

Universitat Autònoma de Barcelona

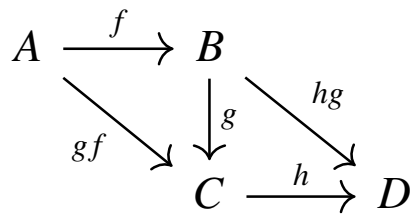
y

Universidad de Málaga

CATEGORÍAS 2024

---

## Ejercicios Resueltos



**UAB**

Universitat Autònoma  
de Barcelona



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

| [uma.es](http://uma.es)

# 1. Sesión 1<sup>1</sup>

## Ejercicio 1.0.1. Ejercicio 1.1.i

(i) Consideramos un morfismo  $f: x \rightarrow y$ . Demuestra que si existe un par de morfismos  $g, h: y \rightarrow x$  tal que  $gf = 1_x$  y  $fh = 1_y$ , consecuentemente  $g = h$  y  $f$  es un isomorfismo.

$$f: x \rightarrow y, g: y \rightarrow x, h: y \rightarrow x; gf = 1_x, fh = 1_y.$$

$$ghf = g(fh) = g1_y = (gf)h = 1_xh \Rightarrow g = h$$

Por tanto  $fh = 1_y$  y  $hf = 1_x$  de esta forma  $f$  es isomorfismo.

(ii) Demuestra que un morfismo como máximo puede tener un único morfismo inverso.

Dado  $f: x \rightarrow y$ , un par de isomorfismos que invierten  $f$  son dos morfismos  $g_1, g_2: y \rightarrow x$  tal que  $g_1f = g_2f = 1_x$  y existan  $h_1, h_2: x \rightarrow y$  tal que  $g_1h_1 = g_2h_2 = 1_y$  y  $h_1g_1 = h_2g_2 = 1_x$ .

Por tanto, aplicando (i) obtenemos  $h_1 = f = h_2$  y como  $g_1f = 1_x$ ,  $fg_2 = 1_y$  tenemos que  $g_1 = g_2$ .

---

<sup>1</sup>Soluciones proporcionadas por Alejandro García