Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería:
Informe Tarea4

Martín Panza
RUT 18.954.534-7

27 de Octubre, 2015

1. Pregunta 1

1.1 Introducción

El objetivo de la actividad fue encontrar una solución ala ecuación de Fisher-KPP, que modela el comportamiento de una especie animal. La ecuación es la siguiente:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu n - \mu n^2$$

Donde n(t,x) describe la densidad de la especie como función del tiempo y la posición.
El término μn es la tendencia de la especie a crecer indefinidamente (suponiendo que los recursos sean infinitos).

–μn^2 representa el que después de un tiempo, el aumento en densidad creará competencia por los recursos, lo que tenderá a disminuir la densidad.

γ ∇ n es la tendencia de la especie a dispersarse para encontrar más recursos.

Las condiciones iniciales del problema fueron:

$$n(t,0) = 1$$
$$n(t,1) = 0$$
$$n(0,x) = e^{-x^2/0.1}$$

1.2 Procedimiento

Se utilizaron los siguientes valores en la resolución del problema:

x entre 0 y 1
t entre 0 y 4
γ = 0.001
μ = 1.5.
Por último, se discretizó el espacio en 500 puntos y se usó dt=0.01 para 400 pasos temporales. Así, se gráfico para 8 valores diferentes de t.

Se resolvió un sistema de ecuaciones para cada paso de la discretización. Sin embargo, para resolver este sistema mediante la matriz tridiagonal se debió resolver por dos métodos diferentes para dos partes de la ecuación. Para la parte con derivadas de la ecuación, se utilizó Crank-Nicolson, mientras que para la parte cuadrática se resolvió con el método explícito de Euler. Resultando de la siguiente forma:
b[j] = (r * n[j+1] + (1-2*r) * n[j] + r * n[j-1] + dt*u*(n[j] – n[j]**2))

De esta forma se resolvió 'b' para el sistema de ecuaciones, mientras que para alpha y beta se utilizó:
alpha[i] = -Aplus / (Acero + Aminus*alpha[i-1])
beta[i] = (b[i] - Aminus*beta[i-1]) / (Aminus*alpha[i-1] + Acero)

Iterando en N_steps con los valores:
Aplus = -1 * r
Acero = (1 + 2 * r)
Aminus = -1 * r
r = Y * dt / 2 / (h**2)

Finalmente se realizaron los gráficos correspondientes y se realizó la prueba de PEP8.

