

Proyecto 02: Diseño y Análisis de un Sistema de Control Realimentado

1st Marvin Castro Castro
Escuela de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Costa Rica.
San José, Costa Rica
C01884
marvin.castrocastro@ucr.ac.cr

2nd Ronny Granados Pérez
Escuela de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Costa Rica.
San José, Costa Rica
C03505
ronny.granadosperez@ucr.ac.cr

3rd Lorena Solís Extteny
Escuela de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Costa Rica.
San José, Costa Rica
B97657
lorena.solisextteny@ucr.ac.cr

Abstract—En este reporte se describe el procedimiento y los resultados para la implementación de un controlador PID estándar para manipular la posición de una bolita en una viga. En cuanto a resultados, se obtuvo un sistema que busca corregir el error, pero no logra eliminarlo por completo, y que muestra mejores resultados para valores deseados pequeños.

I. CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA

TABLE I
VARIABLES DE INTERÉS DEL SISTEMA

| Variables de interés | Descripción |
|----------------------------|---|
| Señal de control $u(s)$ | Valores a escribir en el servomotor 0 - 180 grados |
| Señal realimentada $y(s)$ | Posición de la bolita - Lectura del sensor ultrasónico (3 - 46 cm) |
| Perturbación $d(s)$ | Cambios repentinos en la posición de la bola por acción humana |
| Variable controlada $c(s)$ | Posición de la bolita en la viga |
| Variable manipulada $m(s)$ | ángulo del servomotor |

TABLE II
VALORES DE LECTURA MÁXIMOS Y MÍNIMOS PARA EL SENSOR ULTRASÓNICO HC-SR05

| Sensor | distancia mínima (cm) | distancia máxima (cm) |
|---------|-----------------------|-----------------------|
| HC-SR05 | 2 | 400 |

TABLE III
ÁMBITO DE CONTROL PARA EL SISTEMA DE CONTROL DE BOLA EN VIGA

| | Distancia mínima (cm) | Distancia máxima (cm) |
|------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Ámbito de control en la viga | 3 | 46 |

TABLE IV
VALORES MÍNIMOS Y MÁXIMOS PARA LA SEÑAL DE CONTROL $u(k)$

| | Valor mínimo | Valor máximo |
|-------------------------|--------------|--------------|
| Señal de control $u(k)$ | 0 | 180 |

II. OBTENCIÓN DEL MODELO DE LA PLANTA

Se utilizaron los modelos matemáticos propuestos en el artículo “ Mathematical Modeling, Simulation and Control of Ball and Beam System”de Hrishikesh y Kulkarni, y en “ Implementation of ball and beam system using classical and advanced control techniques” de Latif. et al.

Se tiene la función de transferencia

$$\frac{r(s)}{\alpha(s)} = \frac{5g}{7s^2} = \frac{7}{s^2} = P(s) \quad (1)$$

Donde $r(s)$ es la posición de la bolita en la viga, $\alpha(s)$ es el ángulo de la viga, y g es la gravedad. Este sistema se encuentra en unidades de metros, para nuestro, es necesario convertirlo a centímetros, multiplicando por 100.

$$P(s) = \frac{700}{s^2} \quad (2)$$

Además de este modelo, se puede obtener uno que relacione la posición de la bolita con el ángulo del servomotor $\theta(s)$. Esta opción es de mayor interés ya que se trabajará directamente con el ángulo del servomotor en el algoritmo de control.

$$\alpha = \theta \frac{d}{L}$$

- d : distancia brazo conectado al eje del servomotor: 0.015 m
- L : distancia de la conexión del servomotor en la viga, hasta el eje de la viga: 0.045 m

$$\alpha = \theta \cdot \frac{0.015}{0.045} = \theta \cdot 0.333$$

Reemplazando en 2

$$\frac{r(s)}{\theta(s) \cdot 0.333} = \frac{700}{s^2}$$

$$\frac{r(s)}{\theta(s)} = \frac{233.333}{s^2} \quad (3)$$

Este es el modelado que se utilizó para la planta.

III. OBTENCIÓN DEL CONTROLADOR

Conociendo la función de transferencia que modela la planta, se utilizó el siguiente código de Matlab para poder acceder a la herramienta `sisotool`:

Listing 1. Acceso a la herramienta `sisotool`

```
clear

s = tf('s');
Ps = (233.33)/s^2;

sisotool
```

