NÁRODNÍ SROVNÁVACÍ ZKOUŠKY

Matematika

TEST Z DUBNA II 2022

Datum konání zkoušky: 30. dubna 2022
Počet řešitelů testu: 1257
Počet úloh: 35
Průměrná vynechanost: 21,4 %
Správné odpovědi jsou vyznačeny.

Max. možné skóre: 35
Max. dosažené skóre: 34
Min. možné skóre: -8,8
Min. dosažené skóre: -5,0
Průměrné skóre: 13,8

Zopakujte si základní informace ke zkoušce:

- Test obsahuje 35 úloh a na jeho řešení máte 90 minut čistého času.
- V průběhu testu můžete používat přiložené vzorce, prázdný sloupec je určen na vaše poznámky.
- U každé úlohy je jen jedna správná odpověď.
- Za každou správnou odpověď získáte bod, za špatnou část bodu ztrácíte.

Kvadratická rovnice: $ax^2+bx+c=0$; $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$; $x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$; $a\neq 0$

Goniometrické funkce:

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{cotg} x=1,\ x\neq k\cdot\dfrac{\pi}{2}$

$\sin 2x=2\cdot\sin x\cdot\cos x$; $\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$; $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

$\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\operatorname{cotg} x=\dfrac{\cos x}{\sin x},\ x\neq k\pi$

$\operatorname{cotg}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\operatorname{tg} x=\dfrac{\sin x}{\cos x},\ x\neq(2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

$\sin(x\pm y)=\sin x\cdot\cos y\pm\cos x\cdot\sin y$

$\cos(x\pm y)=\cos x\cdot\cos y\mp\sin x\cdot\sin y$

$\left|\sin\dfrac{x}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{2}}$; $\left|\cos\dfrac{x}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{2}}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos x	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometrie: sinová věta: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\dfrac{b}{c}=\dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$

kosinová věta: $a^2=b^2+c^2-2b\cdot c\cdot\cos\alpha$; $b^2=a^2+c^2-2a\cdot c\cdot\cos\beta$; $c^2=a^2+b^2-2a\cdot b\cdot\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x\cdot y)=\log_z x+\log_z y$; $\log_z\dfrac{x}{y}=\log_z x-\log_z y$; $\log_z x^k=k\cdot\log_z x$; $\log_z x=y\Leftrightarrow x=z^y$

Aritmetická posloupnost: $a_n=a_1+(n-1)\cdot d$; $s_n=\dfrac{n}{2}(a_1+a_n)$

Geometrická posloupnost: $a_n=a_1\cdot q^{n-1}$; $s_n=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$

Geometrická řada: $s=a_1\cdot\dfrac{1}{1-q},\ |q|<1$

Kombinatorika: $P(n)=n!$; $V(k,n)=\dfrac{n!}{(n-k)!}$; $C(k,n)=\dbinom{n}{k}=\dfrac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$; $\dbinom{n}{k}=\dbinom{n}{n-k}$; $\dbinom{n}{k}+\dbinom{n}{k+1}=\dbinom{n+1}{k+1}$

$P'(n_1,n_2,...,n_k)=\dfrac{(n_1+n_2+...+n_k)!}{n_1!n_2!\dots n_k!}$; $V'(k,n)=n^k$; $C'(k,n)=\dbinom{n+k-1}{k}=\dbinom{n+k-1}{n-1}$

Binomická věta: $(a+b)^n=a^n+\dbinom{n}{1}a^{n-1}\cdot b+\dbinom{n}{2}a^{n-2}\cdot b^2+....+\dbinom{n}{n-1}a\cdot b^{n-1}+b^n$

Analytická geometrie: velikost vektoru: $\vec{u}=(u_1;u_2)$ je: $|\vec{u}|=\sqrt{u_1^2+u_2^2}$

