GUÍA Nº4: ÁLGEBRA VECTORIAL

PRIMERA PARTE
VECTORES EN EL PLANO Y EN EL ESPACIO

1) Calcular las componentes y el módulo de un vector

   A) de origen $P(-2;\ 5)$ y cuyo extremo sea:

   $M(-3;\ 1)$ $\qquad$ $Q(4;\ 7)$ $\qquad$ $R\ (-2;\ \frac{3}{2})$

   B) de origen $A(4;\ -3; 5))$ y cuyo extremo sea:

   $B(1;\ 2; 3)$ $\qquad$ $C(5;\ 0; -5)$ $\qquad$ $D(0;\ 3; 0)$

2) Dados $\vec{u}$ (1 ; 2) ; v(-6;3) y $\vec{w}$(-2;-1) efectuar analíticamente

   A) $\vec{u} + v + \vec{w}$ $\qquad$ B) $\vec{u} + v - \vec{w}$ $\qquad$ C) $3\ (\vec{u} - \frac{1}{2} v) + 2\vec{w}$ $\qquad$ D) $2\vec{u} + 3v - 4\vec{w}$

3) Considerando $\vec{u}$ (1 ; 2 ; 3) ; v (-1;4; 6) y $\vec{w}$ (7;-3; -4)

   A) Efectuar analíticamente las siguientes operaciones:

   a) $-2\vec{u} + 3\ v - 5\vec{w}$ $\qquad$ $b)\ \ -\vec{u} - 2(4v + \vec{w})$

   $c)\ (\vec{u} - \vec{w}) - (v + \vec{w})$ $\qquad$ $d)\ \ 3(\vec{u} - v) - \frac{1}{2}(\vec{w} - v)$

   B) Calcular el módulo de cada vector obtenido en B) y el versor correspondiente a cada uno de ellos

4) Dados $\vec{u}$ y v, hallar $\alpha\ y\ \beta\ \in \mathbb{R}$ para que se verifique la condición pedida en cada caso

   A) $\vec{u}(-5; 1; 4)$ y $v(-3; -1; 1)$; $\quad \alpha\vec{u} + \beta v = (-3; 7; 8)$

   B) $\vec{u} = \check{\imath} - \check{\jmath}$ y $v = \check{\imath} + \check{\jmath}$; $\quad \alpha\vec{u} - \beta v = 2\check{\imath}$

5) Sabiendo que la norma del vector a es 13 y siendo a =(x;3;4). Hallar “x”

6) Dado el vector a = (x; x; x) y sabiendo que $|\ a\ |$=5, encontrar las componentes de a.

7) Indicar si los vectores AB y CD son paralelos en los siguientes casos:

A) A= $(\frac{1}{3}; -2; 3)$ B=$(-\frac{1}{2}; 3; -\frac{9}{2})$ C= (3; -1;5) D= $(-\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}; 1)$

B) A=$(2; -\frac{1}{2}; 3)$ B=$(\frac{2}{3}; -\frac{1}{6}; -1)$ C= (-1;-2;-3) D= $(-\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; 2)$

8) Dados los puntos $A(1; 3); B\ (5; 5)\ y\ C(3; 9)$, determinar las coordenadas de un punto D para que el cuadrilátero ABCD sea un paralelogramo. Calcular su perímetro

9) Sea $a((\frac{1}{3};\ -\frac{2}{3}; \frac{2}{3}))$, hallar las componentes de un vector paralelo a a, de norma 5.

10) A n a l i z a r si los vectores AB y PQ son equipolentes en los siguientes casos:

A) A= (-3;1/3) B= (1;13/3) P= (0; -6) Q= (4; -2)

B) A= (-4; -2; -4) B= (0;0;0) P= (1;2;3) Q= (3;4;2)

C) A= (6;1/2; -3) B= (17/2;3;1/2) P= (-1;5/2; -4) Q= (3/2; 5; -3/2)

11) Determinar los valores de *x, y, z* para que $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{PQ}$ resulten equipolentes en los siguientes casos:

A) A= (x; y) B= (-12;4) P= (0; -3) Q=(-1;5)

B) A= (0;0;0) B= (2; 1; x + y) P= (1; -1;0) Q= (x; y;3)

