Algoritmy a datové struktury

Vícecestné stromy

Obsah přednášky

- 2-3-4 stromy
- 2-3 stromy
- B-stromy

2-3-4 stromy

- Problémy s častým vyvažováním při vytváření stromu
  - uvolnění pravidel

2-3-4 stromy

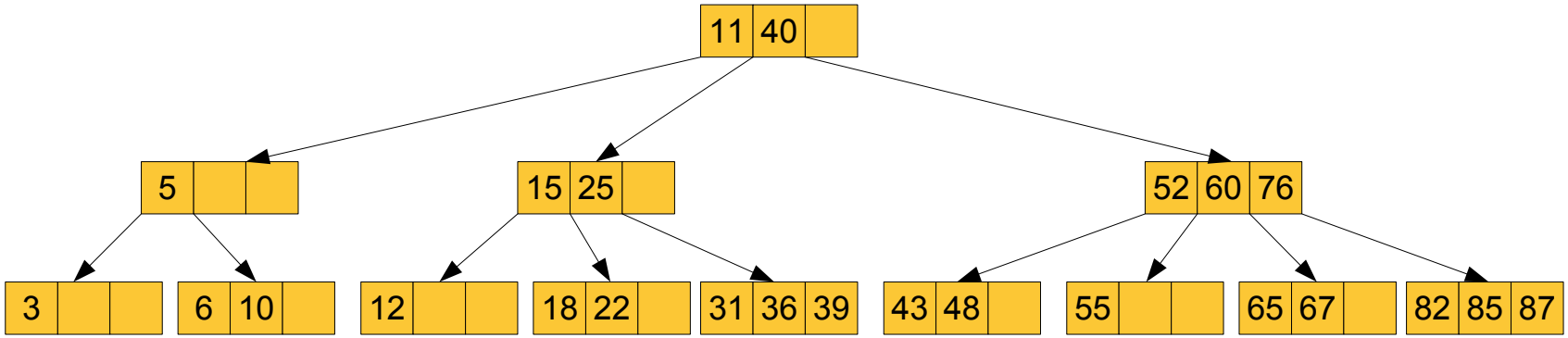
- Problémy s častým vyvažováním při vytváření stromu
  - uvolnění pravidel
- Možnost navázat na uzel více dětí
  - vícecestné uzly

2-3-4 stromy

- Problémy s častým vyvažováním při vytváření stromu
  - uvolnění pravidel
- Možnost navázat na uzel více dětí
  - vícecestné uzly
- 2-3-4 stromy mohou mít
  - 2,3,4 děti
  - 1,2,3 datové položky v uzlu

Co se skrývá v názvu?

- 2,3,4 je počet dětí uzlu
  - uzel s 1 datovou položkou musí mít 2 děti
  - uzel s 2 datovými položkami musí mít 3 děti
  - uzel s 3 datovými položkami musí mít 4 děti
- Uzel nesmí mít pouze jednoho syna
- List nesmí být nikdy prázdný
  - může obsahovat 1,2 nebo 3 datové položky



Další pravidla

- Pravidla jsou velmi podobná binárnímu vyhledávacímu stromu
- Označení
  - datové položky: A, B, C
  - děti: a, b, c, d

Další pravidla

- Pravidla jsou velmi podobná binárnímu vyhledávacímu stromu
- Označení
  - datové položky: A, B, C
  - děti: a, b, c, d
- Všechny klíče v podstromu a musí být menší než klíč A
- Všechny klíče v podstromu b musí být větší než klíč A a menší než klíč B
- Všechny klíče v podstromu c musí být větší než klíč B a menší než klíč C
- Všechny klíče v podstromu d musí být větší než klíč C

Další pravidla

- Pravidla jsou velmi podobná binárnímu vyhledávacímu stromu
- Označení
  - datové položky: A, B, C
  - děti: a, b, c, d
- Všechny klíče v podstromu a musí být menší než klíč A
- Všechny klíče v podstromu b musí být větší než klíč A a menší než klíč B
- Všechny klíče v podstromu c musí být větší než klíč B a menší než klíč C
- Všechny klíče v podstromu d musí být větší než klíč C
- Duplicitní hodnoty nejsou ve stromu povoleny

Zkuste si

- Napište v libovolném jazyce třídy pro 2-3-4 strom

Zkuste si

- Napište v libovolném jazyce třídy pro 2-3-4 strom
  - třída pro strom

```
class Strom234 {
    Uzel234 koren;
}
```

Zkuste si

- Napište v libovolném jazyce třídy pro 2-3-4 strom
  - třída pro strom

```
class Strom234 {
    Uzel234 koren;
}
```

  - třída pro uzel stromu

```
class Uzel234 {
    Polozka[] polozky;
    int pocet;
    Uzel234[] deti;
    Uzel234 rodic;
}
```

Vyhledávání

- Velmi podobné jako u binárních stromů
  - začíná se v kořenu
  - pokud uzel neobsahuje hledaný klíč, vybere se vhodný potomek a hledání se opakuje
  - pokud ani v listu hledaný klíč není, pak není ve stromu vůbec
- Napište v libovolném jazyce metody pro nalezení prvku

Vyhledávání

- Velmi podobné jako u binárních stromů
  - začíná se v kořenu
  - pokud uzel neobsahuje hledaný klíč, vybere se vhodný potomek a hledání se opakuje
  - pokud ani v listu hledaný klíč není, pak není ve stromu vůbec
- Napište v libovolném jazyce metody pro nalezení prvku

```
Polozka najdi(Klic klic) {
    // začneme prohledávat v kořenu
    Uzel uzel = najdiUzel(koren, klic);
}
```

Vyhledávání

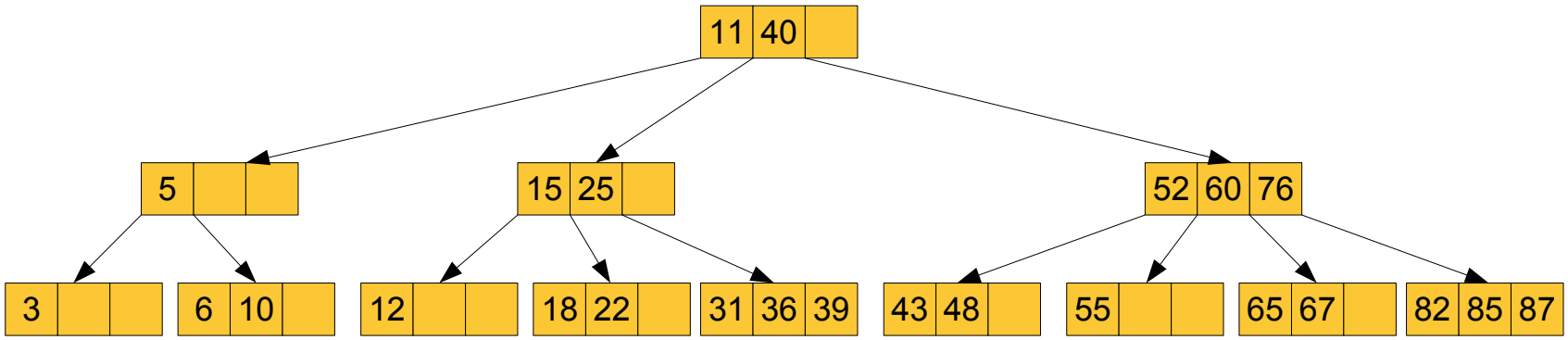
```
Polozka najdiUzel(Uzel uzel, Klic klic) {
    int i;

    // otestujeme všechny položky v uzlu
    for(i = 0; i<uzel.pocet; i++) {

        // našli jsme klíč
        if(klic == uzel.polozky[i].klic) {
            return uzel.polozky[i];
        }

        // hledaný klíč je menší než klíč položky, nemá cenu hledat dál
        if(klic < uzel.polozky[i].klic) {
            break;
        }
    }

    // klíč v tomto uzlu není, prohledej vhodné dítě (pokud existuje)
    if(uzel.deti[i]!=null) {
        return najdi(uzel.deti[i],klic);
    } else {
        return null;
    }
}
```

