



**DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION**

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

TP de Especificación

2 de octubre de 2020

Algoritmos y Estructuras de Datos I

Grupo: 39

Integrante	LU	Correo electrónico
Lin Zabala, Juan Ignacio	349/18	juanignacio.lin@gmail.com
Mallol, Martín Federico	208/20	martinmallolcc@gmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (+54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

1. Ejercicios - Primera Parte

Ejercicio 1:

```
pred esValido (t : Toroides) {
  |t| ≥ 3 ∧L (|t[0]| ≥ 3 ∧ (∀i : ℤ)((0 ≤ i < |t|) →L (|t[i]| = |t[0]|)))}
```

Ejercicio 2:

```
pred toroideMuerto (t : Toroides) {
  (∀i : ℤ)(∀j : ℤ)((0 ≤ i < |t| ∧ 0 ≤ j < |t[0]|) →L (t[i][j] = false))}
```

Ejercicio 3:

```
pred ∈ (x : T, S : seq(T)) {
  (∃i : ℤ)((0 ≤ i ∧ i < |S|) ∧L (S[i] = x))}

pred posicionesVivas (t : Toroides, vivas : seq(ℤ × ℤ)) {
  (∀i : ℤ)(∀j : ℤ)((0 ≤ i < |t| ∧ 0 ≤ j < |t[0]|) ∧L t[i][j] = true) ↔ (i, j) ∈ vivas}
```

Ejercicio 4:

```
aux densidadPoblacion (t : Toroides) : ℝ =  $\frac{\sum_{i=0}^{|t|-1} \sum_{j=0}^{|t[0]|-1} (\text{if } t[i][j] = \text{true} \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi})}{|t| \times |t[0]|}$ ;
```

Ejercicio 5:

```
aux cantVecinosVivos (t : Toroides, f : ℤ, c : ℤ) : ℤ =
   $\sum_{i=f-1}^{f+1} \sum_{j=c-1}^{c+1} (\text{if } (t[i] \bmod |t|)[j \bmod |t[0]|] = \text{true} \wedge (i \neq f \vee j \neq c)) \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi})$ ;
```

Ejercicio 6:

```
pred evolucionDePosicion (t : Toroides, posicion : ℤ × ℤ) {
  (cantVecinosVivos(t, posicion0, posicion1) = 2 ∧ t[posicion0][posicion1] = true) ∨
  cantVecinosVivos(t, posicion0, posicion1) = 3}
```

Ejercicio 7:

```
pred dimensionIgual (t1 : Toroides, t2 : Toroides) { |t1| = |t2| ∧ |t1[0]| = |t2[0]| }

pred evolucionToroides (t1 : Toroides, t2 : Toroides) {
  dimensionIgual(t1, t2) ∧L (∀i : ℤ)(∀j : ℤ)(0 ≤ i < |t1| ∧ 0 ≤ j < |t1[0]| →L
  (t2[i][j] = evolucionDePosicion(t1, (i, j))))}
```

Decisiones tomadas

- En el Ejercicio 3, asumimos que no importa si *vivas* posiciones repetidas.
- En el predicado dimensionIgual, asumimos que los toroides son válidos.

2. Ejercicios - Segunda Parte

Ejercicio 8:

```
proc evolucionMultiple (in t : Toroides, in k : ℤ, out result : Toroides) {
  Pre {esValido(t) ∧ k ≥ 0}
  Post {esValido(result) ∧L esEvolucionMultiple(t, result, k)}
}

pred esEvolucionMultiple (t1 : Toroides, t2 : Toroides, k : ℤ) {
  k ≥ 0 ∧L (∃ s : seq(Toroides))(|s| = k + 1 ∧L (s[0] = t1 ∧ s[k] = t2 ∧
  (∀i : ℤ)(1 ≤ i ≤ k →L evolucionToroides(s[i - 1], s[i]))))}
```

Ejercicio 9:

```

proc esPeriodico (in t: Toroide, inout p:  $\mathbb{Z}$ , out result: Bool) {
  Pre {esValido(t)  $\wedge$  p = P0}
  Post {(result = true  $\leftrightarrow$  ( $\exists k : \mathbb{Z}$ )(1  $\leq k \wedge_L$  esEvolucionMultiple(t, t, k)))  $\wedge_L$ 
        (result = true  $\rightarrow_L$  (esEvolucionMultiple(t, t, p)  $\wedge$  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ )(0 < i < p  $\rightarrow_L$ 
         $\neg$ esEvolucionMultiple(t, t, i))))}
}

```

Ejercicio 10:

```

proc primosLejanos (in t1: Toroide, in t2: Toroide, out primos: Bool) {
  Pre {sonValidos(t1, t2)}
  Post {primos = true  $\leftrightarrow$  ( $\exists q : \mathbb{Z}$ ) (esEvolucionMultiple(t1, t2, q)  $\vee$  esEvolucionMultiple(t2, t1, q))}
}

pred sonValidos (t1 : Toroide, t2 : Toroide) {esValido(t1)  $\wedge$  esValido(t2)}

