

Mon Cahier de Maths

3^{ème}

YAWO Kossi Atsu

15 septembre 2020

Table des matières

1 Opérations sur les quotients	4
1. Additionner ou soustraire des quotients	4
2. Multiplier des quotients	4
3. Diviser des quotients	4
2 Égalités de quotients	6
1. Le produit en croix	6
2. Proportionnalité	6
3 Puissances	8
1. Puissance à exposant négatif	8
2. Propriétés des puissances	8
4 Développer un produit	9
1. Développements élémentaires	9
2. Développements complexes	9
5 Factoriser une somme	12
1. Factoriser par la mise en évidence d'un facteur commun	12
2. Factoriser à l'aide d'une identité remarquable	12
6 Les polynômes	14
1. Les monômes	14
2. Les polynômes	14
7 Les fractions rationnelles	16
1. Les fractions rationnelles	16
2. Condition d'existence d'une valeur numérique	16
3. Simplifier une fraction rationnelle	17
8 Les racines carrés	19
1. Présentation	19
2. Écriture sous la forme de $a\sqrt{b}$	19
9 Calculer avec les racines carrés	22
1. Addition et soustraction	22
2. Multiplication	22
3. Division	22
10 Les intervalles	25
11 Dénombrement	27
12 Approximation décimale des nombres réels	29
13 Les applications	31

14 Les applications affines	33
15 Sens de variation d'une application affine	35
16 Parler statistique	37
1. Population-individu	37
2. Caractère-modalité	37
3. Nature d'un caractère	38
17 Traitement des données	41
1. La fréquence d'une modalité	41
2. Le mode d'une série statistique	41
3. Les cumules	42
18 Visualiser une série statistique par un diagramme	44
19 Le théorème de Thalès	46
20 La réciproque du théorème de Thalès	48
21 Le théorème de Pythagore	50
22 Démontrer qu'un triangle est rectangle	52
23 Sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu	54
24 Propriétés des vecteurs	56
25 Repérer un point dans le plan	58
26 Les coordonnées d'un vecteur	60
27 Équations cartésiennes d'une droite	62
28 Les angles inscrits	64
29 Les pyramides et les cônes	66

Preface

La maîtrise des notions en mathématiques par un apprenant passe avant tout par sa capacité à travailler en autonomie.

Cordialement YAWO Kossi Atsu.

1 Opérations sur les quotients

Les sections

1. Additionner ou soustraire des quotients	4
2. Multiplier des quotients	4
3. Diviser des quotients	4

1. Additionner ou soustraire des quotients



À retenir

- ▶ Les formules suivantes permettent de calculer la somme ou la différence des quotients ayant le même dénominateur.

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

$$\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

- ▶ Dans les situations où les quotients donnés n'ont pas le même dénominateur, on réécrit les quotients pour qu'ils aient le même dénominateur sans changer leurs valeurs.

2. Multiplier des quotients



À retenir

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

3. Diviser des quotients



À retenir

Diviser deux quotients revient à multiplier le premier par l'inverse du second.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Les Exercices

Exercice 1

Calculer les sommes suivantes :

$$A = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} ; \quad B = \frac{2}{7} + \frac{1}{7}$$

Exercice 2

Exercice 3

Exercice 4

2 Égalités de quotients

Les sections

1. Le produit en croix	6
2. Proportionnalité	6

1. Le produit en croix

Théorème 1

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$

2. Proportionnalité

Définition 1

Dire que les nombres x , y et z sont proportionnels aux nombres a , b et c signifie que $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k$.

N.B. k est appelé le **coefficient de proportionnalité**.

Coin méthode

On calcule k en posant : $k = \frac{x+y+z}{a+b+c}$

Les Exercices

Exercice 1

Trois héritiers se partagent la somme de 2400000 proportionnellement à leur âges. Sachant qu'ils ont respectivement 20, 16 et 12 ans, Détermine la part de chacun.

Exercice 2

Les dimensions d'un terrain rectangulaire sont proportionnelles à 3 et 5. Sachant que le demi-périmètre vaut 560m, détermine la longueur et la largeur de ce terrain.

