
Revisões de POE

Parasitas, Linhas de Transmissão

PEDRO MARTINS

March 13, 2018

Contents

1	Linhas e Transmissão	4
2	Microondas	5
3	Radiofrequência (RF)	5
4	Efeito Pelicular	5
5	Componentes Passivos a altas frequências	6
5.1	Resistências	6
5.2	Bobines	6
5.3	Condensadores	6
6	Linhas de transmissão	7
7	Analogia com a Luz	7
7.1	Reflexão	8
7.2	Transmissão	8
8	Linhas de transmissão	9
9	Equação dos telegrafistas	10
9.1	Linhas sem perdas	11
9.2	Partindo da Carga	11
9.3	Transformador de $\lambda/4$	11
9.4	Linha terminada em curto	12
9.5	Reflexão parcial	12
10	Carta de Smith	12
11	Malhas de adaptação de impedâncias	12
12	Transferência de Potência	14
13	Adaptação com elementos concentrados	14
14	Adaptação com Stubs	15
15	Quadripolos	15
15.1	Baixa frequência	15
15.1.1	Matriz Impedâncias	15
15.1.2	Matriz Admitâncias	15
15.1.3	Matriz Parâmetros Híbridos	15
15.1.4	Matriz Parâmetros ABCD/Transmissão	15
15.2	Parâmetros S	16
15.3	Associação de quadripolos	16

16 Transístores

16

1 Linhas e Transmissão

Métrica da linha	Expressão	Simplificação
Onda de tensão	$V(x) = Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x}$	
Onda de corrente	$I(x) = \frac{A}{Z_0}e^{-\gamma x} + \frac{B}{Z_0}e^{\gamma x}$	
Impedância característica	$Z_0 = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}$	$R=0, G=0 \Rightarrow Z_0 = \frac{L}{C}$
Constante de propagação	$\gamma = \alpha + j\beta$	
Coefficiente de ...	$\Gamma = \frac{Be^{j\gamma x}}{Ae^{-\gamma x}} = \frac{B}{A}e^{2\gamma x}$	$\Gamma(x) = \Gamma_0 e^{2\gamma x} = \Gamma(0)e^{2\gamma x}$
Impedância de entrada	$Z_{IN}(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_0 \frac{e^{\gamma x} + \Gamma_0 e^{-\gamma x}}{e^{\gamma x} - \Gamma_0 e^{-\gamma x}}$	$Z_{IN}(0) = Z_L = Z_0 \frac{1+\Gamma_0}{1-\Gamma_0}$
Coefficiente de ...	$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$	

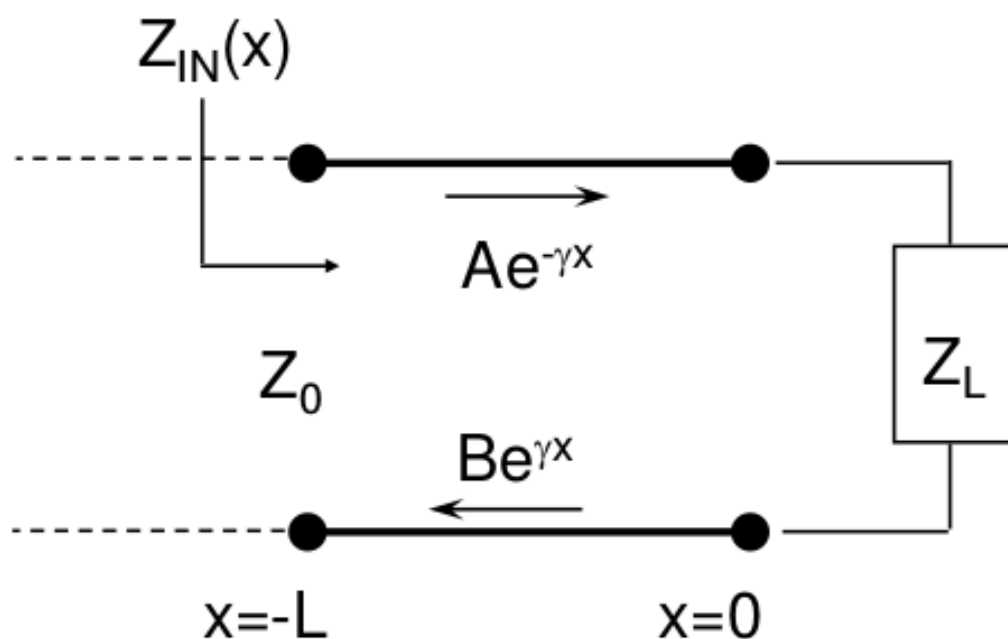


Figure 1: Linha de Transmissão

Em grande parte da cadeira vamos assumir que não existe atenuação

Exemplos de linhas de transmissão:

- Bifilar
- Coplanar

- Coaxial
- Microstrip

2 Microondas

- frequência(f): $1 \text{ GHz} \approx 300 \text{ GHz}$
- comprimento de onda(λ): $30 \text{ cm} \approx 1 \text{ mm}$

3 Radiofrequência (RF)

- Em RF usam-se fontes de potência
- Se tiver uma fonte de tensão, determino a potência pela resistência interna da fonte
- A RF não uso resistências porque não quero dissipar energia
- Os cabos não são meros fios de ligação:
 - possuem uma determinada resistividade \Rightarrow resistência parasita
 - Sofrem de efeito indutivo
 - e efeito capacitivo
 - Também é preciso ter em consideração a disrupção do dielétrico
 - Os circuitos têm **sempre** de ser vistos como **modelos de elementos distribuídos**
 - OS parâmetros passam a ser distribuídos pela linha
 - * R/m
 - * C/m
 - * L/m
 - * G/m

Valores típicos de linhas Z_0 :

- 75Ω - antenas de televisão
- 50Ω - material de laboratório

A impedância característica do ar é $Z_{0_{ar}} = 120\pi$

4 Efeito Pelicular

À medida que a frequência aumenta a zona do metal onde se propaga a corrente diminui. Este fenómeno ocorre devido ao efeito de autoindução do metal, no qual o campo magnético no seu interior se cancela, aumentando, fazendo que a onda de corrente circule preferencialmente na periferia, criando uma distribuição não-uniforme da densidade de corrente ao longo do condutor

$$\delta = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho}{f\mu_r}}$$

Para evitar, devo libertar dos elementos discretos sempre que possível. Limites:

- Resistências *through hole*: 10 MHz máx
- Resistências SMD 1 GHz máx
 - 0.8, 0.5
 - 0.6, 0.3

5 Componentes Passivos a altas frequências

Devido aos parasitas presentes nos componentes discretos, para altas frequência estes de se comportar como se comportavam para baixas frequências e DC.

5.1 Resistências

- Deixam de seguir a lei de Ohm
- Possuem condensadores em paralelo e bobines em série para representar as indutâncias e capacidades parasitas resultantes da sua construção

5.2 Bobines

- O modelo equivalente é uma bobine com uma resistência em série, em paralelo com um condensador
- Para uma dada frequência o circuito RLC formado com a indutância e capacidade parasita possui um máximo \Rightarrow **frequência de ressonância**

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- Onde L é dado por:

$$L = \frac{r^2 n^2}{22.9l + 25.4r} (\mu H)$$

- e onde:

- * r : raio da bobine (cm)
- * l : comprimento da bobine (cm)
- * n : número de voltas da bobine

- O fator de qualidade do filtro produzido pode ser dado por $Q = \frac{X_L}{R} = \frac{2\pi f_R L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, onde X_L é a reatância do condensador
- Para frequências superiores à frequência de ressonância, a capacidade parasita domina e a bobine passa a ter comportamento capacitivo

5.3 Condensadores

- Para altas frequências, um condensador pode ser descrito por um circuito RLC série.

- A frequência de ressonância é dada por:

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- Onde a capacidade de um condensador de placas paralelas é dada por:

$$C = \frac{\epsilon_{dielectric} A}{d}$$

- **A**: área da superfície sobreposta
- **d**: distância entre as placas
- O fator de qualidade do filtro produzido pode ser dado por $Q = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{2\pi f_R RC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, onde X_C é a reatância do condensador
- Para frequências superiores à frequência de ressonância, a indutância parasita domina e o condensador passa a ter comportamento indutivo

6 Linhas de transmissão

- bifilares
- coaxiais
- **microstrip**¹
- **coplanares**²

Linhas de transmissão são guias de onda em fios/pista de cobre.

