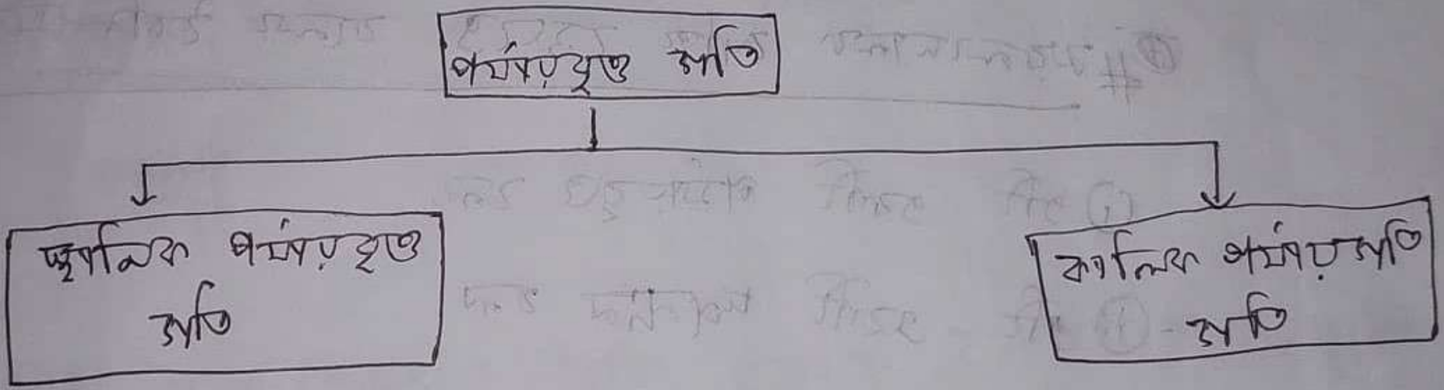
অধ্যায়-৮ (১ম পত্র) ① (i)

পর্যাবৃত্ত গতি

পর্যাবৃত্ত গতি: কোনো গতিশীল বস্তুর গতিপথ যদি এমন হয় যে, বস্তুটি এর গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক ~~দিক~~ থেকে নির্দিষ্ট সময় পর পর বার বার অতিক্রম করে, তবে সেই বস্তুর গতিকে পর্যায়বৃত্ত বৃত্ত গতি বলে।



স্পন্দন গতি: পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা তার পর্যায়কালের অর্ধেক একটি নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথের বিপরীত দিকে অতিক্রম করলে, সেই গতিকে স্পন্দন গতি বলে।

(ii) :

<u>সরলদোলন গতি:</u> যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে তার সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে তার গতিকে সরলদোলন গতি বলে।

$$\boxed{a \propto -x}$$

$$\boxed{a = -kx}$$

~~বৈশিষ্ট্য~~:

ⓐ # সরলদোলন গতি সৃষ্টিকারী বলের বৈশিষ্ট্য:

(i) এটি একটি পর্যায়বৃত্ত বল।

(ii) এটি একটি স্পন্দন বল।

(iii) যেকোনো অবস্থায় বলের মান সাম্যাবস্থা থেকে সরণের সমানুপাতিক। (প্রত্যয়নী বল)

(iv) বল একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী।

পূর্ণস্পন্দন: সরলদোলকের ববটি যেকোনো একটি ~~পূর্ণ স্পন্দন~~ সম্পূর্ণ অগ্র-পশ্চাৎ স্পন্দনকে পূর্ণস্পন্দন বলে।

পর্যায়কাল: একটি পূর্ণস্পন্দন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে, তাকে পর্যায়কাল বলে।
(T)

