

สูตรมุมประกอบ

- $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$
- $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$
- $\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$

สูตรมุมสองเท่า

- $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$
- $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$
- $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$

สูตรมุมสามเท่า

- $\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$
- $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$
- $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$

สูตรผลบวก, ผลต่าง และผลคูณ

- $\sin A + \sin B = 2 \sin \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right)$
- $\sin A - \sin B = 2 \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) \sin \left(\frac{A-B}{2} \right)$
- $\cos A + \cos B = 2 \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right)$
- $\cos A - \cos B = -2 \sin \left(\frac{A+B}{2} \right) \sin \left(\frac{A-B}{2} \right)$
- $2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$
- $2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$
- $2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$
- $2 \sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$

สำหรับ ΔABC ใด ๆ กำหนดให้ด้าน กำหนดให้ด้าน BC ยาว a , AC ยาว b , AB ยาว c

- กฎของไซน์ (Law of sine)

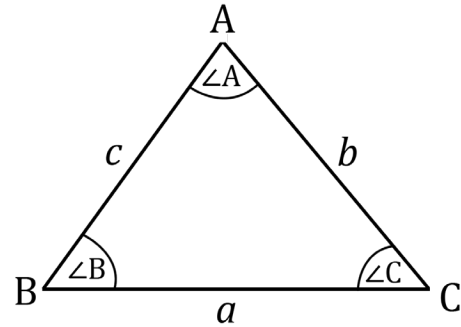
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad \text{เมื่อ } R \text{ คือความยาวของรัศมีวงกลมล้อมรอบ } \Delta ABC$$

- กฎของโคไซน์ (Law of cosine)

$$c^2 = a^2 + b^2 - ab \cos \angle C$$

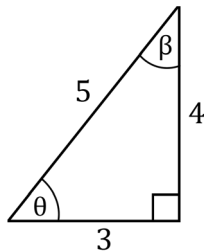
$$b^2 = a^2 + c^2 - ac \cos \angle B$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - bc \cos \angle A$$



สามเหลี่ยมที่ควรรู้จัก

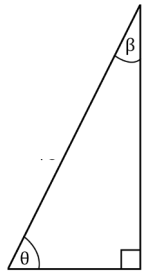
- สามเหลี่ยม 3, 4, 5



- สามเหลี่ยม 1, 3, $\sqrt{10}$



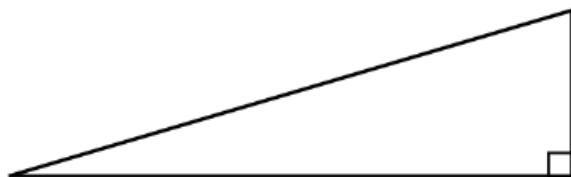
- สามเหลี่ยม 1, 7, $\sqrt{50}$



- สามเหลี่ยม 1, 2, $\sqrt{5}$



- สามเหลี่ยม 7, 24, 25



- 1) ถ้า $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{1}{2}$ และ $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{3}{4}$
แล้วค่าของ $\tan \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} \right)$ เท่ากับเท่าไร (สอวน.ศูนย์สวนกุหลาบฯ ปี 2544)

- 2) กำหนดให้ $\frac{\cos x(\sec x - \cos x)}{\sin x(\csc x - \sin x)} = \frac{2 \sin x \cos x}{1 + \cos^2 x - \sin^2 x}$
แล้ว x เท่ากับกี่องศา (สอวน.ศูนย์สวนกุหลาบฯ ปี 2545)

- 3) ชายคนหนึ่งอยู่บนดาดฟ้าตึก มองเห็นรถ 4 คัน จอดเรียงเป็นแนวเส้นตรงด้วยมุมก้ม $60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$ และ 15° ตามลำดับ ถ้ารถคันที่หนึ่งอยู่ใกล้ตึกมากที่สุด และอยู่ห่างจากคันที่สอง 3 เมตร แล้วรถคันที่สามห่างจากรถคันที่สี่เท่ากับกี่เมตร (สอวน.ศูนย์สวนกุหลาบฯ ปี 2545)

- 4) จงหาค่าของ $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \cdots + \sin^2 180^\circ$
(สอวน. ปี 2550)

- 5) กำหนดให้ $\frac{\sin^4 A}{32} + \frac{\cos^4 A}{28} = \frac{1}{60}$ ถ้า $\frac{32^{11}}{\sin^{20} A} + \frac{28^{11}}{\cos^{20} A} = m^n$
เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ ห.ร.ม. ของ m และ n เท่ากับ 1
แล้วค่าของ $m + n$ เท่ากับเท่าใด

6) จงหาค่าของ $\sin 18^\circ \times \sin 54^\circ$ (สอวน. ปี 2552)

7) ถ้า $\sin A + \cos A = \sqrt{2}$ แล้ว $\frac{3 \sin^2 A - 2 \cos^2 A}{\tan^2 A}$ เป็นเท่าใด

8) กำหนด $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่แต่ละด้านยาวไม่เท่ากันเลย

โดยมี $BC = 8, CD = 12, AD = 10$ และ $\hat{A} = \hat{B} = 60^\circ$

จงหาความยาวของ AB

- 9) กำหนด ABC เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าและ P เป็นจุดภายใน $\triangle ABC$
ถ้า $PA = 4, PB = 5$ และ $PC = 3$ จงหาความยาวของด้านของ $\triangle ABC$

10) จากภาพ จงหา x

