SOLUCIONES: GUÍA 9 "ESTIMACIÓN PUNTUAL Y POR INTERVALOS"

1-

a) Población: los animales que padecen infecciones locales.
b) Muestra: 500 animales seleccionados que padecen infecciones locales.
c) Parámetro: Proporción de animales que en la población total pueden controlar la infección con el medicamento
d) Estimador: la Proporción de animales que en la muestra pueden controlar la infección con el medicamento. Estimación: 80% (400 de los 500 animales de la muestra).
e) No, el verdadero valor del Parámetro es desconocido.

2-

Datos a tener en cuenta

El censo fue en 1994
Se censaron 32000 comercios

Hoy tenemos una muestra de 400 comercios y se obtuvo que:

- 50 de los censados en 1994 ya no existían más.
- Los empleados de los comercios detectados ascendían a 1.000 personas.
- Los dedicados a artículos alimenticios eran 80.
- Las ventas de estos últimos el año anterior fueron de 16 millones de $.
- Las ventas totales de la muestra durante el año 2000 alcanzaron 120 millones de $.

a) $Xi = Comercios\ dedicados\ al\ rubro\ alimenticio\ (80\ de\ los\ 400)$
$N = 3200$
$n = 400$
La estimación se realiza a partir del estimador, que en nuestro caso representa la cantidad de comercios dedicados al rubro alimenticio.
$\bar{x} = \frac{80}{400} = 0{,}2\ comercios\ son\ alimenticios.$

$$X = N.\bar{x} = \frac{80}{400}\ .32000 = 6400\ comercios\ se\ dedican\ al\ rubro$$

b) $Xi = Cantidad\ de\ empleados\ de\ los\ Comercios\ \ (1000\ en\ 400\ comercios)$
$N = 3200$
$n = 400$

$$\bar{x} = \frac{1000}{400} = 2{,}5\ personas\ por\ comercio$$

$$X = N.\bar{x} = \frac{1000}{400}\ .32000 \cong 80.000\ empleados$$

c) $Xi = Comercios\ que\ ya\ no\ existen\ (50\ ya\ no\ existen)$
$N = 3200$
$n = 400$

$$\bar{x} = \frac{50}{400} = 0{,}125$$

$$X = N.\bar{x} = \frac{50}{400}\ .32.000 \cong 4000\ ya\ no\ existen\ mas$$

d) $\frac{120}{400}.32.000 = \ 96000\ millones$

e) $\frac{16}{80} = 0.2\ millones$

3. $Xi = Consumo\ de\ carbón\ por\ servicios\ eléctricos\ en\ millones\ de\ toneladas\ (año)$
$n = 9\ observaciones$

$$\bar{\mathrm{x}} = \frac{406 + 395 + 400 + 450 + 390 + 410 + 415 + 401 + 408}{9} = 408.3$$

4.
a) X: porcentaje de carbohidratos contenido en las piezas de pan de esta marca
n: 12 piezas

$$E(x) = \bar{x} = \frac{75{,}09 + 76{,}39 + 76{,}42 + 76{,}50 + 76{,}68 + 76{,}88 + \cdots + 78{,}15}{12} = 76{,}813$$

b) proporción de piezas de pan de esta marca cuyo contenido de carbohidratos no excede el 76.5%.

Ordenamos los datos:

75.09 76.39 76.42 76.50 76.68 76.88 76.88 76.93 77.07 77.16 77.67 78.15

cantidad estimada es $\frac{4}{12} = 0{,}333 \ldots$

5.
$xi = Longitud\ del\ ala\ de\ una\ mosca$
$n = 20\ moscas$

Datos para realizar la estimación:

Como queremos obtener un intervalo con un 95% de confianza, tenemos:

1 − α = 0,95
α = 0,05 y $\frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \rightarrow (1- \frac{\propto}{2}) = 0{,}975$

Al ser "n" una cantidad "chica", se utiliza la otra tabla (t de Student), por lo tanto decimos que x ~ t de Student

0,975 → buscando en la tabla t de Student t(19;0,025) obtenemos que " t = 2,093 " y para resolver el problema, debe calcularse con la muestra los valores de la media y el desvío estándar muestrales, esto es:

xi	fi	$xi.fi$	$(xi-\bar{x})^2.fi$
86	1	86	27,5625
87	1	87	18,0625
88	2	176	21,125
89	1	89	5,0625
90	3	270	4,6875
91	4	364	0,25
92	1	92	0,5625
93	3	279	9,1875
94	1	94	7,5625
95	1	95	14,0625
96	1	96	22,5625
97	1	97	33,0625
	20	1825	163,75

n = 20

$\bar{\mathrm{x}} = \frac{1825}{20} = 91{,}25$ (Media = μ)

S² = $\sqrt{\frac{163{,}75}{20-1}} = 8{,}6184 \rightarrow$ S = $\sqrt{8{,}6184}$ = 2,9357 (Desvío)

$$\bar{\mathrm{x}}\ se\ distribuye\ con\ los\ parámetros\ \ \mu\ \ ,S$$

Reemplazamos en $P(L_i = \bar{x} - t.S_{\bar{x}} \le \mu \le L_s = \bar{x} + t.S_{\bar{x}})$

$$L_i = 91{,}25 - 2{,}093.\frac{2{,}93}{\sqrt{20}} \qquad L_s = 91{,}25 + 2{,}093.\frac{2{,}93}{\sqrt{20}}$$

El intervalo de confianza es: (89,87 – 92,62)

6.