কম্পাঙ্ক: 1 s - এ যতগুলো পূর্ণস্পন্দন সম্পন্ন করে তাকে কম্পাঙ্ক বলে।

বিস্তার: সাম্যাবস্থান থেকে সর্বোচ্চ সরণকে বিস্তার বলে।

দশা! সরলদোলকের ববটির যেকোনো মুহূর্তের সরণ, গতি, দিক ইত্যাদিকে ~~তার~~ দশা বলে।

তরঙ্গদৈর্ঘ্য: একটি পূর্ণস্পন্দনে তরঙ্গ যতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করে, তাকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য (λ) বলে।

$$\boxed{v = f\lambda}$$

সরল দোলনগতির ব্যবকলনীয় সমীকরণ

$a \propto -x$

$\Rightarrow F \propto a \propto -x$

$\Rightarrow F \propto -x$

$\therefore \boxed{F = -kx}$

$\Rightarrow ma = -kx$

$\Rightarrow m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$

$a = \frac{dv}{dt}$

$v = \frac{dx}{dt}$

$\therefore a = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)$

$= \frac{d^2x}{dt^2}$

$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-k}{m} \cdot x$

$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$

$\boxed{\omega^2 = \frac{k}{m}}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0}$

②ⓘ

সরলছন্দিত গতির পর্যায়কাল

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{k}{m} \\ \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

সরলছন্দিত গতির কম্পাঙ্ক

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} =$$

$$\Rightarrow \boxed{f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

(ii)

সরল স্পন্দন গতির সমীকরণ

$$\boxed{x = A\sin(wt + \delta)}$$

$$\boxed{x = A\cos(wt + \delta)}$$

A = বিস্তার

δ = দশা

সরল স্পন্দনের গতির বেগ

$$\boxed{v = \frac{dx}{dt}}$$

$$x = a\sin(wt + \delta)$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = a\cos(wt+\delta)\frac{d}{dt}(wt + \delta)$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = a\cos(wt+\delta).w$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{dx}{dt}}\ \boxed{v = wa\cos(wt+\delta)}$$

$$\boxed{v = w\sqrt{A^2 - x^2}}$$

A = বিস্তার

x = সরণ

x = 0 হলে

$$v_{max} = w\sqrt{A^2 - 0}$$

$$\boxed{v_{max} = wA}$$

x = A হলে

$$v_{min} = w\sqrt{A^2 - A^2}$$

$$\boxed{v_{min} = 0}$$

(iii)

পর্যায়বৃত্ত গতির ত্বরণ

$$v = \omega A\cos(\omega t + \delta)$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\omega A\cos(\omega t + \delta)\right]$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \delta)\cdot\omega$$

$$\Rightarrow \boxed{a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \delta)}$$

$\sin(\omega t + \delta) = 1$ হলে

$a_{max} = \omega^2 A$

$\sin(\omega t + \delta) = 0$ হলে

$a_{min} = 0$

(iv)

