Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem

Přírodovědecká fakulta

Návrh optimálního dopravního plánu pro soustavu výroben a prodejen

Vypracoval: Martin Zeman

Ústí nad Labem 2024

Obsah

1 Motivace **3**

2 Formulace **4**

3 Řešení **5**

4 Zhodnocení **7**

1 Motivace

Představme si situaci, kdy řídíme firmu poskytující dopravní a logistické služby. Obdrželi jsme zakázku, jejímž obsahem je přeprava produktu z určitého počtu výroben do jiného počtu prodejen. Každá prodejna má svou poptávku, která musí být uspokojena. Každá výrobna je omezena množstvím produktu, které je schopna maximálně vyrobit. Výrobny a prodejny jsou navíc navzájem různě vzdáleny.

Je zřejmé, že toto lze řešit nejedním způsobem, přičemž některá řešení budou nutně lepší než jiná. Hledisek, jakými tato řešení hodnotit, je také několik. Nás bude coby manažery zajímat minimalizace nákladů – chceme najít takový dopravní plán, aby naši kurýrové ujeli co nejmenší vzdálenost, přičemž musíme uspokojit poptávky jednotlivých prodejen a nepřekročit produkční limity jednotlivých výroben.

2 Formulace

Než se začneme zabývat řešením našeho problému, je nutné ho určitým způsobem formalizovat, tj. vytvořit matematický model, který by účelně zachycoval a popisoval řečenou situaci.

Zásadní význam má pro nás diverzita vzdáleností mezi jednotlivými výrobnami a prodejnami. Pokud by mezi nimi neexistovaly rozdíly, otázka optimalizace by nedávala smysl (všechna řešení by byla stejně vhodná). Vzdálenosti budeme vyjadřovat pomocí distanční matice $\mathbf{d}$, kde libovolný prvek d_{ij} je roven vzdálenosti mezi i-tou výrobnou a j-tou prodejnou.

Možná řešení budeme reprezentovat přepravní maticí $\mathbf{a}$, kde libovolný prvek a_{ij} je roven množství produktu, které bude dopraveno z i-té výrobny do j-té prodejny. Všimněme si, že do modelu nezahrnujeme např. kapacitu dopravního prostředku – některé proměnné nemají na výsledek roli.

Při hledání optimálního řešení jsme omezeni následujícími podmínkami:

- Součet prvků v libovolném řádku nesmí překročit produkci odpovídající výrobny.
- Součet prvků v libovolném sloupci musí být větší roven poptávce odpovídající prodejny.

Nákladnost možného řešení získáme jako skalární součin[1] matic **d** a **a**. Optimální řešení je takové, které má z možných řešení nejmenší nákladnost.

[1] V matematice zavádíme skalární součin pouze pro vektory. V informatice ale nerozlišujeme mezi vektorem a maticí – stále se jedná o roznásobení po složkách a sečtení výsledků.

3 Řešení

Pokusíme se najít optimální dopravní plán pro soustavu tří výroben a čtyř prodejen pomocí tabulkového kalkulátoru MS Excel.[2] Distanční matici, poptávky a maximální produkce nám udává obrázek 1.

	A	B	C	D	E	F
1		Distanční matice				
2		P1	P2	P3	P4	Maximální produkce
3	V1	1	4	6	8	300
4	V2	3	3	9	10	220
5	V3	9	7	5	4	130
6	Poptávka	190	70	120	85	

Obrázek 1: Počáteční podmínky řešené soustavy

Přidáme místo pro přepravní matici (zatím prázdné) a připravíme si také buňku, do které budeme počítat nákladnost řešení pomocí funkce `SOUČIN.SKALÁRNÍ()`. Dále doplníme součty v řádcích a sloupcích, které získáme funkcí `SUMA()`. Obrázek 2 zobrazuje přepravní matici a vzorce použité v jednotlivých polích.