Con ayuda de esta herramienta se pueden especificar el tiempo de asentamiento $t_{a2\%} < 5s$ y el sobrepaso máximo $M_{pn} < 15\%$ y en la sección de **Tuning Methods** se le indica que se desea construir un controlador PID. Hecho esto, se puede jugar con la ganancia para así obtener el tiempo de asentamiento menor al deseado y poder así obtener los parámetros del controlador. Se obtuvo, con la herramienta, un controlador PID serie sin filtro derivativo, sin embargo se muestra la función de transferencia $C(s)$ con dicho filtro:

$$C(s) = \frac{0.005(1.4s + 1)(1.4s + 1)}{s(0.14s + 1)} \quad (4)$$

A. Simulaciones Sin Filtro Derivativo

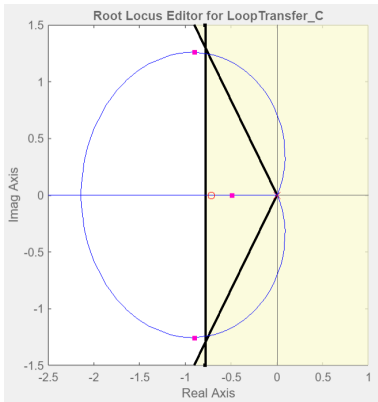


Fig. 1. Lugar Geométrico de las Raíces de la planta y el controlador.

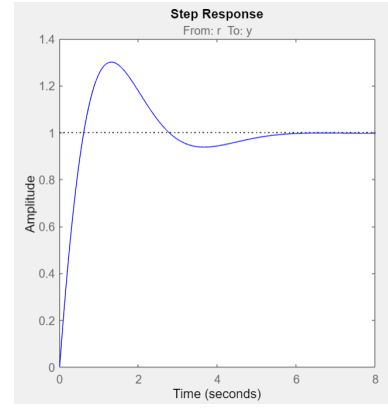


Fig. 2. Respuesta al Escalón de la planta y el controlador.

B. Simulaciones Con Filtro Derivativo

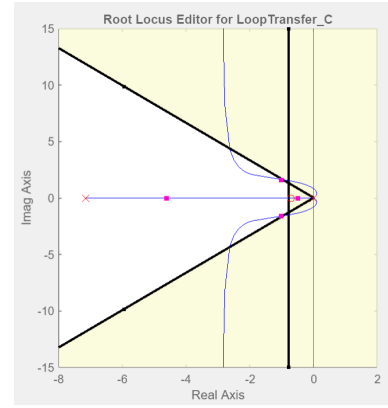


Fig. 3. Lugar Geométrico de las Raíces de la planta y el controlador.

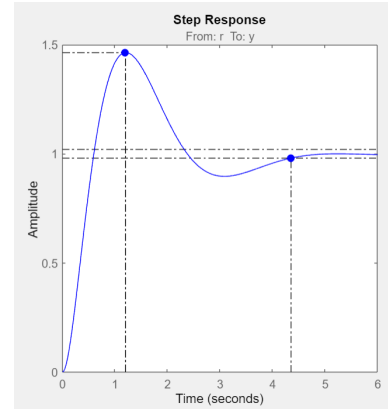


Fig. 4. Respuesta al Escalón de la planta y el controlador con Filtro Derivativo.

TABLE V
PARÁMETROS DEL CONTROLADOR PID SERIE.

| | |
|-------|-------|
| K_p | 0.007 |
| T_i | 1.4 |
| T_d | 1.4 |

Tal como se puede ver en las figuras anteriores se cumplen todas las especificaciones que son solicitadas en el enunciado para la construcción del controlador PID tanto con filtro derivativo como sin este, por lo tanto, se procede a discretizar su función de transferencia (ecuación 4) utilizando un tiempo de muestreo de 0.1 s y el método de Tustin, mediante el comando de Matlab `c2d()`, obteniéndose la siguiente función descretizada $C(z)$:

$$C(z) = \frac{0.0553z^2 - 0.103z + 0.0479}{z^2 - 1.474z + 0.4737} \quad (5)$$

Hecho esto, se simula el lazo cerrado en la herramienta `simulink` para analizar la respuesta de la planta en tiempo continuo con el controlador discretizado, de la siguiente manera:

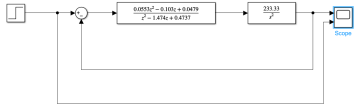


Fig. 5. Lazo cerrado con Controlador discreto en Simulink.

Del lazo cerrado anterior se obtiene la siguiente respuesta al escalón:

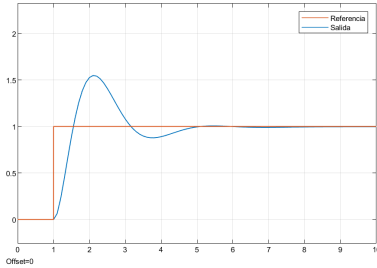


Fig. 6. Respuesta de la Simulación a Lazo cerrado con Controlador Discreto.

Una vez que se demuestra que el controlador funciona de la manera deseada, se procede a obtener la ecuación en diferencias y a programarla usando el lenguaje de Arduino.

$$u(k) = 1.474u(k-1) - 0.4737u(k-2) + 0.0553e(k) - 0.103e(k-1) + 0.0479e(k-2) \quad (6)$$

IV. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos para un valor deseado $r(k)$ de 15 cm, y 10 segundos después de 25 cm.