পর্যায়বৃত্ত গতির বেগ ও ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক

$v = wA\cos(wt + \delta)$

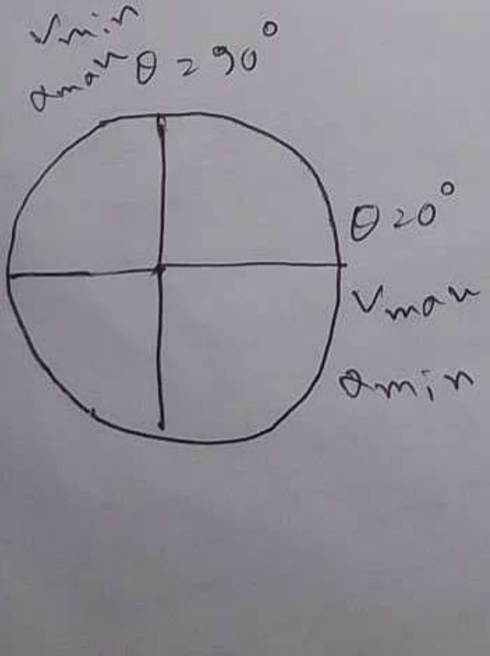
$= wA\cos\theta$

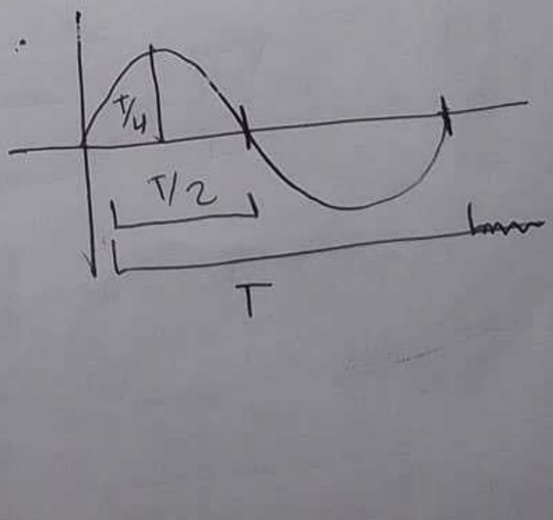
ধরি,
$wt + \delta = \theta$

$a = -w^2 A\sin(wt + \delta)$

θ = 0° হলে,	θ = 90° হলে,
$v_{max} = wA$	$v_{min} = 0$
$a_{min} = 0$	$a_{max} = w^2 A$

বৃত্তাকার পথে সরলস্পন্দন গতি





③ (i)

MATH

(কৌণিক বেগ)

\# $y = 10\sin(\omega t + \delta)$

(ক) কৌণিক কম্পাঙ্ক কত?

পর্যায়কাল, $T = 30\,s$

(খ) আদি দশা কত?

সরণ ~~[illegible]~~, ~~x~~ $= 0.05\,m$

$\Rightarrow$ (ক) ~~[illegible]~~

$$\therefore \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{30} = \frac{\pi}{15}\ rad\,s^{-1}$$

(Ans.)

দেওয়া আছে,

$T = 30\,s$

(খ) $\Rightarrow$

$$x = A\sin(\omega t + \delta)$$

$$\Rightarrow 0.05 = 10\sin\left(\frac{\pi}{15}\times 30 + \delta\right)$$

$$\Rightarrow 0.05 = 10\sin(2\pi + \delta)$$

$$\Rightarrow \sin\delta = \frac{0.05}{10}$$

$$\therefore \delta = 0.2865^\circ$$ (Ans.)

দেওয়া আছে,

$t = 30\,s$

$\omega = \frac{\pi}{15}\ rad\,s^{-1}$ [(ক) হতে]

$A = 10\,m$

(ii)

সরলদোলনগতির ক্ষেত্রে শক্তি

বিভবশক্তি

$$U = \int_0^x F\,dx$$

$$= \int_0^x kx\,dx$$

$$= k\int_0^x x\,dx$$

$$= \frac{k}{2}\left[x^2\right]_0^x$$

$$= \frac{k}{2}\left[x^2 - 0^2\right]$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}kx^2}$$

$$U = \frac{1}{2}k\left[A\sin(\omega t + \delta)\right]^2$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta)}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\cancel{k}\,m\omega^2 x^2}$$

গতিশক্তি

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{2} m \left[\omega A \cos(\omega t + \delta) \right]^2$$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \delta)} \qquad \boxed{\omega^2 = \frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{2} m \times \frac{k}{m} A^2 \cos^2(\omega t + \delta)$$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \delta)}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2)}$$

মোট শক্তি

$$E = U + K$$

$$= \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \delta)$$

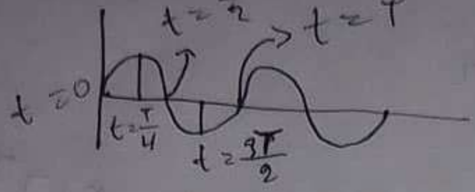
$$= \frac{1}{2} k A^2 \left[\sin^2(\omega t + \delta) + \cos^2(\omega t + \delta) \right]$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2} k A^2}$$

সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতিপথের যেকোনো বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি স্থির থাকে, তবে শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি মানে।

(iv)

Example



$t=\frac{T}{2}$ হলে,

$$U=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\delta)$$

$$=\frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{2}+\delta\right)$$

$$=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\pi+\delta)$$

$$K=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\delta)$$

$$=\frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{2}+\delta\right)$$

$$=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\pi+\delta)$$

$$\therefore E=U+K$$

$$=\frac{1}{2}kA^2\left[\sin^2(\pi+\delta)+\cos^2(\pi+\delta)\right]$$

$$\boxed{E=\frac{1}{2}kA^2}$$

~~মোট~~ শক্তি সংরক্ষনশীলতার নীতি

৪ (ঘ)