1.3 Resultados

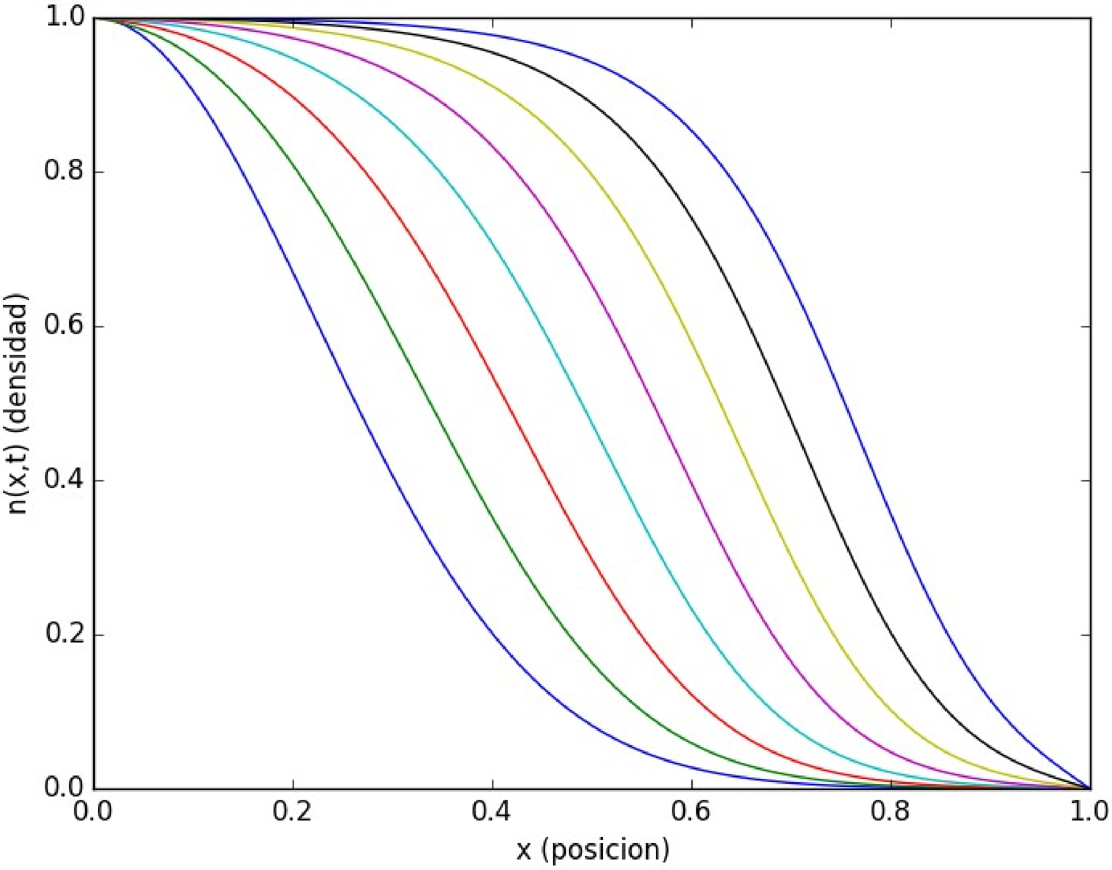

Figura 1: gráfico posición v/s densidad con lineas correspondientes a un tiempo.

En este gráfico cada línea representa un instante (t) para los cuales existe una diferencia de 0.5 pues los valores de t están comprendidos entre 0 y 4, y se graficaron 8 valores.

