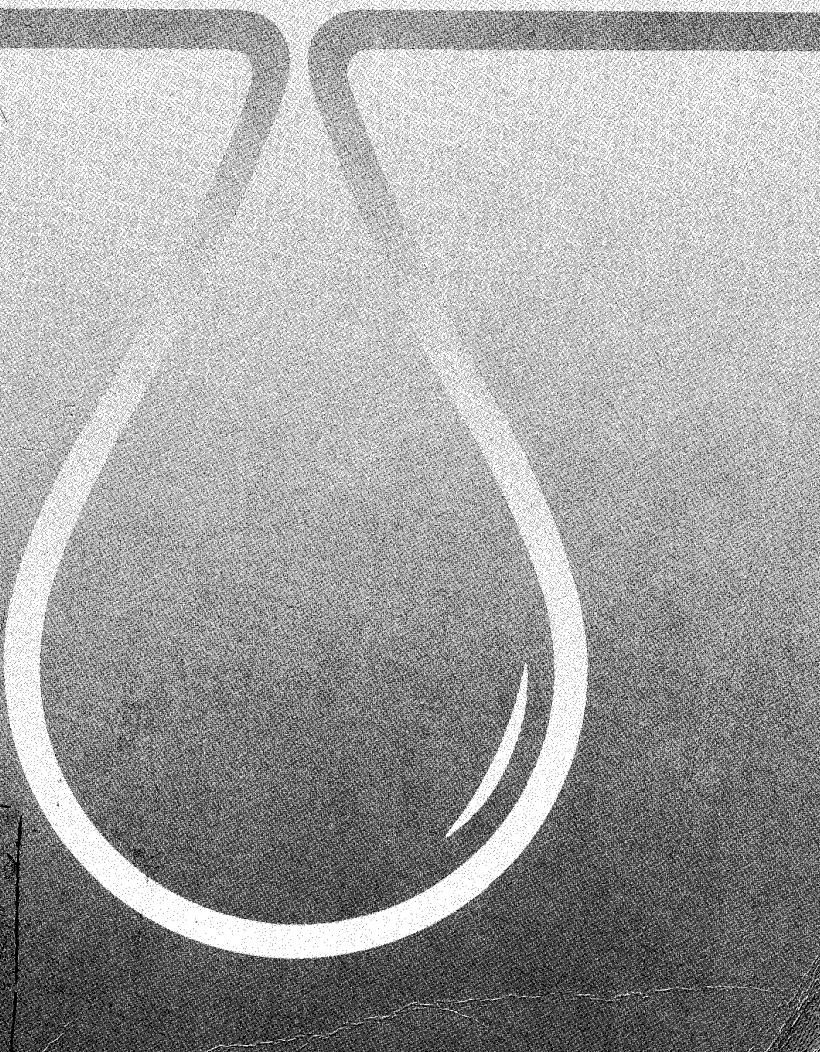


**VEN TE CHOW
DAVID R. MAIDMENT
LARRY W. MAYS**

*Hidrología
aplicada*



**HIDROLOGÍA
APLICADA**

ocioso81@hotmail.com

HIDROLOGÍA APLICADA

VEN TE CHOW

*Late Professor of Hydrosystems Engineering
University of Illinois, Urbana-Champaign*

DAVID R. MAIDMENT

*Associate Professor of Civil Engineering
The University of Texas at Austin*

LARRY W. MAYS

*Professor of Civil Engineering
The University of Texas at Austin*

Traducción

JUAN G. SALDARRIAGA

*Ingeniero civil
M.Sc. en Ingeniería hidráulica
Profesor de la Universidad de los Andes*

Revisión técnica

GERMÁN R. SANTOS G. M.Sc. Ph.D.
Escuela Colombiana de Ingeniería

McGRAW-HILL

Santafé de Bogotá, Buenos Aires, Caracas, Guatemala, Lisboa, Madrid,
México, Nueva York, Panamá, San Juan, Santiago, Sao Paulo,
Auckland, Hamburgo, Londres, Milán, Montreal, Nueva Delhi, París,
San Francisco, San Luis, Sidney, Singapur, Tokio, Toronto.