\# $t = \frac{3T}{4}$ ~~হলে~~ সময়ে, $E = ?$

$\Rightarrow$ আমরা জানি,

দেওয়া আছে,

$t = \frac{3T}{4}$

~~$\omega = 2\pi$~~

$$U = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \delta)$$

$$= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2\left(\omega \frac{3T}{4} + \delta\right)$$

$$= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2\left(\frac{3T\omega}{4} + \delta\right)$$

$$k = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \delta)$$

$$= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2\left(\omega \cdot \frac{3T}{4} + \delta\right)$$

$$= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2\left(\frac{3T\omega}{4} + \delta\right)$$

$$\therefore E = U + k$$

$$= \frac{1}{2} kA^2 \left[\sin^2\left(\frac{3T\omega}{4} + \delta\right) + \cos^2\left(\frac{3T\omega}{4} + \delta\right)\right]$$

ধরি,

$\frac{3T\omega}{4} + \delta = \theta$

$$= \frac{1}{2} kA^2 (\sin^2\theta + \cos^2\theta)$$

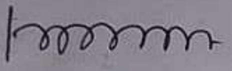
$$= \frac{1}{2} kA^2 \text{ (proved)}$$

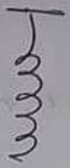
(ii)

স্প্রীং-এর গতি

বিন্যাস :

অনুভূমিক | উল্লম্ব





অনুভূমিক বিন্যাস :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

(গুরুত্বপূর্ণ)

$$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega} = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

উল্লম্ব বিন্যাস :

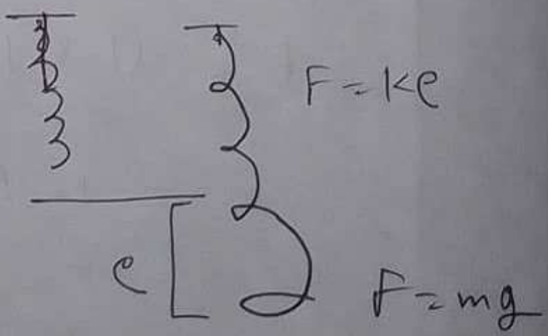
$$F = ke$$

$$\Rightarrow ke = mg$$

$$\Rightarrow \frac{e}{g} = \frac{m}{k}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

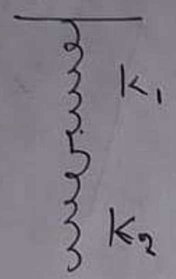
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}}$$



(Out of Book) (important Topic)

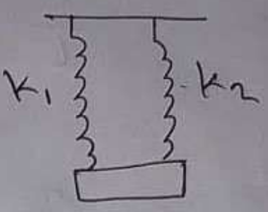
স্প্রিং-এর সংযোগ (দুটো স্প্রিং : ধ্রুবক)

(শ্রেণী সংযোগ)



$$\boxed{\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$$

(সমান্তরাল সংযোগ)



$$\boxed{k_p = k_1 + k_2}$$

MATH

$6\ Nm^{-1}$ ও $9\ Nm^{-1}$ বল ধ্রুবকের দুটি স্প্রিং-কে একবার শ্রেণীতে ও আরেকবার সমান্তরালে 1 kg ভরের একটি বস্তুর সাথে যুক্ত করা হলো। উভয় ক্ষেত্রে দোলনকাল (পর্যায়কাল) নির্ণয় কর।

(ii)