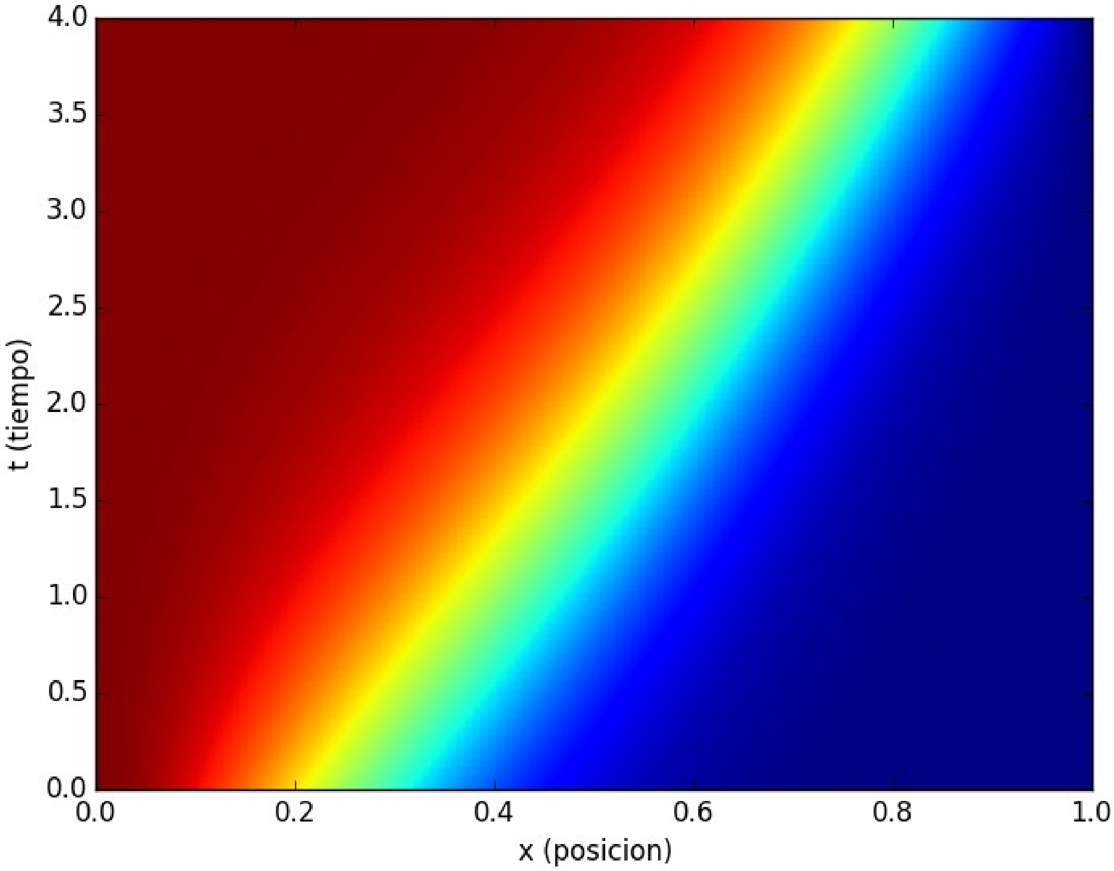

Figura 2: gráfico posición v/s tiempo con densidad denotada en colores.

1.4 Conclusiones

De acuerdo a las figuras 1 y 2, se observa que a medida que aumenta el tiempo, más densa es la población y se tiene en una mayor posición. Esto sólo deja de cumplirse cuando la densidad es cero o uno para las que se tiene una posición constante a través del tiempo pues es un punto estable.

2. Pregunta 2

1.1 Introducción

El objetivo fue el mismo respecto a la actividad anterior, esta vez para la ecuación de Newell-Whitehead-Segel:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu(n - n^3)$$

Siguiendo las condiciones de borde:

$n(t, 0) = 0$

$n(t, 1) = 0$

$n(0, x) =$ `np.random.uniform(low=-0.3, high=0.3, size=Nx)`

Donde se generan números aleatorios entre -0.3 y 0.3 para la última condición inicial.
Además se pidió cambiar la semilla utilizando 'np.random.seed(<int>)' para estudiar qué sucedía.

1.2 Procedimiento

El procedimiento respecto a la parte anterior fue el mismo salvo por algunos detalles: en primer lugar, se incluyeron las condiciones iniciales pedidas y se hizo uso de la función para cambiar la semilla. Luego, fue necesario cambiar el exponente en la función calcula_b para acomodarlo a la ecuación:
b[j] = (r * n[j+1] + (1-2*r) * n[j] + r * n[j-1] + dt*u*(n[j] – n[j]**3))
Finalmente, se acomodaron los límites del gráfico para captar las características de la nueva situación.