Kosinus odchylky α přímek p_1: $a_1\cdot x+b_1\cdot y+c_1=0$ a p_2: $a_2\cdot x+b_2\cdot y+c_2=0$ je $\cos\alpha=\dfrac{|a_1\cdot a_2+b_1\cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$

Vzdálenost bodu $M[m_1;m_2]$ od přímky p: $ax+by+c=0$ je $|Mp|=\dfrac{|a\cdot m_1+b\cdot m_2+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Středový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2+(y-n)^2=r^2$; elipsy: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $e^2=a^2-b^2$

Středový tvar rovnice hyperboly: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}-\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $-\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $e^2=a^2+b^2$

Vrcholová rovnice paraboly: $(y-n)^2=\pm 2p\cdot(x-m), F\left[m\pm\dfrac{p}{2};n\right]$; $(x-m)^2=\pm 2p\cdot(y-n), F\left[m;n\pm\dfrac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy těles:

	Kvádr	Válec	Jehlan	Kužel	Koule
Objem	$a\cdot b\cdot c$	$\pi\cdot r^2\cdot v$	$\frac{1}{3}S\cdot v$	$\frac{1}{3}\pi\cdot r^2\cdot v$	$\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi\cdot r\cdot(r+v)$	$S+Q$	$\pi\cdot r\cdot(r+s)$	$4\pi\cdot r^2$

Matematika

1.

Katka nasypala do misky 30 lentilek, kromě nich má k dispozici dostatek lentilek mimo misku. Vždy po 4 minutách Katka čtyři lentilky z misky sní a současně vždy po 7 minutách si sedm lentilek do misky přidá. Celkem kolik lentilek bude v misce po 25 minutách?

(A) 10
(B) 18
(C) **27**
(D) 31
(E) 33

2.

Bára má k dispozici 90 menších a 40 větších kamínků, z nichž bude vyrábět právě jeden ze dvou druhů šperků: buď náušnice, nebo prsteny. Na jeden pár náušnic potřebuje 10 menších a 10 větších kamínků a na jeden prsten 15 menších a 5 větších kamínků. Náušnice by pak prodávala za 30 korun za jeden pár a prsteny za 25 korun za kus. Kolik by mohla Bára nejvíce vydělat, pokud by prodala vše, co vyrobila?

(A) méně než 120 korun
(B) 120 korun
(C) **150 korun**
(D) 200 korun
(E) 270 korun

3.

Jedno vstupné do aquaparku stojí A korun, jedno vstupné do multikina stojí M korun (obě hodnoty jsou větší než nula). Pět vstupných do aquaparku stojí stejně jako sedm vstupných do multikina. Která z následujících rovností uvedenou situaci popisuje?

(A) $\frac{A}{7} = 5M$

(B) $A = \frac{5}{7}M$

(C) $5A = \frac{M}{7}$

(D) $M = \frac{5}{7}A$

(E) $M = \frac{A}{5 \cdot 7}$

4.

Kolikrát je $0{,}04^3$ menší než 0,064?

(A) 10krát
(B) 100krát
(C) **1 000krát**
(D) 10 000krát
(E) 40 000krát

5.

Krychli o hraně dlouhé 1 metr rozřežeme na malé krychličky o hranách dlouhých 2 centimetry a všechny je sestavíme do řady těsně za sebe. Tím dostaneme dlouhou tyč o čtvercovém průřezu s délkou strany 2 cm. Jak dlouhá bude tato tyč?

(A) 5 m
(B) 50 m
(C) 100 m
(D) 1 km
(E) **2,5 km**

6.

V sadu je *j* jabloní a *h* hrušní. Platí vztah:

$j - 2 = 3h$

Které z následujících tvrzení vyplývá z uvedeného vztahu?