C) A=(x;2;2x) B= (-3y; z; -y) P=(10;x;-5) Q=(z; y; -3z)

12) Calcular el producto escalar y el producto vectorial entre a y $\vec{b}$, y el ángulo que ellos determinan, en los siguientes casos:

A) a= (3;0) y $\vec{b}$=(1;1) B) a= (-5;0) y $\vec{b}$=(0;18)

C) a= (1;1;1) y $\vec{b}$=(-2;-1;1) D) a = (2; 1; -2) y $\vec{b}$= (1; -3;2)

13) Si a= (1;2; - 1) ; $\vec{b}=\check{\imath} + \check{\jmath} - \check{k}$ y $c=-\check{\imath} + 3\check{\jmath} + 4\check{k}$, calcular, siempre que sea posible

A) $a.(2\vec{b} - 3c)$ B) $a.(\vec{b}$ A $c)$ C) $(a - 2\vec{b}).c$

14) Dados a y $\vec{b}$ tales que a A $\vec{b} = (1; -1; 1)$ y $a.\vec{b} = -3$,

A) Calcular el área del paralelogramo que determinan los vectores dados

B) Hallar la amplitud del ángulo entre ellos

15) Dados los puntos P=(-1;-1;2) Q=(-3;0;2) y R=(-1;3;5). Hallar:

A) $P\hat{Q}R$

B) El área del triángulo que tiene por vértices a los puntos dados

C) El perímetro del triángulo PQR

16) Dados los vectores $\vec{a}$= (3;1;2) $\vec{b}$= (1; k;3) y $\vec{c}$= (2;-1;0) encontrar $k \in \mathbb{R}$ de manera tal que

A) El volumen del paralelepípedo que ellos determinan sea 21

B) Los vectores sean coplanares

17) Encontrar todos los vectores ortogonales a $\vec{a}$=(-1;3;2) cuya segunda componente es 4.

18) Encontrar $\vec{v}$ que tenga la norma y dirección dadas:

A) $|\vec{v}| = 3; \theta = \pi/6$ B) $|\vec{v}| = 1; \theta = \pi/4$

19) Sean $\vec{u} = 3\check{i} + 4\check{j}$ y $\vec{v} = \check{i} + \alpha\check{j}$, determinar α tal que:

A) Sean ortogonales B) Resulten paralelos C) El ángulo entre ellos sea $\pi/4$

20) Calcular

A) $proy_v u$, en los siguientes casos:

$\vec{u} = 3\check{i}$; $\vec{v} = \check{i} + \check{j}$

$\vec{u} = -5\check{j}$; $\vec{v} = \check{i} + \check{j}$

$\vec{u} = -\check{i} + \check{j}$; $\vec{v} = -3\check{i}$

$\vec{u} = 2\check{i} + 3\check{j}$; $\vec{v} = 4\check{i} + j$

B) $proy_{PQ} RS$ y $proy_{RS} PQ$, siendo P=(2;3) Q=(5;7) R=(2;-3) S=(1;2)

21) Hallar el área del paralelogramo determinado por los puntos:A) (1; -2; 3); ;(2; 0;1) ;(0; 4;0)

B) (-2; 1; 1); (2; 2;3) ;(-1;-3; 4)

C) (-2; 1; 0); (1; 4; 2) ;(-3; 1; 5)

22) Determinar el volumen del paralelepípedo determinado por los vectores:

$\overrightarrow{PQ}$,$\overrightarrow{PR}$ y$\overrightarrow{PS}$, en donde P=(2;1;-1) ; Q=(-3;1;4) ;R=(-1;0;2) ;S=(-3;-1;5)

23) $\vec{a}, \vec{b}\ y \vec{c}$ son tres vectores no nulos de $\mathbb{R}^3$. Indicar en cada caso, si es posible o no efectuar la operación propuesta. En caso afirmativo, indicar si el resultado de la operación es un vector o un escalar

$\vec{a} + \vec{b}.\vec{c}$ $\quad$ $\vec{a} + \vec{b} \text{ A } \vec{c}$ $\quad$ $\vec{a}.(\vec{b} + \vec{c})$ $\quad$ $\vec{a}.(\vec{b} \text{ A } \vec{c})$ $\quad$ $\vec{a}.(\vec{b}.\vec{c})$