

# ZALG - 10. cvičení

# Shellovo třídění (Shell sort)

- Základní myšlenkou je výměna prvků na velké vzdálenosti
- Pole přeuspořádáváme s nějakým krokem. Pokud vezmeme každý  $h$ -tý prvek, dostaneme částečně setříděné pole
- Pole setříděné s krokem  $h$  představuje  $h$  proložených nezávislých polí
- Při Shellově třídění tedy setřídíme pole prvně s krokem  $h_1$ , pak s  $h_2 < h_1$  až nakonec s krokem 1
- Počet kroků můžeme volit jako  $\lceil \log_2 n \rceil - 1$  a největší krok jako  $2^{\lceil \log_2 n \rceil - 1} / 2$

# Shellovo třídění (Shell sort)

Posloupnosti:

Shell's original sequence	$\left\lfloor \frac{N}{2^k} \right\rfloor$	$\left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{N}{4} \right\rfloor, \dots, 1$
Knuth's increments	$\frac{3^k - 1}{2}$	1, 4, 13, 40, 121, ...
Hibbard's increments	$2^k - 1$	1, 3, 7, 15, 31, 63, ...
Papernov & Stasevich increments	$2^k + 1$	1, 3, 5, 9, 17, 33, 65, ...
Sedgwick's increments	$4^k + 3 \cdot 2^{k-1} + 1$	1, 8, 23, 77, 281, ...

# Sotisfikovanější třídící algoritmy

- Algoritmy náročnější na implementaci
- Typická asymptotická složitost  **$O(n \log(n))$**
- Typická cena za nízkou asymptotickou složitost je vyšší prostorová složitost typicky využívají pomocnou paměť  **$O(n)$**
- Typičtí představitelé:
  - Tree sort
  - Merge sort
  - Heap sort
  - Quick sort

# Třídění binárním stromem - Tree sort

1. Z hodnot v posloupnosti sestavíme binární vyhledávací strom
  2. Hodnoty ve stromu projdeme INORDER a uložíme do pole (Nebo iterátorem máme-li ho implementovaný)
- Časová složitost:
    - Postav strom -  **$O(n \log n)$**  - průměrný případ (nejhorší případ  **$O(n^2)$** )
    - Projdi strom INORDER -  **$O(n)$**
    - Celkem: Průměr -  **$O(n \log n)$**  Nejhorší případ  **$O(n^2)$**
  - Prostorová složitost - Binární strom -  **$S(n)$**

# Třídění přímým slučováním - Merge sort

- Algoritmus založený na metodě Rozděl a panuj:
  1. **ROZDĚL (SPLIT):** Rozdělíme pole na dvě poloviny
  2. **VYŘEŠ:** Obě poloviny setřídíme (rozdělujeme do té doby, dokud není pole jednoprvkové) (REKURZE)
  3. **SPOJ (MERGE):** Setříděná pole slijeme do jednoho, potřebujeme pomocné pole
- SPLIT:
  - máme pole na intervalu  $[l, r]$  a rozdělíme ho na dva úseky  $\rightarrow [l, \frac{l+r}{2}]$  a  $[\frac{l+r}{2} + 1, r]$

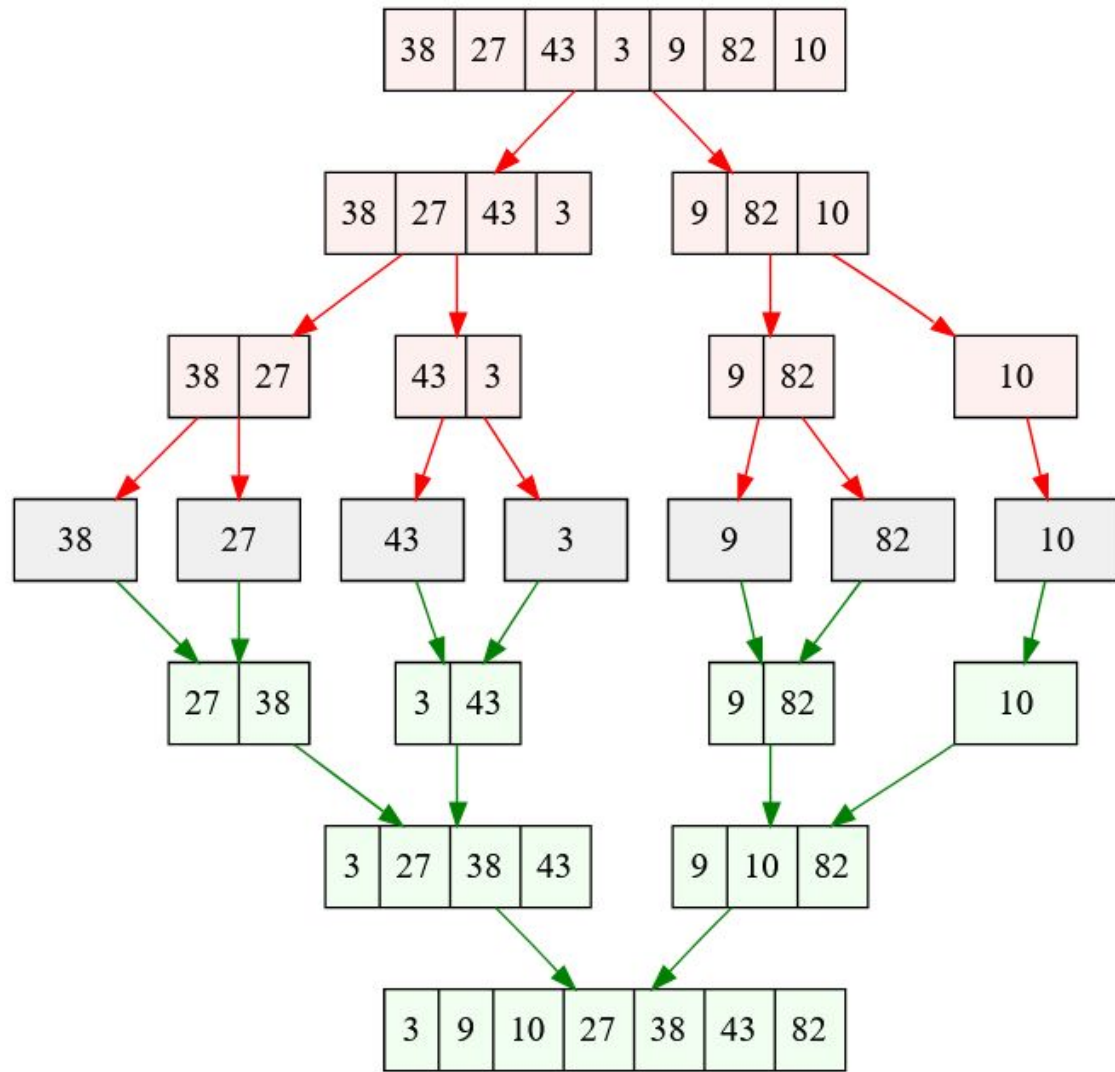
# Třídění přímým slučováním - Merge sort