Operace vkládání

- Nová položka se vkládá vždy do listu
  - až v listu máme jistotu, že podobná hodnota neexistuje
- Dvě možné situace při hledání místa pro vložení
  - na cestě není plný uzel
  - na cestě je plný uzel

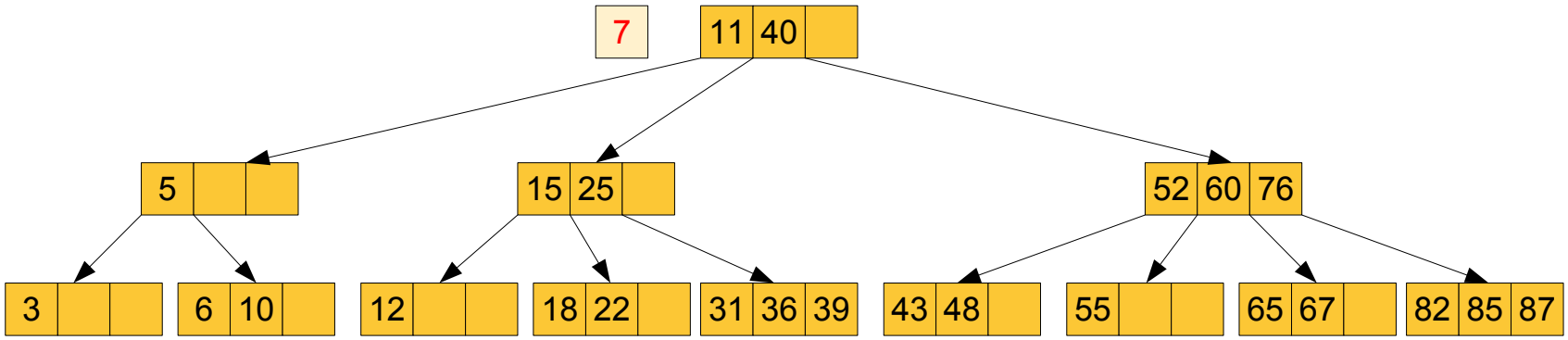
Vkládání – žádný plný uzel

- Přidání do položky neovlivní strukturu stromu
  - operace vkládání je jednoduchá
- Příklad: vložení 7



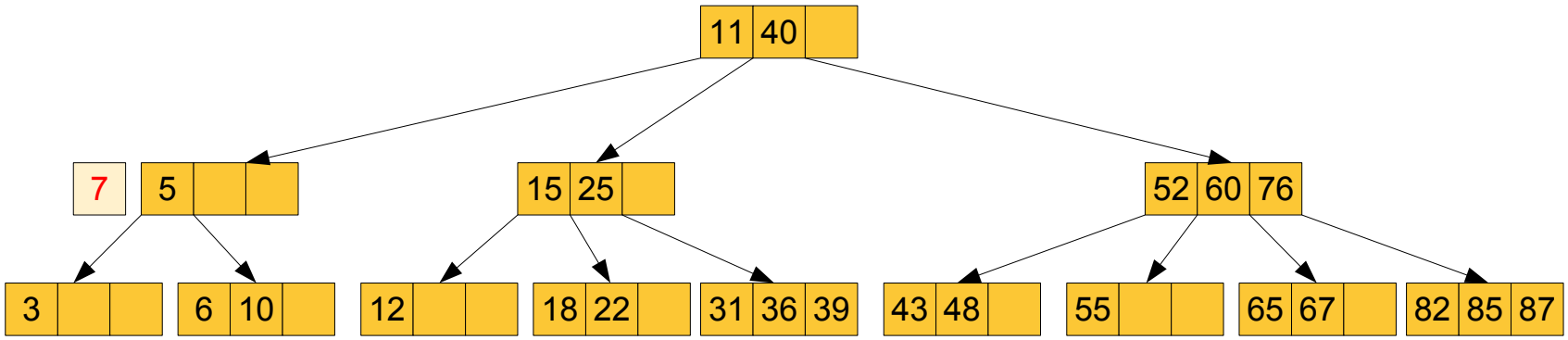
Vkládání – žádný plný uzel

- Přidání do položky neovlivní strukturu stromu
  - operace vkládání je jednoduchá
- Příklad: vložení 7



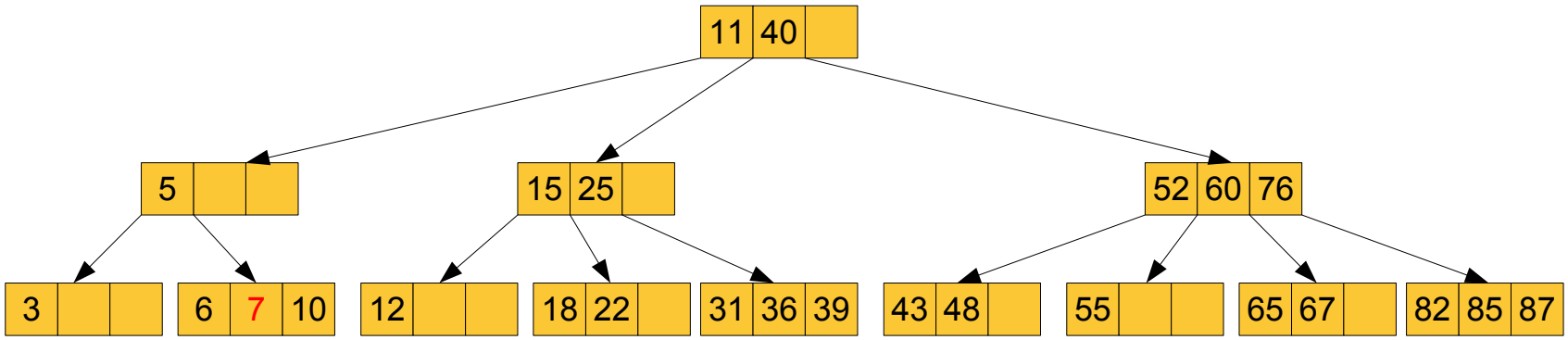
Vkládání – žádný plný uzel

- Přidání do položky neovlivní strukturu stromu
  - operace vkládání je jednoduchá
- Příklad: vložení 7



