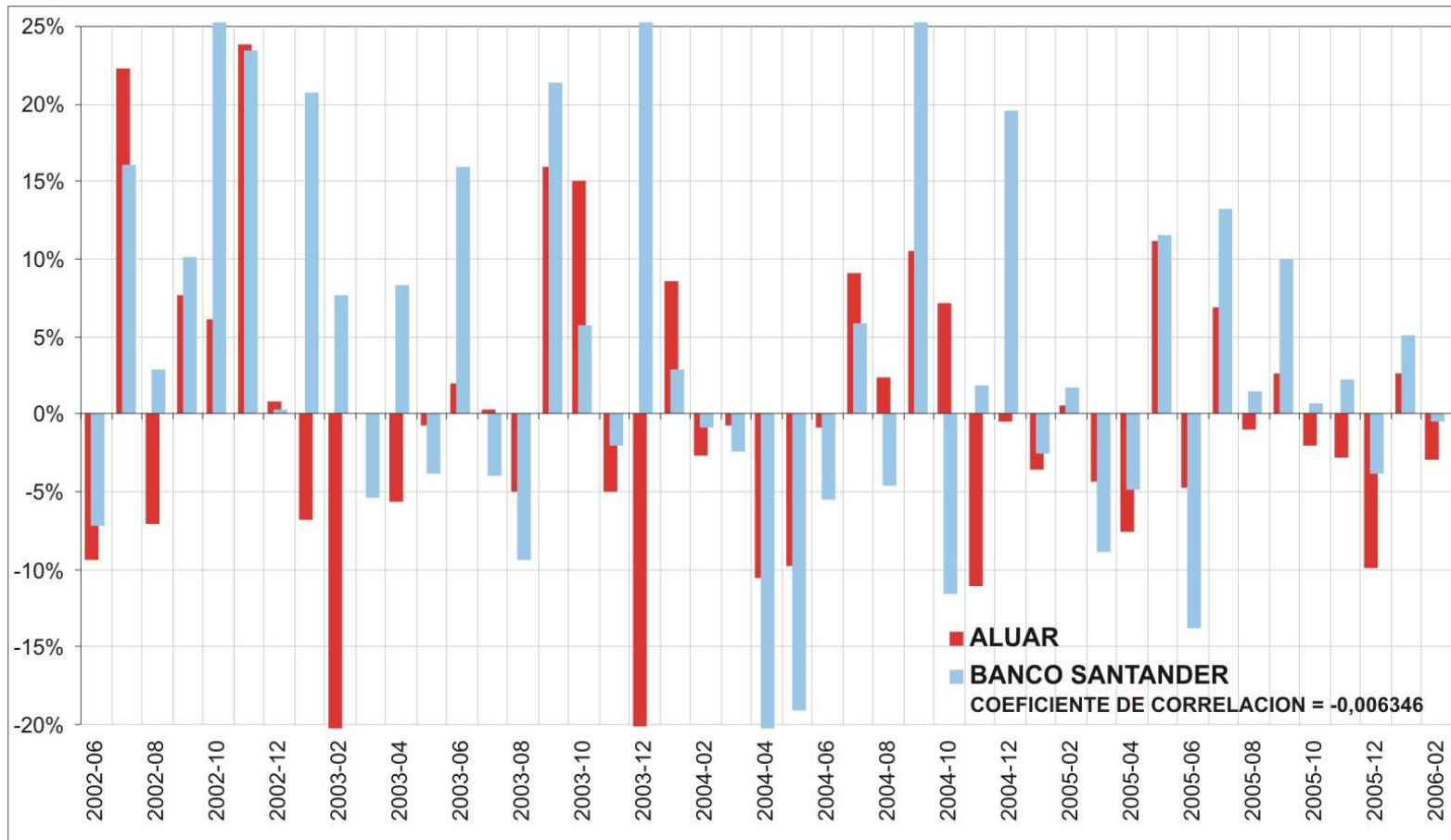
COEFICIENTE DE CORRELACION = 0,80

● Cuando los retornos se mueven mayormente en el mismo sentido la **correlación es positiva.**



Coeficiente de Correlación

- Cuando no hay una relación clara entre los retornos la correlación tiende a cero.



Correlación Perfecta Positiva

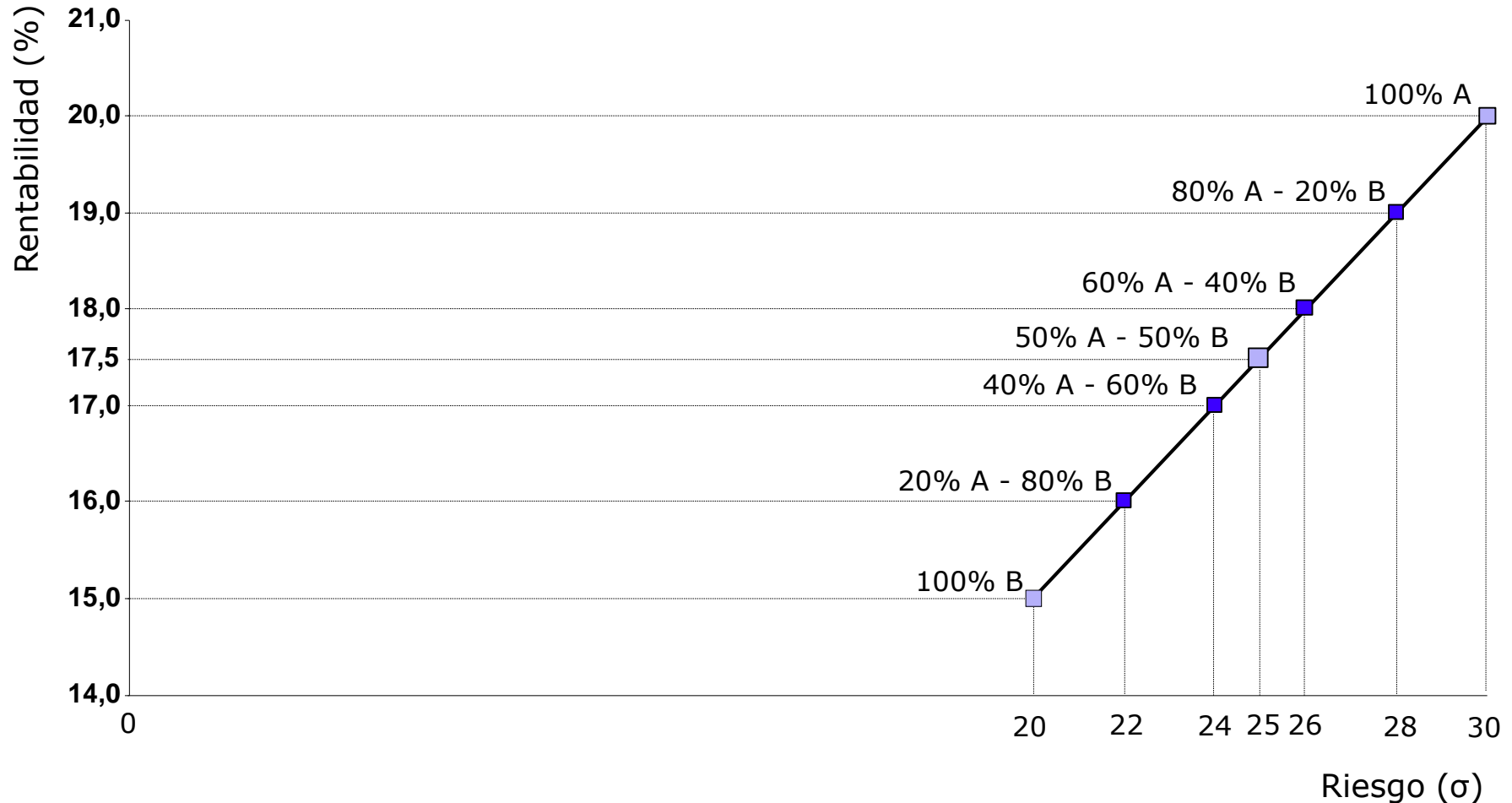
- Ejemplo:

	Rend.	Desvío
Acción A	20%	30%
Acción B	15%	20%

- Si el coeficiente de correlación fuera igual a 1, el desvío del portafolio sería un promedio ponderado de los desvíos individuales de cada activo. **NO HAY DISMINUCION DEL RIESGO.**

$$\sigma_P = \sqrt{0,3^2 \times 0,5^2 + 0,2^2 \times 0,5^2 + 2 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,3 \times 0,2 \times 1} = 0,25$$