Les sections

1. Puissance à exposant négatif	8
2. Propriétés des puissances	8

1. Puissance à exposant négatif

Définition 1

a étant un nombre réel, n un nombre entier naturel non nul : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

2. Propriétés des puissances



À retenir

1 $a^m \times a^n = a^{m+n}$

2 $a^n \times b^n = (a \times b)^n$

3 $\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} & \text{si } m > n \\ \frac{1}{a^{n-m}} & \text{si } n > m \end{cases}$

4 $(-a)^n = \begin{cases} a^n & \text{si } n \text{ est pair} \\ -a^n & \text{si } n \text{ est impair.} \end{cases}$

4 Développer un produit

Les sections

1. Développements élémentaires	9
a. 1. Développer une expression de la forme $a(x + y)$	9
a. 2. Développer une expression de la forme $(a + b)(x + y)$	9
a. 3. Développer avec les identités remarquables	9
2. Développements complexes	9

1. Développements élémentaires

a. 1. Développer une expression de la forme $a(x + y)$



À retenir

$$a(x + y) = ax + ay$$

a. 2. Développer une expression de la forme $(a + b)(x + y)$



À retenir

$$(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by$$

a. 3. Développer avec les identités remarquables



À retenir

$$\mathbf{1} \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\mathbf{2} \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\mathbf{3} \quad (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

2. Développements complexes

N.B. Quand on doit développer une expression qui comporte plusieurs termes, on considère chaque terme comme un développement élémentaire puis on regroupe le tout après.

Exemple 1

$$\begin{aligned}A &= (x+2)(x+3) - 2x(3x+5) + (2x-1)(x+4) \\&= (x^2 + 3x + 2x + 6) - (6x^2 + 10x) + (2x^2 + 8x - x - 4) \\&= (x^2 + 5x + 6) - (6x^2 + 10x) + (2x^2 + 7x - 4) \\&= x^2 + 5x + 6 - 6x^2 - 10x + 2x^2 + 7x - 4 \\&= x^2 - 6x^2 + 2x^2 + 5x - 10x + 7x - 6 - 4 \\&= -3x^2 - 6x - 9\end{aligned}\tag{4.1}$$

Les Exercices

5 Factoriser une somme

Les sections

- | | |
|---|----|
| 1. Factoriser par la mise en évidence d'un facteur commun | 12 |
| 2. Factoriser à l'aide d'une identité remarquable | 12 |

Définition

Factoriser une somme, c'est l'écrire sous la forme d'un **produit**.

1. Factoriser par la mise en évidence d'un facteur commun

Exemple

$$F = 2x^2 - 5x \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned}
 G &= \underline{(x-1)}(3x+5) + (2x-3)\underline{(x-1)} - 4\underline{(x-1)} \\
 &= (x-1)[(3x+5) + (2x-3) - 4] \\
 &= (x-1)(3x+5+2x-3-4) \\
 &= (x-1)(3x+2x+5-3-4) \\
 G &= (x-1)(5x-2)
 \end{aligned} \quad (5.2)$$

2. Factoriser à l'aide d'une identité remarquable



À retenir

1 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

2 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

3 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Les Exercices

6 Les polynômes

Les sections

1. Les monômes	14
2. Les polynômes	14

1. Les monômes

Définition 1

On appelle **monôme** toute expression de la forme ax^n où a est nombre réel et n un nombre entier naturel.

2. Les polynômes

Définition 2

On appelle **polynôme** toute somme algébrique de monômes.

Les Exercices

Les sections

1. Les fractions rationnelles	16
2. Condition d'existence d'une valeur numérique	16
3. Simplifier une fraction rationnelle	17

1. Les fractions rationnelles

Définition 1

On appelle fraction rationnelle toute fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des polynômes.

Exemple 1

$F = \frac{x+1}{x^2-3}$; $G = \frac{(x+5)(3x-1)}{(x+4)^2}$ et $H = \frac{(2x-5)(x-1)}{(x+4)(x-1)}$ sont des fractions rationnelles en x .