7 Analogia com a Luz

Tal como a luz, também as ondas de radiofrequência sofrem:

- reflexão
- transmissão

Existe a noção em RF de:

- Onda incidente
- Onda refletida
- Onda transmitida

DUT: Device Under Test

- $A \leftarrow$ tensão incidente num porto
- $B \leftarrow$ tensão refletida num porto

¹Podem ser feitos em PCB. São as mais usadas para alta-frequência

²Podem ser feitos em PCB. São as mais usadas para alta-frequência

7.1 Reflexão

- **VSWR:** Voltage Stationary Wave Ratio -

$$VSWR = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

- **Parâmetros S:** S_{11} e S_{22}

- **Coeficiente de Reflexão:** Γ , r

$$- \tau = \frac{V_{refletido}}{V_{incidente}} = \frac{B}{A} = \rho < \Theta = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

- **Return Loss:** $RL = -20\log_{10}(\rho) \Rightarrow \rho = |T|$

- **Impedância/Admitância:** $R + jx/G + jB$

- **Perdas**

Sem reflexões	Reflexão ($ZL_{aberto}, ZL_{fechado}$)
ρ	0
RL	∞dB
$VSWR$	1

7.2 Transmissão

- **Ganho/Perdas:** $G = 20\log_{10}|\frac{V_{transmitida}}{V_{incidente}}| = 20\log(\tau)$

- **Parâmetros S:** S_{21} e S_{12}

- **Coeficiente de Transmissão:** T , t

$$- \frac{V_{transmitida}}{V_{incidente}} = \frac{T}{A} = \tau \angle \phi$$

- **Insertion Loss:**

$$- L = -20\log_{10}|\frac{V_{transmitida}}{V_{incidente}}| = -20\log(\tau)$$

- **Insertion Phase:**

$$- \angle(\frac{V_{transmitida}}{V_{incidente}}) = \phi$$

- **Variação de fase:**

- **Atraso de Grupo**

- Variação do atraso que um sistema coloca num sinal, para cada frequência
- Se o atraso de grupo não for nulo, isso significa que o mesmo sistema para componentes de um sinal a diferentes frequências, atrasa-as de forma diferente, destruindo a envolvente do sinal

$$- \frac{-d\phi}{d\omega} = \frac{-1}{360^\circ} \times \frac{d\phi}{df}$$

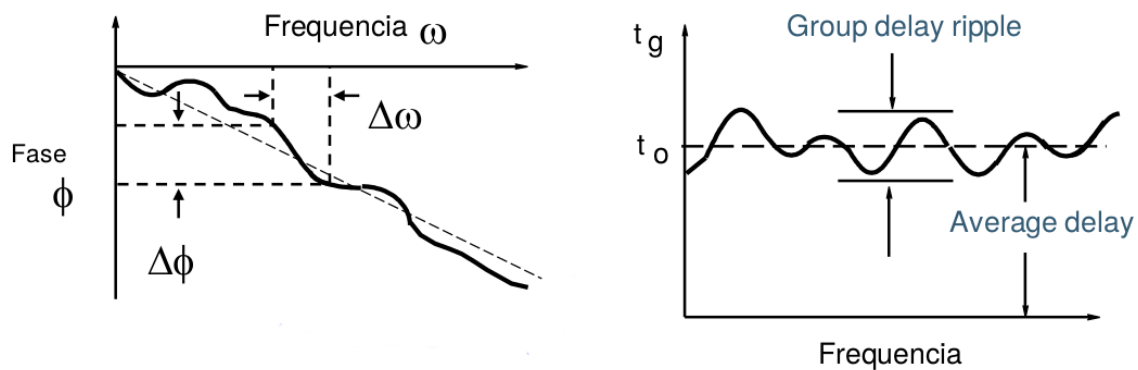


Figure 2: Representação gráfica do atraso de grupo

Se onda for transmitida mas a antena partir-se, a potência é refletida e queimam-se o amplificador. Colocam-se vários mecanismos de proteção, como atenuadores no caminho para trás $VSWR = E_{\max}$