## MERGE:

- Máme dvě setříděné posloupnosti na intervalech  $[l_1, r_1]$  a  $[l_2, r_2]$ , kde  $(r_1 = l_2 - 1)$
- $i := l_1, j := l_2, k := 0$
- Porovnáme hodnoty na indexech  $i$  a  $j$  a menší z nich zkopírujeme do pomocného pole na index  $k$  a (index  $i$  resp.  $j$  zvětším o 1) a opakuj
- Pokud dojdeme na konec nějakého úseku ( $i == r_1$  resp.  $j == r_2$ ) zkopírujeme zbytek druhého úseku do pomocného pole
- Pomocné pole překopírujeme zpět do pole na indexy  $[l_1, r_2]$

→ Časová složitost metod:

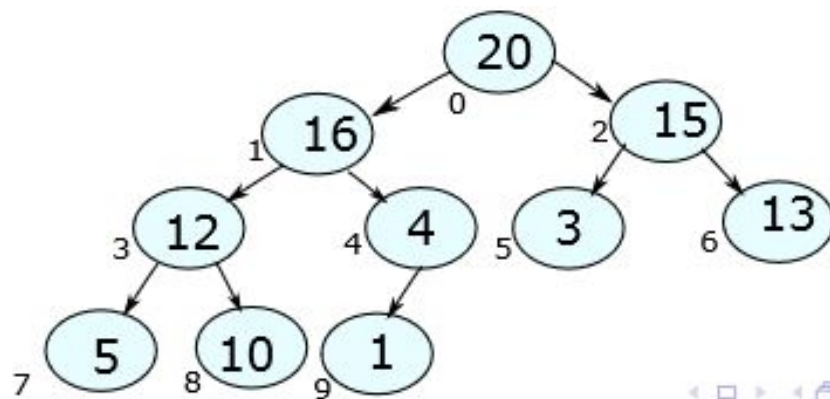
- ◆ **SPLIT**  $O(1)$                       **MERGE**  $O(n)$
- ◆ **Celkem:**  $T(n) = 2T(n/2) + O(n) \rightarrow$  KUCHARKA (Master Theorem)  **$O(n \log n)$**





# Třídění haldou (Heap sort)

- Založeno na použití binární haldy (binární strom) uložené v poli
- Budeme vycházet z toho, že prvek uložený v kořeni má největší hodnotu (rodič má větší hodnotu než oba jeho potomci) - Max Heap
- V C++ je kořen na indexu 0, a proto vrchol s indexem  $i$  má následovníky na indexech  $2i+1$  a  $2i+2$



# Třídění haldou (Heap sort)

- Základní myšlenka:
  1. Z posloupnosti postavíme MAX HEAP
  2. Z haldy postupně odebíráme kořen a vkládáme jej na konec pole a prvek z konce pole opět vkládáme do haldy

# Třídění haldou (Heap sort)

- Halda je posloupnost prvků  $h_l, h_{l+1} \dots h_r$ ,  $0 \leq l \leq r$  a pro všechny indexy  $i = l, \dots, r/2$  platí  $h_i \geq h_{2i+1}$  a  $h_i \geq h_{2i+2}$
- Pokud pro  $l \geq \lceil n/2 \rceil$  vezmeme data  $A_l, A_{l+1} \dots A_{n-1}$  tak už tvoří haldu, neboť pro žádný index  $i$  neexistuje prvek na indexu  $2i+1$ . Konkrétně tvoří listové patro binárního stromu
- Pokud k haldě budeme přidávat prvek  $A_{l-1}$ , tak tento prvek bude na místě kořene (ne nutně celého stromu, ale nějakého podstromu) a musíme tedy pro něj zkontrolovat podmínky, zda má větší hodnotu než jeho oba potomci. Pokud ne, tak ho prohodíme s větším z jeho potomků. Nově opět zkontrolujeme podmínky, zda má hodnotu větší než jeho následovníci a případně je prohodíme. To budeme opakovat do té doby, než dojdeme do listového patra.

$i = 0 \rightarrow \text{heapify}(\text{arr}, 6, 0)$

