

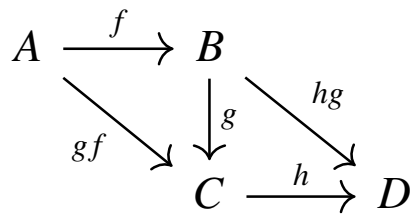
Universitat Autònoma de Barcelona

y

Universidad de Málaga

CATEGORÍAS 2024

Ejercicios Resueltos



UAB

Universitat Autònoma
de Barcelona



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

| uma.es

1. Sesión 1

Ejercicio 1.0.1. Ejercicio 1.1.i

(i) Consideramos un morfismo $f: x \rightarrow y$. Demuestra que si existe un par de morfismos $g, h: y \rightarrow x$ tal que $gf = 1_x$ y $fh = 1_y$, consecuentemente $g = h$ y f es un isomorfismo.

$f: x \rightarrow y, g: y \rightarrow x, h: y \rightarrow x; gf = 1_x, fh = 1_y$.

$$gh = g(fh) = g1_y = (gf)h = 1_xh \Rightarrow g = h$$

Por tanto $fh = 1_y$ y $hf = 1_x$ de esta forma f es isomorfismo.

(ii) Demuestra que un morfismo como máximo puede tener un único morfismo inverso.

Dado $f: x \rightarrow y$, un par de isomorfismos que invierten f son dos morfismos $g_1, g_2: y \rightarrow x$ tal que $g_1f = g_2f = 1_x$ y existan $h_1, h_2: x \rightarrow y$ tal que $g_1h_1 = g_2h_2 = 1_y$ y $h_1g_1 = h_2g_2 = 1_x$.

Por tanto, aplicando (i) obtenemos $h_1 = f = h_2$ y como $g_1f = 1_x, fg_2 = 1_y$ tenemos que $g_1 = g_2$.