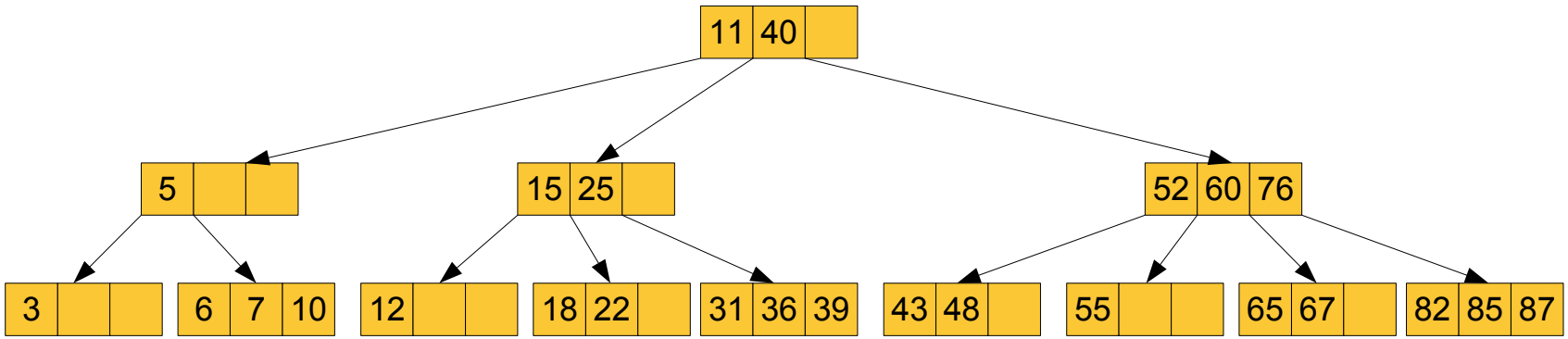
Vkládání – žádný plný uzel

- Přidání do položky neovlivní strukturu stromu
  - operace vkládání je jednoduchá
- Příklad: vložení 7



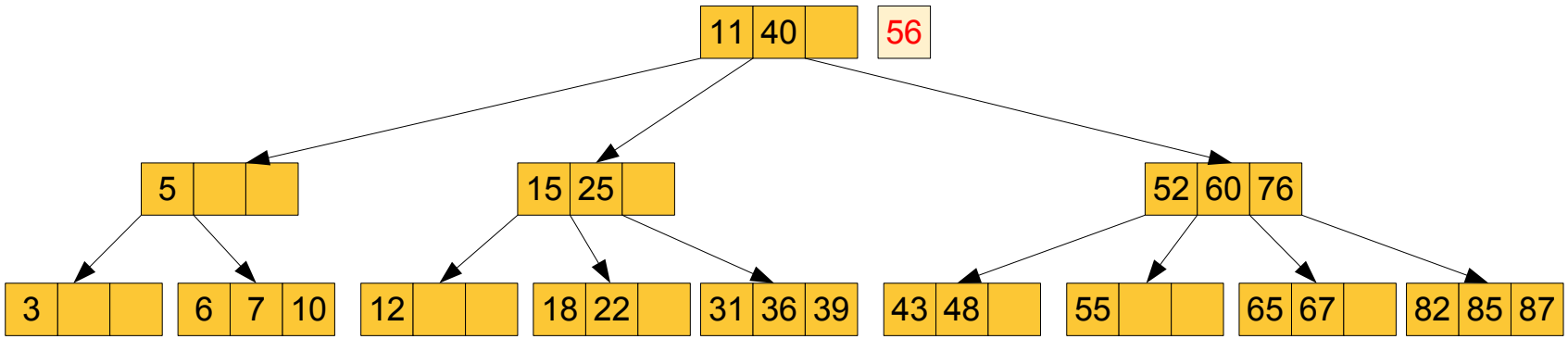
Vkládání – plný uzel

- Pokud se po cestě najde plný uzel, musí dojít k jeho rozdělení
  - má za následek vyvážení stromu
- Jak rozdělit uzel
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. prostřední prvek přesunout do rodičovského uzlu
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 56



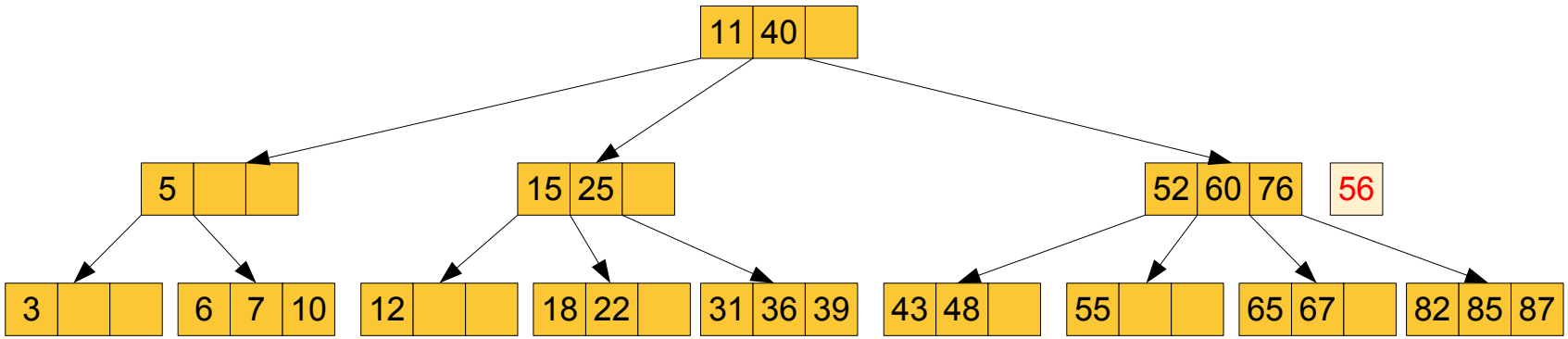
Vkládání – plný uzel

- Pokud se po cestě najde plný uzel, musí dojít k jeho rozdělení
  - má za následek vyvážení stromu
- Jak rozdělit uzel
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. prostřední prvek přesunout do rodičovského uzlu
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 56