Correlación Perfecta Positiva

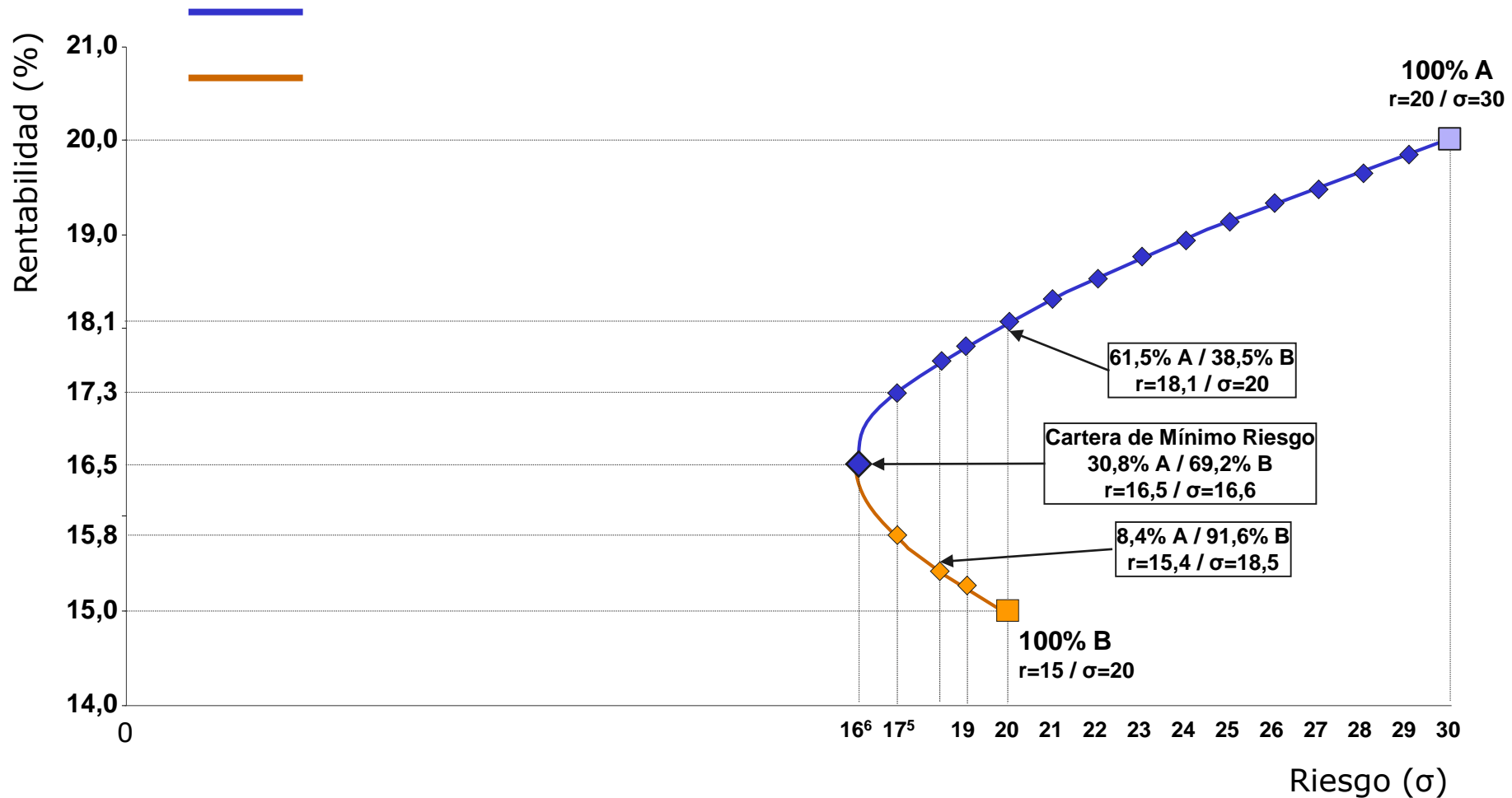


Incorrelación

- Si el coeficiente de correlación fuera igual a 0, el desvío del portafolio será, en este caso menor a los desvíos individuales de cada activo. **HAY DISMINUCION DEL RIESGO.**

$$\sigma_p = \sqrt{0,30^2 \times 0,50^2 + 0,20^2 \times 0,50^2 + 2 \times 0,30 \times 0,50 \times 0,20 \times 0,50 \times 0} = 0,1803$$

Incorrelación



Correlación Perfecta Negativa

- Si el coeficiente de correlación fuera igual a -1, el desvío del portafolio podría llegar a ser igual a cero. **HAY DISMINUCION DEL RIESGO.**

$$\sigma_P = \sqrt{0,30^2 \times 0,50^2 + 0,20^2 \times 0,50^2 + 2 \times 0,30 \times 0,50 \times 0,20 \times 0,50 \times (-1)} = 0,05$$

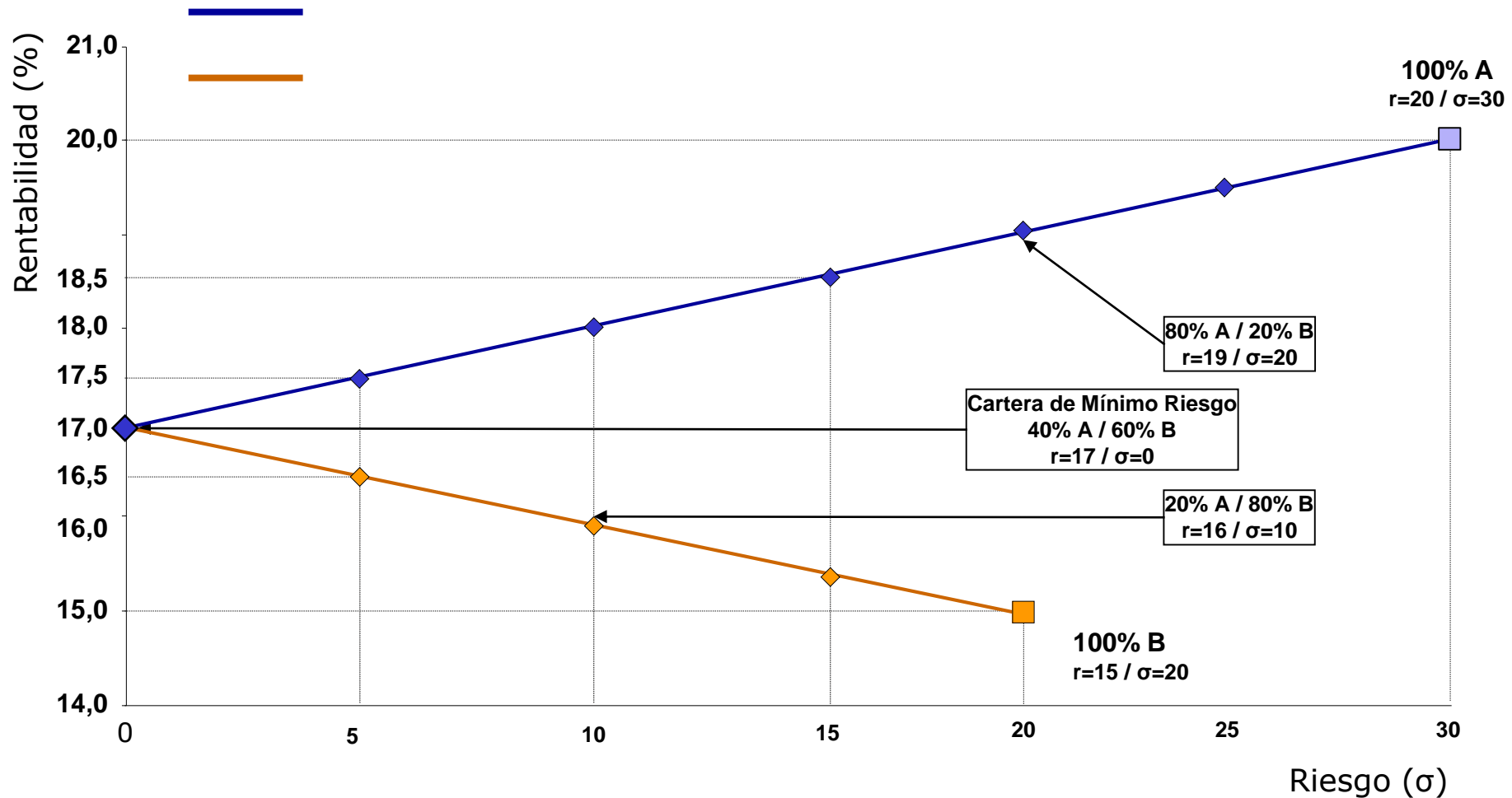
$$\sigma_P^2 = (w_A \times \sigma_A - w_B \times \sigma_B)^2 \Rightarrow \sigma_P = |w_A \times \sigma_A - w_B \times \sigma_B|$$

$$\text{Si } \sigma_P = 0 \Rightarrow w_A \times \sigma_A - w_B \times \sigma_B = 0 \Rightarrow w_A \times \sigma_A - (1 - w_A) \times \sigma_B = 0$$

