TRAVAUX DIRIGES DE MATHEMATIQUES

Ecole : CPL LA COURONNE D'OR
Prof : YAWO Kossi Atsu

Exercice 1

On donne les polynômes suivants :
$F = (x-5)(3x+4) - (2x-10)(x-1) + x - 5$ et $G = (x-2)^2 - 9$.

1. Développe, réduis et ordonne F et G.

2. Écris F et G sous la forme de produit de facteurs du premier degré.

3. Soit la fraction rationnelle $H = \frac{(x+1)(x-5)}{(x-5)(x+7)}$.

- **a.** Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de H.
- **b.** Simplifie H dans cette condition d'existence.
- **c.** Détermine la valeur x pour $H = \frac{1}{2}$.
- **d.** Calcule la valeur numérique de H pour $x = \sqrt{3}$.

Exercice 2

1. Calcule : $A = -\frac{5}{3} \times (4 + \frac{7}{5})$ et $B = \frac{4}{5} - \frac{2}{5} \div \frac{7}{15}$

2. Soit $C = \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$. Calcule C et mets le résultat sous la forme de $a\sqrt{b}$ où b est le plus petit nombre entier possible.

3. Montre que $D = \frac{2-\sqrt{12}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$ est un nombre entier relatif dont tu détermineras la valeur.

4. On donne $E = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ et $F = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

- **a.** Calcule $(1+\sqrt{2})^2$ et $(1-\sqrt{2})^2$.
- **b.** Déduis-en une valeur simplifiée de E et de F.
- **c.** Calcule : $E+F$ et $E-F$.

Exercice 3

Le plan étant muni d'un repère orthonormé (O, I, J) et l'unité de longueur le centimètre, on considère les points : $A(-5;1)$; $B(1;7)$ et $D(1;1)$.

1. **a.** Place les points A, B et C dans ce repère. (On compléteras la figure au fur et à mesure).

- **b.** Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BD}$ puis en déduire les distances AB, AD et BD.
- **c.** Quelle est la nature du triangle BAD ? Justifier.

2. On considère le point $E(7;7)$. Démontre que le quadrilatère BADE est un parallélogramme puis calculer[1] les coordonnées de son centre M.

3. **a.** Détermine une équation de la droite (AB) puis de la droite (AE) sous la forme de $y = ax + b$.

- **b.** En déduire le coefficient directeur de la droite (DE).

4. Soit (Δ) la perpendiculaire à (AE) passant par D ; (Δ) coupe (AE) en G.

- **a.** Détermine les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AE}$ puis en déduire une équation de (Δ).
- **b.** Calculer les coordonnées du point G.

1. *"A person who never made a mistake never tried anything new." — Albert Einstein*

Exercice 4

On considère un carré $ABCD$ tel que $AB = 8cm$. Soit O le milieu de $[AB]$ et E le point du segment $[AD]$ tel que $AE = 2cm$.

1. Calcule OE, OC et CE.

2. Démontre que OCE est un triangle rectangle.

3. Soit α la mesure de l'angle $\widehat{AOE}$.

  a. Calcule $cos\alpha$

  b. Déduis-en l'encadrement de α à 1 degré près.

Exercice 5

On donne les polynômes suivants : $P = (x-7)(3x+2) + x^2 - 49 - (x+5)(x-7)$ et $Q = (x-2)^2 - 25$

1. Développe réduis et ordonne P suivant les puissances décroissantes de x.

2. Factorise P et Q.

3. Soit la fraction rationnelle : $R = \frac{(x-7)(3x+4)}{(x-7)(x+3)}$.

  a. Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de R.

  b. Simplifie R dans cette condition d'existence.

  c. Détermine la valeur numérique de R pour $x = -2$ et pour $x = \sqrt{3}$.

  d. Pour quelle valeur de x a-t-on $R = 0$? $R = \frac{2}{3}$?