551.48
QH 81
L. 4

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio,
sin autorización escrita del editor.

DERECHOS RESERVADOS. Copyright (C) 1994, por
McGRAW-HILL INTERAMERICANA, S.A.
Transversal 42B No. 19-77. Santafé de Bogotá, Colombia.

Traducido de la primera edición en inglés de
Applied Hydrology
Copyright (C) MCMLXXXVIII, por McGRAW-HILL, Inc.
ISBN: 0-07-010810-2

Editora: Martha Edna Suárez R.

1234567890

9012356784

ISBN: 958-600-171-7

Se imprimieron 1.000 ejemplares en el mes de Enero del 2000
Impreso en Colombia por: EDITORIAL NOMOS S. A.
Printed in Colombia

sirvió en el ejército de los Estados Unidos en el laboratorio Lawrence Livermore en California. El Dr. Mays ha sido muy activo en investigación y en docencia en la Universidad de Texas en las áreas de hidrología, hidráulica y análisis de sistemas de recursos hidráulicos. Además, ha trabajado como consultor en estas áreas para varias agencias gubernamentales e industrias incluyendo el U.S. Army Corps of Engineers, la Oficina del Fiscal General de Texas, las Naciones Unidas, la OTAN, el Banco Mundial y el gobierno de Taiwán. Es ingeniero registrado en siete estados y ha sido muy activo en comités de la American Society of Civil Engineers y otras organizaciones profesionales.

ACERCA DE LOS AUTORES

Ven Te Chow fue profesor en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign desde 1951 hasta 1981. Obtuvo una prominencia internacional como académico, educador y diplomático en hidrología, hidráulica e ingeniería de hidrosistemas. Recibió su título profesional en 1940 en la Universidad Chaio Tung en Shanghai, permaneció luego varios años en China como instructor y profesor, para después ir a la Universidad Estatal de Pennsylvania en la que recibió su grado de M.S. en 1948, y a la Universidad de Illinois donde recibió su grado de Ph.D. en 1950. También recibió cuatro grados doctorales honorarios y muchos otros premios y honores incluyendo el ser nombrado como miembro de la National Academy of Engineering. Fue un autor prolífico, escribió su primer libro a la edad de 27 años sobre teoría de estructuras (en chino). Fue el autor del texto *Open-Channel Hydraulics* en 1959 y el editor en jefe del *Handbook of Applied Hydrology* en 1964; ambos libros todavía se consideran trabajos de referencia estándar. Participó activamente en las sociedades profesionales, especialmente en la International Water Resources Association, de la cual fue uno de sus fundadores principales y su primer presidente.

David R. Maidment es profesor asociado de ingeniería civil en la Universidad de Texas en Austin donde ha formado parte del cuerpo profesoral desde 1981. Antes de este año enseñó en la Universidad de Texas A & M y llevó a cabo investigación hidrológica en el International Institute for Applied Systems Analysis en Viena, Austria, y en el Ministerio de Obras y Desarrollo de Nueva Zelanda. Obtuvo su título profesional en la Universidad de Canterbury, Christchurch, Nueva Zelanda, y sus grados de M.S. y Ph.D en la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. El Dr. Maidment trabaja como consultor en hidrología para el gobierno y la industria y es editor asociado del *Hydrological Sciences Journal*.

Larry W. Mays es profesor de ingeniería civil y titular de la cátedra Engineering Foundation Endowed en la Universidad de Texas en Austin donde ha formado parte del cuerpo profesoral desde 1976. Antes de esto trabajó como asistente graduado de investigación y luego como profesor asistente visitante de investigación en la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign donde recibió su Ph.D. Recibió su título profesional (1970) y su M.S. (1971) en la Universidad de Missouri en Rolla, y luego

CONTENIDO

Prefacio

1. Introducción

1.1	El ciclo hidrológico	2
1.2	Concepto de sistemas	5
1.3	Modelo del sistema hidrológico	8
1.4	Clasificación de modelos hidrológicos	9
1.5	El desarrollo de la hidrología	13