(A) Pokud v sadu náhodně vybereme jeden strom, je více než třikrát pravděpodobnější, že to bude hrušeň, než že to bude jabloň.
(B) **Pokud bychom z každé hrušně natrhali tři hrušky a z každé jabloně jedno jablko, bylo by hrušek o 2 méně než jablek.**
(C) Kdyby byly stromy v sadu zasázeny v řadách po třech hrušních a jedné jabloni, dvě jabloně by zbyly.
(D) Kdyby v sadu bylo o dvě jabloně méně, bylo by zde právě třikrát více hrušní než jabloní.
(E) Kdyby bylo v sadu třikrát více hrušní, bylo by jich zde právě o dvě více než jabloní.

7.

Doporučená cena knihy je 500 korun, knihkupec ji prodává o 10 % levněji. Zákazník má kupón na 20% slevu z prodejní ceny knihkupce. O kolik procent doporučené ceny je cena pro zákazníka s kupónem nižší?

(A) o 14 %
(B) o 15 %
(C) o 18 %
(D) **o 28 %**
(E) o 30 %

8.

Která z nabídnutých částí výrazu patří do následujícího vztahu na místo vyznačené podtržením, aby platila rovnost?

$$2 - b(2 - a) = \underline{\qquad} + ab - 1$$

(A) $2 - 2b$
(B) $2b + a + ab$
(C) $\mathbf{3 - 2b}$
(D) $2b - 2$
(E) $3 + ab$

9.

Operace @ je definována vztahem $a@b = 3(a + b) - 2ab$. Čemu se rovná b, jestliže $1@b = 6$?

(A) -9
(B) -3
(C) $\frac{1}{6}$
(D) **3**
(E) 4

10.

Zkouška je hodnocena podle tří kritérií, a to písemné části, ústní části a docházky na semináře. V každém kritériu může student získat 0 až 10 bodů, přičemž různá kritéria mají různou váhu. Konečný počet bodů za zkoušku Z se počítá jako vážený aritmetický průměr počtu bodů P za písemnou část, počtu bodů U za ústní část a počtu bodů D za docházku. Student složil zkoušku, pokud jeho konečný počet bodů Z je alespoň 7 bodů. Platí vztah:

$$Z = \frac{40P + 40U + 20D}{100}$$

Který z následujících studentů může složit zkoušku?

(A) student se 6 body za každé kritérium
(B) student s 2 body za písemnou část
(C) **student s 1 bodem za docházku**
(D) student se 6 body za písemnou a 6 body za ústní část
(E) student s 10 body za písemnou a 2 body za ústní část

11.

Jsou-li a, b dvě cifry takové, že číslo s dekadickým zápisem „1a3754b“ je dělitelné číslem 90, pak platí:

(A) $a = 0$, $b = 0$
(B) $a = 1$, $b = 0$
(C) $\boldsymbol{a = 7, b = 0}$
(D) $a = 1$, $b = 5$
(E) $a = 2$, $b = 5$

12.

Jsou dány tři množiny A, B, C tak, že platí

$$A \cap (B \setminus C) = \emptyset .$$

Pak nutně také platí:

(A) $A \cap B = \emptyset$
(B) $A \cap C = \emptyset$
(C) $A \cap B \subseteq C$
(D) $A \cap C \subseteq B$
(E) $A \cap B \cap C = \emptyset$

Matematika

13.

Sešla se skupina kamarádů. Tři z nich rádi čtou, čtyři z nich jsou výborní plavci a pět z nich umí malovat. Přitom neexistuje nikdo, kdo by byl zároveň výborný plavec i rád četl, a též neexistuje nikdo, kdo by rád četl a zároveň uměl malovat. Počet členů této skupiny **nemůže být**:

(A) **7**
(B) 8
(C) 9
(D) 10
(E) 11

14.