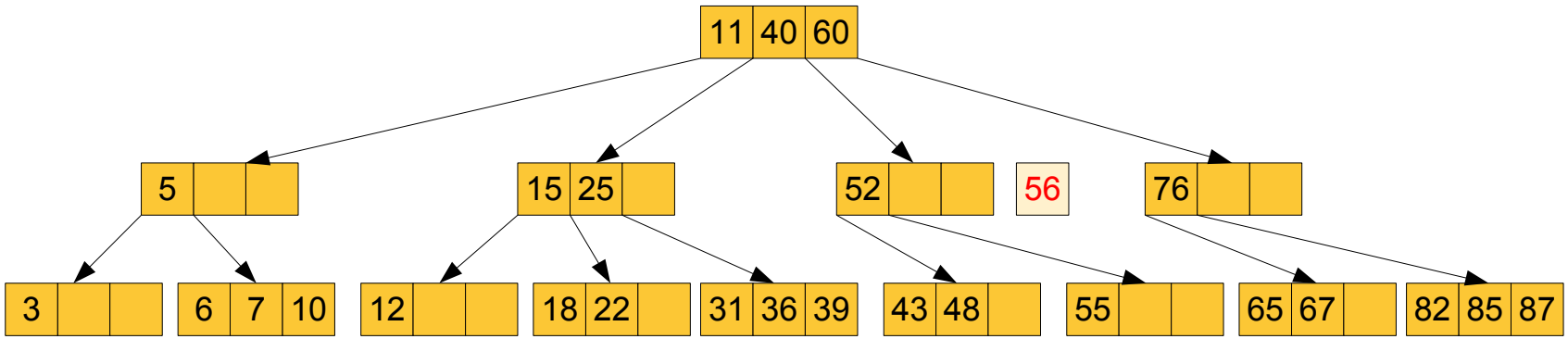
Vkládání – plný uzel

- Pokud se po cestě najde plný uzel, musí dojít k jeho rozdělení
  - má za následek vyvážení stromu
- Jak rozdělit uzel
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. prostřední prvek přesunout do rodičovského uzlu
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 56



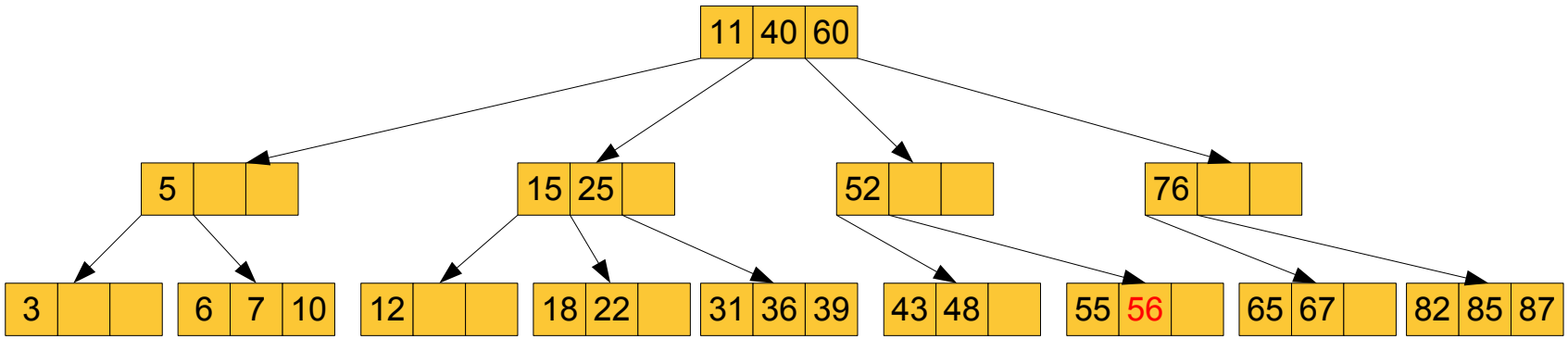
Vkládání – plný uzel

- Pokud se po cestě najde plný uzel, musí dojít k jeho rozdělení
  - má za následek vyvážení stromu
- Jak rozdělit uzel
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. prostřední prvek přesunout do rodičovského uzlu
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 56



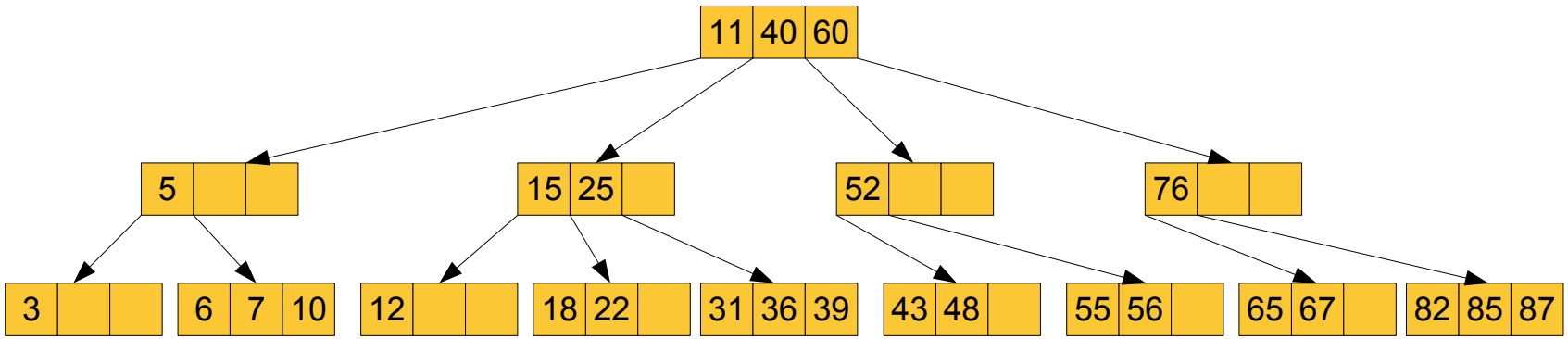
Vkládání – plný uzel

- Pokud se po cestě najde plný uzel, musí dojít k jeho rozdělení
  - má za následek vyvážení stromu
- Jak rozdělit uzel
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. prostřední prvek přesunout do rodičovského uzlu
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 56



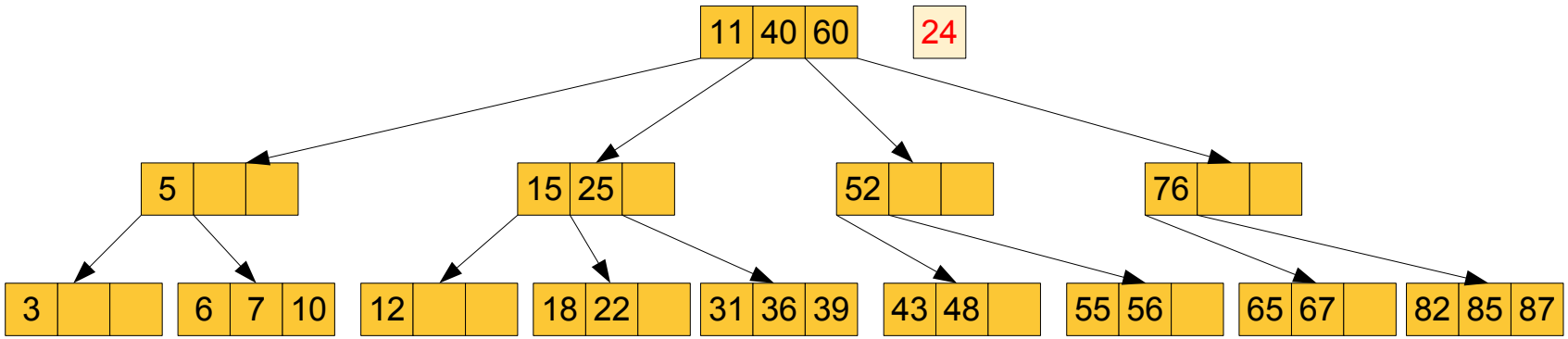
Vkládání – plný kořen

- Pokud je plný kořen, musí dojít k jeho rozdělení
  - hloubka stromu se zvětší o 1
- Jak rozdělit kořen
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. vytvořit nový kořen a přesunout do něj prostřední prvek
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 24



