

20. regulární jazyky

V téhle otázce je důležité umět převod RV na KA, kreslit KA, deterministický a nedeterministický KA...

Regulární výraz

Definice: Necht' Σ je abeceda. **Regulární výrazy** nad abecedou Σ a **jazyky**, které **značí**, jsou definovány následovně:

- \emptyset je RV značící prázdnou množinu (prázdný jazyk)
- ε je RV značící jazyk $\{\varepsilon\}$
- a , kde $a \in \Sigma$, je RV značící jazyk $\{a\}$
- Necht' r a s jsou regulární výrazy značící po řadě jazyky L_r a L_s , potom:
 - $(r.s)$ je RV značící jazyk $L = L_r L_s$
 - $(r + s)$ je RV značící jazyk $L = L_r \cup L_s$
 - (r^*) je RV značící jazyk $L = L_r^*$

Zjednodušení RV

1) Redukce závorek zavedením priorit operátorů:

Priority: $* > . > +$

2) RV $r.s$ může být zapsán jako rs

3) RV rr^* nebo r^*r může být zapsán jako r^+

Regulární jazyk

Myšlenka: Každý RV značí regulární jazyk

Definice: Necht' L je jazyk. L je **regulární jazyk** (RJ), pokud existuje regulární výraz r , který tento jazyk značí.

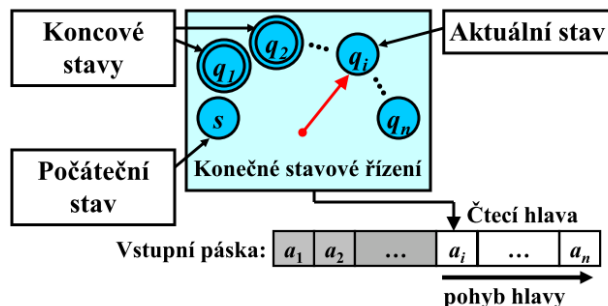
Konvence: $L(r)$ označuje jazyk, který značí RV r .

Příklady:

- $r_1 = ab + ba$ značí $L_1 = \{ab, ba\}$
 $r_2 = a^+b^*$ značí $L_2 = \{a^n b^m : n \geq 1, m \geq 0\}$
 $r_3 = ab(a + b)^*$ značí $L_3 = \{x : ab \text{ je prefix } x\}$
 $r_4 = (a + b)^* ab(a + b)^*$ značí $L_4 = \{x : ab \text{ je podřetězec } x\}$

L_1, L_2, L_3, L_4 jsou regulární jazyky nad Σ

Konečné automaty



Definice: Konečný automat (KA) je pětice:

$M = (Q, \Sigma, R, s, F)$, kde

- Q je konečná množina stavů
- Σ je vstupní abeceda
- R je konečná množina pravidel tvaru: $pa \rightarrow q$, kde $p, q \in Q, a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$
- $s \in Q$ je počáteční stav
- $F \subseteq Q$ je množina koncových stavů

Matematická poznámka k pravidlům:

- Čistě matematicky, R je relace z $Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\})$ do Q
- Místo relačního zápisu $(pa, q) \in R$, zapisujeme: $pa \rightarrow q \in R$
- $pa \rightarrow q$ znamená, že při přečtení a M udělá přechod z p do q
- pokud $a = \varepsilon$, není ze vstupní pásky přečten symbol

Konfigurace

Konfigurace konečného automatu $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ je každá uspořádaná dvojice $(q, w) \in Q \times \Sigma^*$, přičemž q je aktuální stav automatu a w je dosud nepřečtená část vstupního řetězce.

př.: (s2, babb)

Počáteční konfigurace - stav konfigurace je počátečním stavem

Koncová konfigurace - stav konfigurace je koncovým stavem a na vstupu již nic není ($w = \varepsilon$)

Přechod

Myšlenka: Jeden výpočetní krok KA

Definice: Necht' pax a qx jsou dvě konfigurace KA M , kde $p, q \in Q$, $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ a $x \in \Sigma^*$. Necht' $r = pa \rightarrow q \in R$ je pravidlo. Potom M může provést přechod z pax do qx za použití r , zapsáno $pax \vdash qx$ nebo zjednodušeně $pax \vdash qx$

Pozn.: pokud $a = \varepsilon$, není ze vstupní pásky přečten symbol

Konfigurace:



Pravidlo: $pa \rightarrow q$



Nová konfigurace:



Definice: Necht' $\chi_0, \chi_1, \dots, \chi_n$ je sekvence přechodů konfigurací pro $n \geq 1$ a $\chi_{i-1} \vdash \chi_i [r_i]$, $r_i \in R$ pro všechna $i = 1, \dots, n$, což znamená:

$$\chi_0 \vdash \chi_1 [r_1] \vdash \chi_2 [r_2] \dots \vdash \chi_n [r_n]$$

Pak M provede n -přechodů z χ_0 do χ_n ; zapisujeme:

$$\chi_0 \vdash^n \chi_n [r_1 \dots r_n] \text{ nebo zjednodušeně } \chi_0 \vdash^n \chi_n$$

$$pabc \vdash qbc [1: pa \rightarrow q] \text{ a } qbc \vdash rc [2: qb \rightarrow r].$$

$$\text{Potom: } pabc \vdash^2 rc [1 \ 2],$$

$$pabc \vdash^+ rc [1 \ 2],$$

$$pabc \vdash^* rc [1 \ 2]$$

Přijímaný jazyk

Myšlenka: M přijímá řetězec w , pokud je celý přečten pomocí sekvencí přechodů a skončí v nějakém koncovém stavu

Definice: Necht' $M = (Q, \Sigma, R, s, F)$ je KA.

Jazyk přijímaný konečným automatem M , $L(M)$, je definován:

$$L(M) = \{w: w \in \Sigma^*, sw \vdash^* f, f \in F\}$$

Převod z RV na KA - ifj03-cz.pdf, strana 21

<https://www.fit.vutbr.cz/study/courses/IFJ/private/prednesy/ifj03-cz.pdf>

Převod na deterministický KA:

<https://www.fit.vutbr.cz/study/courses/IFJ/private/prednesy/ifj04-cz.pdf>

Něco o DKA:

http://www.cs.vsb.cz/kot/soubory_animaci/a-definice_dfa.pdf