Desenhar um filtro implica ter um comportamento de perdas por inserção a uma dada frequência

8 Linhas de transmissão

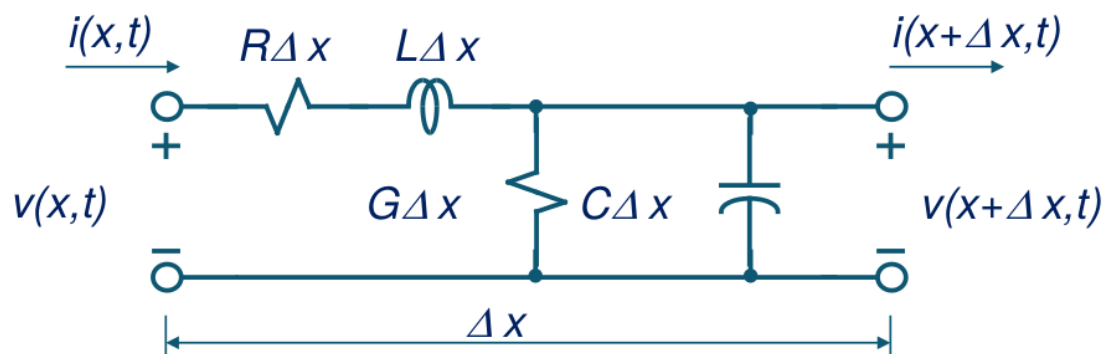


Figure 3: Exemplo dos parâmetros distribuídos de uma linha de transmissão

- A impedância do meio/linha (Z_0) é constante na frequência para alta frequência. Uma linha de transmissão segue um modelo de parâmetros distribuídos, porque para a sua frequência de operação os vários pontos da linha estão em fases diferentes da onda, existindo vários períodos da onda dentro da linha
- $R\Delta x$: resistividade da linha por metro. Existe porque as linhas de transmissão são feitas de material resistivo
- $L\Delta x$: indutância da linha por metro. Existe indutância porque tenho corrente a circular na linha
- $C\Delta x$: capacidade. Existem capacidades entre o ground e a tensão de alimentação
- $G\Delta x$
 - Existe uma tensão de ruptura do dielétrico para prevenir descargas e isolar os dois cabos da linha

9 Equação dos telegrafistas

Impedância Característica:

$$\begin{aligned}
 v(x, t) - v(x + \Delta x, t) &= R\Delta x \cdot i(x, t) + L\Delta x \cdot \frac{\delta i(x, t)}{\delta t} \\
 \frac{v(x + \Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} &= -R \cdot i(x, t) - L \cdot \frac{\delta i(x, t)}{\delta t} \\
 \frac{\delta v(x, t)}{\delta x} &= -R \cdot i(x, t) - L \cdot \frac{\delta i(x, t)}{\delta t} \\
 \begin{cases} \frac{\delta v(x, t)}{\delta x} = -R \cdot i(x, t) - L \cdot \frac{\delta i(x, t)}{\delta t} \\ \frac{\delta i(x, t)}{\delta x} = -R \cdot i(x, t) - L \cdot \frac{\delta i(x, t)}{\delta t} \end{cases}
 \end{aligned}$$

De onde se obtém que:

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} \mathbf{V}(x) \equiv f(x)e^{j\phi(x)} \\ \mathbf{I}(x) \equiv g(x)e^{j\nu(x)} \end{cases} \\
 &\begin{cases} v(x, t) = \text{Re}[V(x)e^{j\omega t}] \\ i(x, t) = \text{Re}[I(x)e^{j\omega t}] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dV(x)}{dx} = -(R + j\omega L)I(x) \\ \frac{dI(x)}{dx} = -(G + j\omega C)V(x) \end{cases}
 \end{aligned}$$

α : constante de atenuação β : constante de fase

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} - \gamma^2 V(x) = 0$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

Duas ondas:

- onda incidente, A
- onda refletida, B

$$\Rightarrow \begin{cases} V(x) = Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x} \\ I(x) = \frac{A}{Z_0}e^{-\gamma x} - \frac{B}{Z_0}e^{\gamma x} \end{cases}$$