```

Ejercicio 11:

```

proc seleccionNatural (in ts: seq<Toroide>, out res:  $\mathbb{Z}$ ) {
  Pre {|ts|  $\geq$  1  $\wedge$  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ )(0  $\leq i < |ts| \rightarrow_L$  esValido(ts[i]))}
  Post {0  $\leq$  res < |ts|  $\wedge_L$  ( $\neg$ esMortal(ts[res])  $\vee$ 
        ( $\forall i : \mathbb{Z}$ )(0  $\leq i < |ts| \wedge i \neq res \rightarrow_L$  masLongevo(ts[res], ts[i])))}
}

pred masLongevo (t1: Toroide, t2: Toroide) {
  ( $\exists t_0, t_{00} : Toroide$ )(sonValidos(t0, t00)  $\wedge_L$  (toroideMuerto(t0)  $\wedge$  toroideMuerto(t00)  $\wedge$ 
  ( $\exists k : \mathbb{Z}$ )(esEvolucionMultiple(t2, t00, k)  $\wedge$   $\neg$ esEvolucionMultiple(t1, t0, k - 1))))}

pred esMortal (t: Toroide) {
  ( $\exists t_0 : Toroide$ )(esValido(t0)  $\wedge_L$  (toroideMuerto(t0)  $\wedge$  ( $\exists k : \mathbb{Z}$ )(esEvolucionMultiple(t, t0, k))))}

```

Ejercicio 12:

```

proc fusionar (in t1: Toroide, in t2: Toroide, out res: Toroide) {
  Pre {sonValidos(t1, t2)  $\wedge_L$  dimensionIgual(t1, t2)}
  Post {esValido(res)  $\wedge_L$  dimensionIgual(res, t1)  $\wedge_L$ 
        (( $\forall i : \mathbb{Z}$ )( $\forall j : \mathbb{Z}$ )(0  $\leq i < |res| \wedge$  0  $\leq j < |res[0]| \rightarrow_L$ 
        (res[i][j] = true  $\leftrightarrow$  t1[i][j] = t2[i][j] = true))))}
}

```

Ejercicio 13:

```

proc vistaTrasladada (in t1: Toroide, in t2: Toroide, out res: Bool) {
  Pre {sonValidos(t1, t2)  $\wedge_L$  dimensionIgual(t1, t2)}
  Post {res = true  $\leftrightarrow$  ( $\exists x : \mathbb{Z}$ )( $\exists y : \mathbb{Z}$ )( $\forall i : \mathbb{Z}$ )( $\forall j : \mathbb{Z}$ )(0  $\leq i < |t_1| \wedge$  0  $\leq j < |t_1[0]| \rightarrow_L$ 
        t1[i][j] = t2[(i + y) mód |t1][(j + x) mód |t1[0]|]))}
}

```

Ejercicio 14:

```

proc menorSuperficieViva (in t: Toroide, out res:  $\mathbb{Z}$ ) {

  Pre {esValido(t)  $\wedge_L \neg$ toroideMuerto(t)}

  Post {( $\exists m : \mathbb{Z}$ )( $\exists n : \mathbb{Z}$ )( $\exists t' : \text{Toroide}$ )(esValido(t')  $\wedge_L$  esTraslacion(t, t')  $\wedge$  vivasContenidas(t', m, n))  $\wedge$ 
    ( $\forall m_0 : \mathbb{Z}$ )( $\forall n_0 : \mathbb{Z}$ )( $\exists t'_0 : \text{Toroide}$ )(esValido(t'_0)  $\wedge_L$  esTraslacion(t, t'_0)  $\wedge$ 
    vivasContenidas(t'_0, m_0, n_0))  $\longrightarrow m_0 * n_0 \geq m * n \wedge m * n = \text{res}$ )}

}

pred esTraslacion (t1:Toroide, t2:Toroide) {
  dimensionIgual(t1, t2)  $\wedge_L$ 
  ( $\exists x : \mathbb{Z}$ )( $\exists y : \mathbb{Z}$ )( $\forall i : \mathbb{Z}$ )( $\forall j : \mathbb{Z}$ )( $0 \leq i < |t_1| \wedge 0 \leq j < |t_1[0]| \longrightarrow_L$ 
  t1[i][j] = t2[(i + y) mód |t1||[(j + x) mód |t1[0]|| ]))}

pred vivasContenidas (t:Toroide, m: $\mathbb{Z}$ , n: $\mathbb{Z}$ ) {
  ( $\exists \text{vivas} : \text{seq}(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ )(posicionesVivas(t, vivas)  $\wedge$ 
  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ )( $0 \leq i < |\text{vivas}| \longrightarrow_L \text{vivas}[i]_0 \leq m \wedge \text{vivas}[i]_1 \leq n$ ))}

```

Decisiones tomadas

- En el predicado esEvolucionMultiple asumimos que los toroides son válidos y toma valor false con $k < 0$.
- El el procedimiento seleccionNatural requerimos que ts no sea la lista vacía y no requerimos que todos los toroides de ts tengan la misma dimensión. Si hay uno o más toroides en ts que nunca mueren, retornamos la coordenada de cualquiera de ellos. Consideramos a un toroide muerto que murió en 0 ticks. Si no hay un único toroide último en morir, retornamos la coordenada de cualquiera de los últimos que mueren.
- En el procedimiento menorSuperficieViva requerimos que el toroide t tenga al menos una posición viva.