দেওয়া আছে,

$m = 1 kg$

~~[illegible]~~

$k_1 = 6 Nm^{-1}$

$k_2 = 9 Nm^{-1}$

$\Rightarrow$

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k_s} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9}$$

$$\therefore k_s = 3.6 \ Nm^{-1}$$

$$\therefore T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_s}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{1}{3.6}}$$

$$= 3.3115 \ s$$

$$\therefore k_p = k_1 + k_2$$

$$= 6 + 9 = 15 \ Nm^{-1}$$

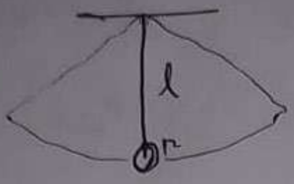
$$\therefore T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_p}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{1}{15}}$$

$$= 1.6223 \ s \quad \text{(Ans.)}$$

(৩)①

সরল দোলকের গতি



পর্যায়কাল, $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$

যেখানে, L = কার্যকর দৈর্ঘ্য

$\Rightarrow L = l + r$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\Rightarrow \boxed{g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}}$$

আমরা জানি,

$$g' = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \times g$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{g'}{g}} = \frac{R}{R+h}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{R+h}{R}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{g}{g'}} = 1 + \frac{h}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right) R}$$

(ii)

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow (i)$$

$$\therefore T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}} \rightarrow (ii)$$

(i) ÷ (ii)

$$\frac{T}{T'} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{L}{g} \times \frac{g'}{L}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}}$$

$$\Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\therefore \boxed{h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right) R}$$

(iii)

পৃথিবীর পৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের পর্যায়কাল 2s। দোলকটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে পর্যায়কাল হয় 2.4 s। পাহাড়ের উচ্চতা বের কর।

⇒

দেওয়া আছে,

$T = 2\ s$

$T' = 2.4\ s$

$R = 6.4 \times 10^6\ m$

$$\therefore h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right) R$$

$$= \left(\frac{2.4}{2} - 1\right) \times 6.4 \times 10^6$$

$$= 1.28 \times 10^6\ m$$

(Ans.)

সেকেন্ড দোলক

সংজ্ঞা: যে দোলকের পর্যায়কাল 2 sec তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

\# এভারেস্টের চূড়ায় সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল (8850 m) কত?

$\Rightarrow$

দেওয়া আছে,

$h = 8850\,m$

$$\therefore h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right) R$$

$$\Rightarrow \left(\frac{8850}{6.4\times10^{6}} + 1\right) \times 2 = T'$$

$$\Rightarrow \therefore T' = 2.0028\,s$$

(Ans.)

(ii) (i)

$$\Delta t = \left(\frac{T}{T'} - 1\right) \times 86400$$

$$= \left(\frac{2}{2.0028} - 1\right) \times 86400$$

$$= -120.8\ s$$

(Ans.)

সেকেন্ডদোলক দিনে n সেকেন্ড ধীরে $(-)$ ~~[illegible]~~ বা দ্রুত $(+)$ চললে

দোলনকাল = $\boxed{\dfrac{2 \times 86400}{86400 \pm n}}$

MATH

ভূপৃষ্ঠ হতে উচ্চতায় একটি n ~~[illegible]~~ সেকেন্ড দোলক দিনে কত সেকেন্ড সময় হারাবে?

দেওয়া আছে,

$h = 10,000\ m$

$T = 2\ s$

$$\therefore h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right) R$$

$$\Rightarrow \left(\frac{10000}{6.4 \times 10^6} + 1\right) T = T'$$

$$\therefore T' = 2.00312\ s$$

~~(Ans.)~~

(ii)

$$\therefore T' = \frac{2 \times 86400}{86400 - n}$$

$$\Rightarrow 86400 - n = \frac{2 \times 86400}{T'}$$

$$\Rightarrow n = 86400 - \frac{2 \times 86400}{2.003125}$$

$$\therefore n = 134.79 \text{ s}$$

(Ans.)

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] পরিবর্তিত হয়। [illegible] 12 cm দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট [illegible] 1.7 s।

(ক) কম্পাঙ্ক কত?

$$\Rightarrow (ক)\quad f = \frac{1}{T}$$

$$= \frac{1}{1.7} \text{ Hz}$$

(Ans.)

দেওয়া আছে,

$T = 1.7$ s

(iii)

(ঘ) স্প্রিং ধ্রুবক ?

দেওয়া আছে,

$m = 50 \times 10^{-3}\ kg$

$w = \frac{2\pi}{T}\ rad s^{-1}$

$T = 1.7$

$\Rightarrow$

$\therefore w^2 = \frac{k}{m}$

$\Rightarrow w^2 m = k$

$\therefore k = \left(\frac{2\pi}{1.7}\right)^2 \times 50 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

$= 0.683\ Nm^{-1}$ (Ans.)

