Resolución del problema de Trilateración

El problema consiste en determinar la posición (x,y) de un punto, dadas las distancias desde el mismo hasta 3 puntos cuyas posiciones (x,y) son conocidas.

INCÓGNITAS: las coordenadas **x** e **y**.
VALORES CONOCIDOS:

- Coordenadas **x1** e **y1**
- Coordenadas **x2** e **y2**
- Coordenadas **x3** e **y3**
- Distancias **r1**, **r2** y **r3**

El problema presenta 3 ecuaciones de circunferencias, dado que conocemos la distancia desde un punto a otro, por lo tanto, la ubicación desconocida se encuentra (en caso de tener solución) en el borde de las circunferencias.

ECUACIONES:

- $(x - x1)^2 + (y - y1)^2 = r1^2$
- $(x - x2)^2 + (y - y2)^2 = r2^2$
- $(x - x3)^2 + (y - y3)^2 = r3^2$

A medida que se resuelven las ecuaciones, el sistema se convierte en un sistema de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas, el cual se resuelve de la siguiente manera:

- $Ax + By = C$
  - $x = \frac{C - By}{A}$
- $Dx + Ey = F$
  - $x = \frac{F - Ey}{D}$

- $\frac{C - By}{A} = \frac{F - Ey}{D}$
  - $(C - By) * D = (F - Ey) * A$
  - $CD - BDy = FA - EAy$
  - $EAy - BDy = FA - CD$
  - $\boldsymbol{y = \frac{FA - CD}{EA - BD}}$

- $x = \frac{C - By}{A}$
  - $x = \frac{C - B\frac{FA - CD}{EA - BD}}{A} = \frac{C - \frac{BFA - BCD}{EA - BD}}{A} = \frac{\frac{(CEA - CBD) - (BFA - BCD)}{EA - BD}}{A} = \frac{\frac{CEA - BFA}{EA - BD}}{A} \rightarrow \boldsymbol{x = \frac{CE - BF}{(EA - BD)}}$

<u>EJEMPLO</u>

<u>**Puntos:**</u>

- A: (5,4)
- B: (4,-3)
- C: (-4,13)

<u>**Distancias:**</u>

- A: 5
- B: 5
- C: 13

<u>**Ecuaciones:**</u>

1. $(x-5)^2+(y-4)^2=5^2$
    i. $x^2-10x+25+y^2-8y+16=25$
    ii. $\boldsymbol{x^2-10x+y^2-8y=-16}$
- $(x-4)^2+(y+3)^2=5^2$
    i. $x^2-8x+16+y^2+6y+9=25$
    ii. $\boldsymbol{x^2-8x+y^2+6y=0}$
- $(x+4)^2+(y-13)^2=13^2$

<u>Restando 2. – 1. y despejando **x**, obtenemos:</u>

- $(x^2-8x+y^2+6y)-(x^2-10x+y^2-8y)=16$
- $(-8x+6y)-(-10x-8y)=16$
- $2x+14y=16$
- $\boldsymbol{x=8-7y}$

<u>Reemplazando x en 1.</u>

- $(8-7y-5)^2+(y-4)^2=5^2$
- $(3-7y)^2+(y-4)^2=25$
- $9-42y+49y^2+y^2-8y+16=25$
- $50y^2-50y=0 \rightarrow \mathbf{y=0}$ ó $\mathbf{y=1}$

$SI\ \mathbf{y=0}$:

- $x^2-10x+16=0 \rightarrow \mathbf{x=8}$ ó $\mathbf{x=2}$

$SI\ \mathbf{y=1}$:

- $x^2-10x+9=0 \rightarrow \mathbf{x=9}$ ó $\mathbf{x=1}$

<u>Por ultimo, probamos la ecuación 3. con cada uno de los puntos encontrados:</u>

LA SOLUCIÓN ES $(\boldsymbol{x=1}; \boldsymbol{y=1})$