

Trabajo práctico 5

“DISTRIBUCIONES DISCRETAS DE PROBABILIDADES”

1. Suponga que una población consta de 10 artículos, 6 de los cuales están defectuosos. Se selecciona una muestra de 3. ¿Cuál es la probabilidad de que:
 - a) exactamente 2 tengan defectos?
 - b) ninguno tenga defectos?
 - c) a lo sumo uno tenga defectos?
2. Supongamos que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamblaje es de 0.05. Si el conjunto de unidades terminadas constituye un conjunto de ensayos independientes:
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre diez unidades dos se encuentren defectuosas?
 - b) ¿Y de que a lo sumo dos se encuentren defectuosas? ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos una se encuentre defectuosa?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que una mesera se rehúse a servir bebidas alcohólicas únicamente a dos menores de edad si verifica aleatoriamente solo 5 identificaciones de entre 9 estudiantes, de los cuales 4 no tienen la edad suficiente?
¿Cuál es la probabilidad de que como máximo 2 de las identificaciones pertenezcan a menores de edad?
4. Se asegura que el 95% del correo de primera clase se entrega, dentro de la misma ciudad, a los dos días de haber hecho el envío. Se mandan aleatoriamente seis cartas a diferentes sitios.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que seis lleguen a su destino dentro de los dos días?



- b) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente cinco lleguen dentro de dos días?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos una llegue a su destino dentro de los dos días?
 - d) Determinar la media del número de cartas que llegarán dentro de dos días.
5. Una caja de cortadoras eléctricas contiene seis de cierta marca. Dos están defectuosas y cuatro funcionan correctamente. Se seleccionan tres cortadoras de dicha caja:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente una de ellas esté defectuosa?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que dos de las tres seleccionadas tengan defectos?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo una tenga defectos?
6. Un 10% de automóviles nuevos requerirá servicio por garantía en el primer año. La agencia Honda vendió 12 automóviles en el mes de abril.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de estos autos requiera servicio de garantía?
 - b) Determinar la probabilidad de que exactamente uno de ellos requiera servicio de garantía.
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo dos requieran el servicio de garantía?
7. Un 10% de los empleados de producción en una empresa están ausentes del trabajo en un determinado día de verano. Si se seleccionan al azar 10 trabajadores de producción para un estudio riguroso de ausentismo:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los 10 empleados seleccionados esté ausente?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 empleados estén ausentes?



8. En un estudio reciente se halló que 90% de las casas de EEUU tienen televisión por cable. En una muestra de nueve viviendas, ¿Cuál es la probabilidad de que:
- a) Las nueve tengan televisión por cable?
 - b) Por lo menos 5 tengan televisión por cable?
 - c) A lo sumo 3 tengan televisión por cable?
9. La florería Florist tiene 15 camiones de reparto que se utilizan principalmente para entregar flores y arreglos florales en el área de Tulsa. Supóngase que 6 de los 15 vehículos tienen problemas con los frenos. Se seleccionaron cinco camiones al azar para probarlos. ¿Cuál es la probabilidad de que:
- a) Exactamente 2 presenten fallas en los frenos?
 - b) A lo sumo tres presenten fallas en los frenos?
 - c) Por lo menos uno presente fallas en los frenos?
10. Supongamos que el número de imperfecciones en un alambre delgado de cobre sigue una distribución Poisson con una media de 2.4 imperfecciones por milímetro.
- a) Determine la probabilidad de 2 imperfecciones en un milímetro de alambre.
 - b) Determine la probabilidad de 10 imperfecciones en 5 milímetros de alambre.
 - c) Determine la probabilidad de al menos una imperfección en 2 mm de alambre.
11. Una empresa electrónica observa que el número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de funcionamiento es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio de estos fallos es ocho:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que falle un componente en 25 horas?
 - b) ¿Y de que fallen no más de dos componentes en 50 horas?



- c) ¿Cuál es la probabilidad de que fallen por lo menos cinco en 125 horas?

12. La contaminación constituye un problema en la fabricación de discos de almacenamiento óptico. El número de partículas de contaminación que ocurren en un disco óptico tiene una distribución de Poisson y el número promedio de partículas por centímetro cuadrado de superficie del disco es 0.1. El área de un disco bajo estudio es 100 centímetros cuadrados.

- a) Encuentre la probabilidad de que ocurran 12 partículas en el área del disco bajo estudio.
- b) La probabilidad de que ocurran cero partículas en el área del disco bajo estudio.
- c) Determine la probabilidad de que 3 o menos partículas ocurran en el área del disco bajo estudio.

13. El número de bacterias por cada tubo de cierto líquido puede considerarse como una v.a. con distribución de Poisson de media 1.5. Si se tienen diez tubos, calcule la probabilidad de que:

- a) todos los tubos queden contaminados, es decir, contengan al menos una bacteria
- b) exactamente 7 tubos queden contaminados.

Ayuda: $x \sim Po(1.5)$

Primero calculamos la probabilidad de que se encuentre contaminado:

$$P(x \geq 1) = 1 - P(x=0) = 1 - 0.223 = 0.7768$$

a) $z \sim B(10, 0.7768)$

14. Para aprobar la asignatura de estadística teórica se realiza un test con veinte ítems. Sabiendo que una persona determinada tiene una probabilidad de 0,8 de contestar bien cada ítem. Se pide:



- a) Probabilidad de que la primera pregunta que contesta bien sea la tercera que hace.
- b) Para aprobar el test es necesario contestar diez ítems bien. ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al contestar el doceavo ítem?.

15. Una rueda de ruleta está dividida en 38 secciones, de las cuales 18 son rojas, 18 son negras y las 2 restantes son verdes. Sea X el número necesario de juegos hasta obtener una sección verde en jugadas independientes.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sean necesarias al menos 3 jugadas?
- b) Hallar la función de distribución acumulada de la v.a. X.
- c) Si fueron necesarias 7 o más jugadas, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten al menos 10 jugadas? Comparar con (a).
- d) Hallar E (X) y V (X).

Si definimos a X cómo el número necesario de juegos hasta obtener una sección verde en jugadas independientes, entonces $x \sim G(2/38)$

$$a) P(x \geq 3) = 1 - P(x < 3) = 1 - (P(x=1) + P(x=2)) = 0.8975$$

$$P(x=1) = 2/38 + 36/38 * 2/38$$

$$b) F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - \left(\frac{18}{19}\right)^{[x]} & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{siendo } [x] \text{ la parte entera de } x$$

$$c) P(x \geq 10/x \geq 7) = 0.85$$

$$X \sim G(p) \Rightarrow P(X \geq h + k/X \geq h) = P(X \geq k), \forall h, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$



Por lo que por la propiedad:

$$P(x \geq 10 / x \geq 7) = P(x \geq 3)$$

d) Sabemos que la $E(x) = 1 / p$ y la $V(x) = (1-p) / p^2$

$$E(X)=19 \quad V(X)=342$$

16. En una caja hay 5 triángulos, 3 círculos y 2 rectángulos. Realizando extracciones con reemplazamiento, se piden las siguientes probabilidades:

- a) Al realizar 8 extracciones, se obtengan en 4 ocasiones un círculo.
- b) Se necesiten 8 extracciones para obtener 4 círculos.
- c) Que aparezca el primer círculo en la 8 extracción.