



**Parcial 3 - Procesos estocásticos - 202410 - Michael A. Hoegele**

**Entrega: Jueves, 05.06., 24.00h, tiempo de Colombia**

**en formato .pdf al correo [ma.hoegele\(arroba\)uniandes.edu.co](mailto:ma.hoegele@uniandes.edu.co).**

**Información:** se reciben entregas hasta el mismo día a las medianoche (00.00), pero con una penalización de un 10% sobre los puntos alcanzados. Entregas más tarde ya no se reciben.

---

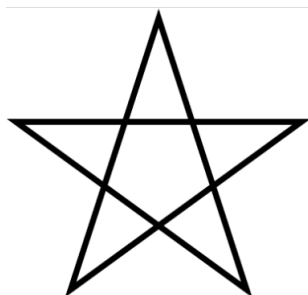
Nombre, Apellido, Código.

1. Consideremos un proceso de Poisson compuesto con intensidad  $\lambda$  y distribución de incrementos  $\mu$ .

Calcule la función característica, los momentos exponenciales (los que son finitos), la esperanza, la varianza y la densidad (en forma de función si posible, serie o inversa de Fourier).

- (a)  $\lambda = 1$  y  $\mu = \text{EXP}(1)$ .
- (b)  $\lambda > 0$  y  $\mu = \text{EXP}(\kappa)$ ,  $\kappa > 0$
- (c)  $\lambda = 1$  y  $\mu = N(0, 1)$
- (d)  $\lambda > 0$  y  $\mu = N(m, \sigma^2)$ ,  $m \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma > 0$
- (e)  $\lambda = 1$  y  $\mu = \text{Geo}(\frac{1}{2})$
- (f)  $\lambda > 0$  y  $\mu = \text{Geo}(p)$

2. Consideremos el grafo de 10 puntos siguiente y una caminata aleatoria sobre estos estados.



- (a) Enumere los estados  $i$  por  $\{1, \dots, 6\}$  y asigne el tiempo de salida del estado la intensidad el número  $i$ . Construya la  $Q$ -matriz siguiente de la cadena de Markov en tiempo continuo.
- (b) Calcule la medida invariante de esta cadena de Markov en Tiempo continuo.
- (c) Ahora construya la matriz de transición de la cadena de Markov en tiempo discreto donde el tiempo de salida del estado  $i$  es una geométrica que corresponde a la exponencial del item 1 (tienen el mismo valor esperado).
- (d) Calcular la medida invariante, y comparar las dos medidas invariantes del item 2 y esta.
- (e) Para el item 2, simule 100 trayectorias de  $[0, 100]$  y aproxime la medida invariante por las histogramas de los períodos de visita de cada una de la trayectoria. Grafique las trayectorias, el histograma, y los histogramas de los tiempos de visita de cada estado.
- (f) Para el item 4, simule 100 trayectorias de  $[0, 100]$  y aproxime la medida invariante por las histogramas de los períodos de visita de cada una de la trayectoria. Grafique las trayectorias, el histograma, y los histogramas de los tiempos de visita de cada estado.

3.