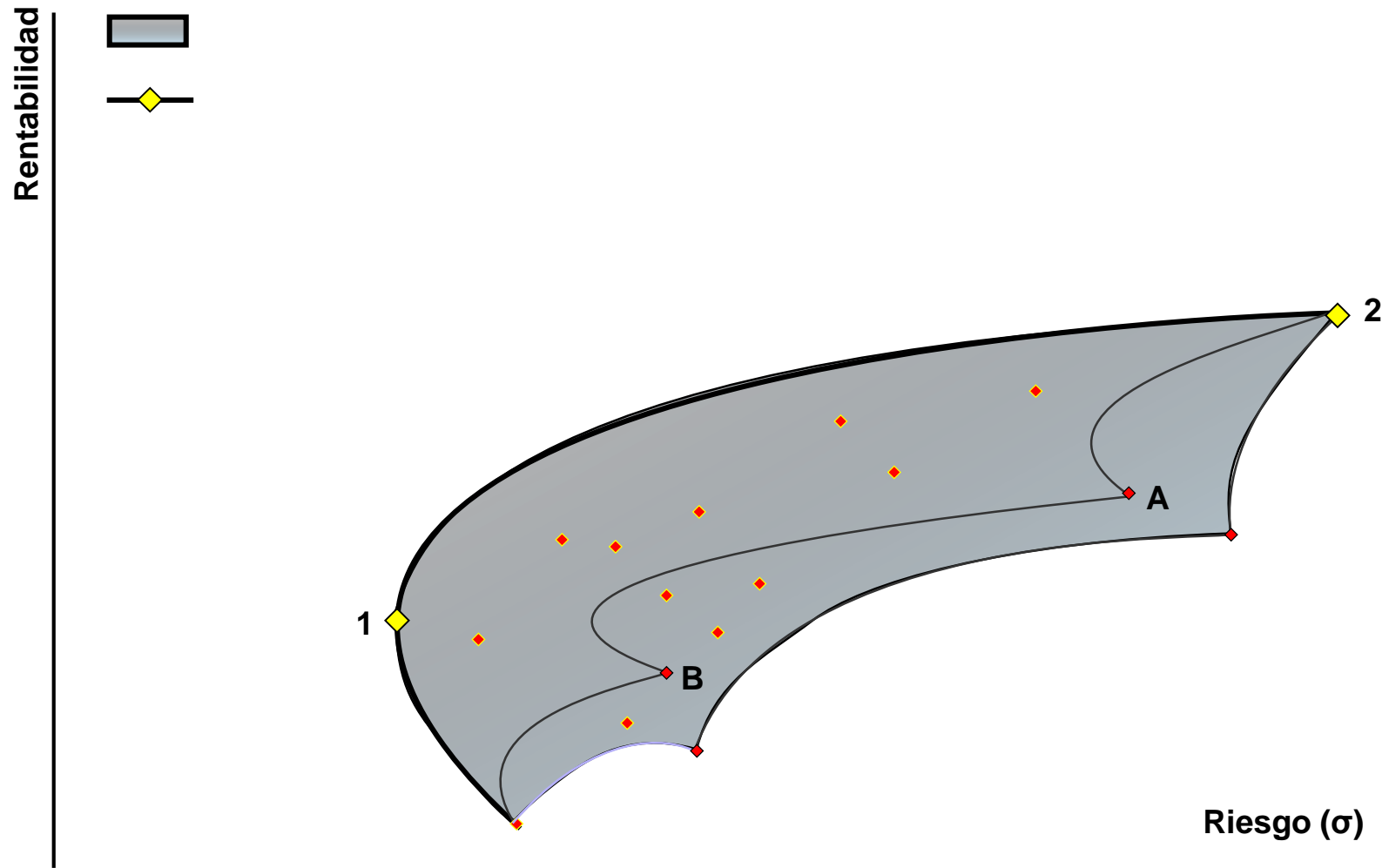
$$w_A \times (\sigma_A + \sigma_B) - \sigma_B = 0 \Rightarrow w_A = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B} = \frac{0,20}{0,30 + 0,20} = 0,40 \Rightarrow w_B = 0,60$$

$$\sigma_P = \sqrt{0,30^2 \times 0,40^2 + 0,20^2 \times 0,60^2 + 2 \times 0,30 \times 0,40 \times 0,20 \times 0,60 \times (-1)} = 0$$

Correlación Perfecta Negativa



FRONTERA DE EFICIENCIA



APLICACIÓN PRACTICA

- El modelo de Markowitz indica lo que deberían hacer los agentes económicos racionales en un mundo con incertidumbre para administrar sus portafolios de la mejor manera posible.

- **EN LA TEORIA**

- Adoptar el portafolio que se ubica en la frontera de eficiencia.

- **EN LA PRACTICA**

- Ante la existencia de costos de transacción, administrar portafolios cambiando sus proporciones para quedar lo más cerca posible de la frontera de eficiencia.

El Aporte de Tobin

- En 1958, J. Tobin amplia el modelo de Markowitz.
- Incorpora el **Activo Libre de Riesgo**
 - Teorema de la separación.
- Agrega el supuesto de **Expectativas Homogéneas**.
- Crea una nueva frontera eficiente, la **Capital Allocation Line** (CAL).

Activo Libre de Riesgo

- Activo con un rendimiento totalmente seguro.
- **Los T-bill (Bonos del Tesoro Norteamericano)** son la inversión más segura que pueda realizarse.
 - No hay riesgo de insolvencia.
 - No hay riesgo de reinversión.
- Conservan el riesgo de la inflación.
- Rendimiento de los T-bills

Capital Allocation Line (CAL).

- **Supuesto adicional.**

- Los agentes económicos exhiben **expectativas homogéneas.**

- Existen sub-mercados que muestran cierto consenso de expectativas.
- Los especialistas presentan una gran concentración de información compartida evidente.

- **Consecuencia**

- Todos los agentes económicos tienen la **misma frontera de eficiencia.**

Portafolios Compuestos

- Inversión en un activo riesgoso y otro libre de riesgo¹.
 - Datos $r_A=20\%$ $\sigma_A=30\%$ $r_f=5\%$ $\sigma_{rf}=0\%$
 - Inversión en A \$25.000 y en bonos del tesoro \$75.000

$$r_P = w_A \times r_A + w_{rf} \times rf = w_A \times r_A + (1 - w_A) \times rf$$

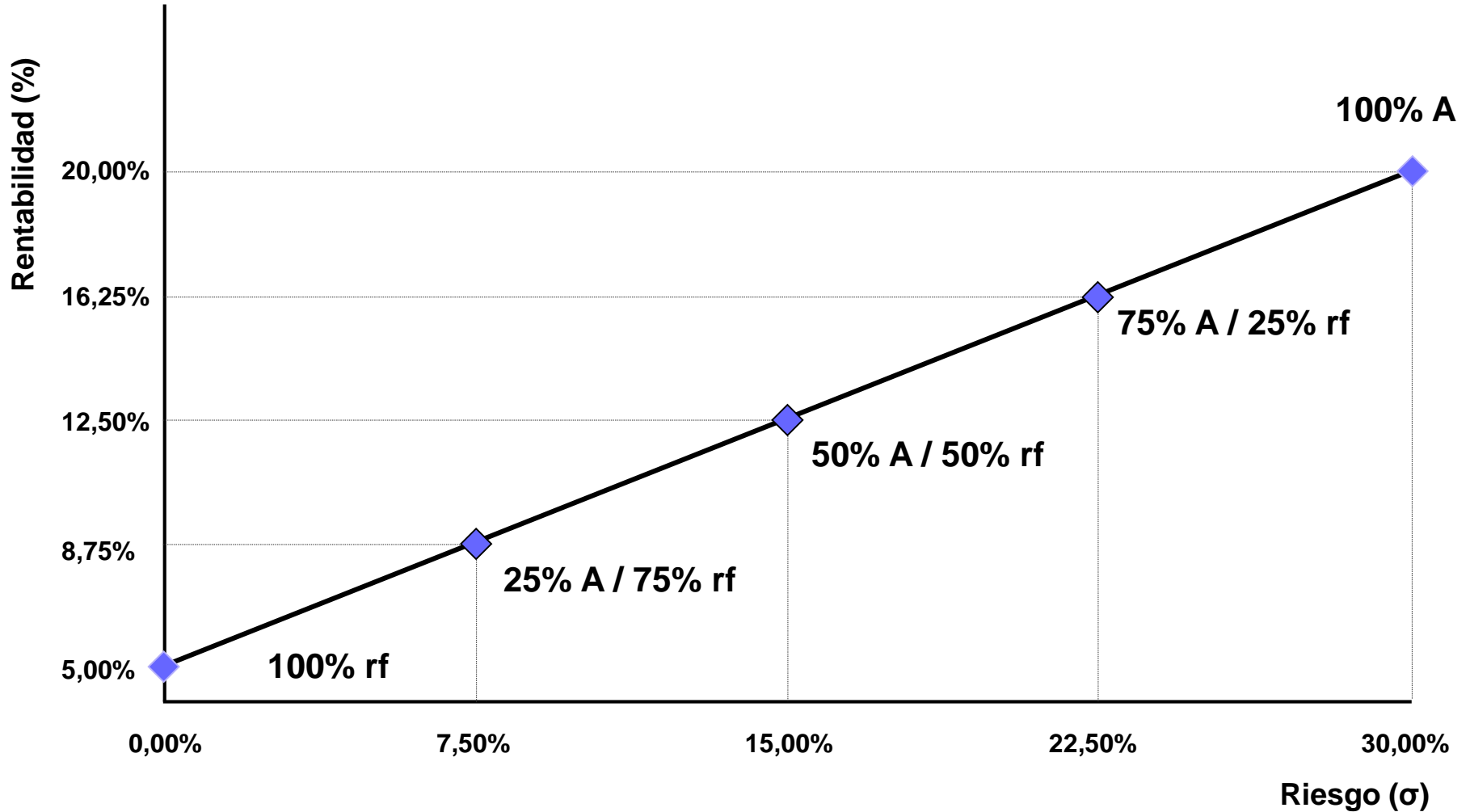
$$r_P = w_A \times r_A + rf - w_A \times rf = rf + w_A \times (r_A - rf)$$

Portafolios compuestos

- El riesgo del portafolio sería entonces:

$$\sigma_P^2 = \sigma_A^2 \times w_A^2 + \sigma_{rf}^2 \times w_{rf}^2 + 2 \times \sigma_A \times w_A \times \sigma_{rf} \times w_{rf} \times \rho_{A-rf}$$

Portafolios Compuestos.



Portafolios Compuestos

- Inversión en un **portafolio riesgoso** y un **activo libre de riesgo**¹.