1.3 Resultados

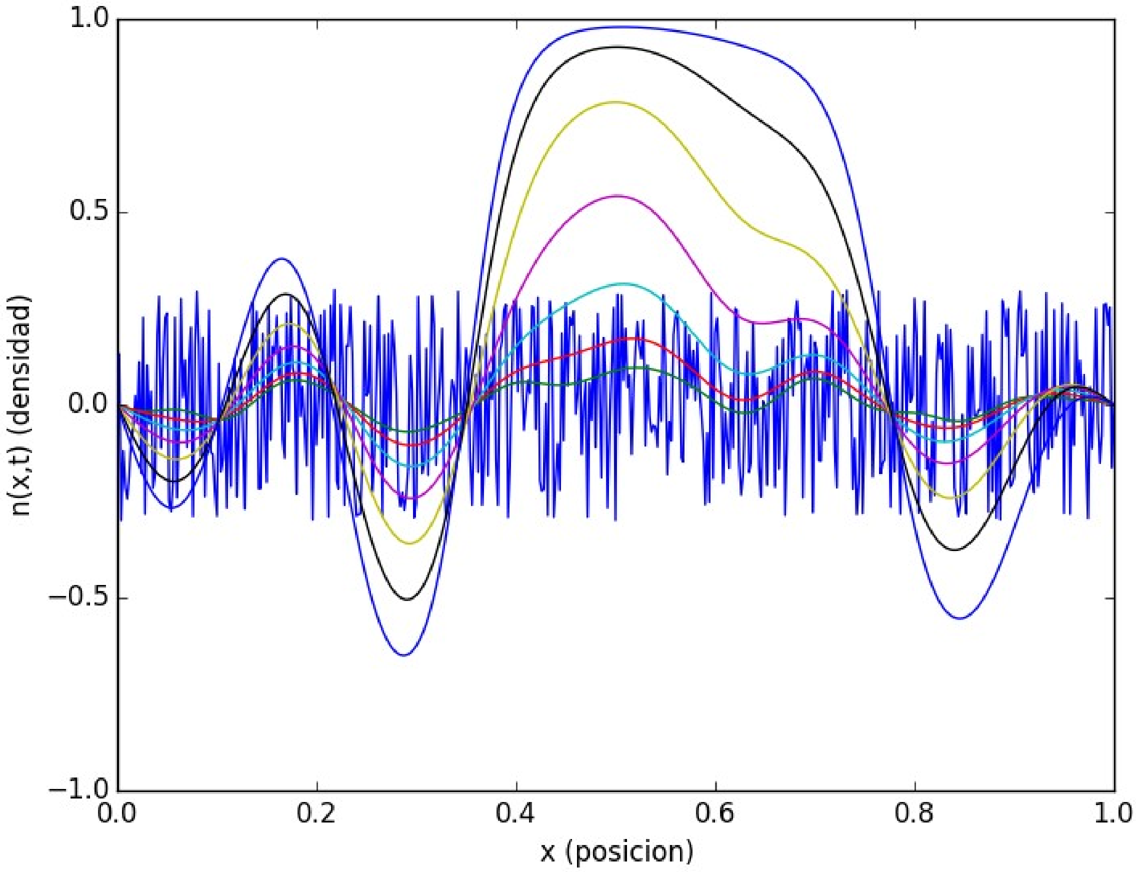

Figura 3: gŕafico posicion v/s densidad para seed=1

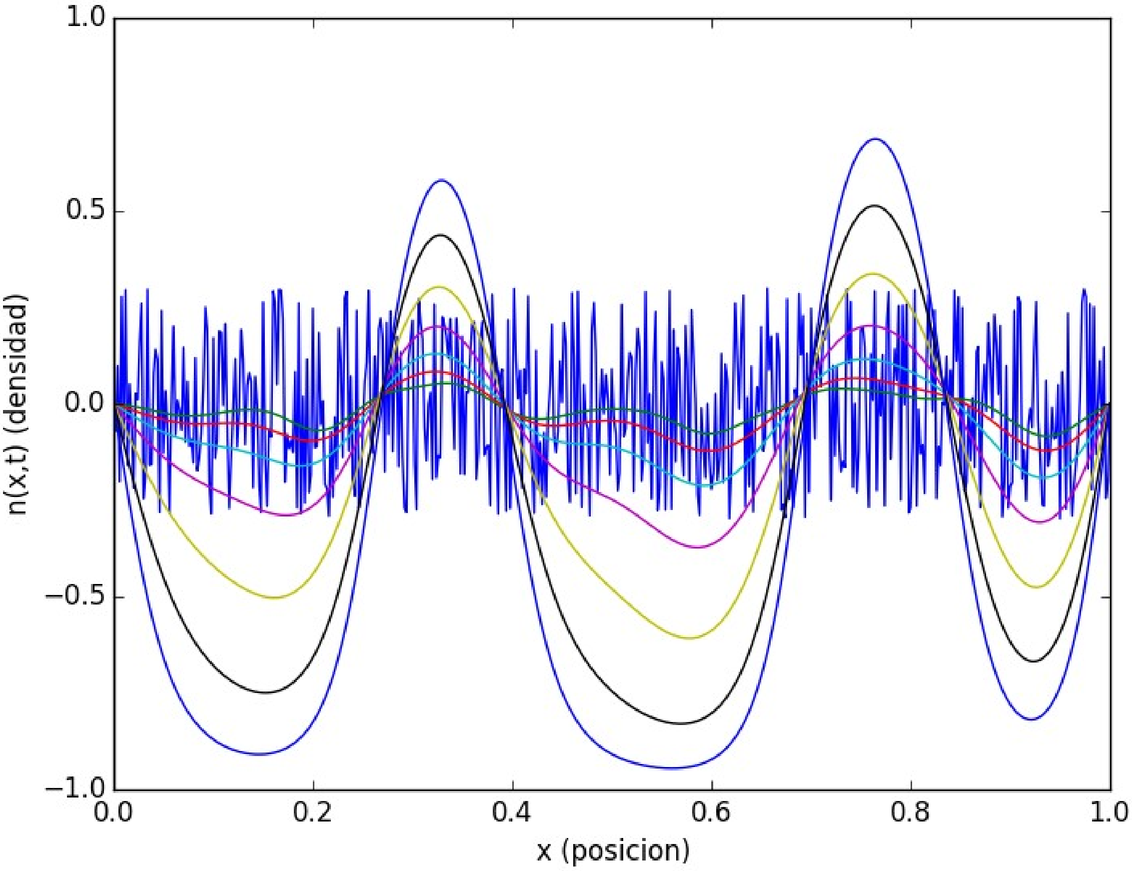

Figura 4: gŕafico posicion v/s densidad para seed=30

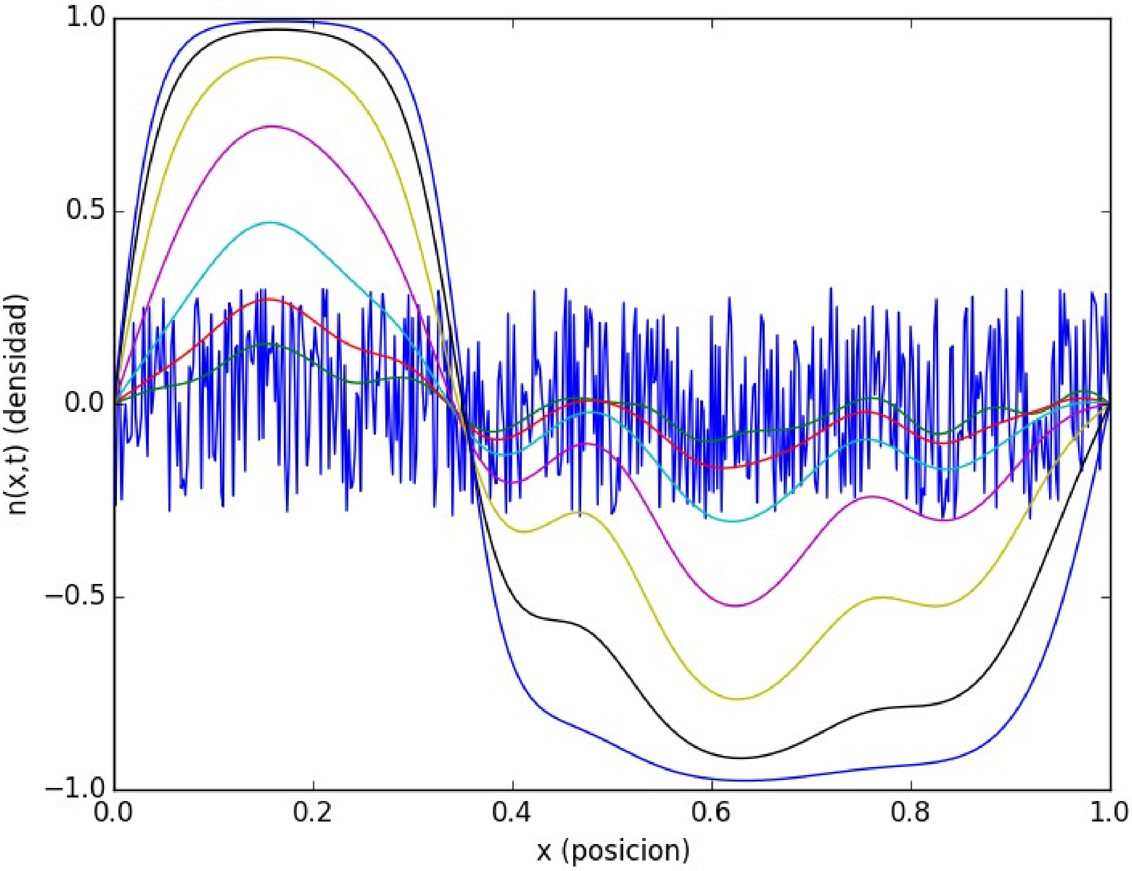

Figura 5: gŕafico posicion v/s densidad para seed=500

1.4 Conclusiones

Se desprende de las figuras 3, 4 y 5 que existen 3 puntos de equilibrio: n=0, n=1 y n=-1. El primero es inestable pues no puede mantenerse en aquel punto. Es distinto para los otros dos puntos.
Se observa también que a mayor semilla, menos cambios de signo se ve en los gráficos.