Exercice 6

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 12$ et $BC = 5$. Fais une figure que tu compléteras au fur et à mesure. [2]

1. Marque le point D de $[AB]$ tel $AD = 9$ puis trace la perpendiculaire à (AB) en D ; elle coupe (AC) en E.

2. Calculer AC.

3. Que peux-tu dire des droite (DE) et (BC) ? Justifie.

Exercice 7

1. On donne les nombres suivants :
$A = (-4) \times (4 - 2^3)$; $B = \frac{(2^3)^2 \times 10^{-7}}{32 \times 10^{-8}}$; $C = 3\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} - 2\sqrt{18}$; $D = 3\sqrt{36} + 2\sqrt{100} - \sqrt{144}$; $E = \frac{3}{2} - \frac{10}{3} \times \frac{12}{5}$

  a. Montre que A, B et D sont des nombres entiers à déterminer.

  b. Écris plus simplement C.

  c. Écris E sous la forme de fractions irréductible.

2. On donne les intervalles suivants : $A =]\leftarrow; -3[$; $B =]-5; 2[$ et $C =]1; 7[$

  a. Traduis chacun de ces intervalles par une inégalité.

  b. Détermine : $A \cap B$; $B \cup C$ et $A \cap C$

2. *"Procrastination makes easy things hard and hard things harder." — Mason Cooley*

Exercice 8 (5 pts)

On donne les polynômes suivants :

$M = 4(x-1)^2 - (x-5)^2$; $\quad N = x^2 - 6x + 9 - (3-x)(2x+1)$

1. Développe, réduis et ordonne M suivant les puissances décroissantes de x.

2. Écris M et N sous la forme de produit de facteurs du premier degré.

3. On considère la rationnelle $H = \frac{x^2-6x+9}{(3x-2)(x-3)}$

- **a.** Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de H.
- **b.** Simplifie H lorsqu'elle existe.
- **c.** Calcule la valeur numérique de H pour $x = \sqrt{2}$, écris le résultat sans radical au dénominateur.

Exercice 9 (5 pts)

L'unité de longueur est le centimètre. Soit $(\mathscr{C})$ le demi-cercle de diamètre $[NI]$ tel que $NI = 10$. O est un point de $(\mathscr{C})$ tel que $OI = 6$.

1. Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure.

2. Démontre que le triangle NIO est rectangle.

3. Calcule NO.

4. H est le projeté orthogonal de O sur $[NI]$. Calcule OH, $tan\widehat{INO}$ puis déduis un encadrement d'ordre zéro de la mesure de l'angle $\widehat{INO}$.

5. Place le point P sur le segment $[NO]$ tel que $\overrightarrow{OP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{ON}$. La parallèle à (OI) passant par P coupe $[NI]$ en R. Calcule PR.

Exercice 10

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J) on donne les points : $A(-3;0)$; $B(2;-3)$ et $C(5;2)$.

1. Calcule AB, BC et AC.

2. Justifie que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

3. Calcule les coordonnées du point K milieu de [AC].

4. D est l'image de B par la symétrie de centre K. Calcule les coordonnées de D.

5. Donne et justifie la nature du quadrilatère ABCD.

Exercice 11

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points A, B et C tel que :

$\overrightarrow{OA} = 7\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ}$; $\quad \overrightarrow{OB} = 8\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}$ et $\quad \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OI} - 7\overrightarrow{OJ}$.

1. Place les points A, B et C dans le repère.

2. **a.** Montre que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

- **b.** Donne en justifie la nature du triangle ABC. [3]

3. Soient le point M milieu du segment [AC] et le point D symétrique de B par rapport à M.

- **a.** Détermine les coordonnées de M et de D.
- **b.** Précise la nature du quadrilatère ABCD. Justifie.

4. **a.** Construis le cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au quadrilatère ABCD.

- **b.** Précise son centre, calcule son rayon et montre qu'il passe par le point O.

---

3. *"The harder you work for something, the greater you'll feel when you achieve it."*