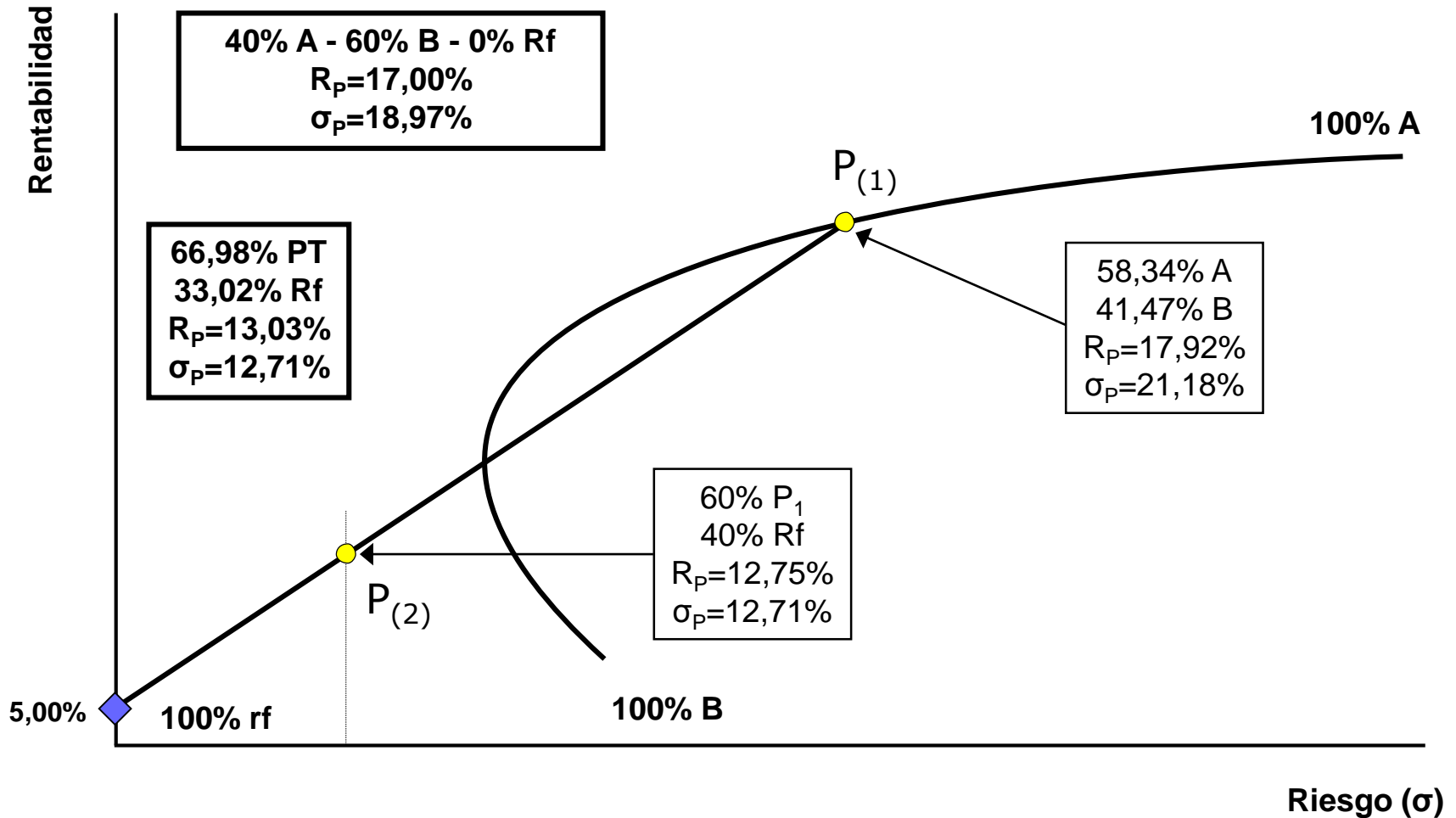
- Datos $r_A=20\%$ $\sigma_A=30\%$ $r_B=15\%$ $\sigma_B=20\%$ $r_f=5\%$ $\sigma_{rf}=0\%$ $\rho_{A-B}=0,25$
- Inversión: $w_A=0,35$ $w_B=0,25$ $w_{rf}=0,40$

$$r_P = r_A \times w_A + r_B \times w_B + r_f \times w_{rf}$$

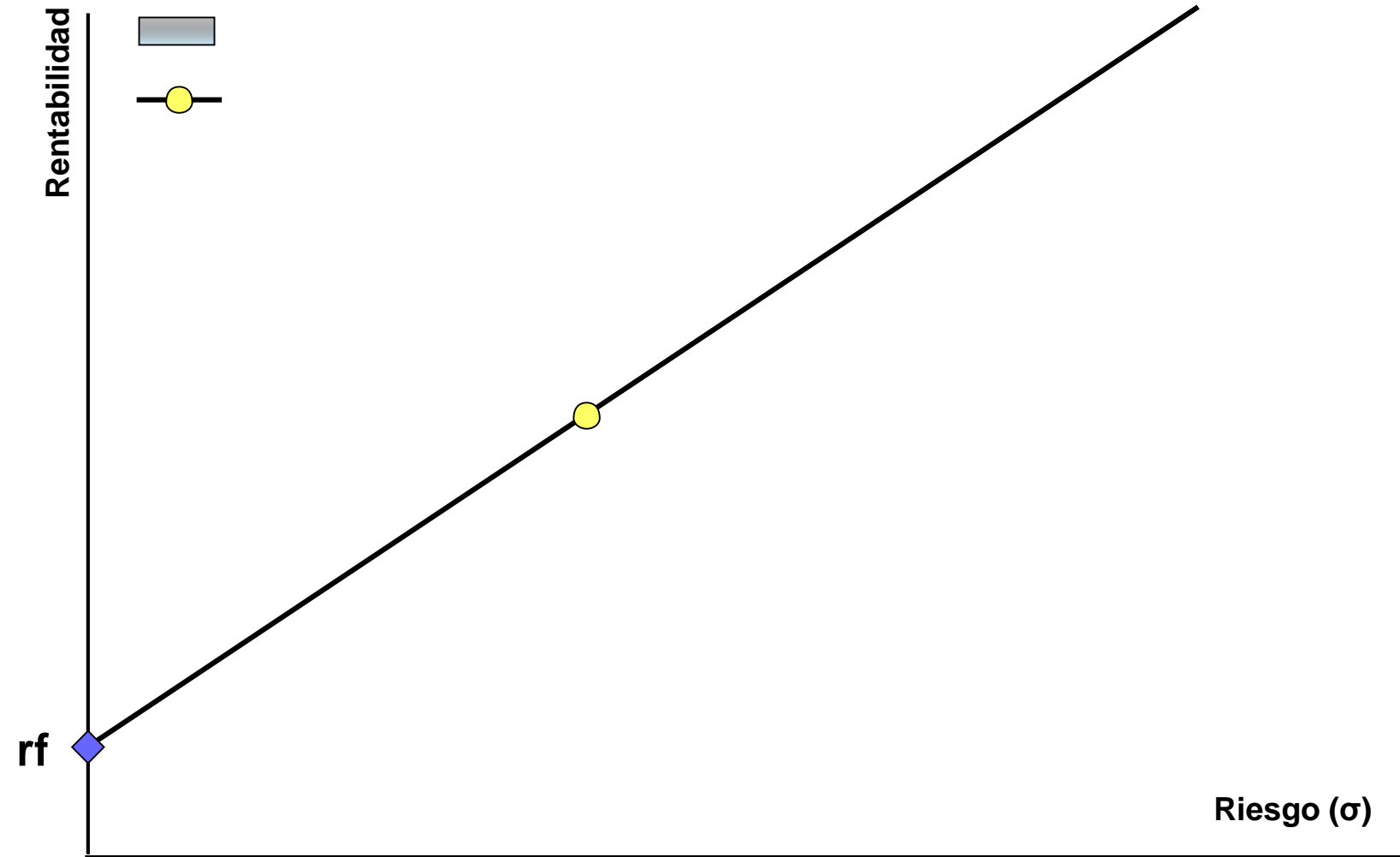
$$\sigma_P^2 = \sigma_A^2 \times w_A^2 + \sigma_B^2 \times w_B^2 + 2 \times w_A \times w_B \times \sigma_A \times \sigma_B \times \rho_{(A,B)}$$

$$\sigma_P = \sqrt{0,3^2 \times 0,35^2 + 0,2^2 \times 0,25^2 + 2 \times 0,35 \times 0,25 \times 0,3 \times 0,2 \times 0,25} = \mathbf{0,1271}$$

Portafolios de Separación



Capital Allocation Line (CAL).

