

Trabajo práctico 8

“VARIABLES ALEATORIAS MULTIDIMENSIONALES . REGRESIÓN Y CORRELACIÓN LINEAL”

1. Sea (X, Y) una variable aleatoria bidimensional cuya función de probabilidad conjunta viene dado en el siguiente cuadro.

$X \setminus Y$	0	1	2	3	4
0	0.01	0.11	0.0	0.10	0.05
1	0.12	0.01	0.12	0.04	0.01
2	0.09	0.08	0.0	0.12	0.03
3	0.01	0.05	0.02	0.0	0.03

Encuentre las siguientes probabilidades:

- a) $P(0, 3)$ b) $P(X < 3, Y = 2)$ c) $P(X > 0, Y \geq 2)$
- d) $P(X = 2)$ e) $P(Y = 2)$
2. Una urna contiene 3 bolas numeradas 1, 2, 3, respectivamente. De la urna se extraen dos bolas, una después de otra, sin reposición. Sea X el número de la primera bola extraída y Y el número de la segunda bola. Hallar la distribución de probabilidad conjunta de (X, Y) .
3. Se elige aleatoriamente uno de los números enteros 1, 2, 3, 4, 5. Después de eliminar todos los números enteros menores que el elegido (si hubiera), se elige uno de los restantes. Sean X e Y los números elegidos en la primera y segunda elección, respectivamente.
- a) Determine la distribución de probabilidad conjunta de X e Y



- b) Calcule $P(X + Y > 7)$
- c) Calcule $P(Y - X > 0)$

4. En 1991 se publicó un trabajo “Diseñando plantas en climas difíciles” en la revista Field Crops Research, los datos usados en la investigación son:

Duración	92	92	96	100	102	102	106	106	121	143
Rendimiento	1,7	2,3	1,9	2,0	1,5	1,7	1,6	1,8	1,0	0,3

Con x = la duración de la cosecha de porotos de soya en días, y = rendimiento de la cosecha en toneladas por hectárea.

- a) Estime la recta de regresión mediante el método de mínimos cuadrados. Interprete los estimadores en el contexto de la pregunta.
 - b) ¿Existe una relación lineal entre la duración y el rendimiento de la cosecha?
 - c) Estime el rendimiento si la duración de la cosecha fue de 104 días.
5. Un investigador cree que la inteligencia de los niños, medida a través del coeficiente intelectual (CI en puntos), depende del número de hermanos. Toma una muestra aleatoria de 15 niños y ajusta una regresión lineal simple. Los resultados aparecen en la salida adjunta.

CI	110	115	120	118	110	108	105	104	98	99	98	100	90	93	90
Hermanos	0	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5	5	5	6

- a) Realice el diagrama de dispersión y el coeficiente que le permita determinar la validez de un modelo teórico. Interprete.
- b) Encuentre e interprete el coeficiente de correlación r .



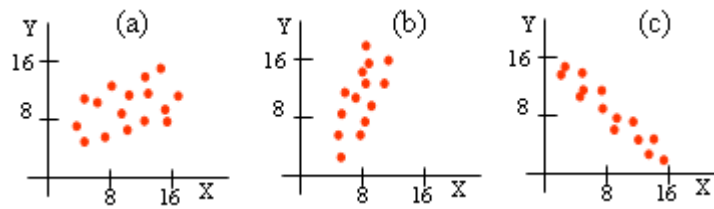
- c) Dé la ecuación de la recta de regresión. Interprete los estimadores en el contexto de la pregunta. Grafique.
6. El crecimiento de los niños desde la infancia a la adolescencia generalmente sigue un patrón lineal. Se calculó una recta de regresión mediante el método de mínimos cuadrados con datos de alturas de niñas norteamericanas de 4 a 9 años y el resultado fue: intercepto $a = 80$ y pendiente $b = 6$. La variable dependiente y es la altura en cm. y x es la edad en años.
- a) Interprete los valores estimados del intercepto y de la pendiente.
b) Cuál será la altura predicha de una niña de 8 años.
c) Cuál será la altura predicha de una mujer de 25 años. Comente el resultado.
7. Las estaturas y pesos de 10 jugadores de baloncesto de un equipo son:

Estatura (X)	186	189	190	192	188	193	198	201	203	205
Pesos (Y)	85	85	86	90	87	91	93	103	100	101

Calcular:

- a) La recta de regresión de Y sobre X.
b) El coeficiente de correlación.
c) El peso estimado de un jugador que mide 208 cm
8. Al tomar una muestra del volumen de producción en miles de unidades y el costo asociado a un producto en pesos se determinó que el coeficiente de correlación lineal es 0,975 y que la recta de regresión $\hat{y} = -15,65 + 1,29x$. Interprete en términos del problema:
- a) El porcentaje de “Y” que quedó explicado por el modelo.
b) Los parámetros de la recta de regresión muestral.

9. Asocia las rectas de regresión $y = -x + 16$, $y = 2x - 12$, $y = 0,5x + 5$ a las nubes de puntos siguientes:



10. Asigna los coeficientes de correlación lineal $r = 0,4$, $r = -0,85$ y $r = 0,7$, a las nubes del problema anterior.