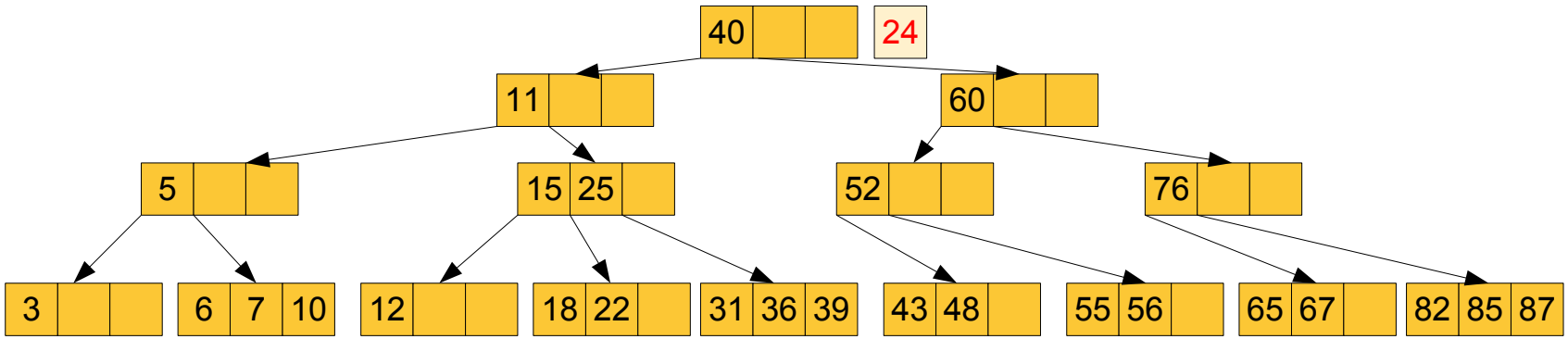
Vkládání – plný kořen

- Pokud je plný kořen, musí dojít k jeho rozdělení
  - hloubka stromu se zvětší o 1
- Jak rozdělit kořen
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. vytvořit nový kořen a přesunout do něj prostřední prvek
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 24



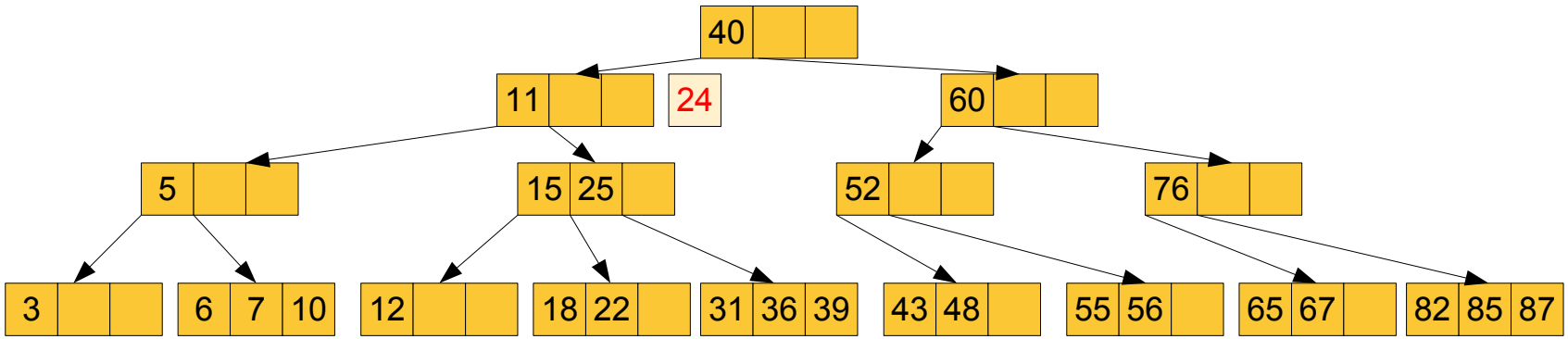
Vkládání – plný kořen

- Pokud je plný kořen, musí dojít k jeho rozdělení
  - hloubka stromu se zvětší o 1
- Jak rozdělit kořen
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. vytvořit nový kořen a přesunout do něj prostřední prvek
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 24



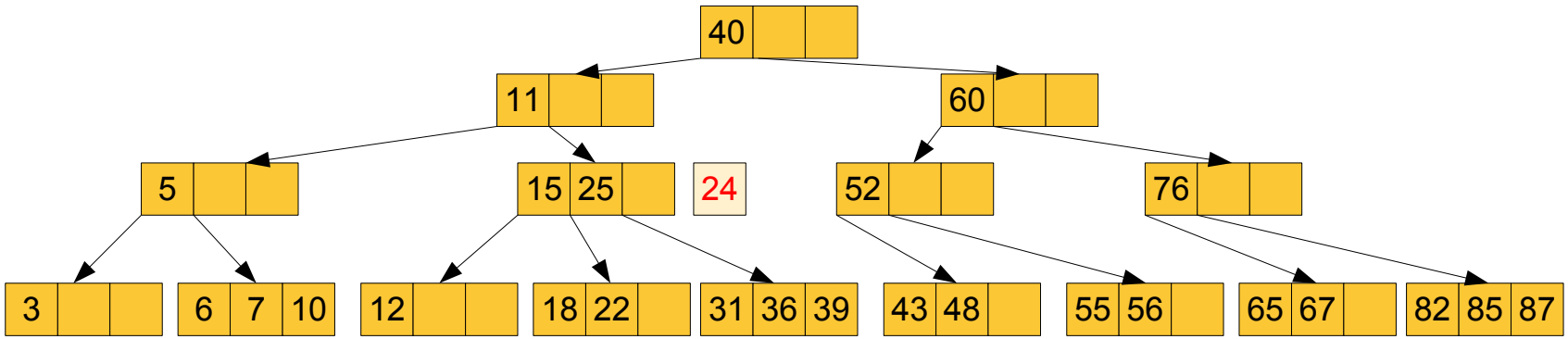
Vkládání – plný kořen

- Pokud je plný kořen, musí dojít k jeho rozdělení
  - hloubka stromu se zvětší o 1
- Jak rozdělit kořen
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. vytvořit nový kořen a přesunout do něj prostřední prvek
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 24



