Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Instituto Metrópole Digital
Bacharelado em Tecnologia da Informação
Cálculo Numerico para Ciência da Computação

Relatório Tarefa 4

Discente: Gabriel Martins Spínola

Docente: Dr. Rafael Beserra Gomes

Natal, RN
2020

Introdução

Tarefa realizada para a disciplina Cálculo Numérico para Ciência da Computação. Essa, tratou do tema estudado na vídeo aula sobre Interpolação, onde, por meio de pontos dados, pode ser encontrado uma curva tal que a curva passe por todos os pontos. As contas foram feitas a mão no papel, e posteriormente escritas no computador com o latex.

Questão 1

Nessa questão, foi dado 4 pontos, sendo eles: (0, 1), (2, 3), (4, -1), (7, 4). Com esses pontos foi pedido para calcular uma função por: interpolação polinomial de Newton, interpolação polinomial de Lagrande, e interpolação linear por partes.

Interpolação polinomial de Newton

Primeiramente, calculei as diferenças divididas pela tabela ensinada na vídeoaula, onde temos que:
f[0] = f(0) = 1
f[2] = f(2) = 3
f[4] = f(4) = -1
f[7] = f(7) = 4
f[0, 2] = $\frac{f[2]-f[0]}{2-0} = \frac{3-1}{2-0} = 1$
f[2, 4] = $\frac{-1-3}{4-2}$ = -2
f[4, 7] = $\frac{4-(-1}{7-4} = \frac{5}{3}$
f[0, 2, 4] = $\frac{-3}{4}$
f[2, 4, 7] = $\frac{11}{15}$
f[0, 2, 4, 7] = $\frac{89}{420}$
Aplicando as diferenças divididas no método de Newton temos que: $p(x) = f[0] + f[0,2] * (x-0) + f[0,2,4] * (x-0) * (x-2) + f[0,2,4,7] * (x-0) * (x-2) * (x-4) * (x-7)$

Substituindo os valores e fazendo os devidos cálculos, ficamos com a função:

$$p(x) = \frac{89x^3 - 849x^2 + 1762x + 420}{420}$$

Interpolação polinomial de Lagrange

No caso da função de Lagrange, calculei os valores l_i(x) com $0 \leq$ i ≤ 3. Daí, temos que: l_0(x) = $\frac{x-x1}{x0-x1} * \frac{x-x2}{x0-x2} * \frac{x-x3}{x0-x3}$
l_0(x) = $\frac{x-2}{0-2} * \frac{x-4}{0-4} * \frac{x-7}{0-7} = \frac{-x^3+13x^2-50x+56}{56}$
l_1(x) = $\frac{x-0}{2-0} * \frac{x-4}{2-4} * \frac{x-7}{2-7} = \frac{x^3-11x^2+28x}{20}$
$l_2(x) = \frac{x-0}{4-0} * \frac{x-2}{4-2} * \frac{x-7}{4-7} = \frac{x^3-9x^2+14x}{-24}$

$l_3(x) = \frac{x-0}{7-0} * \frac{x-2}{7-2} * \frac{x-4}{7-4} = \frac{x^3-6x^2+8x}{105}$

Aplicando os valores na formula de Lagrange temos:

$$p(x) = 1*\frac{-x^3+11x^2-50x+56}{56} + 3*\frac{x^3-11x^2+28x}{20} - 1*\frac{x^3-9x^2+14x}{-24} + 4*\frac{x^3-6x^2+8x}{105} =$$

$$p(x) = \frac{89x^3-849x^2+1762x+420}{420}$$

Que, coincidentemente, é a mesma função da questão anterior.

Interpolação linear por partes

Este tipo de interpolação pode ser resolvido por meio de sistema lineares. Para realizar esse processo, não usei sistemas lineares, mas usei a fórmula retirada do site a seguir `https://pt.wikipedia.org/wiki/Interpola%C3%A7%C3%A3o_linear` . Logo, para a primeira reta entre (0, 1) e (2, 3) temos:

$p(x) = y_0(1 - \frac{x-x_0}{x_1-X_0}) + y_1(\frac{x-x_0}{x_1-x_0}) = 1(1-\frac{x}{2}) + 3(\frac{x}{2}) = 1 + x$