O que nos permite escrever a impedância característica como:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

9.1 Linhas sem perdas

- $R = G = 0$
- $\gamma = j\omega\sqrt{LC} = j\beta$

$$\begin{aligned} v(x, t) &= \text{Re}[V(x)e^{j\omega t}] = \text{Re}[Ae^{-j(\beta x - \omega t)} + Be^{j(\beta x + \omega t)}] \\ &= A\cos(\omega t - \beta x) + B\cos(\omega t + \beta x) \\ &= v_1(x, t) + v_2(x, t) \end{aligned}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

9.2 Partindo da Carga

$$V(d) = A_1 e^{\gamma d} + B_1 e^{-\gamma d}$$

$$\Gamma_{IN}(d) = \frac{B_1 e^{-\gamma d}}{A_1 e^{\gamma d}} = \frac{B_1}{A_1} e^{-2\gamma d}$$

$$\Gamma_0 = \Gamma_{IN}(d) = \frac{B_1}{A_1}$$

[Para as restantes fórmulas, ver os slides]

Em linhas sem perdas

$$\begin{aligned} \gamma &= j\omega\sqrt{LC} = j\beta \\ Z_{IN}(d) &= \frac{V(d)}{I(d)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta)d}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta)d} \end{aligned}$$

Se não tiver onda refletida, a onda de tensão é apenas a onda incidente

A impedância varia ao longo da linha. Só não varia se $Z_L = Z_0$ (linha adaptada)

Comprimento de onda: periodicidade no espaço

9.3 Transformador de Lambda/4

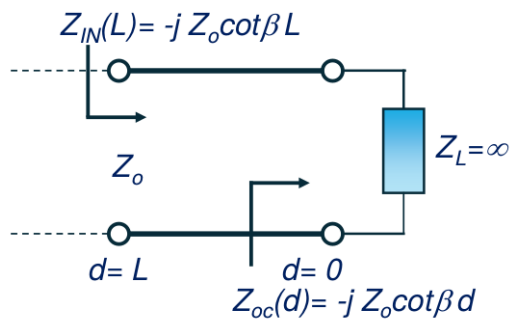
- Transformador de Impedâncias

$$\lambda/4 \implies Z_{in} = \frac{Z_0^2}{Z_L}$$

Se a carga estiver adaptada, não há onda refletida

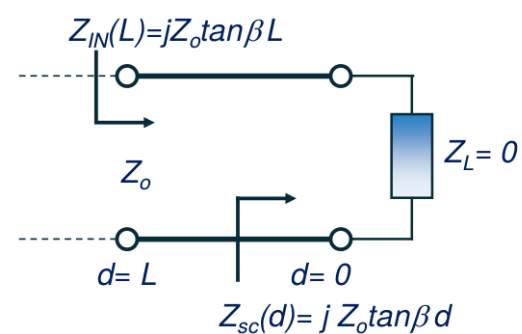
Curto circuito: $\rho = -1$ Circuito Aberto: $\rho = 1$

Linha de transmissão em circuito aberto



$$\Gamma_{IN}(0) = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} = 1 \angle 0^\circ$$

Linha de transmissão em curto circuito



$$\Gamma_{IN}(0) = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} = 1 \angle 180^\circ$$

Figure 4: Adaptação de uma linha de transmissão com transformador de $\frac{\lambda}{4}$

- Ao longo da linhas as ondas podem se somar ou subtrair
- A relação entre as tensões ao longo da linha é o VSWR
- Se tenho duas ondas a coincidir vou ter um circuito aberto

VSWR não é desejado num circuito

Em eletrónica digital também é preciso adaptar as linhas. Exemplo: BUS a altas frequências.