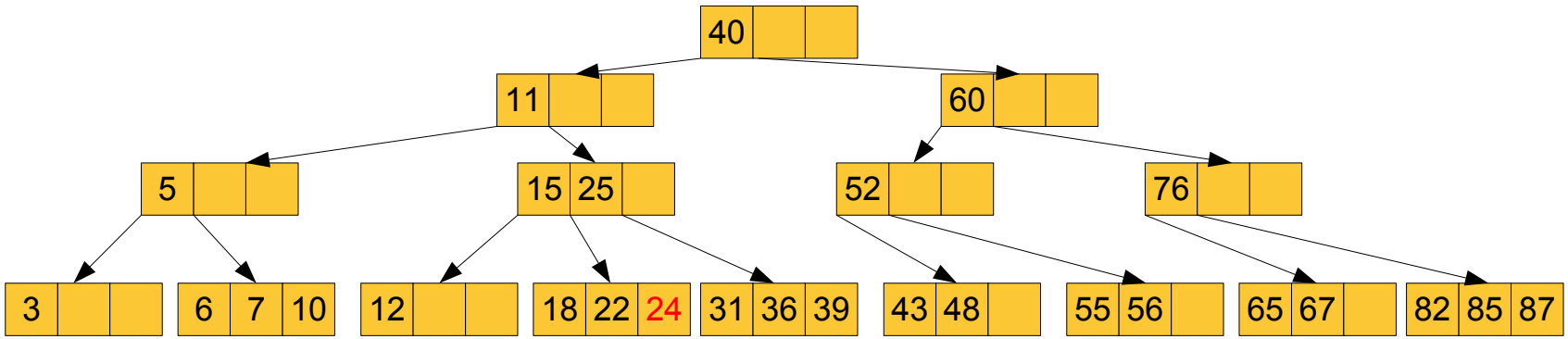
Vkládání – plný kořen

- Pokud je plný kořen, musí dojít k jeho rozdělení
  - hloubka stromu se zvětší o 1
- Jak rozdělit kořen
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. vytvořit nový kořen a přesunout do něj prostřední prvek
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 24



Vkládání – plný kořen

- Pokud je plný kořen, musí dojít k jeho rozdělení
  - hloubka stromu se zvětší o 1
- Jak rozdělit kořen
  1. vytvořit nový uzel a přesunout do něj největší prvek
  2. vytvořit nový kořen a přesunout do něj prostřední prvek
  3. upravit vazby
- Příklad: vložení 24



Proč rozdělovat cestou dolů?

- Zjednodušuje práci
  - rozdělení uzlu (posunutí položky výš) nezpůsobí problém
    - ve vyšším patře určitě není plný uzel, pokud byl, je rozdělen

Vlastnosti stromu

- Rychlost
  - vyvážení Red-Black stromu je $log_2(N)$
  - vyvážení ideálního 2-3-4 stromu by bylo $log_4(N)$, ale
    - uzly nejsou většinou plné
    - na test uzlu spotřebujeme více času
  - rychlosti jsou přibližně stejné
- Paměť
  - Red-Black stromy jsou obsazeny skoro na 100%
  - zjednodušeně 2-3-4 strom má 3+4 reference
    - v průměru 2 položky na uzel – 2/7 místa se vyhodí
- Výhoda
  - mnohem jednodušší kód

2-3 stromy

- Velmi podobné 2-3-4 stromům
  - uzly mohou obsahovat 1 nebo 2 položky
  - uzly ukazují na 2 nebo 3 potomky

2-3 stromy

- Velmi podobné 2-3-4 stromům
  - uzly mohou obsahovat 1 nebo 2 položky
  - uzly ukazují na 2 nebo 3 potomky
- Operace hledání
  - probíhá stejně jako u 2-3-4 stromu
  - změní se pouze počet prohledávaných položek

2-3 stromy

- Velmi podobné 2-3-4 stromům
  - uzly mohou obsahovat 1 nebo 2 položky
  - uzly ukazují na 2 nebo 3 potomky
- Operace hledání
  - probíhá stejně jako u 2-3-4 stromu
  - změní se pouze počet prohledávaných položek
- Operace vkládání
  - probíhá stejně jako...

2-3 stromy

- Velmi podobné 2-3-4 stromům
  - uzly mohou obsahovat 1 nebo 2 položky
  - uzly ukazují na 2 nebo 3 potomky
- Operace hledání
  - probíhá stejně jako u 2-3-4 stromu
  - změní se pouze počet prohledávaných položek
- Operace vkládání
  - probíhá úplně jinak...

Rozdělení uzlu

- Co se změnilo?
  - při rozdělení jsou nutné tři položky
    - jedena, která zůstane
    - jedena, která se přesune do sourozence
    - jedena, která se přesune do rodiče

Rozdělení uzlu

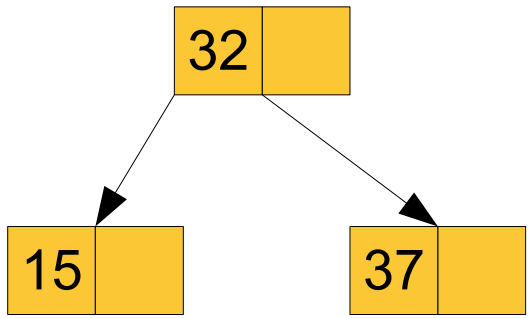
- Co se změnilo?
  - při rozdělení jsou nutné tři položky
    - jedena, která zůstane
    - jedena, která se přesune do sourozence
    - jedena, která se přesune do rodiče
  - jenže
    - 2-3 strom má v uzlu pouze dvě položky

Rozdělení uzlu

- Co se změnilo?
  - při rozdělení jsou nutné tři položky
    - jedena, která zůstane
    - jedena, která se přesune do sourozence
    - jedena, která se přesune do rodiče
  - jenže
    - 2-3 strom má v uzlu pouze dvě položky
  - kde vzít 3 položku?
    - musí se použít vkládaná položka
    - nelze upravovat cestou dolů