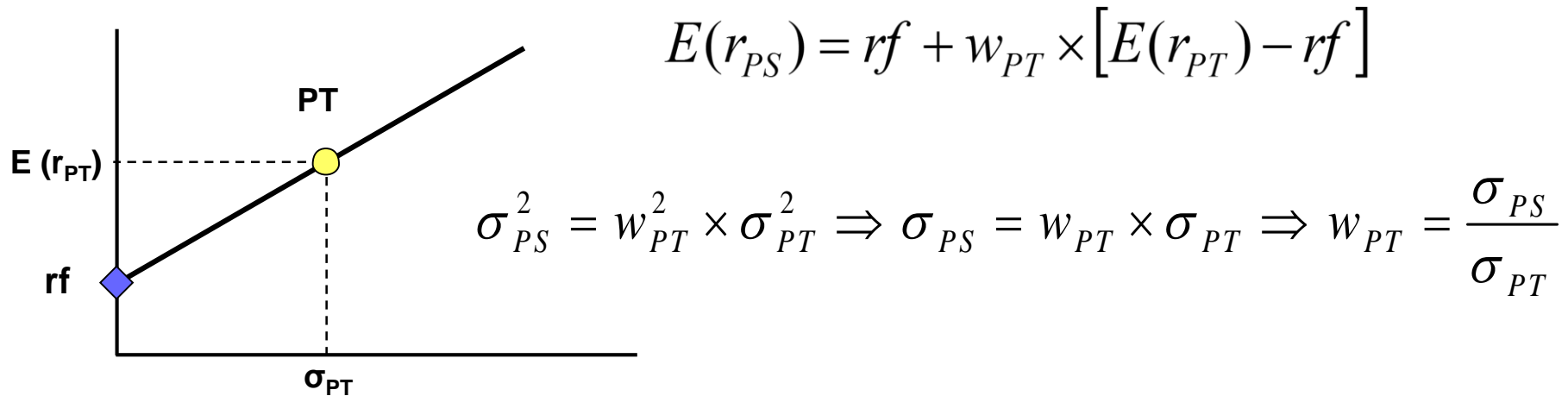


Teorema de la Separación.

- **Existe una sola frontera eficiente.**
 - Pasa por el **Activo Libre de Riesgo** (r_f) y un portafolio Markoviano especial, llamado **Portafolio de Tangencia** (PT).
- Separación de las Decisiones.
 - **Decisión Colectiva:** determinación del Portafolio de Tangencia.
 - **Decisión Individual:** determinación de la proporción a invertir en r_f y PT de acuerdo al grado de aversión al riesgo.

Capital Allocation Line (CAL).

- La nueva frontera de eficiencia responde a una ecuación lineal.



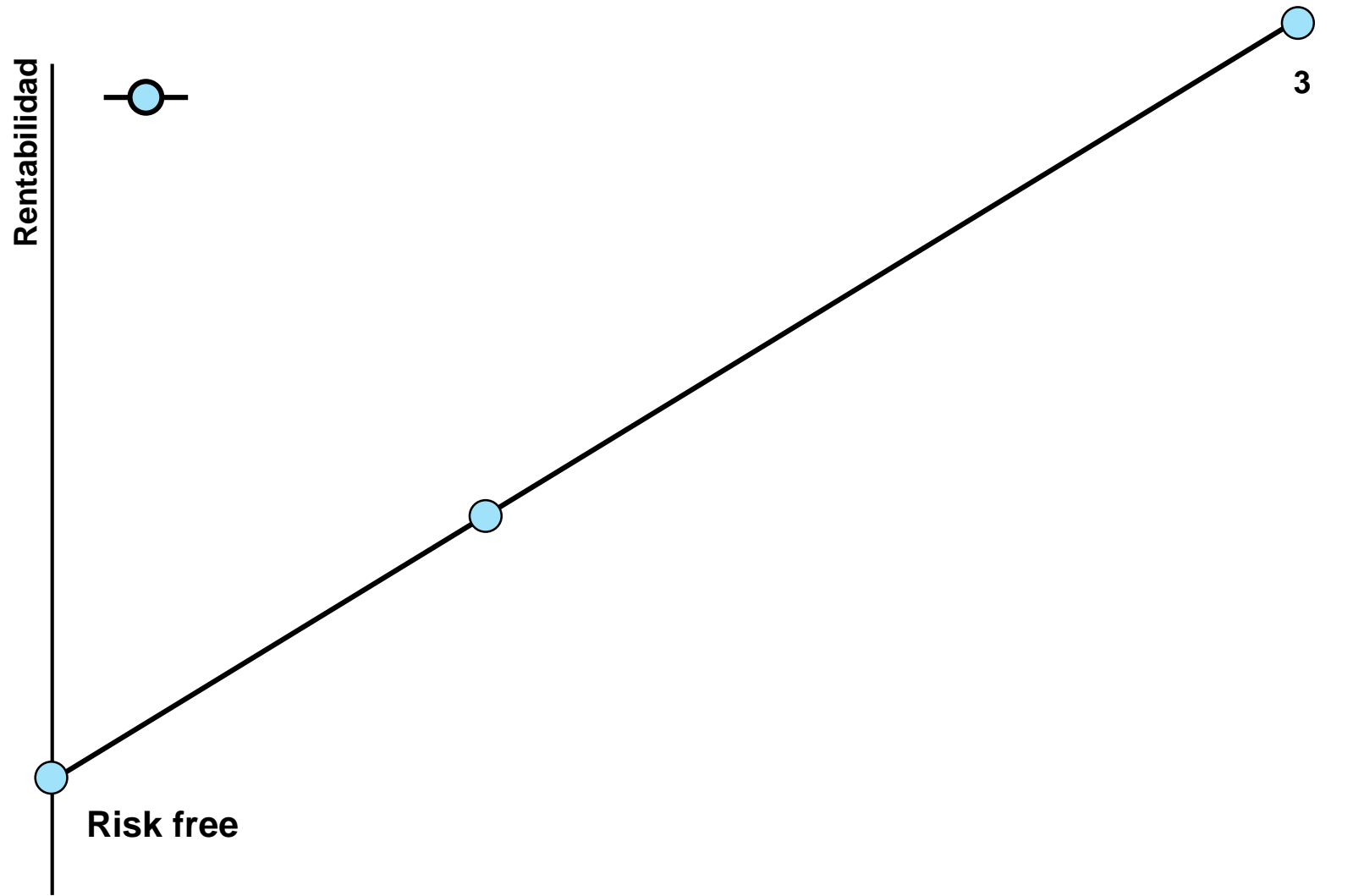
El Aporte de Sharpe.

- En 1964 W. Sharpe vuelve a ampliar el modelo de Markowitz y Tobin, superando la última de sus limitaciones:
- Incorpora el **Portafolio de Mercado**.
- Agrega dos supuestos:
 - Se puede tomar y colocar fondos a la tasa libre de riesgo.
 - El mercado está en equilibrio.
- A partir de la CAL obtiene la **CML** y de ésta deriva la **SML**.

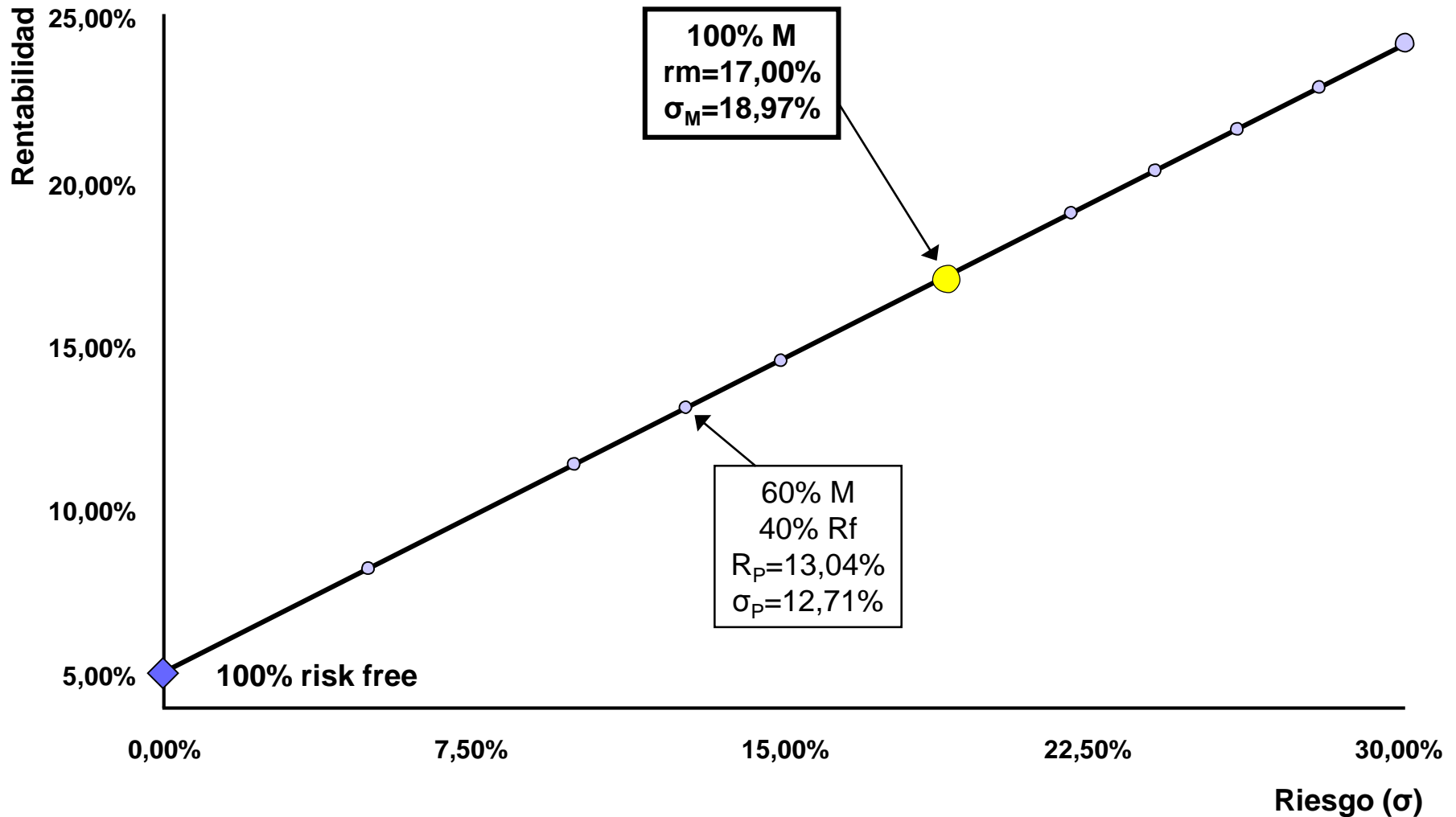
El Portafolio de Mercado.