2. Procesos hidrológicos

2.1	Teorema de transporte de Reynolds	20
2.2	Ecuaciones de continuidad	24
2.3	Continuidad en tiempo discreto	26
2.4	Ecuaciones de <i>momentum</i>	30
2.5	Flujo en canales abiertos	34
2.6	Flujo en medios porosos	39
2.7	Balance de energía	41
2.8	Procesos de transporte	42

3. Agua atmosférica

3.1	Circulación atmosférica	54
3.2	Vapor de agua	57
3.3	Precipitación	65
3.4	Lluvia	73
3.5	Evaporación	82
3.6	Evapotranspiración	93

XI

1

2
5
8
9
13

20

20
24
26
30
34
39
41
42

54

54
57
65
73
82
93

VII

VIII

4 Agua subsuperficial

4.1	Flujo no saturado	101
4.2	Infiltración	110
4.3	Método de Green-Ampt	112
4.4	Tiempo de encharcamiento	120

5 Agua superficial

5.1	Fuentes de flujo superficial	130
5.2	Hidrograma de caudal	135
5.3	Exceso de precipitación y escorrentía directa	138
5.4	Abstracciones utilizando ecuaciones de infiltración	143
5.5	Método SCS para abstracciones	150
5.6	Profundidad de flujo y velocidad	159
5.7	Tiempo de tránsito	167
5.8	Redes de ríos	171

6 Mediciones hidrológicas

6.1	Secuencia de la medición hidrológica	181
6.2	Medición del agua atmosférica	185
6.3	Medición del agua superficial	189
6.4	Medición del agua subsuperficial	196
6.5	Sistemas de medición hidrológica	198
6.6	Medición de características fisiográficas	204

7 Hidrograma unitario

7.1	Modelo de sistema hidrológico general	208
7.2	Funciones respuesta en sistemas lineales	210
7.3	El hidrograma unitario	220
7.4	Deducción del hidrograma unitario	223
7.5	Aplicación del hidrograma unitario	225
7.6	Cálculo matricial del hidrograma unitario	228
7.7	Hidrograma unitario sintético	231
7.8	Hidrogramas unitarios para diferentes duraciones de lluvia	237

8 Tránsito agregado de crecientes

8.1	Tránsito de sistemas agregados	249
8.2	Tránsito de embalses nivelados	252
8.3	Método de Runge-Kutta	259
8.4	Tránsito hidrológico en ríos	264
8.5	Modelo de embalse lineal	268

CONTENIDO

CONTENIDO

9 Tránsito distribuido de crecientes

- 9.1 Ecuaciones de Saint-Venant 282
- 9.2 Clasificación de los modelos de tránsito distribuido 290
- 9.3 Movimiento de ondas 291
- 9.4 Solución analítica para la onda cinemática 297
- 9.5 Aproximaciones por diferencias finitas 300
- 9.6 Solución numérica de la onda cinemática 304
- 9.7 Método de Muskingum-Cunge 312

10 Tránsito de onda dinámica

- 10.1 Relaciones dinámicas de profundidad-caudal 321
- 10.2 Modelo implícito de onda dinámica 324
- 10.3 Ecuaciones de diferencias finitas 326
- 10.4 Solución por diferencias finitas 331
- 10.5 Modelo DWOPER 335
- 10.6 Tránsito de crecientes en ríos con meandros 336
- 10.7 Tránsito de crecientes causadas por rompimientos de presas 340

11 Estadística hidrológica

- 11.1 Tratamiento probabilístico de la información hidrológica 361
- 11.2 Funciones de frecuencia y de probabilidad 365
- 11.3 Parámetros estadísticos 370
- 11.4 Ajuste a una distribución de probabilidad 374
- 11.5 Distribuciones de probabilidad para las variables hidrológicas 382

12 Análisis de frecuencia

- 12.1 Periodo de retorno 391
- 12.2 Distribuciones de valores extremos 396
- 12.3 Análisis de frecuencia utilizando factores de frecuencia 400
- 12.4 Gráficas de probabilidad 406
- 12.5 Método del Water Resources Council 410
- 12.6 Análisis de confiabilidad 417