8		Optimální řešení				
9		P1	P2	P3	P4	Součet v řádcích
10	V1					=SUMA(B10:E10)
11	V2					=SUMA(B11:E11)
12	V3					=SUMA(B12:E12)
13	Součet v sloupcích	=SUMA(B10:B12)	=SUMA(C10:C12)	=SUMA(D10:D12)	=SUMA(E10:E12)	
14	Nákladnost					=SOUČIN.SKALÁRNÍ(B3:E5;B10:E12)

Obrázek 2: Vzorce použité k řešení soustavy

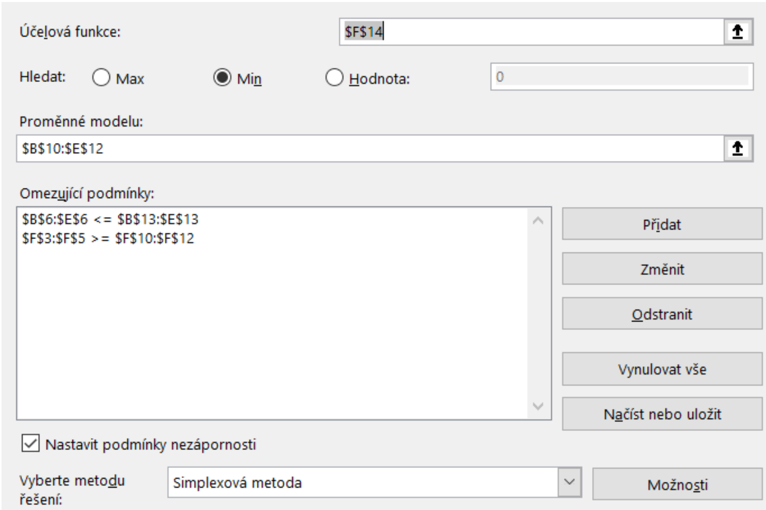
V tuto chvíli je vhodné udělat odbočku a krátce seznámit čtenáře s nástrojem, kterého budeme využívat, tj. **Řešitel**. Používá se v úlohách typu optimalizace, regrese a jiné. Je nutné si uvědomit, že Řešitel pracuje se třemi základními kategoriemi:

- proměnné, jejichž manipulací se pohybujeme v prostoru možných řešení;
- podmínky, které kladou nároky na to, jak má hledané řešení vypadat;
- účelová funkce, která slouží k ohodnocení řešení (hledáme takové, které má největší/nejmenší skóre).

V našem kontextu je proměnnou přepravní matice, podmínkami nepřekročení maximální produkce a uspokojení poptávky a účelovou funkcí nákladnost (čím menší, tím lepší – hledáme minimum).

[2] Autor zde předpokládá základní znalost softwaru, postupy budou proto okomentovány pouze zběžně.

S ohledem na předchozí odstavec otevíráme Řešitele a vyplňujeme povinná pole. Nezapomínáme na podmínky nezápornosti – nelze převézt záporné množství produktu. Náš problém je lineární[3], jako metodu řešení proto volíme **simplexovou metodu**. Nastavení Řešitele zobrazuje obrázek 3 a jeho výstup potom obrázek 4.



Obrázek 3: Parametry řešitele

8		Optimální řešení				
9		P1	P2	P3	P4	Součet v řádcích
10	V1	190	0	75	0	265
11	V2	0	70	0	0	70
12	V3	0	0	45	85	130
13	Součet v sloupcích	190	70	120	85	
14	Nákladnost					1415

Obrázek 4: Výsledek nalezený řešitelem

[3]Toto poznáme tak, že jsme během tvorby tabulky nepoužívali nelineární funkce typu sinus apod.

4 Zhodnocení

Nalezli jsme optimální dopravní plán; zbývá jen interpretovat výsledky. Z obrázku 4 je patrné například to, že každá výrobna zásobuje pouze jednu až dvě prodejny. Tento poznatek lze potenciálně zúročit při návrhu schémata komunikace nebo managementu – dopravní plán není provázaný, lze ho rozdělit na několik menších celků.

Dále stojí za to poznamenat, že zatímco druhá a třetí výrobna pracují naplno, první (a největší) zbývá ještě malá rezerva. Na základě toho lze buď snížit produkci, nebo například investovat volné zdroje jinam. Je samozřejmé, že důsledky nalezeného řešení se budou v praxi lišit případ od případu – snažíme se zde pouze poukázat na to, jak mohou být tato vedlejší zjištění důležitá.

Toto byla tedy ukázka optimalizace v MS Excel.