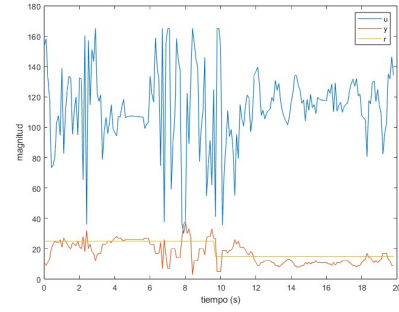


Fig. 7. Resultados, controlador PID

En la figura 7 se observa una señal de control que cambia casi constantemente, de manera de que no hay un tiempo de asentamiento visible. Estos cambios en la señal de control pueden ser debido a errores de medición con el sensor HC-SR05.

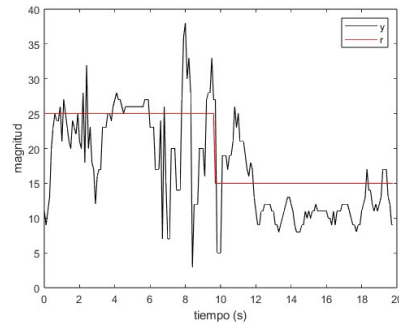


Fig. 8. Señal de salida $y(k)$ y valor deseado $r(k)$

Observando la figura 8, se obtiene mejores resultados cuando el valor deseado es de 15 cm. Esto puede ser debido a que la bolita se encuentra a una distancia menor del sensor ultrasónico y se pueden hacer mediciones de mejor calidad, por lo tanto, la señal de control no varía tanto. Observando los resultados para el valor deseado de 15 cm, se puede obtener un sobrepaso máximo de un 57.7% y un tiempo de asentamiento de 6 segundos aproximadamente.

TABLE VI
INDICADORES DE DESEMPEÑO, IMPLEMENTACIÓN FÍSICA

| Índice | Sistema físico | Simulación |
|------------|----------------|------------|
| IAEr | 94.90 | 34.14 |
| TVur | 3861 | 6.01 |
| Mp | 0.577 | 0.463 |
| $t_{02\%}$ | 6 s | 4.35 |

Los resultados de la tabla VI indican que la implementación física del sistema enfrenta desafíos para alcanzar y mantener la estabilidad en el valor deseado, reflejado en un valor de IAEr significativamente mayor, un TVur más largo y un tiempo de asentamiento al 2% más prolongado en comparación con la simulación. Sin embargo, se observa un sobrepaso máximo menor en la implementación física, lo que sugiere una mejor

capacidad de control en condiciones reales. En resumen, se requiere una mayor atención a los detalles del modelo y una comprensión más profunda de los factores que afectan el comportamiento del sistema en la implementación física.

V. CONCLUSIONES

Se tuvo un acercamiento significativo a los controladores PID, desde su diseño con herramientas como Sisotool hasta la programación de varias ecuaciones en diferencias en Arduino. Se hicieron pruebas exhaustivas variando los parámetros de las ganancias y los errores en esta ecuación, lo que permitió probar distintos comportamientos en el sistema real, sin embargo, ninguno se asemejó a los resultados esperados de simulación.

En cuanto al sistema físico, se pudo ver como la señal de control cambiaba repentinamente y tenía dificultades para estabilizarse en los distintos valores deseados, este comportamiento puede ser debido a los errores en la medición de la distancia con el sensor ultrasónico, ya que se veía que este fallaba con una frecuencia mayor a la deseada. Siguiendo la misma línea, se observaron mejores resultados cuando el valor deseado era más cerca al sensor ultrasónico (15 cm). Esto es porque el sensor tiene mejores mediciones cuando la bola se encuentra cerca del mismo.

VI. RECOMENDACIONES

A lo largo del proyecto destacaron varias acciones que fueron tomadas para tratar de obtener mejores resultados. El ruido en la medición es sumamente importante de lidiar para obtener un mejor desempeño. En el caso de este segundo proyecto, se utilizó un filtro con la señal promediada para obtener el valor de la distancia del sensor, el cual demostró dar unos mejores resultados.

La estructura de la maqueta es algo que se pudo haber mejorado, haciendo el sistema más robusto y evitando que se pueda “sacudir” con movimiento a los lados. Fue necesario también diseñar una viga nueva donde la bolita pudiera rodar, y que cubriera la mayoría del espacio para que el sensor tuviera mediciones más precisas. Esto fue un problema en las etapas iniciales del proyecto.

REFERENCES

- [1] Latif, S., Muhammad, E., & Naeem, U. (2019). Implementation of ball and beam system using classical and advanced control techniques. 2019 International Conference on Applied and Engineering Mathematics (ICAEM), 74-79.