(ঙ) সর্বোচ্চ বেগ?

দেওয়া আছে,

$A = 12\ cm$

$= 0.12\ m$

$w = \frac{2\pi}{T}$

$T = 1.7\ s$

$V_{max} = wA$

$= \frac{2\pi}{T} \times 0.12$

$= \frac{2\pi}{1.7} \times 0.12$

$= 0.4435\ ms^{-1}$ (Ans.)

(iv)

(ঘ) সর্বোচ্চ ত্বরণঃ

$a_{max} = \omega^2 A$

$= (3.696)^2 \times 0.12$

$= $ ~~1.93~~ $1.639 \ ms^{-2}$ (Ans.)

(ঙ) 0.06 m - এ বেগ কত?

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$= 3.696\sqrt{(0.12)^2 - (0.06)^2}$

$= 0.384 \ ms^{-1}$ (Ans.)

দেয়া আছে,

$x = 0.06$ m

(৭)(i)

(ঘ) 0.06 m-এ ত্বরণ কত?

$a = w^2 A \sin(wt + \delta)$

$= w^2 x$

$= (3.696)^2 \times 0.06$

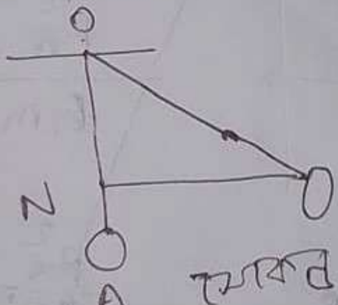
$= 0.8196 \text{ ms}^{-2}$

(Ans.)

দেওয়া আছে,

$x = 0.06$ m

#



OA = 2m

BN = 0.5m

সরল দোলকের ববের ভর = 5 g

(গ) দোলকটিকে চাঁদে নিয়ে যাওয়া হলো, পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের 81 গুণ ও 4 গুণ

(ঘ) চাঁদে দোলকটির দোলনকাল কত?

(iii)

⇒ ⓖ গ

$$\therefore g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$\therefore g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\therefore \frac{g_e}{g_m} = \frac{\frac{GM_e}{R_e^2}}{\frac{GM_m}{R_m^2}}$$

দেওয়া আছে,

$g_e = 9.8\ ms^{-2}$

ধরি

$M_{[illegible]} = M$ Kg

$\therefore M_e = 81 M_m$ Kg

$= 81M$ Kg

ধরি,

$R_m = R$ m

$\therefore R_e = 4R_m$ m

$= 4R$ m

$$\Rightarrow \frac{g_e}{g_m} = \frac{M_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{M_m}$$

$$= \frac{81M}{(4R)^2} \times \frac{R^2}{M}$$

$$= \frac{81}{16}$$

$$\therefore \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}.$$

$$\therefore T_m = \frac{9}{4} \times 2 = \frac{9}{2}\ s \quad \text{(Ans.)}$$

(ঘ) A ও B বিন্দুতে মোট শক্তি সংরক্ষিত থাকবে কিনা?

B বিন্দুতে, $E_B = U_B + K_B$

$= mg \cdot AN + 0$

$= mg \times AN$

A বিন্দুতে, $E_A = U_A + K_A$

$= 0 + \frac{1}{2} mv^2$

$= 0 + \frac{1}{2} m(u^2 + 2gh)$

$= mgh$

$= mg \times AN.$

$\therefore E_A = E_B$

∴ মোট শক্তি সংরক্ষিত থাকবে.

(Ans.)

(F)①

একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য উষ্ণতা প্রভাবের ফলে হ্রাস পায়। ফলে দোলকটি দিনে 10 s দ্রুত হয়ে যায়। পরিবর্তিত দোলনকাল কত?

দেওয়া আছে,

$n = 10\ s$

$$\therefore T' = \frac{2 \times 86400}{86400 + 10}$$

$$= 1.9998\ s$$

(Ans.)