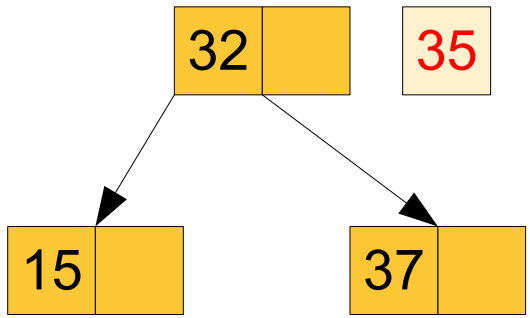
Operace vkládání

- Vkládání do neplného listu
  - bez problémů



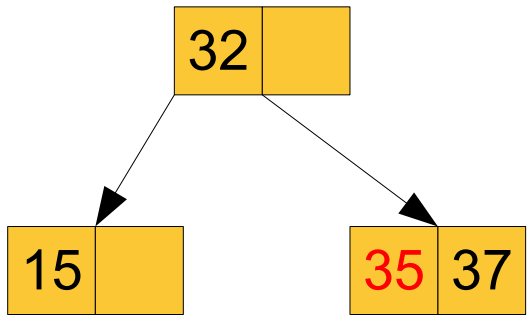
Operace vkládání

- Vkládání do neplného listu
  - bez problémů



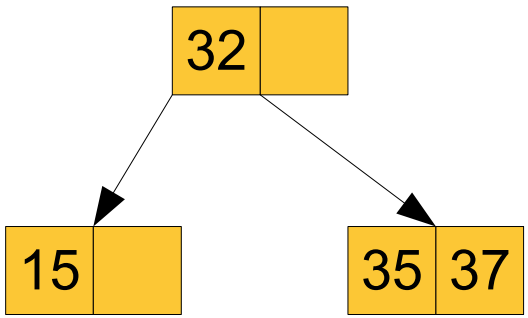
Operace vkládání

- Vkládání do neplného listu
  - bez problémů



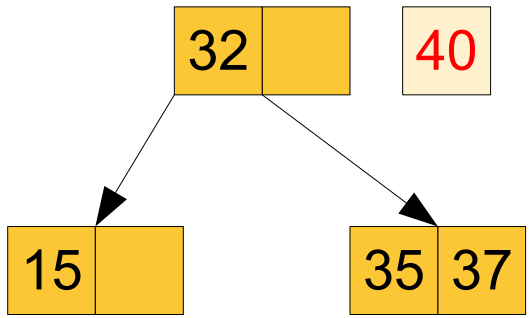
Operace vkládání

- Vkládání do plného uzlu s neplným rodičem
  - rozdělení listu, přesunutí prostřední položky do rodiče



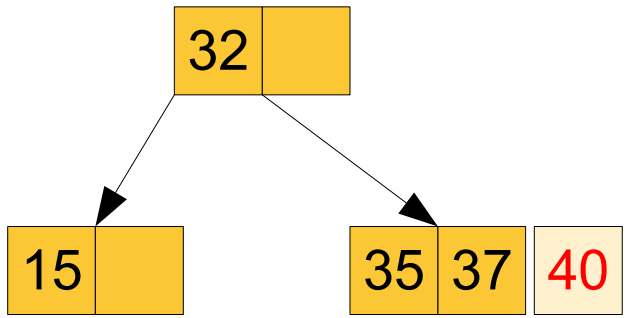
Operace vkládání

- Vkládání do plného uzlu s neplným rodičem
  - rozdělení listu, přesunutí prostřední položky do rodiče



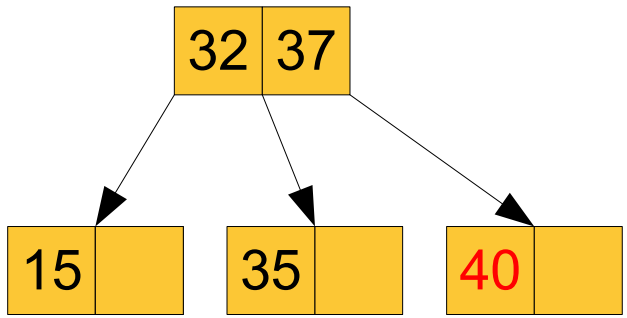
Operace vkládání

- Vkládání do plného uzlu s neplným rodičem
  - rozdělení listu, přesunutí prostřední položky do rodiče



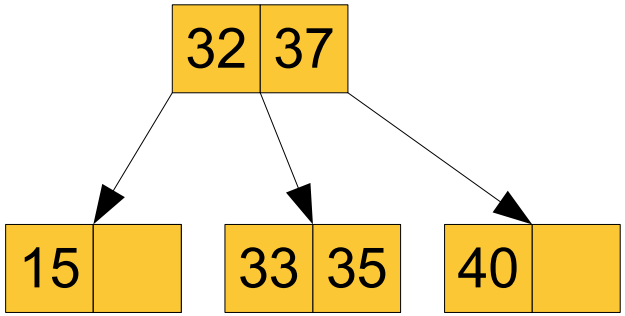
Operace vkládání

- Vkládání do plného uzlu s neplným rodičem
  - rozdělení listu, přesunutí prostřední položky do rodiče



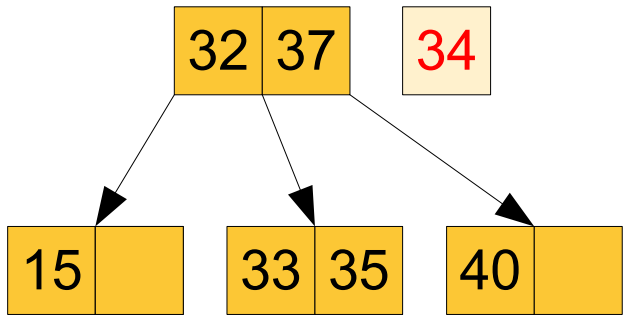
Operace vkládání

- Vkládáná do plného uzlu, s plným rodičem
  - musí dojít k rozdělení rodiče
  - případně se musí rozdělit rodič rodiče . . .



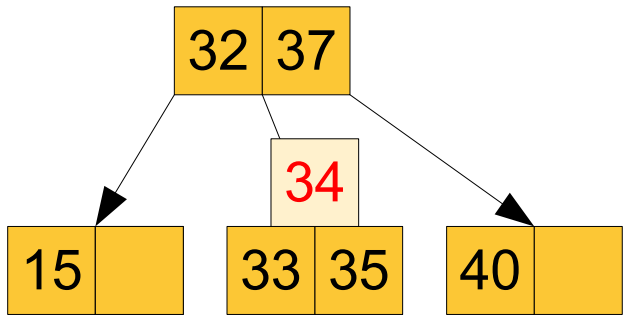
Operace vkládání

- Vkládáná do plného uzlu, s plným rodičem
  - musí dojít k rozdělení rodiče
  - případně se musí rozdělit rodič rodiče . . .



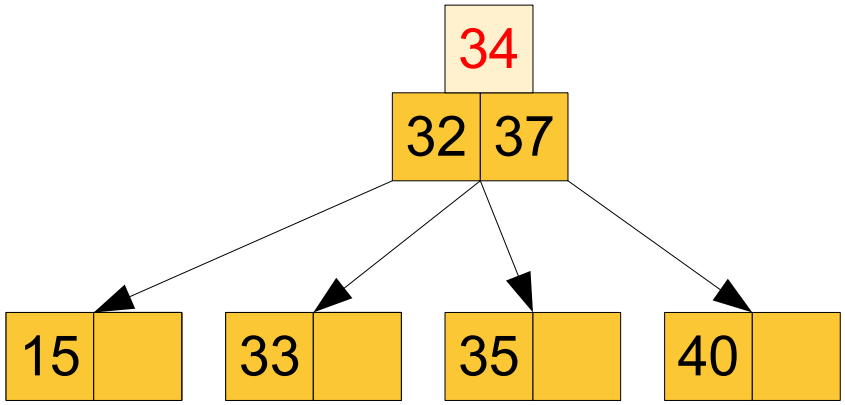
Operace vkládání

- Vkládáná do plného uzlu, s plným rodičem
  - musí dojít k rozdělení rodiče
  - případně se musí rozdělit rodič rodiče . . .