13 Diseño hidrológico

- 13.1 Escala del diseño hidrológico 427
- 13.2 Selección del nivel de diseño 431
- 13.3 Análisis de incertidumbre de primer orden 438
- 13.4 Análisis de riesgo compuesto 444
- 13.5 Análisis del riesgo de márgenes de seguridad y factores de seguridad 448

IX

281

282
290
291
297
300
304
312

320

321
324
326
331
335
336
340

361

361
365
370
374
382

391

391
396
400
406
410
417

427

427
431
438
444
448

X

14 Tormentas de diseño

- 14.1 Profundidad de precipitación de diseño 455
- 14.2 Relaciones intensidad-duración-frecuencia 465
- 14.3 Hietogramas de diseño utilizando análisis de eventos de tormenta 471
- 14.4 Hietogramas de precipitación de diseño utilizando las relaciones IDF 477
- 14.5 Tormentas límites estimadas 483
- 14.6 Cálculo de precipitación máxima probable 487

15 Crecientes de diseño

- 15.1 Diseño de alcantarillado de aguas lluvias 507
- 15.2 Simulación de crecientes de diseño 519
- 15.3 Análisis de planicies de inundación 531
- 15.4 Diseño de embalses para el control de crecientes 535
- 15.5 Pronóstico de crecientes 542
- 15.6 Diseño para uso de agua 545

Índice de autores**Índice de materias**

CONTENIDO

455

455
465
471
477
483
487

506

507
519
531
535
542
545

573**577**

PREFACIO

Hidrología Aplicada es un libro de texto para cursos avanzados en pregrado y en posgrado en hidrología y es una referencia para los hidrólogos practicantes. La hidrología de agua superficial es el foco central del libro, la cual es presentada en tres secciones: procesos hidrológicos, análisis hidrológico y diseño hidrológico.

Los procesos hidrológicos se cubren en los capítulos 1 a 6, los cuales describen los principios científicos que rigen los fenómenos hidrológicos. El sistema hidrológico se visualiza como un volumen de control generalizado y se utiliza el teorema de transporte de Reynolds (o ecuación de volumen de control general) de la mecánica de fluidos para aplicar las leyes físicas que rigen la masa, el *momentum* y la energía en el flujo de agua atmosférica, agua subsuperficial y agua superficial. Esta sección se complementa con un capítulo dedicado a las mediciones hidrológicas.

El análisis hidrológico se trata en los siguientes seis capítulos (7 a 12), los cuales hacen énfasis en los métodos computacionales utilizados en hidrología para tareas específicas tales como la modelación del proceso lluvia-escorrentía, el tránsito de caudales y el análisis de eventos extremos. Estos capítulos se organizan en una secuencia que está de acuerdo con la forma en que los análisis tratan la variabilidad en el espacio y en el tiempo y la aleatoriedad del comportamiento del sistema hidrológico. En los capítulos 9 y 10 se da una especial atención al tema del tránsito de crecientes utilizando el método de la onda dinámica donde los programas de computador estandarizados recientemente disponibles han hecho posible la aplicación general de este método.

El diseño hidrológico se presenta en los tres capítulos finales (13 a 15), los cuales se concentran en los riesgos inherentes del diseño hidrológico, la selección de tormentas de diseño incluyendo la precipitación máxima probable y el cálculo de crecientes de diseño para varios tipos de problemas incluyendo alcantarillados de aguas lluvias, estructuras para el control de crecientes y embalses para el suministro de agua.

¿Por qué *Hidrología aplicada* es diferente de otros libros disponibles en este campo? Primero, este es un libro con un cubrimiento general de la hidrología de agua superficial. Existe un cierto número de libros recientemente publicados en campos especiales como evaporación, hidrología estadística, modelación hidrológica e hidrología de aguas lluvias. A pesar de que este libro cubre estos temas, enfatiza un