Los datos disponibles son los siguientes:

x: supervivencia en meses de los cobayos que presentan una cierta enfermedad y reciben un tratamiento

$$x \sim ¿?\ (¿?;\sigma^2 = 36)$$

$\bar{x} = 46\ Semanas \quad (Media)$

$\sigma^2 = 36\ Semanas \quad \rightarrow \sigma = 6\ (Desvío)$

$Construímos\ e\ interpretamos\ el\ intervalo\ de\ confianza\ del\ 95\%\ para\ el\ tiempo\ medio.$

$\alpha = 0{,}05\ ó\ 5\% \quad \rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \quad \rightarrow Tabla\ Normal\ \ esto\ es\ Z = -1{,}96$

n = 100 muestra de los cobayos en esas condiciones

Al ser n una cantidad “grande”; tenemos que $x \sim N\left(¿?;\frac{6}{\sqrt{100}}\right)$; por el Teorema Central del Límite

En base a esa información, se pide calcular:

$$P(L_i = \bar{x} - z.S_{\bar{x}} \leq \mu \leq L_s = \bar{x} + z.S_{\bar{x}}) = P\left(46 - 1{,}96.\frac{6}{\sqrt{100}} \leq \mu \leq 46 - 1{,}96.\frac{6}{\sqrt{100}}\right)$$
$$= P(44{,}824 \leq \mu \leq 47{,}176)$$

Es decir que el tiempo medio de supervivencia de los cobayos afectados por la enfermedad y que reciben el tratamiento, se encuentra entre 44.8 y 47.2 semanas, con una confianza del 95 %.

7.

3.15 - 3.92 - 4.26 - 3.72 - 4.19 - 3.42 - 4.38 - 4.50

Suponiendo que el rendimiento sigue una distribución normal, estimar el promedio real (µ) a un nivel de significancia (error) del 5%.

La información suministrada indica:

x: rendimiento de la nueva variedad T de semillas de trigo $\sim N(¿\,?\,;\sigma =¿\,?)$

$\propto = 0{,}05$ ó 5% $\quad\quad$ $\mathrm{n} = 8$ *lotes de muestra (n es una muestra chica)*

Al tratarse de una muestra chica, entonces trabajaremos con $x \sim t$ *de Student* para resolver el problema, calculando a través de la muestra la media y el desvío estandar

x	f	$x.f$	$(x-\bar{x})^2.f$
3,15	1	3,15	0,62805625
3,42	1	3,42	0,27300625
3,72	1	3,72	0,04950625
3,92	1	3,92	0,00050625
4,19	1	4,19	0,06125625
4,26	1	4,26	0,10080625
4,38	1	4,38	0,19140625
4,5	1	4,5	0,31080625
		31,54	1,61535

$$\bar{x} = \frac{31{,}54}{8} = 3{,}94$$

$$\delta^2 = \frac{1{,}6154}{7} = 0{,}23077$$

$$\delta = \sqrt{0{,}23077} = 0{,}4803$$

Analizando la muestra, obtenemos que: $\bar{x} = 3{,}94$ y $\delta = 0{,}4803$ *Tn/Ha.*

x ~ t de Student, con lo cual

Reemplazamos en $P(L_i = \bar{x} - t.S_{\bar{x}} \leq \mu \leq L_s = \bar{x} + t.S_{\bar{x}})$

$$L_i = 3{,}94 - 2{,}365.\frac{0{,}48}{\sqrt{8}} = 3{,}54 \qquad L_s = 3{,}94 + 2{,}365.\frac{0{,}48}{\sqrt{8}} = 4{,}34$$

$$P(3{,}54 \leq \mu \leq 4{,}34) = 0{,}95$$

Lo que quiere decir que el rendimiento promedio de la nueva semilla se encontrará entre los 3,54 y 4,34 Tn/Ha con un 95 % de confianza.

8. N $P(0{,}69 < \mu < 1{,}01) = 0{,}95$

Esto quiere decir que con una probabilidad del 95 %, la altura promedio de los niños bajo estudio se encontrarán entre 69 y 101 cm. O bien puede interpretarse que de cada 100 muestras de 16 en esas condiciones, en 95 de los intervalos de confianza que se calculen se cubrirá al verdadero promedio de altura desconocido, y en los 5 restantes el verdadero promedio quedará fuera del intervalo calculado.

9. $IC_{0.95}$= (15,0061, 209939)

<u>EXTRA:</u>

En una encuesta de opinión un candidato obtiene 216 votos sobre 400 encuestados.
Hallar el intervalo de confianza del 95% para la verdadera proporción de votantes a favor a favor del candidato.

$$n = 400\ encuestados \qquad \bar{x} = \frac{216}{400} = 0{,}54 \ \rightarrow p = 0{,}54\ y\ q = 0{,}46$$

$$1-\propto = 0{,}95 \qquad \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \qquad 1 - 0{,}025 = 0{,}975 \ \rightarrow Z_{0{,}975} = 1{,}96$$

$$\propto = 1 - 0{,}95$$

$$\propto = 0{,}05$$

$$Int.: \left(L_i = \bar{x} - z.\sqrt{\frac{p.q}{n}} \leq \mu \leq L_s = \bar{x} - z.\sqrt{\frac{p.q}{n}}\right)$$

$$L_i = 0{,}54 - 1{,}96.\sqrt{\frac{0{,}54.0{,}46}{400}} = 0{,}49 \qquad L_s = 0{,}54 - 1{,}96.\sqrt{\frac{0{,}54.0{,}46}{400}} = 0{,}58$$

$$Int.: (0{,}49 \leq \mu \leq 0{,}58) = 0{,}95$$