

GUÍA Nº8: CÓNICAS

1) Determinar cuáles de las siguientes ecuaciones representan circunferencias. En caso afirmativo, obtener coordenadas del centro y radio

a) $x^2 + y^2 + 8x + 15 = 0$

b) $5x^2 + 5y^2 - 35x - 10y - 24 = 0$

c) $16x^2 + 16y^2 - 64x + 8y + 177 = 0$

2) Hallar el área del círculo cuya ecuación es $9x^2 + 9y^2 + 72x - 36y - 144 = 0$ y la longitud de la circunferencia de ecuación $25x^2 + 25y^2 + 50x - 100y - 500 = 0$

3) Hallar una ecuación de la circunferencia que cumple las siguientes condiciones, calcular los elementos principales y graficar en cada caso:

a) pasa por los puntos M (4; -1); N (2; 3) y T (-1; -6)

b) su centro está en (4; -1) y es tangente a la recta $3x + 2y - 12 = 0$

c) pasa por los puntos A (-1; -4) y B (2; -1) y su centro está sobre la recta $4x + 7y + 5 = 0$

d) pasa por los puntos (3; 5), (-3; 7) y tiene su centro en el eje x

e) pasa por el punto A (-8; 5) y por las intersecciones de las circunferencias $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$ y $x^2 + y^2 - 18x - 4y + 67 = 0$

4) Hallar $k \in \mathbb{R}$ sabiendo que la circunferencia C pasa por el punto A:

a) C: $x^2 + y^2 + 3ky - 2 = 0$ A = (-2; 3)

b) C: $x^2 + y^2 + (k + 5)x - (k - 3)^2 y + 28 = 0$ A = (-4; 2)

5) Determinar cuáles de las siguientes ecuaciones representan elipses. En caso afirmativo, obtener la ecuación ordinaria, coordenadas del centro, de los focos, de los vértices, excentricidad y lado recto y graficar

a) $4x^2 + 16y^2 - 16x + 20y - 227 = 0$

b) $4x^2 + 16y^2 - 16x + 20y + 285 = 0$

c) $x^2 + 4y^2 - 6x - 16y + 21 = 0$

6) Hallar una ecuación de la elipse que cumple las siguientes condiciones, calcular los elementos principales y graficar en cada caso:

a) Vértices (4; 0) y (-4; 0) y focos (3; 0) y (-3; 0)

b) Focos ((0; 2) y (0; -2) y excentricidad $\frac{2}{3}$

c) pasa por el punto A $\left(\frac{\sqrt{7}}{4}; 3\right)$, tiene su centro en el origen, su eje menor está incluido en el eje x, y la longitud de su eje mayor equivale al doble de la longitud del eje menor

d) Focos: (3; 8) y (3; 2); longitud del eje mayor: 10

e) Vértices (-3; -1) y (5; -1); excentricidad $\frac{3}{4}$

7) Dada la curva $x^2 - 2x + 3ky^2 + 9hy = 35$, que pasa por los puntos (4; 3) y (4; -3), hallar los valores reales de k y h; identificar la curva, calcular sus elementos y graficar

8) Dada la elipse $x^2 + 3y^2 + 3x - 4y - 3 = 0$, hallar todos los valores reales de k para que la recta $5x + 2y + k = 0$

a) corte a la elipse en dos puntos diferentes

b) sea tangente a la elipse

c) no corte a la elipse

9) Hallar los números reales h y k, sabiendo que los puntos S y T pertenecen a la elipse E:

a) S = (0; 3); T = (-1; 1); E: $hx^2 + y^2 + 2hx - 6y + k = 0$

b) $S = (2;3)$; $T = (5;1)$; $E : 4x^2 + 9y^2 + hx + ky - 11 = 0$

10) Si $T(x; y) = (x - y; x + y)$. Comprobar que T transforma la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ En otra circunferencia. Calcular su radio. Representar

11) Determinar cuáles de las siguientes ecuaciones representan hipérbolas. En caso afirmativo, obtener la ecuación ordinaria, coordenadas del centro, de los focos, de los vértices, excentricidad, lado recto y graficar

a) $16x^2 - 9y^2 + 96x - 72y + 144 = 0$

b) $16x^2 - 9y^2 + 96x - 72y - 144 = 0$

c) $4y^2 - 9x^2 + 32y + 36x - 36 = 0$

12) Hallar una ecuación de la hipérbola que cumple las siguientes condiciones, calcular los elementos principales y graficar en cada caso:

a) Vértices $(2; 0)$ y $(-2; 0)$; focos $(3; 0)$ y $(-3; 0)$

b) Vértices $(0; 4)$ y $(0; -4)$; excentricidad $\frac{3}{2}$

c) pasa por los puntos A $(3; -2)$ y B $(7; 6)$; tiene centro en el origen y el eje transversal se ubica sobre el eje de abscisas

d) centro en C $(4; 2)$, uno de sus focos en F $(-6; 2)$ y excentricidad $\frac{5}{4}$

e) Focos $(-7; 3)$ y $(-1; 3)$; longitud del eje transversal: 4

13) Hallar una ecuación de la parábola que cumple las siguientes condiciones, calcular los elementos principales y graficar en cada caso:

a) su lado recto es de 4 unidades, su foco está en el semieje negativo de las ordenadas, y su vértice en el origen

b) está situada en el semiplano inferior; es simétrica respecto del eje de ordenadas; tiene vértice en el origen, y su lado recto es uno

c) su foco es F $(4; 3)$ y su directriz d: $x=1$

d) su foco es F $(0;0)$ y su vértice es V $(-2; 0)$

e) su foco es F $(0; 5)$ y su directriz d: $y=-5$

14) Completar el siguiente cuadro:

Ecuación	Vértice	Foco	Ecuación de la Directriz	Ecuación del Eje	Medida del lado recto
$24 - x^2 - 8y$					
$4x^2 + 4x + 16y - 31 = 0$					
$4y^2 - 40y - x + 98 = 0$					
$Y^2 - 2y + 2x - 9 = 0$					

15) Dada la ecuación $kx^2 + y^2 - 6y = 0$. , determinar qué lugar geométrico representa en

cada uno de los siguientes casos:

a) $k=0$

b) $k < 0$

c) $k > 0$

d) $k=1$

16) Dada la ecuación $kx^2 + y^2 - x = 0$, determinar para qué valores reales de k se obtiene una elipse, una hipérbola o una circunferencia

17) Identificar la cónica real, si existe, calcular los elementos que la caracterizan y graficar:

a) $-23 - 8x + 4x^2 + 18y + 9y^2 = 0$

b) $16x^2 + 4y^2 - 16x + 20y = -779$

c) $x^2 + y^2 + 6y + 14 = 0$

d) $y^2 = 6x$

e) $x^2 = 8y$

f) $3y^2 = -4x$

g) $y^2 - 4y + 6x - 8 = 0$

h) $4x^2 - 45y^2 = 180$

i) $16x^2 - 4y^2 - 16x + 2y = 32$