XII

PREFACIO

fundamento sólido del tema de la hidrología como un todo. Segundo, *Hidrología aplicada* está organizado alrededor de un tema central que es utilizar el sistema hidrológico o volumen de control como un marco de referencia para el análisis con el fin de unificar el tema de la hidrología de tal manera que sus distintos métodos analíticos sean vistos como diferentes aspectos de la operación de sistemas hidrológicos en lugar de tópicos separados y no relacionados. Tercero, creemos que el lector aprende trabajando, de tal manera que 90 problemas ejemplos están resueltos en el texto y se presentan 400 problemas adicionales al final de cada capítulo para propósitos de autoestudio y tareas. En algunos casos, desarrollos teóricos demasiado extensos para ser incluidos en el texto se presentan como problemas al final del capítulo, de manera que resolviendo estos problemas el lector puede jugar un papel importante en el desarrollo de los temas. Algunos de los problemas están diseñados para ser solucionados utilizando programas de hoja electrónica, desarrollando un programa de computador o utilizando programas estándares de simulación hidrológica.

Este libro es utilizado para tres cursos en la Universidad de Texas en Austin: un curso de pregrado y uno de posgrado en el tema de hidrología de agua superficial y un curso de pregrado en diseño hidrológico. En el nivel de pregrado se presenta una selección de tópicos tomado de todo el libro y el curso de diseño hidrológico se centra en los capítulos de análisis y diseño. En el nivel de posgrado se hace énfasis en los capítulos de procesos hidrológicos y de análisis. Existen muchos cursos diferentes que podrían ser enseñados utilizando el libro en niveles de pregrado o de posgrado, con títulos como hidrología de agua superficial, diseño hidrológico, hidrología urbana, hidrología física, hidrología computacional, etc.

Cualquier libro de hidrología refleja una percepción personal del tema desarrollada por sus autores a lo largo de años de enseñanza, investigación y experiencia profesional. *Hidrología aplicada* es nuestra visión del tema. Hemos tenido la intención de hacerla rigurosa, unificada, numérica y práctica. Creemos que el enfoque analítico adoptado será lo suficientemente sólido para que cualquier nuevo conocimiento en esta área se construya sobre las bases aquí establecidas. Eventos hidrológicos, tales como crecientes y sequías, tienen un impacto significativo en el bienestar público, por lo cual sobre el hidrólogo descansa la correspondiente responsabilidad de proveer la mejor información que el conocimiento actual y los datos disponibles permitan. Este libro intenta ser una contribución hacia la eventual meta de una mejor práctica hidrológica.

Con respecto al desarrollo de este libro es apropiado un párrafo especial. El trabajo fue iniciado hace muchos años por el profesor Ven Te Chow en la Universidad de Illinois Urbana-Champaign, quien desarrolló un manuscrito de considerable volumen para algunos de los capítulos. Después de su muerte en 1981, su esposa, Lora, nos llamó para finalizar este trabajo. Nosotros dos obtuvimos nuestros posgrados en la Universidad de Illinois Urbana-Champaign y compartimos la perspectiva de sistema hidrológico que Ven Te Chow fomentó en forma enfática durante toda su vida. Durante los años dedicados a la escritura de este libro, ocurrió, posiblemente en forma inevitable, que tuvimos que empezar nuevamente casi desde el principio para que el trabajo resultante fuera consistente y completo. Debido a que utilizamos el texto para enseñar nuestros cursos de hidrología en la Universidad de Texas en Austin, gradualmente evolucionaron los conceptos hasta la forma en que son presentados aquí. Creemos que hemos refinado el concepto que animó el trabajo original de Ven Te Chow en el tema.

Expresamos nuestros agradecimientos a Becky Brudniak, Jan Hausman, Suzi Jiménez, Amy Phillips, Carol Sellers, Fidel Sáenz de Ormijana y Ellen Wadsworth, quienes nos ayudaron a preparar el manuscrito. También queremos reconocer la asis-

tencia que nos fue dada por los revisores del manuscrito incluyendo a Gonzalo Cortés Rivera, de Bogotá, Colombia, L. Douglas James de la Universidad estatal de Utah, Jerome C. Westphal, de la Universidad de Missouri en Rolla, Ben Chie Yen de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign y a nuestros colegas y estudiantes en la Universidad de Texas en Austin.

Un libro es una compañía a lo largo de la ruta del aprendizaje. Les deseamos un buen viaje.