9.4 Linha terminada em curto

9.5 Reflexão parcial

10 Carta de Smith

- Centro: Z_0
- todos os presentes na carta estão normalizados a Z_0

Circunferências concêntricas com o centro \Rightarrow VSWR constante

11 Malhas de adaptação de impedâncias

- Bobines e Condensadores
- Mas em RF têm elementos parasitas. É preciso ter cuidado com os parasitas
- Devo usar stubs

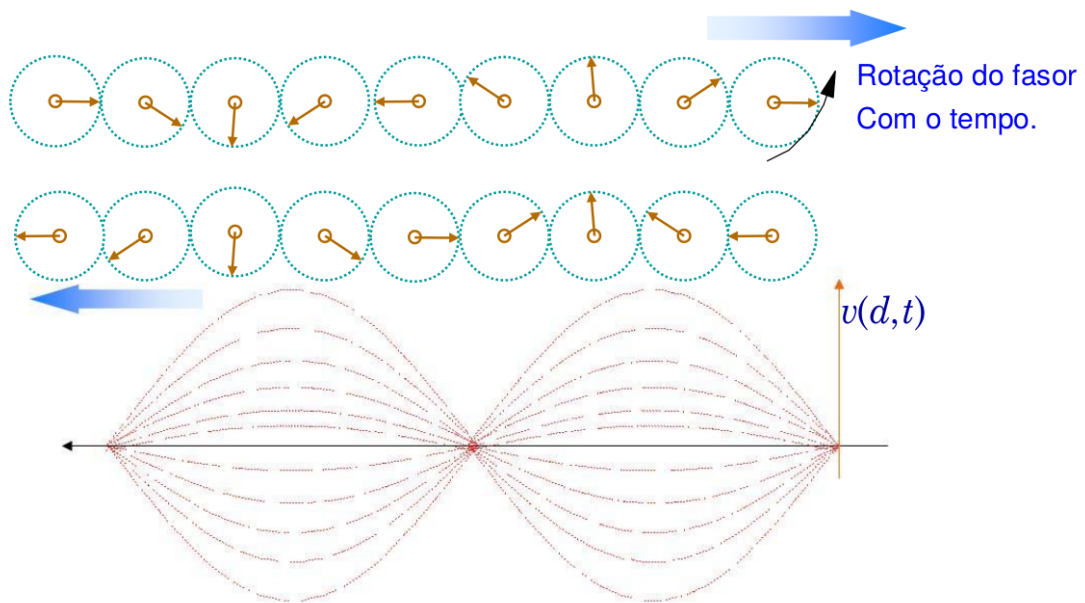


Figure 5: Linha terminada em curto

$$Z_{sc}(d) = jZ_0 \tan \beta d$$

$$d = \frac{\lambda}{4}(2n+1) \Rightarrow \beta d = \frac{\pi}{2}(2n+1) \Rightarrow Z_{sc}(d) = jZ_0 \tan \beta d = \infty$$

$$d = \frac{\lambda}{4}(2n) \Rightarrow \beta d = \frac{\pi}{2}(2n) \Rightarrow Z_{sc}(d) = jZ_0 \tan \beta d = 0$$

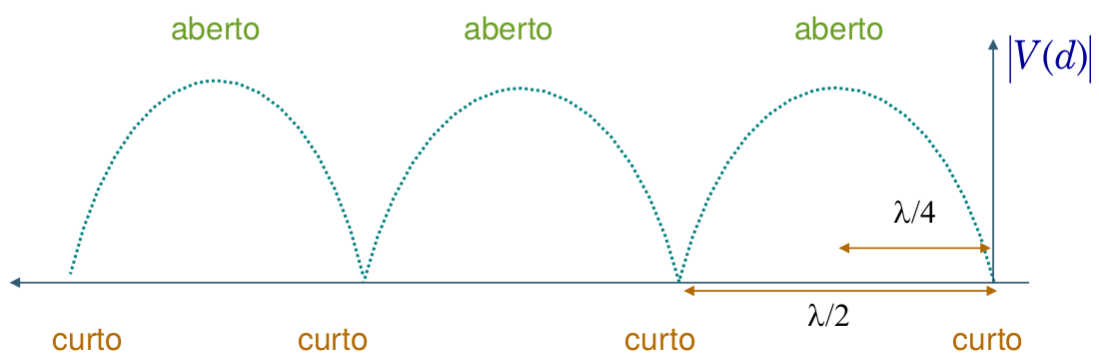
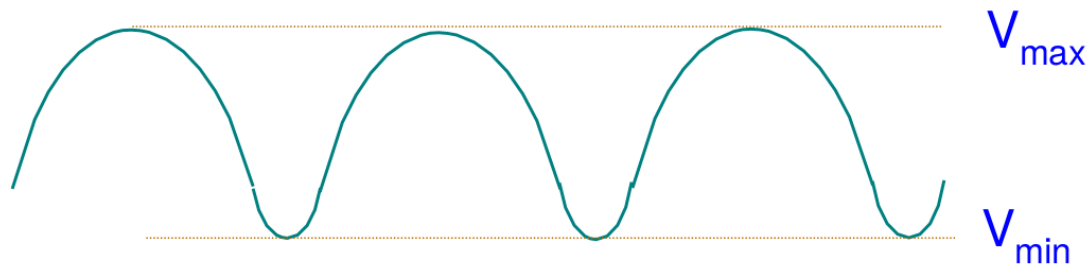


