

Tarea 1

Fecha de entrega: Agosto 19 de 2024

Ejercicios con * son obligatorios para los estudiantes inscritos en la materia de código 4.

1. Sea $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ tal que $|f(x)| \leq \|x\|^2$ para todo x . Muestre que f es Fréchet diferenciable en 0.

2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$$

si $(x, y) \neq (0, 0)$ y 0 de lo contrario.

a) Muestre que f tiene derivadas direccionales en el origen para toda dirección d .

b) Muestre que f no es Gâteaux diferenciable en el origen.

c) Muestre que f no es continua en el origen.

3. Sea $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \frac{2y \exp(-x^{-2})}{y^2 + \exp(-2x^{-2})}$$

si $x \neq 0$ y 0 de lo contrario. Muestre que f es Gâteaux diferenciable en el origen pero no continua.

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \frac{x^3 y}{x^4 + y^2}$$

si $(x, y) \neq (0, 0)$ y 0 de lo contrario. Muestre que f es Gâteaux diferenciable en el origen pero no es Fréchet diferenciable.

5. *Calcule las primeras dos derivadas de la función $f(X) = \det(X)$ para X matriz simétrica de $n \times n$.