Derivar la siguiente función y llevar el resultado a su mínima expresión

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}$$

Resolución y video

video

$$f(x)=\ln\sqrt{\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}}$$

$$\left[F[g(x)]\right]'=F'[g(x)].g'(x)$$

$$(e^{-x})'=e^{-x}.(-x)'=e^{-x}.(-1)=-e^{-x}$$

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}}}\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}}}\cdot\frac{(e^x+e^{-x})'(e^x-e^{-x})-(e^x+e^{-x})(e^x-e^{-x})'}{(e^x-e^{-x})^2}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}}}\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}}}\cdot\frac{(e^x-e^{-x})(e^x-e^{-x})-(e^x+e^{-x})(e^x+e^{-x})}{(e^x-e^{-x})^2}=$$

$$e^x.e^x=(e^x)^2=e^{x.2}=e^{2x}$$

$$e^x.e^x=e^{x+x}=e^{2x}$$

$$e^x.e^{-x}=e^{x+(-x)}=e^0=1$$

$$=\frac{1}{2\cdot\left(\sqrt{\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}}\right)^2}\cdot\frac{e^{2x}-1-1+e^{-2x}-[e^{2x}+1+1+e^{-2x}]}{(e^x-e^{-x})^2}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}}\cdot\frac{e^{2x}-1-1+e^{-2x}\ -\ e^{2x}-1-1-e^{-2x}}{(e^x-e^{-x})^2}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\cdot\frac{-1-1-1-1}{(e^x-e^{-x})^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{e^x+e^{-x}}\cdot\frac{-4}{e^x-e^{-x}}=$$

$$(a+b).(a-b)=a^2-b^2$$

$$=\frac{-2}{(e^x+e^{-x}).(e^x-e^{-x})}=-\frac{2}{(e^x)^2-(e^{-x})^2}=\boxed{-\frac{2}{e^{2x}-e^{-2x}}}$$