Tarea 6 - Procesos estocásticos - 202410 - Michael A. Hoegele

Entrega: Jueves, 05.06., 24.00h, tiempo de Colombia

en formato .pdf al correo ma.hoegele(arroba)uniandes.edu.co.

Información: se reciben entregas hasta el mismo día a las medianoche (00.00), pero con una penalización de un 10% sobre los puntos alcanzados. Entregas más tarde ya no se reciben.

____ Nombre, Apellido, Código.

1. Consideremos la cadena de Markov en tiempo discreto de la edad actual de las máquinas (ver el manuscrito).

   (a) ¿Cuál es un criterio para las probabilidades (seguir o colapsar) para que la trayectoria tienda a infinito con probabilidad positiva? Esto equivale a la version de una "explosión" discreta.

   (b) Modifique esta cadena de Markov añadiendo una probabilidad no cero de quedarse en el estado actual. ¿Cuál es un criterio para las probabilidades (seguir, quedarse o colapsar) para la "congelación" de la cadena de Markov asumiendo que todas las probablidades sean positivas.

2. Consideremos dos procesos de Poisson independientes con parámetros distintos.

   (a) La suma de estos procesos, ¿Qué tipo de proceso es? Muestre lo.

   (b) La diferencia de estos procesos, ¿Qué tipo de proceso es? Muestre lo.

3. Demuestre la ley de los grandes números y el teorema límite central para el procesos de Poisson.

4. Para un proceso de Poisson $(\pi_t)_{t\geqslant 0}$ con intensidad $\lambda > 0$ consideremos camino por camino la función inversa $\mu_t := \pi^{-1}(t, \omega)$. ¿Qué tipo de procesos es? Calcule la distribución marginal.

5. El proceso de Poisson puede entenderse como proceso de renovación en tiempo contínuo con tiempos de distribución de espera sin memoria. Construya el proceso correspondiente para tiempos discretos, es decir, un proceso de renovación con tiempos de espera sin memoria sobre $\mathbb{N}_0$. ¿Cuál es la distribución de espera y qué corresponde a la distribución de Poisson en el caso contínuo? Demuéstrelo.