

Análisis Matemático I

Lic. en Informática Lic. Olga Hrynkiewicz

Derivar la siguiente función y llevar el resultado a su mínima expresión

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}$$

Resolución y video





Análisis Matemático I

Lic. en Informática Lic. Olga Hrynkiewicz

video

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}$$

$$[F[g(x)]]' = F'[g(x)].g'(x)$$
$$(e^{-x})' = e^{-x}.(-x)' = e^{-x}.(-1) = -e^{-x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}} \cdot \frac{(e^x + e^{-x})'(e^x - e^{-x}) - (e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})'}{(e^x - e^{-x})^2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}} \cdot \frac{(e^x + e^{-x})'(e^x - e^{-x}) - (e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})'}{(e^x - e^{-x})^2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x -$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}} \cdot \frac{(e^x - e^{-x})(e^x - e^{-x}) - (e^x + e^{-x})(e^x + e^{-x})}{(e^x - e^{-x})^2} =$$

$$e^{x}.e^{x} = (e^{x})^{2} = e^{x.2} = e^{2x}$$

 $e^{x}.e^{x} = e^{x+x} = e^{2x}$

$$e^{x} \cdot e^{-x} = e^{x+(-x)} = e^{0} = 1$$

$$=\frac{1}{2\cdot\left(\sqrt{\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}}\right)^2}\cdot\frac{e^{2x}-1-1+e^{-2x}-\left[e^{2x}+1+1+e^{-2x}\right]}{(e^x-e^{-x})^2}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}}\cdot\frac{e^{2x}-1-1+e^{-2x}-e^{2x}-1-1-e^{-2x}}{(e^x-e^{-x})^2}=$$

$$=\frac{1}{2} \cdot \frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}} \cdot \frac{-1 - 1 - 1 - 1}{(e^{x} - e^{-x})^{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{e^{x} + e^{-x}} \cdot \frac{-4}{e^{x} - e^{-x}} =$$

$$(a + b).(a - b) = a^2 - b^2$$

$$= \frac{-2}{(e^x + e^{-x}).(e^x - e^{-x})} = -\frac{2}{(e^x)^2 - (e^{-x})^2} = \boxed{-\frac{2}{e^{2x} - e^{-2x}}}$$