EPREUVE DE MATHEMATIQUES *Coef: 2* *Durée: 2H*

Exercice 1 (4,5 pts)

1. Calcule :
$A = -\frac{5}{3} \times (4 + \frac{7}{5})$; $B = \frac{4}{5} - \frac{2}{5} : \frac{7}{15}$

2. **a.** Développe $(\sqrt{3}+1)^2$ et $(\sqrt{3}-1)^2$.

b. Déduis-en une écriture plus simple de : $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}}$ et $B = \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

3. On donne les intervalles suivants : $A =]\leftarrow; -3[$; $B =]-5; 2[$ et $C =]1; 7[$

a. Traduis chacun de ces intervalles par une inégalité.

b. Détermine : $A \cap B$; $B \cup C$ et $A \cap C$

Exercice 2 (5,5 pts)

On donne les polynômes suivants :
$F = (x-5)(3x+4) - (2x-10)(x-1) + x - 5$ et $G = (x-2)^2 - 9$.

1. Développe, réduis et ordonne F et G.

2. Écris F et G sous la forme de produit de facteurs du premier degré.

3. Soit la fraction rationnelle $H = \frac{(x+1)(x-5)}{(x-5)(x+7)}$.

a. Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de H.

b. Simplifie H dans cette condition d'existence.

c. Détermine la valeur x pour $H = \frac{1}{2}$.

d. Calcule la valeur numérique de H pour $x = \sqrt{3}$.

Exercice 3 (4 pts)

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 12$ et $BC = 5$. Fais une figure que tu compléteras au fur et à mesure.

1. Marque le point D de $[AB]$ tel $AD = 9$ puis trace la perpendiculaire à (AB) en D ; elle coupe (AC) en E.

2. Calculer AC.

3. Que peux-tu dire des droite (DE) et (BC) ? Justifie.

4. Calcule les distances AE et DE.

Exercice 4 (6 pts)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points A(7 ;1), B(8 ;4) et C(-1 ;7).

1. Place les points A, B et C dans le repère.

2. **a.** Calcule les distances AB, BC et AC.

b. Déduis-en la nature du triangle ABC.

3. Soient le point M milieu du segment [AC] et le point D symétrique de B par rapport à M.

a. Détermine les coordonnées de M et de D.

b. Précise la nature du quadrilatère ABCD. Justifie.

4. **a.** Construis le cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au quadrilatère ABCD.

b. Précise son centre, calcule son rayon et montre qu'il passe par le point O.

EPREUVE DE MATHEMATIQUES *Coef: 2* *Durée: 2H*

Exercice 1 (5,5 pts)

1. Calcule et mets les résultats sous la forme de fractions irréductibles : $A = \frac{5}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{9}{16}$; $B = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} : \frac{18}{15}$.

2. Calcule et écris le résultat en notation scientifique : $C = \frac{8\times10^8\times1{,}6}{0{,}4\times10^{-3}}$.

3. On pose $D = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ et $E = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

a. Calcule $(1+\sqrt{2})^2$ et $(1-\sqrt{2})^2$

b. En déduire la valeur la plus simple de D et E.

c. Calcule $D+E$; $D-E$ et $\frac{D}{E}$.

4. Ecris sous la forme de $a\sqrt{b}$: $C = \sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{48}$

5. Montre que $C = (\sqrt{5}+\sqrt{10})^2 - 10\sqrt{2}$ est un nombre entier.

Exercice 2 (4,5 pts)

On condidère les expressions littérales suivantes où x désigne un nombre réel :
$F = (x-2)(-3x+1)$ et $G = (3x-1)(2x+3) - 9x^2 + 1$

1. Développe, réduis et ordonne F suivant les puissances décroissantes de x.

2. Factorise G puis résous l'équation $G = 0$.

3. Soit la fraction rationnelle K définie dans $\mathbb{R}$ par $K = \frac{-3x^2+7x-2}{(3x-1)(2x+3)}$

a. Trouve la condition d'existence d'une valeur numérique de K.

b. Simplifie K.

c. Calcule la valeur numérique de K pour $x = \sqrt{3}$ en rendant le dénominateur rationnel.

d. Donner un encadrement de K pour $x = \sqrt{2}$ à 10^{-2} près sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

Exercice 3 (4 pts)

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle tel que AB=6,4 ; AC=4,8 et BC=8.

1. Démontre que le triangle ABC est rectangle.

2. Calcule l'aire du triangle ABC.

3. Soit I le milieu de [AB] et J un point du segment [BC] tel que (IJ) et (AC) soient parallèles. Démontre que J est le milieu de [BC].

Exercice 4 (6 pts)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J), on donne les points A(7 ;-9), B(-5 ;-4) et C(0 ;8).

1. Calcule les distances AB, BC et AC. Déduis-en la nature du triangle ABC.

2. Calcule les coordonnées du milieu K de [AC].

3. Soit $(\mathscr{C})$ le cercle de diamètre [AC] et le point T(0 ;-9). Démontre que ce cercle passe par B et T.

4. Soit D le symétrique de B par rapport à K. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD.

5. Soit (Δ) la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point B. Cette droite recoupe le cercle $(\mathscr{C})$ en un point E. Montre que les droites (DE) et (BE) sont perpendiculaires.