- **Reemplazando al Portafolio de Tangencia por el Portafolio de mercado**, se eliminia el problema del excesivo nro. de inputs.
- **Restricción operativa:**
 - Costos transaccionales y diponibilidad de los activos.
- **En la práctica** hay dos opciones:
 - Se replica un índice de mercado (S&P 500, Merval, BOVESPA, FT100, etc.)
 - Se adopta una posición long en dicho índice que se negocia a precio spot y al mismo tiempo se contrata una posición short con vencimiento futuro.

Capital Market Line (CML)

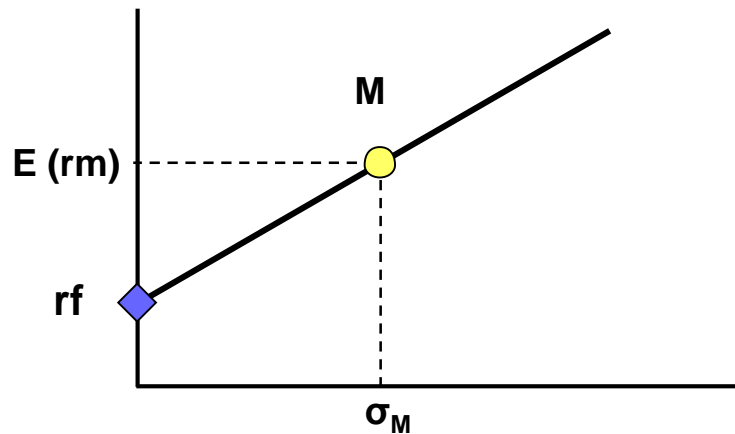


Préstamo y Endeudamiento



Capital Market Line (CML).

- La nueva frontera eficiente es lineal y pasa por dos puntos (r_f y M) que son independientes del programa de cálculo de Markowitz.



$$Y = a + b \times X \Rightarrow E(r) = a + b \times \sigma$$

$$r_f = a + b \times 0 \Rightarrow a = r_f$$

$$E(r_M) = a + b \times \sigma_M \Rightarrow b = \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M}$$

$$E(r_{PS}) = r_f + \frac{[E(r_M) - r_f]}{\sigma_M} \times \sigma_{PS}$$

Capital Market Line (CML).

- Por 1ª vez se identificaron las **dos fuentes de rentabilidad en equilibrio**:
 - r_f :
 - La prima de riesgo:
- Por 1ª vez se calculó un “**precio**” al riesgo:

$$\left[E(r_m) - r_f \right] \times \frac{\sigma_{PS}}{\sigma_M}$$

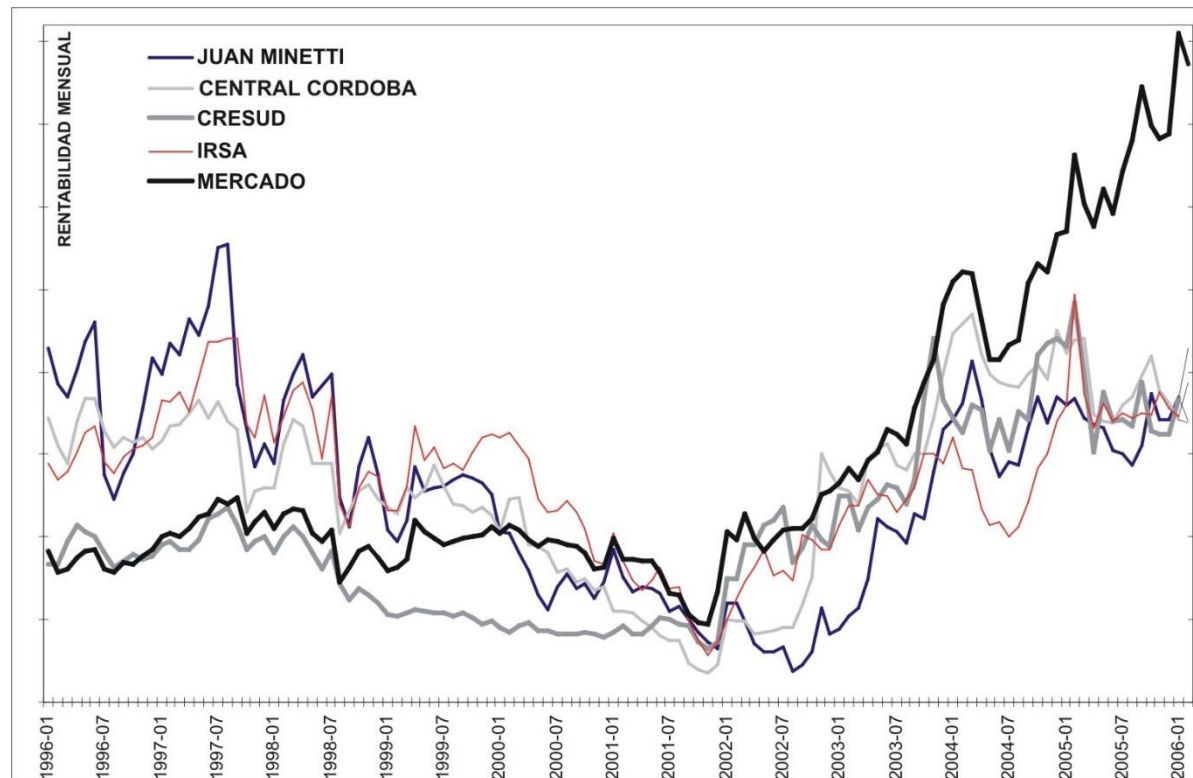
Limitaciones de la CML.

- **Solo sirve para Portafolios Eficientes** (de separación).
 - No se puede utilizar para estimar rentabilidades de portafolios ineficientes y activos individuales.
 - No se pueden obtener precios de referencia excepto para portafolios de separación.
- **En la práctica:**
 - Armar el portafolio más cercano a la CML como lo permitan los costos de transacción.

Capital Assets Pricing Model (CAPM)

- **Incluye a todos los activos y portafolios.**
 - Sharpe deriva de la CML una nueva relación lineal que va a incluir a todos los activos individuales y portafolios eficientes e ineficientes: la **SECURITY MARKET LINE (SML)**.
- **Identifica el riesgo relevante**
 - ...“El riesgo sistemático es la única fuente de incertidumbre acerca de la tasa de rentabilidad de un portafolio eficiente”

Limites para la Diversificación.



Límites para la Diversificación.

- El grado de diversificación **dependerá** en gran medida de la **cantidad de activos** que se incluyan en la cartera.

	A	B	C	D	N
A	VAR A	COVAR A-B	COVAR A-C	COVAR A-D	COVAR A-N
B	COVAR A-B	VAR B	COVAR B-C	COVAR B-D	COVAR B-N
C	COVAR A-C	COVAR B-C	VAR C	COVAR C-D	COVAR C-N
D	COVAR A-D	COVAR B-D	COVAR C-D	VAR D	COVAR D-N
N	COVAR A-N	COVAR B-N	COVAR C-N	COVAR D-N	VAR N

Límites para la Diversificación.

- CANTIDAD DE ACCIONES = **N**
- PROPORCION INVERTIDA EN CADA UNA = **1/N**
- CANTIDAD DE CASILLAS DE VARIANZA (σ^2) = **N**
- CANTIDAD DE CASILLAS DE COVARIANZA (COV) = **N² - N**

