Analysis I

Hinweis:

Ankreuzaufgaben wie Aufgabe 1, Aufgabe 5 und ... kannst du selbst kontrollieren. Schreibe dafür die angekreuzten Buchstaben (in alphabetischer Reihenfolge) hintereinander und wandle sie in einen SHA256 - Hash um.
Du kannst dafür diese Seite benutzen: https://xorbin.com/tools/sha256-hash-calculator
Danach vergleichst du die Antwort einfach mit dem gegebenem Hash-Wert. Wenn sie übereinstimmen waren deine Antworten richtig.

Beispiel:

(a) Richtig

(b) Falsch

(c) Falsch

(d) Richtig

Richtiger SHA256 Hash:

`70ba33708cbfb103f1a8e34afef333ba7dc021022b2d9aaa583aabb8058d8d67`

Nun schreibe ich "ad" in das Eingabefeld der Webseite. Der zurückgegebene Hash müsste mit dem von oben übereinstimmen.

Achtung, allein eine falsche Antwort (also ein anderer, fehlender oder Buchstabe zu viel) führt zu einem falschen Ergebnis. Also schaue am besten bei welcher Aufgabe du dir am unsichersten bist.
Außerdem rate ich davon ab alle Möglichkeiten blind durchzuprobieren. Die Anzahl der Möglichkeiten die du eingeben müsstest beträgt $2^{Aufgabenzahl} - 1$.
Bei 8 Aufgaben sind das 255 Möglichkeiten.

Aufgabe 1 Kreuze die richtigen Antworten an:

Gegeben: $f(x) = \frac{1}{x^2} + 1$, $g(x) = e^x$, $h(x) = 3x^2 + 4$

(a) ☐ Der Wert der Ableitung einer Funktion zu x ist ihr Differentenquotient an der Stelle x.

(b) ☐ $g(x) = g'(x) = g''(x) = g'''(x) = ...$

(c) ☐ $f(-2) = \frac{3}{4}$

(d) ☐ $f'(x) = \frac{1}{2x}$

(e) ☐ Wertebereich von h: $W_h = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq 4\}$

(f) ☐ $g(0) = 1$

(g) ☐ h hat 2 Nullstellen.

(h) ☐ $h(f(x)) = \frac{1}{(3x^2+4)^2} + 1$

(i) ☐ Der Wert, der Ableitung einer Funktion, von x ist ihr Differentialquotient an der Stelle x.

(j) ☐ Der Anstieg der Normale (m_N) zu einer gegebenen Tangente mit Anstieg (m_T) berechnet man mit $m_N = \frac{1}{m_T}$

(k) ☐ Definitionsbereich von f: $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, x > 0\}$

(l) ☐ g hat eine Waagerechte Asymptote

Richtiger SHA256 Hash:

8a77f5d07ec990de1802df20cca2e9f07bdb8267b19a175b536737a62675d982

Aufgabe 2 Gib die Ableitungen der gegebenen Funktionen an:

(a) $f(x) = 4x^2 + 3$

(b) $f(x) = sin(x)$

(c) $f(x) = 3e^x$

(d) $f(x) = 2x \cdot cos(x)$

(e) $f(x) = e^{4x^2}$

(f) $f(x) = 3x^2 \cdot (x^2 + 3)^2$

(g) $f(x) = x^2 - 6x$

(h) $f(x) = ln(x)$

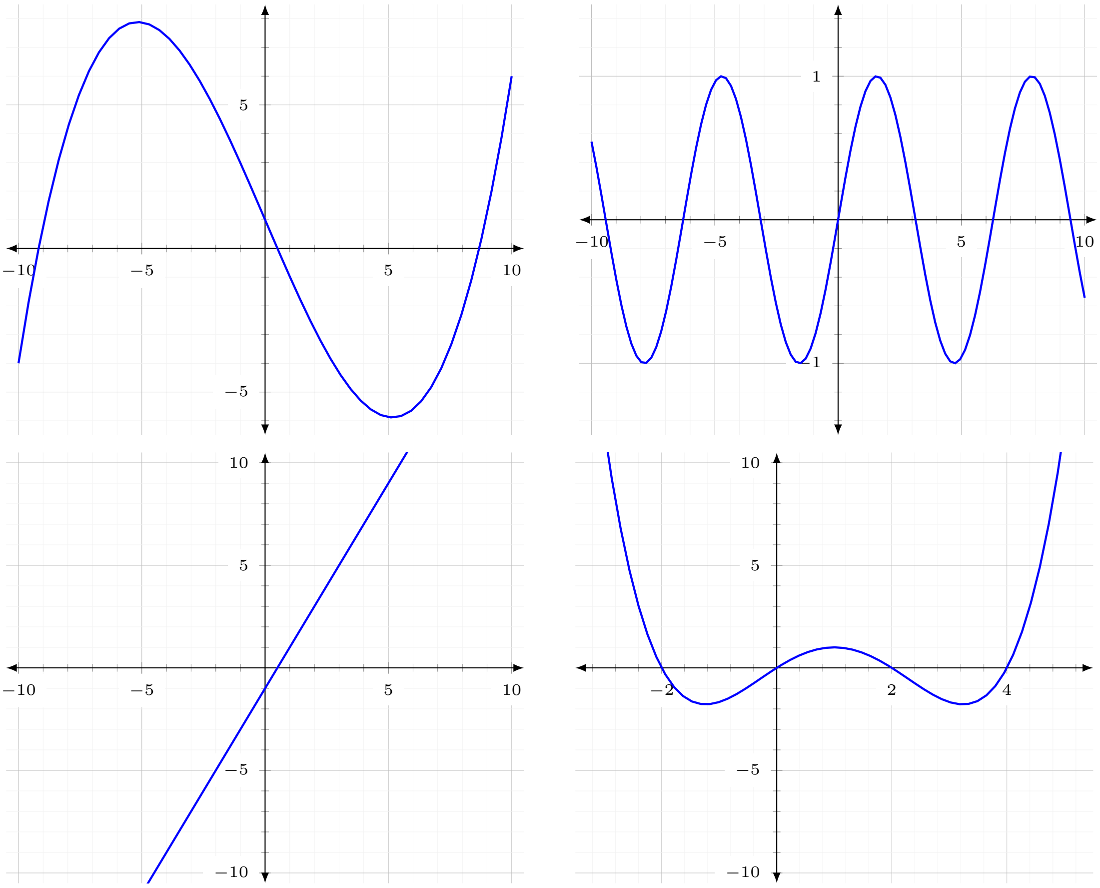
(i) $f(x) = 2x^4 + sin(x)$

(j) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

(k) $f(x) = 6$

(l) $f(x) = sin(2x) \cdot x^3$

Aufgabe 3 Zeichne die Ableitungsfunktion ein:



Aufgabe 4 Welche der Funktionen haben eine Asymptote y = 2 :

(a) $f(x) = \frac{x^3+2x+1}{3x^2+3x^4+1}$ (b) $f(x) = 2 + x^{-2}$ (c) $f(x) = \frac{2x^2+1}{1x-1}$ (d) $f(x) = \frac{2x^2+10x^3}{-3x+5x^3}$

Richtiger SHA256 Hash:

`5e657ff6158d3e2a6d23e2a523917a2305acee9423365e268695c4b7b8919f4c`

Aufgabe 5 Finde die Tangente/Normale an der Stelle x_0:

(a) Tangente: $x_0 = 2$, $f(x) = x^2 - 4x + 4$

(b) Normale: $x_0 = 2$, $f(x) = x^2$

(c) Normale: $x_0 = 1$, $f(x) = x^3 - x^2$

(d) Tangente: $x_0 = 0$, $f(x) = 3x + 1$

(e) Tangente: $x_0 = -2$, $f(x) = (x^2 + 1)^2$

(f) Tangente: $x_0 = -1$, $f(x) = 5x^2$

Aufgabe 6 Finde die Tangente/Normale mit dem gegebenem Anstieg:

(a) Tangente:
$m = 2$,
$f(x) = x^2$

(b) Tangente:
$m = 0$,
$f(x) = (x+1)^2$

(c) Normale:
$m = 2$,
$f(x) = \frac{1}{4}x^2$

(d) Normale:
$m = \frac{1}{4}$,
$f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$

(e) Tangente:
$m = -7$,
$f(x) = 2x^2 + x$

(f) Tangente:
$m = 0.25$,
$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{8}x^2$

Aufgabe 7 Finde die Tangenten die durch den Punkt Y gehen:

(a) $Y = (0; 4,25)$,
$f(x) = -x^2 + 1$

(b) $Y = (-1; -\frac{32}{3})$,
$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$

Aufgabe 8 Finde die Extrempunkte der gegebenen Funktion:

(a) $f(x) = -x^2 + 6x - 6$

(b) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 9x + 3$

(c) $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$

(d) $f(x) = cos(x)$
(x in Grad)

Aufgabe 9 Gib das Monotonieverhalten der Funktionen an:

(a) $f(x) = x^3 - 27x + 2$

(b) $f(x) = x^2 - 4x$

(c) $f(x) = \frac{1}{9}x^4 - \frac{4}{9}x^3 - \frac{4}{9}x^2 + \frac{16}{9}x$

(d) $f(x) = sin(x)$

Aufgabe 10 Anwendungsaufgaben:

(I) Wegen der prekären COVID-19 Situation soll in Wuhan ein neues Krankenhaus gebaut werden. Pro Raum der Intensivstation stehen nur begrenzte Materialien zur Verfügung. Desshalb steht pro Raum nur 20 m Wand zur Verfügung. Welche Seitenlängen müssen die Räume haben, damit pro Raum möglichst viele Intensivbetten Platz haben, also die Raumfläche maximiert wird?

Flächeninhalt Rechteck:
$$A_R = a \cdot b$$

Umfang Rechteck:
$$U_R = 2a + 2b$$

Geben sie Haupt und Nebenbedingung an.

(II) Im Sportunterricht steht nächste Woche eine Kugelstoßen-LK an. Da Sie clever sind wissen sie, dass die Wurfweite (s_w) auch vom Abwurfwinkel (α) abhängt:

$$s_w = \frac{v_0^2 \cdot sin(2\alpha)}{9,81\frac{m}{s^2}}$$

Naturlich hängt die Weite auch von der Abwurfgeschwindigkeit v_0 ab.
Sie haben in der Pause ein wenig experimentiert und herausgefunden, dass die Abwurfgeschwindigkeit so mit dem Winkel zusammenhängt:

$$sin(\alpha) = \frac{10}{v_0 - 3} - 1$$

In welchem Winkel werden Sie stoßen müssen, damit sie die bestmögliche Weite erreichen?
Geben Sie Hauptbedingung und Nebenbedingung an.