Figure 6: Linha terminada em curto

Padrão de onda estacionária $\rho < 1$



$$VSWR = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{|V_i| + |V_r|}{|V_i| - |V_r|}$$

Figure 7: Linha com reflexão parcial

- Nunca uso stubs em série.

Um stub não cobre toda a carta de Smith, mas apesar disso, na prática quase todos os circuitos usam apenas um stub.³

[Para rever mais informações sobre a carta de Smith, consultar os slides]

12 Transferência de Potência

- A máxima transferência de potência ocorre para $Z_L = Z_{s*}$
- A adaptação é considerada como conjugada, porque as impedâncias são conjugadas
 - as duas impedâncias, marcada na carta de Smith, são simétricas em relação ao eixo das impedâncias puramente reais
- Se considerarmos uma linha, temos de verificar $R_s = R_L = Z_0$

13 Adaptação com elementos concentrados

A adaptação de uma linha pode ser feita com elementos concentrados:

- `planar resistor`, usando *lossy film*

³80% do projeto de circuitos de RF são adaptação de impedâncias com single-stub

- chip resistor, usando *lossy film*
- Loop inductor
- Spiral inductor
- interdigital gap-inductor
- metal-insulator-metal capacitor
- chip capacitor

14 Adaptação com Stubs

- ver slides
- ver Pozar

15 Quadripolos

Aquilo que um network analyzer faz é medir quadripolos

15.1 Baixa frequência

15.1.1 Matriz Impedâncias

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

15.1.2 Matriz Admitâncias

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

15.1.3 Matriz Parâmetros Híbridos

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

15.1.4 Matriz Parâmetros ABCD/Transmissão

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

15.2 Parâmetros S

- Em vez de abrir/curto-circuito as saídas, vou **adaptá-las**
 - Não posso curto-circuitar a saída porque:
 - Não tenho exatidão para saber onde está o circuito aberto
 - Mesmo que soubesse, nada me garante que conseguia medir os parâmetros nesse ponto
- Assumo que existe uma onda incidente e uma onda refletida.
 - Ao adaptar o porto, não tenho reflexões e posso calcular os parâmetros
- A tensão em cada ponto da linha é $V = V_i + V_r$.

As ondas em a e b **não são ondas de tensão** porque estão normalizadas para $\sqrt{Z_0}$. O a e b representam uma **pseudo onda de potência**

$a^2 \Rightarrow$ uma unidade de potência. É um artefacto matemático.

Posso calcular as perdas por readação. Return loss

$$P = VI^* = aa^* - bb^*$$

S_{11} Coeficiente de reflexão do porto 1.

15.3 Associação de quadripolos

- Série: Somam-se os parâmetros das matrizes Impedância
- Paralelo: Somam-se os parâmetros das matrizes Admitância
- Cascata: Multiplicam-se os parâmetros das matrizes Transmissão

16 Transístores

- Em RF não se usa MOSFETS
- Transístores bipolares não possuem boa *performance*
- Alternativas:
 - **MESFET** - Metal Semiconductor Field Effect Transistor
 - **HBT** - Heterojunction Bipolar Transistion
 - **HEMT** - High Electric Mobility Transistor
- Tecnologias
- Si
- GaAs
 - Ruído muito baixo
 - Espaço
- GaN

- Potências muito elevadas
 - Espaço
- SiGe
- Parâmetros a ter em consideração:
 - custo
 - frequência
- O amplificador/transistor não é necessariamente unidirecional