Tarea 2 (Entrenamiento para Parcial 1) - Procesos estocásticos - 202410 - Michael A. Hoegele

20/02/2024

Entrega: Martes, 20.02., antes de la clase

en formato .pdf al correo ma.hoegele(arroba)uniandes.edu.co.

Información: se reciben entregas hasta el mismo día a las medianoche (00.00), pero con una penalización de un 10% sobre los puntos alcanzados. Entregas más tarde ya no se reciben.

____ Nombre, Apellido, Código.

I) El estadístico del orden:

Sea $f(x) = \frac{1}{2}\sin(x)\mathbf{1}_{[0,\pi]}(x)$.

1. En caso de $n = 4$ **calcular** el primer momento del estadístico del órden $X_{i:4}$ para cada $i = 1, \dots, 5$.
2. **Esbozar un dibujo diciente** con la densidad original, las densidades $f_{i:4}$ y $\mathbb{E}[X_{i:4}]$.

II) Existencia de distribuciones extremales:

1. **Formular** el criterio que caracteriza la existencia de una distribución extremal (en terminos de $\bar{F}$).
2. **Determinar y justificar** por este criterio si la distribución siguiente tiene una distribución extremal. La función cumulativa de distribución es dado por
$$F(n) := 1 - \frac{C}{(n+1)^{\ln(n+1)}}, \qquad n \in \mathbb{N}.$$
3. En caso de tener una distribución límite **argumentar** sobre cuál debería ser la distribución límite.

III) Determinar la distribución extremal en casos concretos sencillos:

Sea $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ una sucesion de v.a. i.i.d. con $X_1 \sim \mu$,
$$M_n := \max\{X_1, \dots, X_n\} \qquad \text{y} \qquad N_n := \min\{X_1, \dots, X_n\}.$$

1. Para $\mu = \text{Gamma}(\alpha, \beta)$, $\alpha, \beta > 0$, **determinar y justificar** la distribución extremal de (M_n) y (N_n).
2. Para $\mu = \text{Beta}$, es decir $f(x) = C_{\alpha,\beta}x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$, $\alpha, \beta > 0$. **determinar y justificar** la distribución extremal de (M_n) y (N_n).
3. Para μ tal que para $\alpha > 0$ es decir
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 1, \\ \frac{\ln(x)}{x^\alpha} & \text{para } x \geqslant 1. \end{cases}$$
determinar y justificar la distribución extremal de (M_n) y (N_n).