

Respuestas Guía transformaciones lineales

1)

a) Si

b) No

c) No

d) Si

e) Si

f) Si

$$2) \text{ (a) } f(x) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 \\ -x_2 + 2x_3 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 \end{pmatrix}$$

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4 / T(x_1; x_2; x_3) \\ = (x_1 + 2x_2; -x_2 + 2x_3; 4x_1 - x_2 + 3x_3; 2x_1 + 4x_2 + 6x_3)$$

$$\text{(b) } f(x) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ -x_2 - 2x_3 \end{pmatrix}$$

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 / T(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3; -x_2 - 2x_3)$$

(c)

$$f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^2 / T(x_1; x_2; x_3; x_4; x_5) \\ = (4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4; 7x_1 + 8x_3 + 2x_4 + 3x_5)$$

$$3) \text{ a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4) a) $(0; 0; 0); (1; 1; -1); (-2; -2; 2)$

b) $(0; 0; 0); (1; 1; 0); (0; 4; 4)$

5) Expresar lo pedido según lo trabajado en la clase. Aquí se expresa, cuando existe, una base del núcleo y su dimensión, una base de la imagen y su dimensión

	Nu(t)	Base del núcleo	Dim. de Nu(t)	Base Im (t)	Dim. de Im (t)
(a)		$\{(-1; 1; 1)\}$	1	$\{((1; 0), (0; 1))\}$	2
(b)	$\{(0; 0)\}$	No hay	0	$\{((1; 1; 4), (-1; 2; -1))\}$	2
(c)	$\{(0; 0)\}$	No hay	0	$\{((2; 1;), (0; -1))\}$	2
(d)		$\left\{\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$	1	$\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}\right\}$	3
(e)		$\left\{\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\right\}$	1	$\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$	3

6) a) Rango 2, nulidad 0

b) Rango 2, nulidad 0

c) Rango 2, nulidad 0

7) **(a)** $t^{-1}(x; y) = (y + x; 2y + x)$

(B) $t^{-1}(x; y; z) = \left(x - 2y + \frac{7}{3}z; y - z; \frac{z}{3}\right)$

(C) $t^{-1}(x; y) = \left(\frac{5}{8}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{8}z; \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}z; \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}y + \frac{5}{8}z\right)$

8) a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

9) A) $\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -14 \\ 9 \end{pmatrix}$

10) a) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

11) a) Dimensión 0 b) Dimensión 0 c) Dimensión 0

12) a) $\left\{(0; 0); \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right); \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)\right\}$

$$\text{b) } \left\{ (\mathbf{0}; \mathbf{0}); \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right); \left(-\frac{4}{3}; \frac{4}{3} \right) \right\}$$

$$13) \quad T(0,0) = (0; 0) \quad T(1, 2) = (3; 6) \quad T(3;1) = (9; 3)$$

$$14) \quad \{(\mathbf{0}; \mathbf{0}); (\mathbf{2}; \mathbf{0}); (\mathbf{2}; \mathbf{1}); (\mathbf{0}; \mathbf{1})\}$$

$$15) \text{ a) } \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } T(-1,-1) = (-3,-1)$$

$$T(3;-1) = (1;-1)$$

$$T(3;2) = (7;2)$$

$$T(-1;2) = (3;2)$$