*David R. Maidment
Larry W. Mays*

Austin, Texas
diciembre de 1987

CAPÍTULO

1

INTRODUCCIÓN

El agua es la sustancia más abundante en la Tierra, es el principal constituyente de todos los seres vivos y es una fuerza importante que constantemente está cambiando la superficie terrestre. También es un factor clave en la climatización de nuestro planeta para la existencia humana y en la influencia en el progreso de la civilización. La hidrología, que cubre todas las fases del agua en la Tierra, es una materia de gran importancia para el ser humano y su ambiente. Aplicaciones prácticas de la hidrología se encuentran en labores tales como diseño y operación de estructuras hidráulicas, abastecimiento de agua, tratamiento y disposición de aguas residuales, irrigación, drenaje, generación hidroeléctrica, control de inundaciones, navegación, erosión y control de sedimentos, control de salinidad, disminución de la contaminación, uso recreacional del agua y protección de la vida terrestre y acuática. El papel de la hidrología aplicada es ayudar a analizar los problemas relacionados con estas labores y proveer una guía para el planeamiento y el manejo de los recursos hidráulicos.

Las ciencias hídricas están relacionadas con las aguas de la Tierra: su distribución y circulación, sus propiedades físicas y químicas, su interacción con el ambiente y con los seres vivos y en particular con los seres humanos. Puede considerarse que la hidrología abarca todas las ciencias hídricas. En una forma más estricta, puede definirse como el estudio del ciclo hidrológico, es decir, la circulación ininterrumpida del agua entre la Tierra y la atmósfera. El conocimiento hidrológico se aplica al uso y control de los recursos hidráulicos en los continentes del planeta; las aguas oceánicas son del dominio de la ingeniería oceánica y de las ciencias marinas.

Los cambios en la distribución, la circulación o la temperatura de las aguas en la Tierra pueden tener efectos de largo alcance; las glaciaciones, por ejemplo, fueron una manifestación de tales efectos. Las actividades humanas pueden causar algunos cambios. Los seres humanos aran el suelo, irrigan cultivos, fertilizan tierras, deforestan bosques, bombean aguas subterráneas, construyen presas, arrojan desechos en ríos y lagos, y hacen muchas otras cosas constructivas o destructivas que afectan la circulación y la calidad del agua en la naturaleza.

1.1 EL CICLO HIDROLÓGICO

En la Tierra, el agua existe en un espacio llamado *hidrosfera*, que se extiende desde unos quince kilómetros arriba en la atmósfera hasta un kilómetro por debajo de la litosfera o corteza terrestre. El agua circula en la hidrosfera a través de un laberinto de caminos que constituyen el ciclo hidrológico.

El ciclo hidrológico es el foco central de la hidrología. El ciclo no tiene principio ni fin y sus diversos procesos ocurren en forma continua. En la figura 1.1.1 se muestra en forma esquemática cómo el agua se *evapora* desde los océanos y desde la superficie terrestre para volverse parte de la atmósfera; el vapor de agua se transporta y se eleva en la atmósfera hasta que se condensa y *precipita* sobre la superficie terrestre o los océanos; el agua precipitada puede ser *interceptada* por la vegetación, convertirse en *flujo superficial* sobre el suelo, *infiltrarse* en él, correr a través del suelo como *flujo subsuperficial* y descargar en los ríos como *escorrentía superficial*. La mayor parte del agua interceptada y de escorrentía superficial regresa a la atmósfera mediante la evaporación. El agua infiltrada puede percolar profundamente para *recargar* el agua subterránea de donde emerge en manantiales o se desliza hacia ríos para formar la escorrentía superficial, y finalmente fluye hacia el mar o se evapora en la atmósfera a medida que el ciclo hidrológico continúa.

El cálculo de la cantidad total de agua en la Tierra y en los numerosos procesos del ciclo hidrológico ha sido tema de exploración científica desde la segunda mitad del siglo XIX. Sin embargo, la información cuantitativa es escasa, particularmente en los océanos, lo cual significa que las cantidades de agua en varios componentes del ciclo hidrológico global todavía no se conocen en forma precisa.

