

深圳市高级中学高中园 2025 届高三下学期第一次模拟考试
(数学)

注意事项:

- 1、答第一卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目用铅笔涂写在答题卡上.
- 2、每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动用橡皮擦干净后, 再涂其它答案, 不能答在试题卷上.
- 3、考试结束, 监考人员将答题卡收回.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | 0 < x^2 < 3\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{-1, 1\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1\}$
2. 若 $z = 1 + i$, 则 $|z^2 - z| =$ ()
A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2
3. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $\vec{a} + \vec{b} = (2, 3)$, $\vec{a} - \vec{b} = (2, -1)$, 则 $|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 =$ ()
A. -2 B. -1 C. 0 D. 1
4. $\tan 195^\circ =$ ()
A. $-2 - \sqrt{3}$ B. $-2 + \sqrt{3}$ C. $2 - \sqrt{3}$ D. $2 + \sqrt{3}$
5. 已知直线 a, b 分别在两个不同的平面 α, β 内, 则“直线 a 和直线 b 平行”是“平面 α 和平面 β 平行”的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -9$, $a_3 = -1$. 记 $T_n = a_1 a_2 \cdots a_n (n = 1, 2, \cdots)$, 则数列 $\{T_n\}$ ()
A. 有最大项, 有最小项 B. 有最大项, 无最小项
C. 无最大项, 有最小项 D. 无最大项, 无最小项
7. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 A, 点 P, Q 均在 C 上, 且关于原点对称, 若直线 AP, AQ 的

斜率之积为 $-\frac{1}{4}$ ，则 C 的离心率为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

8. 已知直线 $l: ax + by - r^2 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 = r^2$ ，点 $A(a, b)$ ，则下列说法错误的是（ ）

- A. 若点 A 在圆 C 上，则直线 l 与圆 C 相切
B. 若点 A 在圆 C 内，则直线 l 与圆 C 相离
C. 若点 A 在圆 C 外，则直线 l 与圆 C 相离
D. 若点 A 在直线 l 上，则直线 l 与圆 C 相切

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9. 某物理量的测量结果服从正态分布 $N(10, \sigma^2)$ ，则下列结论中正确的是（ ）

- A. σ 越小，该物理量在一次测量中落在 $(9.9, 10.1)$ 内的概率越大
B. 该物理量在一次测量中大于10的概率为0.5
C. 该物理量在一次测量中小于9.99与大于10.01的概率相等
D. 该物理量在一次测量中结果落在 $(9.9, 10.2)$ 与落在 $(10, 10.3)$ 的概率相等

10. 已知 $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ ，下列说法中正确的是（ ）

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 2π
B. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增
C. 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ 时， $f(x)$ 的取值范围为 $\left[-\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right]$
D. $f(x)$ 的图象可由 $g(x) = \frac{1}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度得到

11. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ ，则（ ）

- A. 直线 BC_1 与 DA_1 所成的角为 90° B. 直线 BC_1 与 CA_1 所成的角为 90°
C. 直线 BC_1 与平面 BB_1D_1D 所成的角为 45° D. 直线 BC_1 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45°

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12. 二项式 $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^8$ 的展开式中的常数项是_____.

13. 已知双曲线 $C: x^2 - y^2 = 1$, 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 作倾斜角为 60° 的直线与双曲线 C 交于 M, N 两点, 则 $\triangle MNF_1$ 的周长为_____.

14. 学校要举办足球比赛, 现在要从高一年级各班体育委员中挑选 4 名不同的裁判员 (一名主裁判, 两名不同的助理裁判, 一名第四裁判), 其中高一共 13 个班, 每个班各一名体育委员, 共 4 个女生, 9 个男生, 要求四名裁判中既要有男生, 也要有女生, 那么在女裁判员担任主裁判的条件下, 第四裁判员是男生的概率为_____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

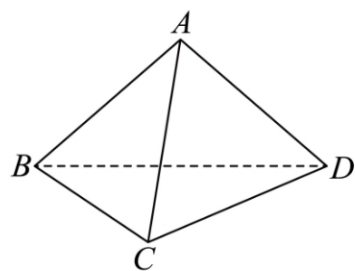
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 其中 $a = 7, b = 8, \cos B = -\frac{1}{7}$

- (1) 求 $\angle A$;
- (2) 求 AC 边上的高,

16. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$, 斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线 l 交抛物线于 M, N 两点, 且 $M(1, -2)$.

- (1) 求抛物线 C 的方程;
- (2) 试探究: 抛物线 C 上是否存在点 P , 使得 $PM \perp PN$? 若存在, 求出 P 点坐标; 若不存在, 请说明理由.

17. 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 已知 $AB = AC = CD = 2, BC = AD, AC \perp BD$.



- (1) 若 $BD = 2$, 求证: $AB \perp CD$;
- (2) 若 $BD = \frac{4\sqrt{6}}{3}$, 求直线 AB 与平面 ACD 所成角的正弦值.

18. 已知函数 $f(x) = \ln(e^{2x} + 1) - ax - |x|$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

- (1) 当 $a = 0$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 当 $a = 1$ 时, 证明: 曲线 $f(x)$ 是轴对称图形;

(3) 若 $f(x) \leq \ln 2$ 在 \mathbf{R} 上恒成立, 求 a 的取值范围.

19. 若数列 $\{a_n\} (1 \leq n \leq m+k, n \in \mathbf{N}^*, m, k \in \mathbf{N}^*)$ 满足 $a_n \in \{-1, 1\}$. 定义广义规范数列如下: $\{a_n\}$ 中共有 $m+k$ 项 ($m \geq k$), 其中 m 项为 -1 , k 项为 1 , 且对任意 $i \leq m+k$ 项, a_1, a_2, \dots, a_i 中的 -1 的个数不少于 1 的个数. 当 $m=k$ 时, 满足上述定义的数列称为规范数列. 记 $f(m, k)$ 表示“广义规范数列”的个数.

(1) 若 $\{a_n\}$ 既为等比数列, 又为规范数列, 求符合条件的所有 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $f(m, 2), \forall m > 2$; 进一步证明: 当 $m > k$ 时, $f(m, k) = f(m-1, k) + f(m, k-1)$;

(3) 当 $k=5$ 且 $m \geq 9$ 时, 记 P_{m+5} 表示 $m+5$ 项数列中符合广义规范数列的概率, 求证: $P_{m+5} \leq \frac{7}{64}$.

(提示: $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$)