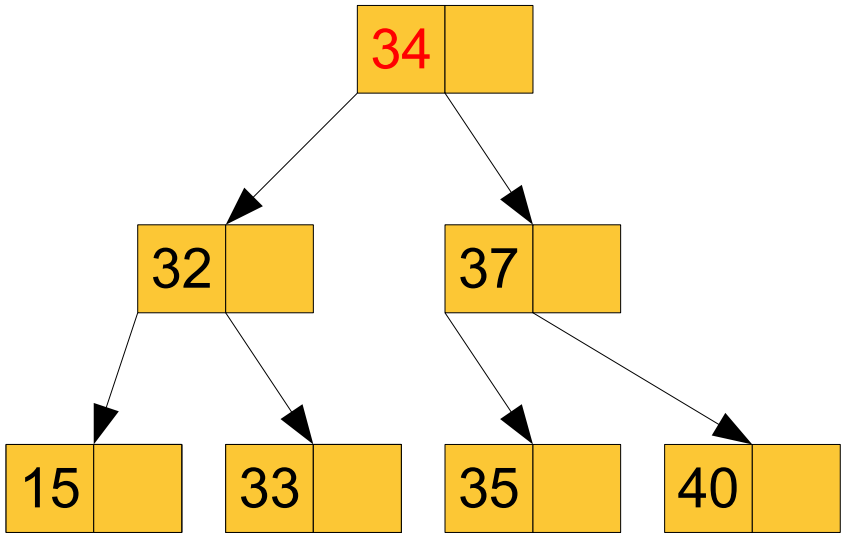
Operace vkládání

- Vkládáná do plného uzlu, s plným rodičem
  - musí dojít k rozdělení rodiče
  - případně se musí rozdělit rodič rodiče . . .



Operace vkládání

- Vkládáná do plného uzlu, s plným rodičem
  - musí dojít k rozdělení rodiče
  - případně se musí rozdělit rodič rodiče . . .

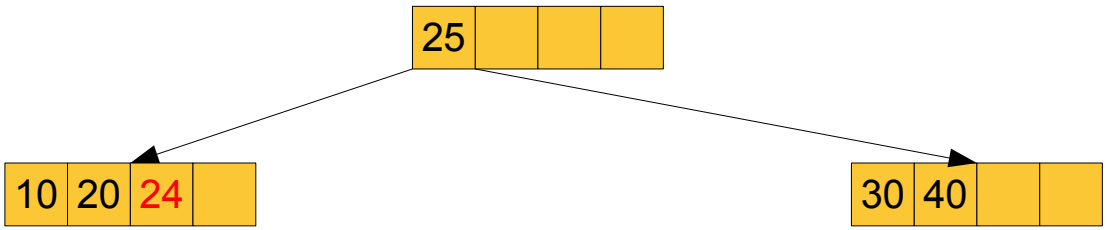


B-stromy

- Požadované podmínky
  - každý uzel obsahuje max. n položek
  - každý uzel (kromě kořene) obsahuje alespoň $n/2$ položek
  - každý uzel je buď list nebo je počet následovníků $m + 1$, kde m je počet položek
  - hloubka všech listů je stejná
- n označuje řád stromu
- Zajištěno naplnění alespoň na 50%

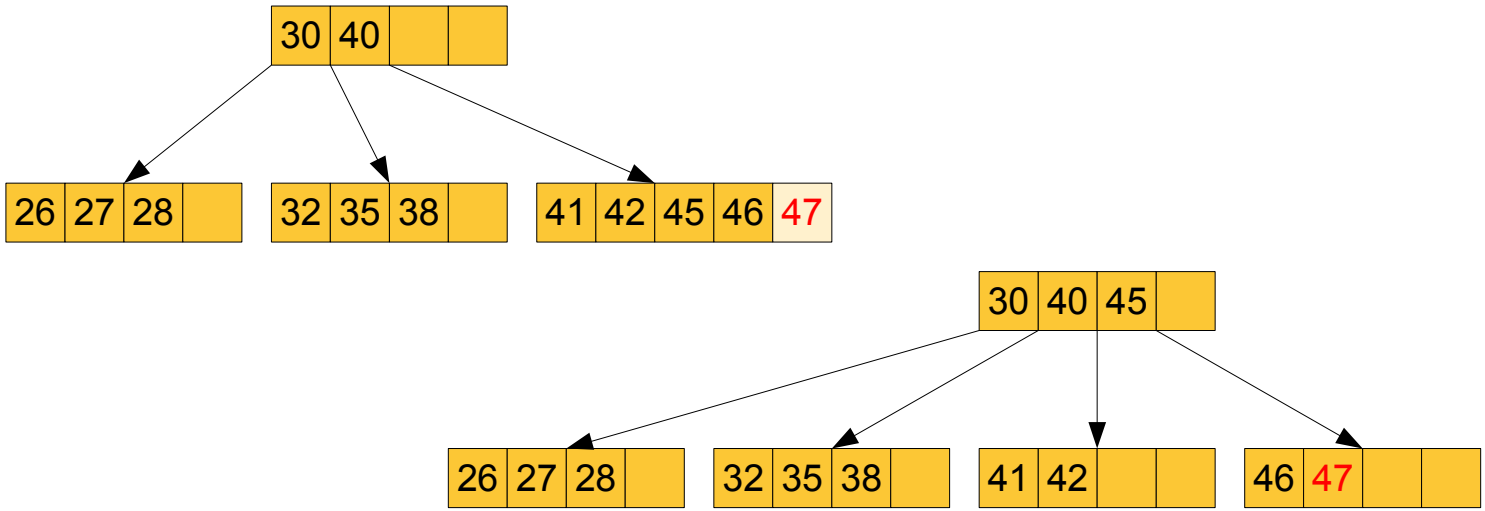
Operace vkládání

- Podobná jako u 2-3 stromů
  - položka se vkládá do listu
- Pokud $m < n$ – vložení bez problémů



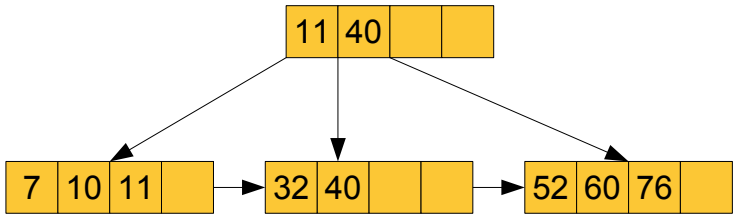
Operace vkládání

- Pokud $m = n$
  - uzel, do kterého položka patří se rozdělí na 2
  - prostřední položka se přesune o patro výš
  - v nejhorším případě se rekurzivně pokračuje až ke kořenu



Modifikace a použití

- B+ strom
  - všechny hodnoty jsou v listech, vnitřní uzly obsahují pouze klíče
  - listy jsou navzájem propojené



- Použití
  - souborové systémy (NTFS, XFS)
    - řád stromu většinou odpovídá velikosti diskového bloku
  - velké databáze

Konec