En la tabla 1.1.1 se encuentran las cantidades estimadas de agua en las diferentes formas que existen en la Tierra. Cerca del 96.5% del agua del planeta se encuentra en los océanos. Si la Tierra fuera una esfera uniforme, esta cantidad sería suficiente para cubrirla hasta una profundidad cercana a 2.6 km (1.6 mi). Del resto, el 1.7% se encuentra en los hielos polares, el 1.7% en manantiales subterráneos y solamente el 0.1% en los sistemas de agua superficial y atmosférica. El sistema de agua atmosférica, que es la fuerza motriz de la hidrología del agua superficial, tiene solamente 12,900 km³ de agua, es decir, menos de una parte en 100,000 de toda el agua de la Tierra.

Cerca de dos terceras partes del *agua dulce* de la Tierra son hielo polar y la mayoría de la restante es agua subterránea que va desde 200 hasta 600 m de profundidad. La mayor parte del agua subterránea por debajo de esta profundidad es salina. Solamente el 0.006% del agua dulce está en los ríos. El agua biológica, fijada en los tejidos de plantas y animales, representa cerca del 0.003% de toda el agua dulce, equivalente a la mitad del volumen contenido en los ríos.

A pesar de que el contenido de agua en los sistemas superficiales y atmosféricos es relativamente pequeño, inmensas cantidades de agua pasan anualmente a través de ellos. En la tabla 1.1.2 se muestra el balance anual global de agua; la figura 1.1.1 ilustra los principales componentes en unidades relativas a un volumen anual en precipitación terrestre de 100. Puede verse que la evaporación desde la superficie terrestre consume el 61% de esta precipitación, y el restante 39% conforma la escorrentía hacia los océanos, principalmente como agua superficial. La evaporación desde los océanos constituye cerca del 90% de la humedad atmosférica. El análisis del flujo y almacenamiento de agua en el balance global de agua da una visión de la dinámica del ciclo hidrológico.