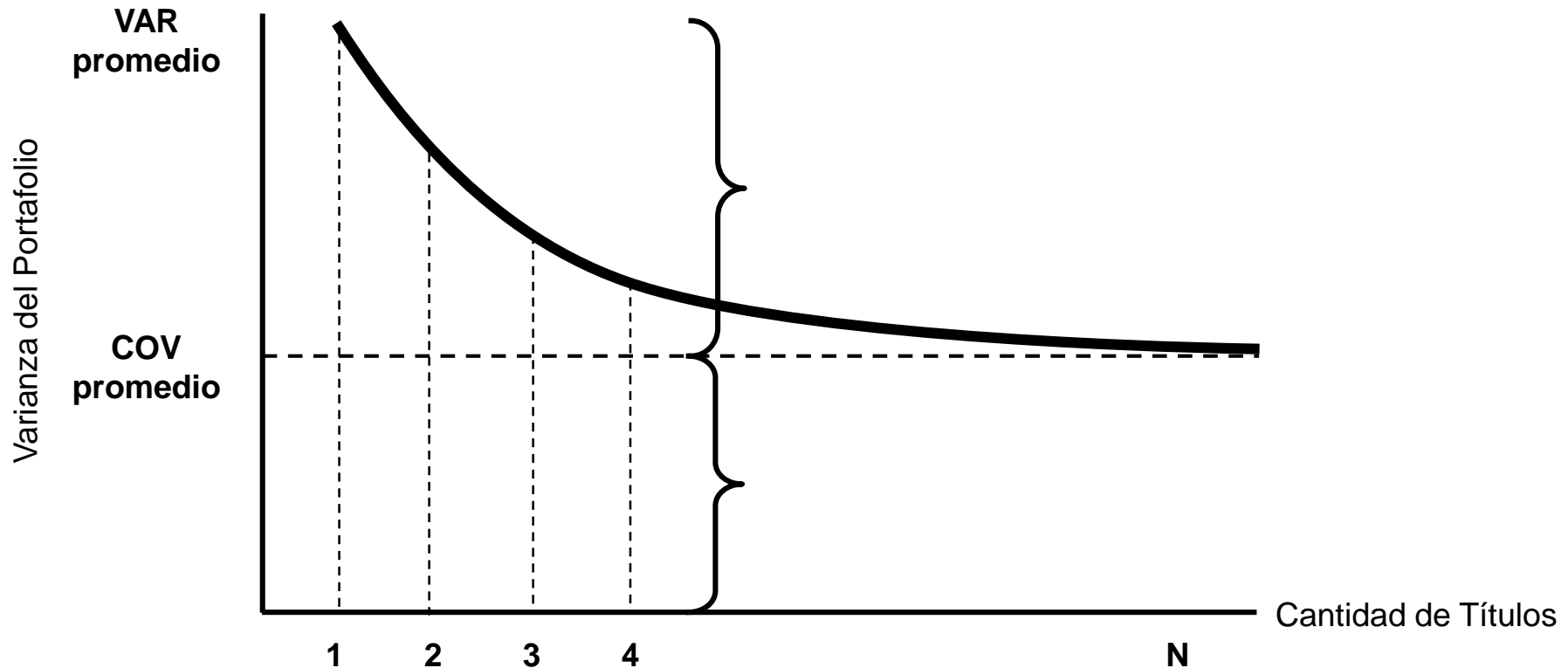
$$\sigma_P^2 = N * \left(\frac{1}{N}\right)^2 * \sigma_{promedio}^2 + (N^2 - N) * \left(\frac{1}{N}\right)^2 * COV_{promedio}$$

$$\sigma_P^2 = \left(\frac{1}{N}\right) * \sigma_{promedio}^2 + \left(1 - \frac{1}{N}\right) * COV_{promedio}$$

$$Si N \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{N} \rightarrow 0 \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{N}\right) \rightarrow 1 \Rightarrow \sigma_P^2 = COV_{promedio}$$

Límites para la Diversificación

- La red de covarianzas positivas que ligan a la mayor parte de las acciones fijan el límite a los beneficios de la diversificación.
- Es la covarianza media la que fundamenta el riesgo que permanece después que la diversificación haya actuado.



Tipos de Riesgo

● **Riesgo único. ASISTEMATICO.**

- Puede ser potencialmente eliminado mediante la diversificación.
- Riesgos específicos de una empresa y tal vez a sus competidores cercanos.

● **Riesgo de mercado. SISTEMATICO.**

- No se puede evitar por mucho que se diversifique.
- Deriva de peligros en el conjunto de la economía que amenazan a todos los negocios.
- Es el único que importa si se posee una cartera razonablemente bien diversificada.

Derivación de la SML.

- En equilibrio el precio marginal del riesgo tiene que ser el mismo para todos los activos, por lo tanto:

$$\frac{[E(rm) - rf]}{2 \times \sigma_m^2} = \frac{\Delta E(rp)}{\Delta \sigma_P^2} = \frac{[E(r_A) - rf]}{2 \times COV(rm, r_A)}$$

$$[E(r_A) - rf] = \frac{[E(rm) - rf]}{2 \times \sigma_m^2} \times 2 \times COV(rm, r_A)$$

$$[E(r_A) - rf] = [E(rm) - rf] \times \frac{COV(rm, r_A)}{\sigma_m^2}$$

$$E(r_A) = rf + [E(rm) - rf] \times \beta_A$$

Tipos de Riesgo

● Componentes del Riesgo

riesgo total = riesgo sistemático + riesgo asistemático

- **Riesgo sistemático:** depende del portafolio de mercado

$$\sigma^2 = \beta_P^2 \times \sigma_M^2$$

- β mide si la rentabilidad del portafolio o activo acompaña los movimientos del mercado o se comporta en oposición.

$$\beta_P = \frac{COV(R_P, r_M)}{\sigma_m^2}$$

- **Riesgo asistemático:** varianza residual de los errores.
 - σ_e^2 disminuye a medida que se agregan activos al portafolio.

Riesgo Sistemático

- La contribución de un título individual al riesgo de una cartera diversificada es medida por su beta (β).
- Es la proporción entre la covarianza de la rentabilidad de la acción y el mercado y la varianza de la rentabilidad del mercado.

$$\beta_i = \frac{COV_{im}}{\sigma_m^2}$$

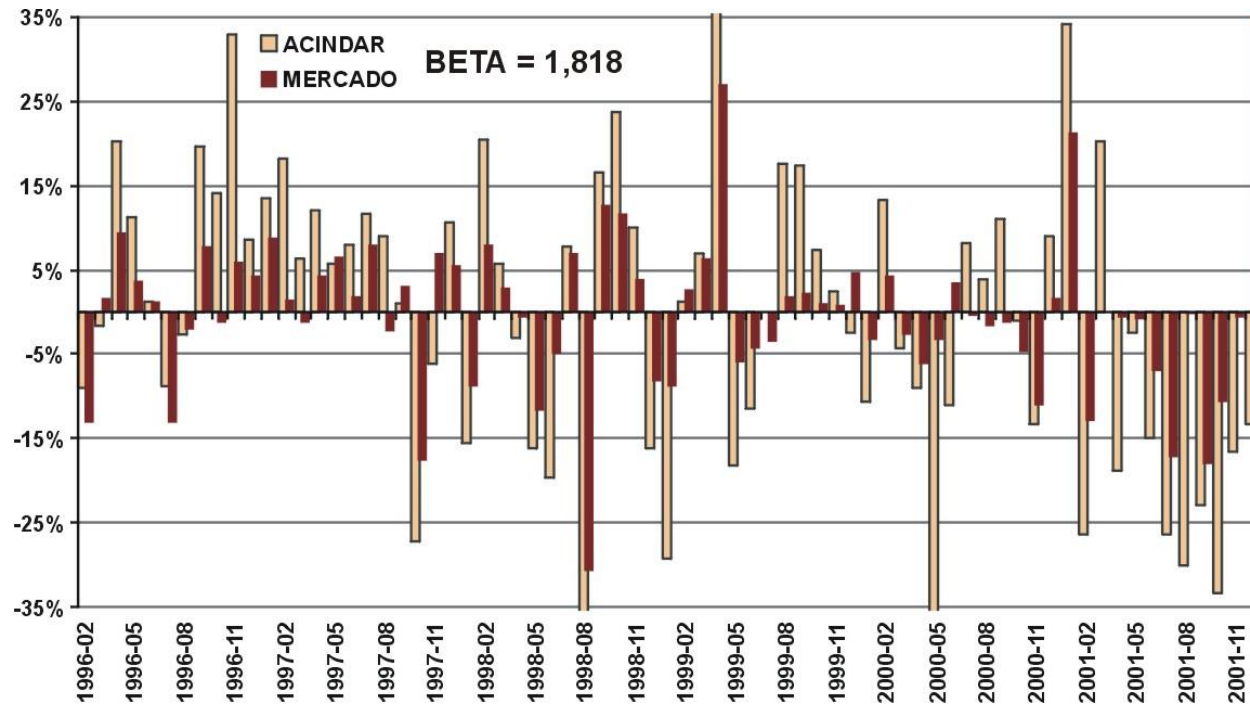
BETA

- **Mide la sensibilidad del título a los movimientos del mercado.**
- **El riesgo de una cartera bien diversificada es proporcional a su BETA.**

$$\beta_P = \sum_{i=1}^N w_i \times \beta_i$$

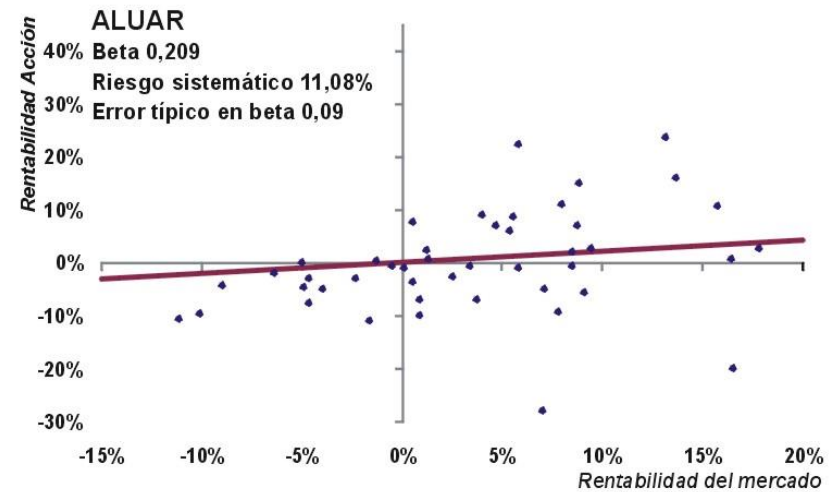
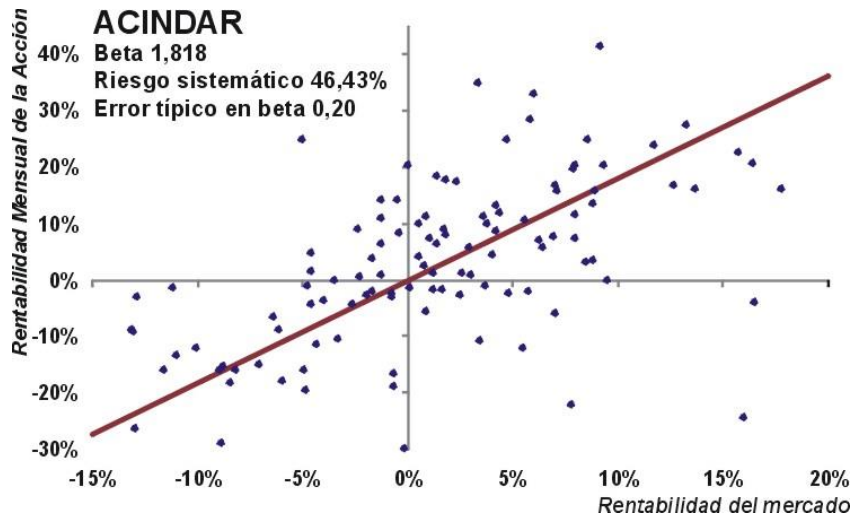
BETA

- Por cada movimiento de 1% del mercado se espera que Acindar se mueva 1,818%.
- También tendrá un riesgo 81,8% superior al promedio del mercado.