2. Condition d'existence d'une valeur numérique

Une fraction rationnelle n'existe que si son dénominateur n'est pas nul (**est différent de 0**).

Coin méthode

Déterminer la condition d'existence d'une fraction rationnelle en x , revient à trouver toutes les valeurs de x pour lesquelles son dénominateur n'est pas égal à 0.

3. Simplifier une fraction rationnelle

Une fraction rationnelle n'est pas toujours écrite sous sa forme la plus simple. On pourra simplifier l'écriture d'une fraction rationnelle lorsque son numérateur et son dénominateur ont un diviseur commun.

Exemple 2

Simplifions :

$$\begin{aligned} G &= \frac{(x+1)(3x-2)}{(3x-2)(x+5)} \\ G &= \frac{x+1}{x+5} \end{aligned} \quad (7.1)$$



Attention

Pour simplifier une fraction rationnelle, il faut que son numérateur et son dénominateur soient sous leurs formes factorisées.

Les Exercices

Les sections

1. Présentation	19
2. Écriture sous la forme de $a\sqrt{b}$	19

1. Présentation

Définition 1

a étant un nombre positif, la **racine carrée de a** est le nombre positif dont le carré est a .

images/digramme_racine_carree.png

Exemples 1

1. $3^2 = 9$; 3 étant positif, $\sqrt{9} = 3$
2. $7^2 = 49$; 7 étant positif, $\sqrt{49} = 7$
3. $1,2^2 = 1,44$; 1,2 étant positif, $\sqrt{1,44} = 1,2$

N.B. La racine carrée d'un nombre a n'est pas toujours un nombre décimal.

Exemple:

$\sqrt{5}$ n'a pas d'écriture décimale. Et par définition $(\sqrt{5})^2 = 5$

2. Écriture sous la forme de $a\sqrt{b}$

Propriété 1

Si a est nombre positif, alors $\sqrt{a^2} = a$

Coin méthode

La propriété précédente permet d'écrire plus simplement la racine carrée de nombres relativement grand.

Exemple:

$$\begin{aligned}\sqrt{180} &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{5} \\ \sqrt{180} &= 6\sqrt{5}\end{aligned}\tag{8.1}$$

Les Exercices

9 Calculer avec les racines carrées

Les sections

1. Addition et soustraction	22
2. Multiplication	22
3. Division	22

1. Addition et soustraction

2. Multiplication

3. Division

Les Exercices

Les Exercices

Les intervalles

Les sections

Les Exercices

Les sections

Les Exercices

Approximation décimale des nombres réels

Les sections

Les Exercices

Les applications

Les sections

Les Exercices

Les applications affines

Les sections

Les Exercices

Sens de variation d'une application affine

Les sections

Les Exercices

Les sections

1. Population-individu	37
2. Caractère-modalité	37
3. Nature d'un caractère	38
c. 1. Caractère qualitatif	38
c. 2. Caractère quantitatif	38

La statistique est la branche des mathématiques qui traite des données. Elle a pour but de **collecter** les informations de les **classer**, puis de les **interpréter**.

Pour faire les statistiques, les termes suivants te seront très indispensables.

1. Population-individu

La **population** est l'ensemble sur lequel se fait l'étude statistique.

Exemples 1

1. Les élèves d'une classe de 3^{ème}.
2. Les articles d'un magasin.
3. Les habitants d'une région.

Chaque élément de la population considérée est appelé : un **individu**.

2. Caractère-modalité

Le **Caractère**, c'est ce qui fait l'objet de l'étude statistique.

En fonction du caractère étudié on peut obtenir plusieurs résultats. Ces résultats sont appelés **modalités**.

Exemples 2

1. Si l'on considère comme population, les élèves d'une classe de 3^{ème}, alors le caractère étudié peut être : **l'âge, le sexe, La note obtenu à un devoir**, etc.
2. Les modalités du caractère sexe sont : **masculin, féminin**.

3. Nature d'un caractère

Il existe deux types de caractères.

c. 1. Caractère qualitatif

Les modalités ne sont pas mesurables (c'est-à-dire ne sont pas des nombres).

