Martin Turyna

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ ČVUT V PRAZE

Optimalizace (DÚ1)

1. Část

Zadání úlohy: Jaká je hodnota **$M_{2009/2}$** hrubé průměrné mzdy pro druhý kvartál roku 2009 (pro funkci odhadnutou z dat mzdy.txt)?

Řešení:

V první části úlohy implementujeme funkci **wages_fit_model.m**, ve které odhadujeme lineární funkci pomocí metody nejmenších čtverců na zadaných datech. Po provedení výpočtu parametrů dostáváme hodnoty

$$x_0 = -2.295498907121408 * 1.0e+06$$
$$x_1 = 0.001154030373230 * 1.0e+06$$

které poté dosadíme do lineárního vzorce pro výpočet PHD.

$$M(t) = x_0 + x_1 t$$

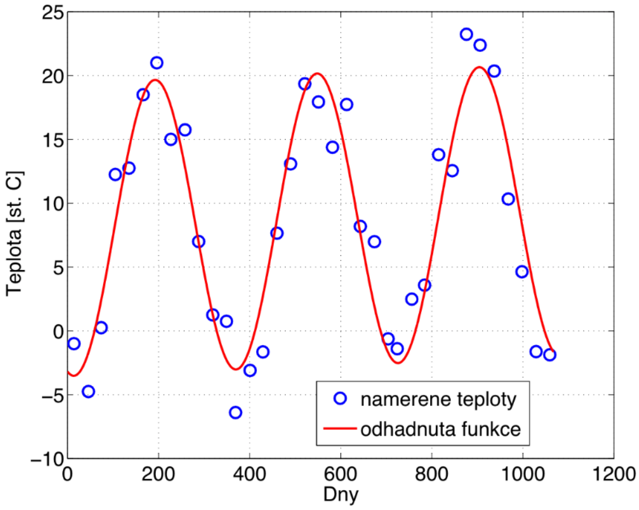
Výsledek tedy je

$$M_{2009/2} = -2295498.907121408 + (1154.030373230 * 2009.25) \approx 23237$$

Pomocí metody nejmenších čtverců jsme tedy odhadli přibližnou hodnotu PHD pro 2. kvartál roku 2009 na přibližně **23237 kč**.

2. Část

Zadání úlohy: Z grafu v obr. 2 je vidět, že závislost naměřených teplot zhruba odpovídá sinusoidě superponované na lineární funkci.



obr. 2

Martin Turyna

$$G(t) = y_0 + y_1 t + Asin(\omega t + \phi)$$

Lineární funkce $y_0 + y_1 t$ modeluje sklon sinusoidy daný např. globálním oteplováním. Perioda sinusoidy odpovídá 365 dnům. Amplituda A a fáze ϕ sinusoidy jsou neznámé. Neznámé parametry jsou tedy čísla $y_0, y_1, A \in \mathbb{R}, \phi \in (0,2\pi]$. Metodu lineárních nejmenších čtverců nelze pro takto definovanou funkci použít, protože hodnota odhadované funkce závisí na parametru ϕ nelineárně. My jsme namísto funkce $G(t)$, použili funkci $T(t)$ v rovnici (4), která závisí na všech svých parametrech lineárně. Fitování funkce $T(t)$ lze ospravedlnit tím, že pro každou čtveřici (y_0, y_1, A, ϕ) existuje čtveřice (x_0, x_1, x_2, x_3) taková, že obě funkce jsou shodné tj. že platí $T(t) = G(t),\ \forall t \in \mathbb{R}$. **Vaším úkolem je toto tvrzení dokázat.**

Řešení:

Mějme tedy zadanou rovnici

$$G(t) = y_0 + y_1 t + Asin(\omega t + \phi).$$

Část $Asin(\omega t + \phi)$ není lineární. Pro převod na lineárně závislé parametry využijeme vzorce pro součet sinu

$$\sin(\alpha + \beta) = sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

Tedy

$$A \sin(\omega t + \phi) = (A \sin(\omega t)\cos(\phi) + A \cos(\omega t)\sin(\phi))$$

Nyní $A \cos(\phi)$ označíme jako parametr x_2 a $A \sin(\phi)$ jako parametr x_3. Jelikož vytváříme novou funkci je třeba i parametry y_0 a y_1 označit jako x_1 a x_2. Výsledná funkce je tedy

$$T(t) = x_0 + x_1 t + x_2 \sin(\omega t) + x_3 \cos(\omega t)$$

tedy lze říci, že

$$G(t) = T(t), \forall t \in \mathbb{R}$$