BETA

- Por cada movimiento del 1% en el mercado se espera que Aluar se mueva 0,209%.
- Pero sólo tendrá un 20,9% del riesgo del promedio del mercado.



Security Market Line. (SML)¹

$$\overline{r}_m = rf + \text{prima de riesgo} = rf + \left(\overline{r}_m - rf \right)$$

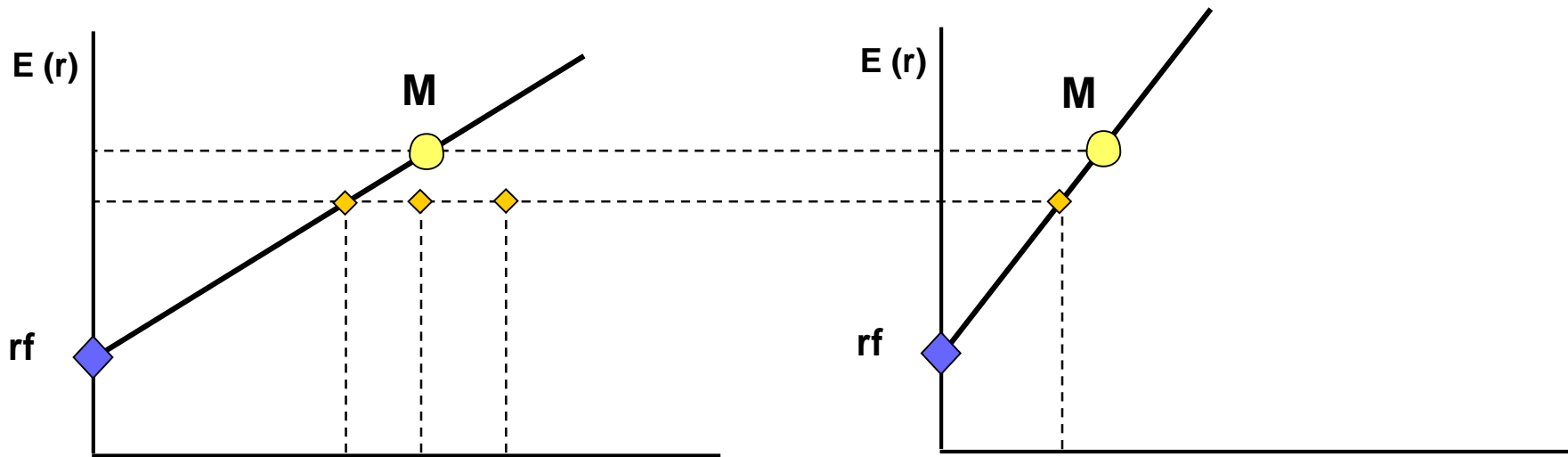
La prima de riesgo de un activo es proporcional a su beta.

$$\overline{r}_A - rf = \beta_A \times \left(\overline{r}_m - rf \right)$$

$$\boxed{E(r_A) = rf + \beta_A \times \left(\overline{r}_m - rf \right)}$$

(1) En español se denomina LINEA DEL MERCADO DE VALORES (LMV)

CML versus SML

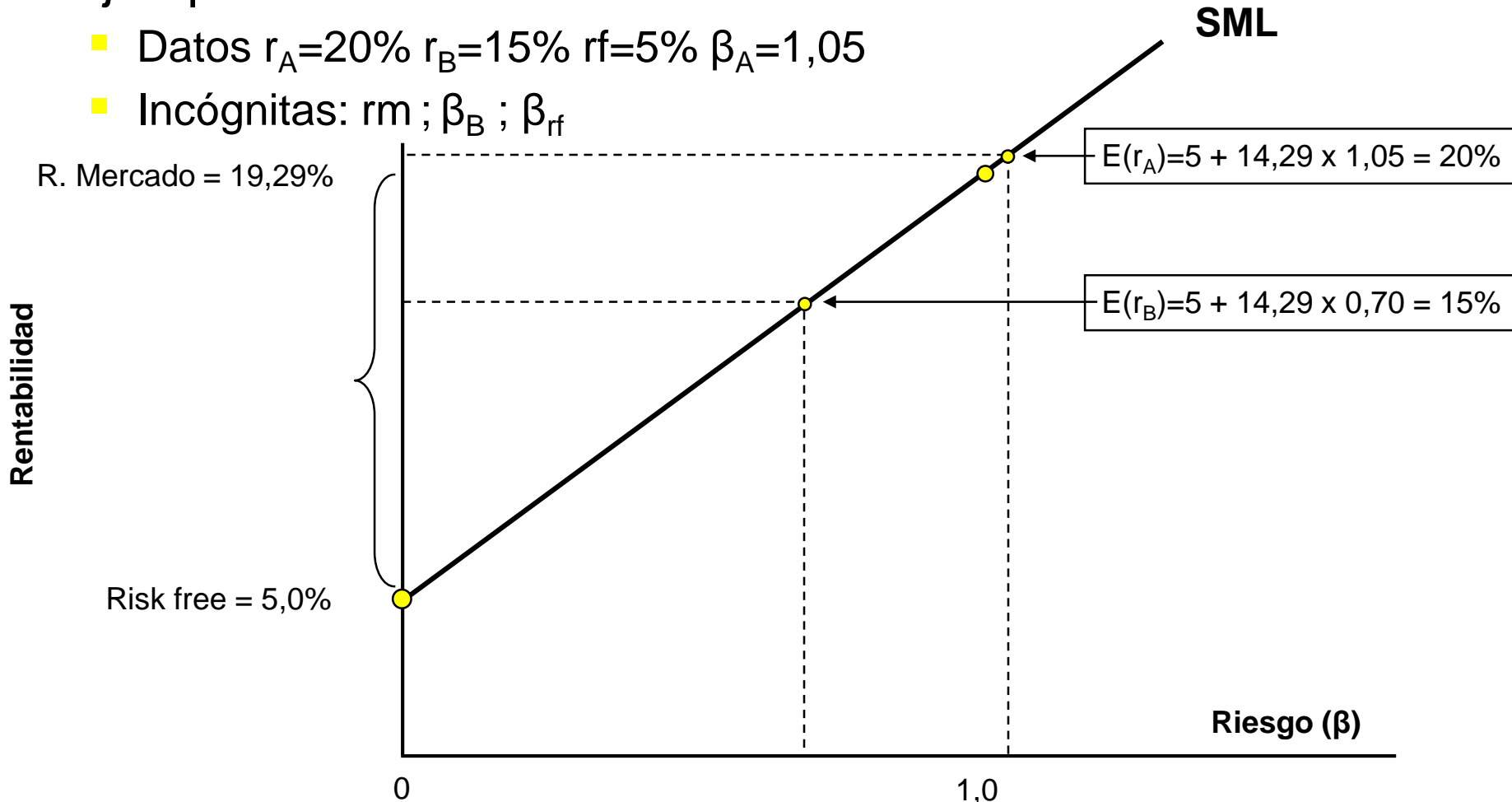


Security Market Line (SML)

● Ejemplo¹.

■ Datos $r_A=20\%$ $r_B=15\%$ $r_f=5\%$ $\beta_A=1,05$

■ Incógnitas: r_m ; β_B ; β_{rf}



Supuestos del Modelo.

- **Relativos a los agentes económicos:**

- Enfoque media-varianza.
- Expectativas homogéneas.
- Información instantánea y gratuita.
- Mismo horizonte de inversión.

- **Relativos a los activos financieros:**

- Son infinitamente divisibles.
- Todos los activos se transan en el mercado.

- **Relativos al mercado:**

- Arbitraje sin límites.
- Competencia perfecta.
- Se puede tomar y colocar fondos a r_f .
- No hay costos de transacción.
- No se consideran canales de oferta privada.
- Modelo de mercado como generador de rendimientos.

La SML en la Práctica

- En **equilibrio**, el rendimiento esperado se encuentra en la **SML**.
- El ajuste por riesgo a la rentabilidad está relacionado con su **riesgo sistemático**.
- Se adopta un **índice** como “proxy” del mercado.
- Se asume como **tasa libre de riesgo** la rentabilidad del T-Bill o T-Bond americano de acuerdo al plazo de la inversión.
- β está basado en regresiones sobre espacios muestrales de observaciones mensualizadas para el activo y el proxy de mercado en horizontes de 2 a 5 años.