Exemples 3

1. Le sexe des élèves d'une classe de 3^{ème}.
2. L'artiste préféré par une population.

c. 2. Caractère quantitatif

Les modalités sont pas mesurables (c'est-à-dire sont pas des nombres).

Exemples 4

1. La note obtenue par les élèves d'une classe de 3^{ème} lors d'un contrôle de Maths.
2. L'âge des élèves d'un établissement scolaire.

Exercice 1

Un prof de maths se livre à une enquête auprès des élèves de son établissement afin de recueillir des informations qui lui permettront d'étudier la célébrité de certains artistes de la chanson togolaise. Voici la question qu'il leur a posé : "Parmi les artistes suivants, lequel préférez-vous : Black-T, Santrinos, Almok, Dian'uella, Etane ?

Les résultats obtenus sont les suivants :

- Black-T : cité 23 fois.
- Santrinos : cité 10 fois.
- Almok : cité 8 fois.
- Dian'uella : cité 7 fois.
- Etane : cité 12 fois.

1. a. Quelle est la population de cette série statistique ?
b. Quel est l'effectif de cette population ?
2. a. Quel est la caractère étudier.
b. Le caractère étudier est-il quantitatif ou qualitatif ?
c. Quelles sont les modalités de ce caractère ?

Exercice 2

Afin de choisir la couleur du maillot de l'équipe féminine de football de son école, le Directeur de l'école la **Couronne d'or** se propose de faire une enquête auprès des élèves de son établissement. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

Couleurs	Jaune	Blanc	Vert
Effectifs	12	30	8

1. a. Quelle est la population de cette série statistique ?
b. Quel est l'effectif de cette population ?
2. a. Quel est la caractère étudier.
b. Quelle est sa nature ?
c. Quelles sont les modalités de ce caractère ?

Exercice 3

Voici la répartition des notes obtenues par les élèves d'une classe de 3^{ème} à l'issue d'un contrôle de Maths noté sur 20 :

12 7 13 18 13 14 9 9 10 11 12 7 13 7 7 7 15
15 14 14 13 8 9 7 11.

1. a. Quelle est la population de cette série statistique ?
b. Quel est l'effectif de cette population ?
2. a. Quel est la caractère étudier.
b. Quelle est sa nature ?
c. Quelles sont les modalités de ce caractère ?

Les Exercices

Les sections

1. La fréquence d'une modalité	41
2. Le mode d'une série statistique	41
3. Les cumules	42

Cherchons 1

1. Quelle est la proportion de fille dans votre classe ?
2. Exprimer cette proportion en pourcentage.

1. La fréquence d'une modalité

Définition 1

La **fréquence** d'une modalité est la proportion que représente son effectif sur l'effectif total.



À retenir

La fréquence s'exprime généralement en pourcentage.

$$F = \frac{Eff. \times 100}{Eff. total}$$

2. Le mode d'une série statistique

Définition 2

On appelle mode d'une série statistique, toute modalité dont l'effectif est le plus élevé.

3. Les cumules

Définitions 3

- ▶ On appelle **effectif cumulé** d'une modalité, la somme des effectifs des modalités inférieures ou égales à cette modalités.
- ▶ On appelle **fréquence cumulée** d'une modalité, la somme des fréquences des modalités inférieures ou égales à cette modalités.

Les Exercices

Visualiser une série statistique par un diagramme

Les sections

Les Exercices

Le théorème de Thalès

Les sections

Les Exercices

La réciproque du théorème de Thalès

Les sections

Les Exercices

Le théorème de Pythagore

Les sections

Les Exercices

Démontrer qu'un triangle est rectangle

Les sections

Les Exercices

Sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu

Les sections

Les Exercices

Propriétés des vecteurs

Les sections

Les Exercices

Repérer un point dans le plan

Les sections

Les Exercices

Les coordonnées d'un vecteur

Les sections

Les Exercices

Équations cartésiennes d'une droite

Les sections

Les Exercices

Les angles inscrits

Les sections

Les Exercices

Les pyramides et les cônes

Les sections

Les Exercices