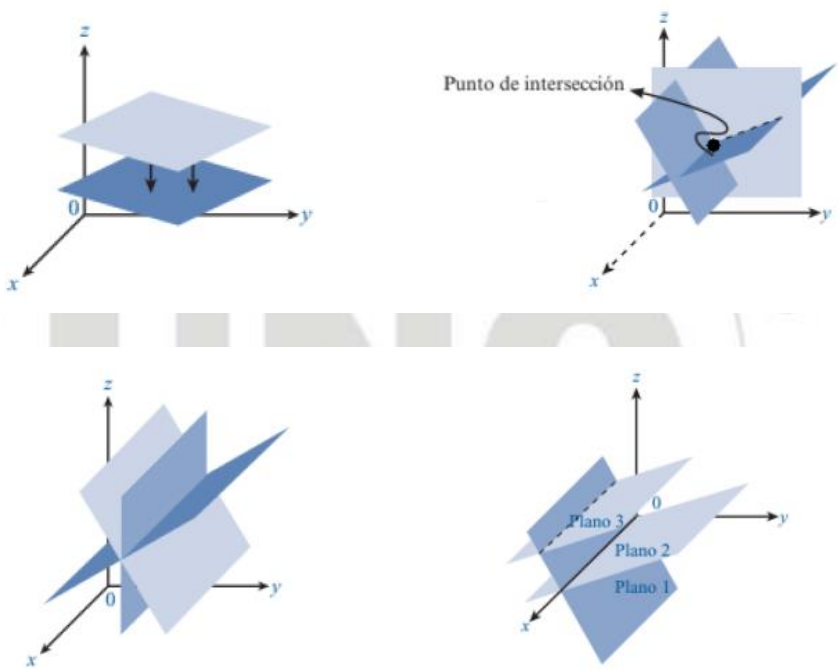
TRABAJO PRÁCTICO Nº 3: SISTEMAS DE ECUACIONES

1) Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ 2x + 5z = 2 \end{cases}$

a) Determinar cuáles de las siguientes ternas son soluciones del sistema: $(-14; 0; 6)$; $(-4; -2; 2)$; $(-19;\ -1; 4)$; $(-24; 2; 10)$; $(1; -3; 0)$

b) Indicar si el conjunto solución del sistema puede expresarse como $S = \{(-14 - 5y; y; 6 + 2y)\ \forall y \in \mathbb{R}\}$

2) Teniendo en cuenta la interpretación geométrica de los sistemas de ecuaciones en $\mathbb{R}^3$, clasificar cada uno de los siguientes



3) Resolver gráfica y analíticamente los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -6x + 3y = 1 \\ -4x + 2y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 4y = 8 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

4) Dados los siguientes sistemas de ecuaciones, clasificar cada sistema aplicando el teorema de Rouche-Frobenius
:

$$a)\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_3 = 5 \\ x_2 - x_3 = -5 \end{cases} \quad b)\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \quad c)\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y - 3z = -3 \\ x + z = 1 \end{cases} \quad d)\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 5x_3 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ 5x_1 - x_2 - 4x_3 = 3 \end{cases}$$

$$e)\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \end{cases} \qquad f)\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \qquad g)\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

5) Dados los siguientes sistemas de ecuaciones

a) Escribir matricialmente cada uno de ellos

b) Si es posible, resolverlos por el método de la matriz inversa:

$$a)\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 = 0 \\ -3x_1 + 9x_2 = -4 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -2 \\ -3x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases} \qquad c)\begin{cases} -2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 2 \\ -x_1 - 3x_2 + x_4 = -2 \end{cases}$$

6) Encontrar el conjunto solución de A.X=B, en cada caso:

$$a)\ \mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad b)\ \mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 3 & -1 & 2 \\ 5 & 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7) Resolver por el método de Gauss-Jordán

$$\mathrm{a)}\begin{cases} 4x + y - 5z = 10 \\ x - 2y + z = 1 \\ 5x - y - 4z = 0 \end{cases} \qquad \mathrm{b)}\begin{cases} 4x + 5z = 6 \\ y - 6z = -2 \\ 3x + 4z = 3 \end{cases} \qquad \mathrm{c)}\begin{cases} 2x + 3y - z = 5 \\ -x + 2y + 3z = 0 \\ 4x - y + z = -1 \end{cases}$$

8) Obtener el conjunto solución de los siguientes sistemas homogéneos aplicando el método de Gauss Jordán:

$$a)\{x_1 + x_2 - x_3 = 0 \qquad b)\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \qquad c)\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$d)\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \qquad e)\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \qquad f)\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

9) Hallar los valores de a y b para que (-1; 2; 1), sea la única solución de:

$$\begin{cases} x_1 + (1-b)x_2 = b^2 - 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = a \\ x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

10) Discutir la relación que debe existir entre a, b, c; para que los siguientes sistemas admitan solución.

$$a)\begin{cases} x+2y-3z=a \\ 3x-y+2z=b \\ x-5y+8z=c \end{cases} \qquad b)\begin{cases} x-2y+4z=a \\ 2x+3y-z=b \\ 3x+y+2z=c \end{cases}$$

11) Resolver utilizando el método que considere más conveniente. En los ítems que aplique Cramer, calcular el determinante utilizando la regla de Laplace

$$a)\begin{cases} 4x_1-x_2+2x_3+x_4=4 \\ 2x_1+3x_2-x_3-2x_4=3 \\ 7x_2-4x_3-5x_4=0 \\ 2x_1-11x_2+7x_3+8x_4=1 \end{cases} \quad b)\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=2 \\ x_1-x_2+x_3=0 \\ x_1+3x_2-x_3=-2 \\ 3x_1+4x_2+3x_3=0 \end{cases} \quad c)\begin{cases} x_1+x_2-2x_3+3x_4=4 \\ x_1+x_2+x_3-x_4=6 \\ x_1-2x_2+x_3+2x_4=-1 \\ 2x_1-3x_2+3x_3+5x_4=3 \end{cases}$$

12) Determinar los valores de $k \in \mathbb{R}$, si existen, para los cuales el sistema es compatible indeterminado:

$$a)\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 3y-Kz=0 \\ -x+Ky=0 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} x+(K+1)y+z=0 \\ x+y+(K+1)z=0 \\ (K+1)x+y+z=0 \end{cases}$$

13) Dado el sistema $A.X = B$, con $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 6 \\ -3 & -3 & 8 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ k \end{pmatrix}$

Determinar los valores reales de k para que el sistema sea:

- compatible determinado
- compatible indeterminado
- incompatible

Interpretar geométricamente estas tres situaciones

14) Problemas de aplicación. Plantear y resolver:

a) Ana vende revistas. El jueves, viernes y sábado vendió en total \$66. El jueves vendió \$3 más que el viernes. El sábado \$6más que el jueves. ¿Cuánto vendió cada día?

b) Luis obtuvo un total de 225 puntos en tres exámenes. La suma de los puntos del primero y el segundo de ellos exceden su tercera calificación en 61 puntos. Su primera nota supera a la segunda en 6 puntos. Encuentre cuáles son sus calificaciones.

c) Tobías, Mateo y Ramiro pueden soldar 37 metros lineales por hora si trabajan juntos. Tobías y Mateo juntos pueden soldar 22 metros por hora, mientras que trabajando juntos Tobías y Ramiro sueldan 25 metros por hora. ¿Cuántos metros por hora puede soldar cada uno por separado?

15) Sigue el link para y realiza una autoevaluación de conceptos generales. ¡Éxito!

https://forms.gle/q9KagwyqokyBynMm6