Je-li číslo x z intervalu $(-1; 0)$, je z čísel x, x^2, $\sqrt[3]{x}$, $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$ nejmenší číslo:

(A) x
(B) x^2
(C) $\sqrt[3]{x}$
(D) $\frac{1}{x}$
(E) $\frac{1}{x^2}$

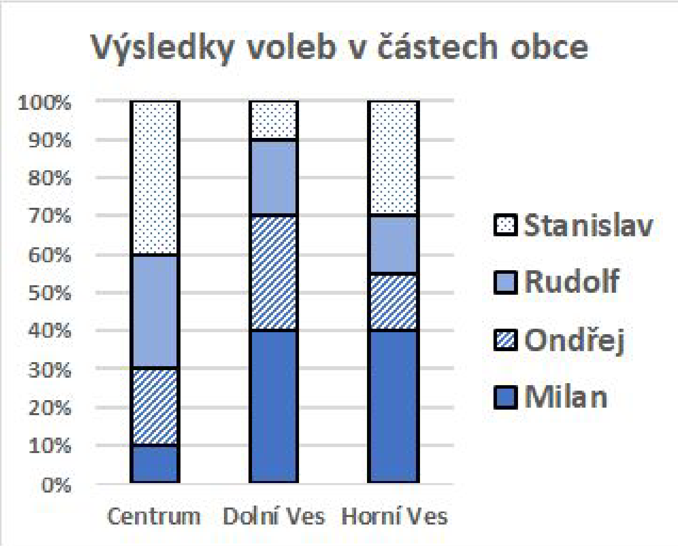
15.

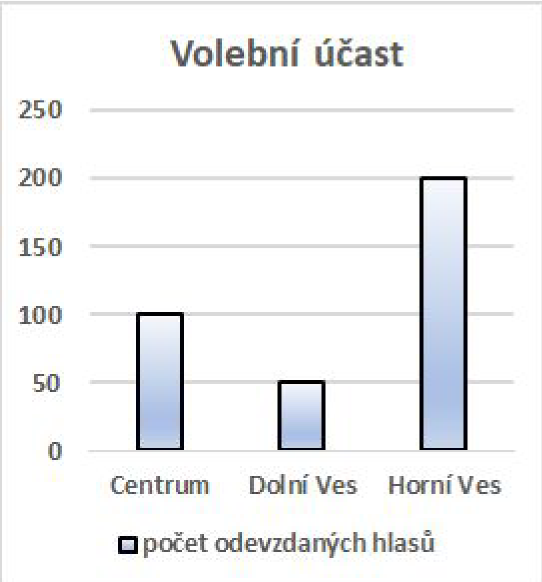
Výraz $\frac{x^2-3x-5}{x+2}$ je pro každé $x \neq -2$ roven:

(A) $x+1-\frac{3}{x+2}$
(B) $x^2-3x-\frac{5}{x+2}$
(C) $x-5+\frac{15}{x+2}$
(D) $x-5+\frac{5}{x+2}$
(E) $x-\frac{5}{x+2}$

16.

Grafy zachycují, jak dopadly volby v jednotlivých částech obce. První graf znázorňuje, jaký podíl odevzdaných hlasů získal každý ze čtyř kandidátů (Stanislav, Rudolf, Ondřej, Milan). Jiní kandidáti ve volbách nebyli. Druhý graf znázorňuje počet odevzdaných hlasů.





Které z následujících tvrzení je na základě daných informací pravdivé?

(A) Stanislav obdržel v okrsku Centrum stejný počet hlasů jako v okrsku Dolní Ves.

(B) Ondřej dostal v okrsku Dolní Ves více hlasů než v okrsku Horní Ves.

(C) V okrsku Horní Ves získal Milan 40 hlasů.

(D) **V okrscích Centrum a Horní Ves získal Milan dohromady méně hlasů než Stanislav.**

(E) V okrsku Horní Ves získal Rudolf méně hlasů než v okrsku Centrum.

Matematika

17.

Výraz $1+2^5+4^5$ je roven:

(A) 2^{15}

(B) 2^{50}

(C) 8^5

(D) $\dfrac{2^{15}+1}{2^5+1}$

(E) $\dfrac{2^{15}-1}{2^5-1}$

18.