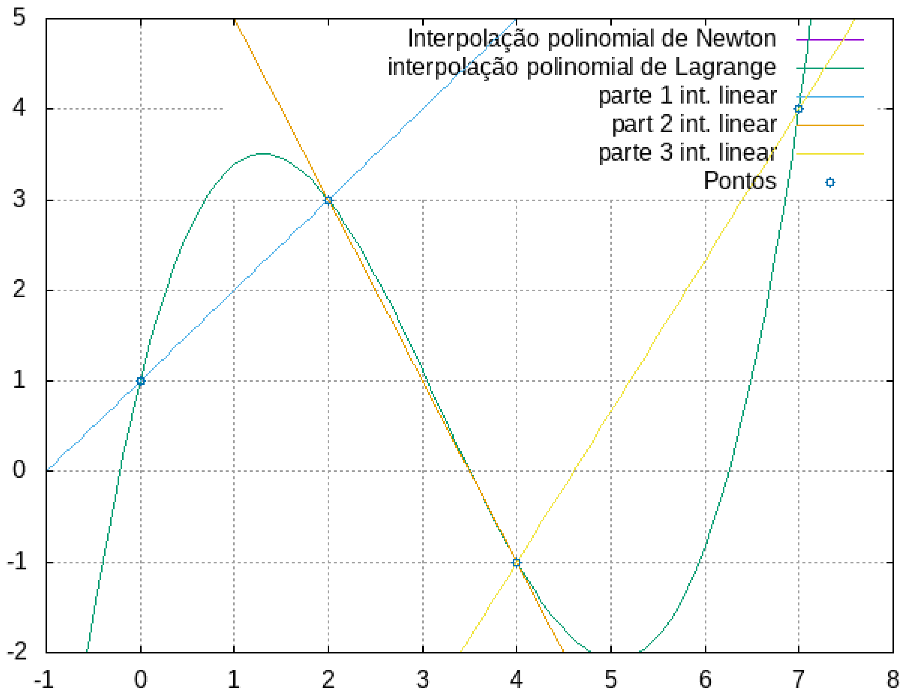
Para a segunda reta, agora entre os pontos (2, 3) e (4, -1), temos:

$p(x) = 3(1 - \frac{x-2}{4-2}) - 1(\frac{x-2}{4-2}) = 7 - 2x$

Para a terceira, e última, reta entre os pontos(4, -1) e (7,4), temos:

$p(x) = 4(1 - \frac{x-4}{7-4}) + 7(\frac{x-4}{7-4}) = \frac{5(x-4)}{3} - 1.$

Agora, após termos todas as interpolações pedidas, podemos ver o resultado na figura a seguir:



Questão 2

No instante k=0, os lados dos 2 quadrados tem o mesmo tamanho, e após o instante k=1, um tem o dobro do tamanho e o outro a métade. Logo, para o quadrado que dobra de tamanho temos a função que chamaremos de f, onde f(0) = L, e f(1) = 2L. Já, para o quadrado que reduz o tamanho, temos a função g, onde g(0) = L e g(1) = $\frac{L}{2}$. Com isso temos os pontos (0, L) e (1, 2L) para o primeiro quadrado, e os pontos (0, L) e (1, $\frac{L}{2}$) para o segundo. Com isso interpolamos linearmente os pontos dos 2 quadrados e temos que:
int.Quad1: $f(k) = L(1 - \frac{k-0}{1-0}) + 2L(\frac{k-0}{1-0}) = L + Lk$
int.Quad2: $g(k) = L(1 - \frac{k-0}{1-0}) + \frac{L}{2}(\frac{k-0}{1-0}) = L - \frac{L}{2}k$
Com isso, temos duas funções lineares que nos informam o tamanho dos lados dos quadrados. É possível ser observado que no instante que queremos, o tamanho do lado do quadrado 1 é o tamanho da diagonal do quadrado 2, onde quadrado 1 é o que dobra tamanho e o 2 o que diminui, logo, usando a fórmula para achar a diagonal de um quadrado, que é $L\sqrt{2}$, podemos igualhar as duas funções interpoladas, multiplicando a segunda por $\sqrt{2}$, de modo que ficamos com: f(x) = g(x)*$\sqrt{2}$. Logo,
$L+Lk = (L-\frac{L}{2}k)\sqrt{2} => L(k+1) = L(1-\frac{1}{2}k)\sqrt{2} => (k+1) = (1-\frac{1}{2}k)\sqrt{2} =>$ $k = 0.0230496$.

Portanto, no instante de tempo k = 0.0230496 os quadrados irão ficar como na terceira imagem apresentada na questão.

Questão 3

Coletando as informações dadas na questão, temos os pontos (0, 0), ($\frac{L}{2}, 1$) e (L, 0). Para fazer a interpolação desses pontos, eu escolhi fazer pelo método de Newton, fazendo a tabela a seguir, como na primeira questão:
f[0] = f(0) = 0
f[$\frac{L}{2}$] = f($\frac{L}{2}$) = 1
f[L] = f(L) = 0
f[0, $\frac{L}{2}$] = $\frac{1}{\frac{L}{2}}$
f[$\frac{L}{2}$, L] = $\frac{-1}{\frac{L}{2}}$
f[0, $\frac{L}{2}$, L] = 2($\frac{-1}{\frac{L}{2}}$)

Aplicando as diferenças divididas no polinomio de Newton, temos:

$$m(x) = 0 + \frac{1}{\frac{L}{2}}(x-0) + 2(\frac{-1}{\frac{L}{2}})(x-0)(x-\frac{L}{2})$$
$$m(x) = \frac{-4}{L}x^2 + x(2 + \frac{2}{L})$$

Conclusão

A tarefa feita teve por finalidade nos fazer compreender sobre a importância des funções interpoladoras, e mostrar um pouco de suas aplicações. Nesta tarefa, utilizamos a interpolação polinomial de Newton, a interpolação polinomial de Lagrange e a interpolação linear.