Označme k počet způsobů, jakým lze rozdělit m rozlišitelných předmětů do tří nerozlišitelných krabic. Pak počet způsobů, jakým lze m rozlišitelných předmětů rozdělit do tří rozlišitelných krabic, je roven:

(A) k^3
(B) $3k$
(C) $6k$
(D) k^2
(E) $\dbinom{k}{3}$

19.

Počet různých způsobů, jak seřadit čísla

1, 2, 3, 4, 5, 6

tak, aby se pravidelně střídala sudá a lichá čísla, je:

(A) 36
(B) **72**
(C) 108
(D) 144
(E) 180

20.

Vybereme-li náhodně dvojici (různých) vrcholů krychle, pravděpodobnost, že se nejedná o vrcholy spojené hranou krychle, je rovna:

(A) $\dfrac{1}{8}$

(B) $\dfrac{2}{5}$

(C) $\dfrac{1}{2}$

(D) $\dfrac{4}{7}$

(E) $\dfrac{5}{6}$

Matematika

21.

Číslo

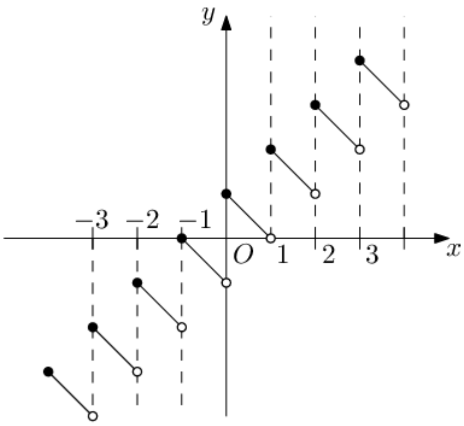
$$\log_2\left(\frac{\log_3\left(2^6\right)}{\log_3\left(2^3\right)}\right)$$

je rovno:

(A) 1
(B) $\log_3 2$
(C) $\log_2 3$
(D) $\log_3 6$
(E) $\log_6 3$

22.

Na obrázku je znázorněna část grafu funkce definované na všech reálných číslech. Středy všech rovnoběžných úseček, z nichž se graf skládá, leží na ose prvního a třetího kvadrantu. Které z následujících tvrzení je pravdivé?



(A) **funkce je prostá**
(B) funkce je periodická
(C) funkce je lineární
(D) funkce je lichá
(E) Žádná z předchozích odpovědí není správná.

23.

Definičním oborem funkce $f: y = \sqrt{\dfrac{1-x^2}{\left|x^2-1\right|}}$ je množina:

(A) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
(B) $(-\infty; -1\rangle \cup \langle 1; +\infty)$
(C) $(-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$
(D) $(-1; 1)$
(E) $\langle -1; 1\rangle$

Matematika

24.

Rovnice $8\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^x = 2^{3x+2}$ má v $\mathbb{R}$ jediné řešení, a to:

(A) 0,10
(B) 0,15
(C) **0,20**
(D) 0,25
(E) 0,30

25.

Pokud pro kvadratickou funkci f platí, že $f(1) = f(3) = 0$ a $f(2) = 1$, pak $f(4)$ je rovno:

(A) $\mathbf{-3}$
(B) -1
(C) 0
(D) 1
(E) 2

26.

Jediné $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$,

pro něž platí $2\sin x = \text{tg}\, x$,

je rovno:

(A) $\frac{\pi}{8}$

(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{5}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

(E) $\frac{\pi}{3}$

27.

Výraz $\cos\frac{19}{3}\pi + \sin\frac{21}{4}\pi$ je roven:

(A) $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$

(B) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

(C) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

(E) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$

Matematika

28.

Rovnice $x^2 = |2x| - 1$ má v $\mathbb{R}$ právě:

(A) dva kladné a dva záporné kořeny
(B) dva kladné a jeden záporný kořen
(C) dva kladné a žádný záporný kořen
(D) jeden kladný a dva záporné kořeny
(E) **jeden kladný a jeden záporný kořen**

29.

Jednomu člověku trvá cesta z horského střediska na vrchol hory a zpět 10 h. Druhému člověku, který jde nahoru dvakrát rychleji, ale dolů dvakrát pomaleji než první člověk, trvá cesta 11 h. Jak dlouho trvá cesta třetímu člověku, který jde nahoru třikrát rychleji a dolů třikrát pomaleji než první člověk?

(A) 12 h
(B) 13 h
(C) **14 h**
(D) 15 h
(E) 16 h

30.

Z posloupností s n-tým členem, kde $n \geq 1$,

$a_n = |n - 100|$,

$b_n = 100 - n$,

$c_n = 2$,

$d_n = 1 + \sqrt{n}$,

$e_n = |n + 100|$,

jsou aritmetické právě tyto tři:

(A) (b_n), (c_n), (e_n)
(B) (a_n), (b_n), (c_n)
(C) (a_n), (c_n), (d_n)
(D) (b_n), (c_n), (d_n)
(E) (a_n), (d_n), (e_n)

Matematika

31.

V geometrické posloupnosti (a_n) je $a_5 = 10$, $a_7 = 13$. Člen a_{15} je:

(A) $\frac{13^4}{10^3}$

(B) $\frac{13^4}{10^4}$

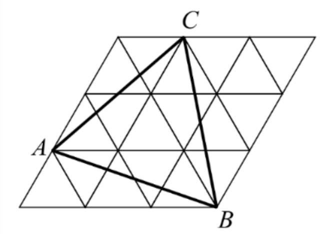
(C) $\frac{13^4}{10^5}$

(D) $\boxed{\frac{13^5}{10^4}}$

(E) $\frac{13^5}{10^5}$

32.

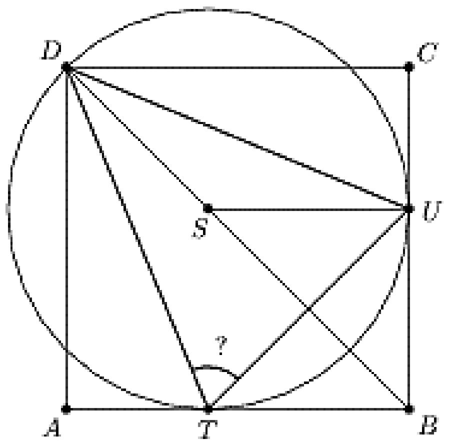
V síti tvořené rovnostrannými trojúhelníčky o obsahu 1 je obsah trojúhelníka *ABC* roven:



(A) 6
(B) 6,5
(C) **7**
(D) 7,5
(E) 8

33.

Na úhlopříčce *BD* čtverce *ABCD* je dán bod *S* tak, že kružnice se středem v *S* procházející bodem *D* se dotýká stran *AB*, *BC* po řadě v bodech *T*, *U*. Velikost úhlu *UTD* je rovna:



(A) 45°
(B) 60°
(C) **67,5°**
(D) 75°
(E) 80°

34.

Rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník o odvěsnách délek 10 cm se otočí kolem jedné odvěsny o 90°. Objem vzniklého tělesa je:

(A) $\frac{10^3}{6}$ cm^3
(B) $\frac{10^3}{3}$ cm^3
(C) $\boxed{\frac{10^3\pi}{12}\ \mathbf{cm^3}}$
(D) $\frac{10^3\pi}{6}$ cm^3
(E) $\frac{10^3\pi}{3}$ cm^3

35.

O kuželosečce s obecnou rovnicí $25x^2 + 9y^2 - 225 = 0$ tvrdíme:

I. Jde o elipsu se středem v počátku.
II. Jde o elipsu s hlavní poloosou o velikosti 5.
III. Jde o elipsu s ohniskem [0, −4].

Platí:

(A) žádné tvrzení
(B) pouze tvrzení I., II.
(C) pouze tvrzení I., III.
(D) pouze tvrzení II., III.
(E) **všechna tvrzení**