INTRODUCCIÓN

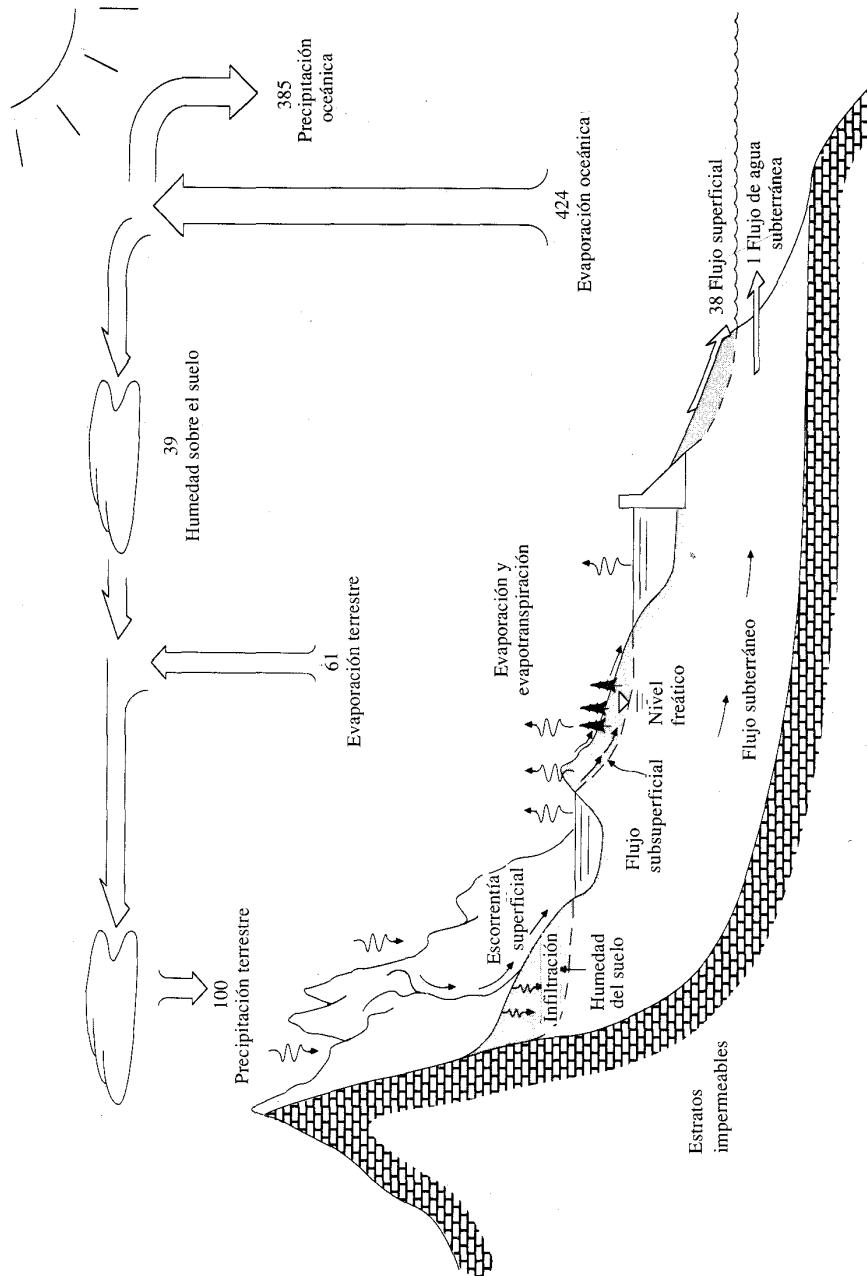


FIGURA 1.1.1
El ciclo hidrológico con un balance de agua promedio global anual en unidades relativas a un valor de 100 para la tasa de precipitación terrestre.

TABLA 1.1.1
Cantidades estimadas de agua en el mundo

Ítem	Área (10 ⁶ km ²)	Volumen (km ³)	Porcentaje de agua total	Porcentaje agua dulce
Océanos	361.3	1,338,000,000	96.5	
Agua subterránea				
Dulce	134.8	10,530,000	0.76	30.1
Salada	134.8	12,870,000	0.93	
Humedad del suelo	82.0	16,500	0.0012	0.05
Hielo polar	16.0	24,023,500	1.7	68.6
Hielo no polar y nieve	0.3	340,600	0.025	1.0
Lagos				
Dulces	1.2	91,000	0.007	0.26
Salinos	0.8	85,400	0.006	
Pantanos	2.7	11,470	0.0008	0.03
Ríos	148.8	2,120	0.0002	0.006
Agua biológica	510.0	1,120	0.0001	0.003
Agua atmosférica	510.0	12,900	0.001	0.04
Agua total	510.0	1,385,984,610	100	
Agua dulce	148.8	35,029,210	2.5	100

Tabla de *World Water Balance and Water Resources of the Earth*, Copyright, UNESCO, 1978.

Ejemplo 1.1.1 Calcule el *tiempo de residencia* de la humedad atmosférica global.

Solución. El tiempo de residencia T_r es el tiempo *promedio* que necesita una molécula de agua para pasar a través de un subsistema del ciclo hidrológico. Se calcula dividiendo el volumen de agua S en almacenamiento por la tasa de flujo (caudal) Q .

$$T_r = \frac{S}{Q} \quad (1.1.1)$$

El volumen de la humedad atmosférica (tabla 1.1.1) es 12,900 km³. La tasa de flujo de humedad desde la atmósfera como precipitación (tabla 1.1.2) es 458,000 + 119,000 = 577,000 km³/año, luego el tiempo de residencia promedio para la humedad en la atmósfera es $T_r = 12,900/577,000 = 0.022$ años = 8.2 días. Este tiempo tan corto de residencia de la humedad en la atmósfera es una de las razones por las cuales el clima no puede pronosticarse en forma precisa, más allá de unos pocos días. Los tiempos de residencia para otros componentes del ciclo hidrológico se calculan en forma similar. Estos valores son cantidades promedios que pueden tener variaciones espaciales considerables.

A pesar de que el concepto de ciclo hidrológico es simple, el fenómeno es enormemente complejo e intrincado. Éste no es solamente un ciclo grande, sino que está compuesto de muchos ciclos interrelacionados de extensión continental, regional y local. Aunque el volumen total de agua en el ciclo hidrológico global permanece

INTRODUCCIÓN

TABLA 1.1.2
Balance anual de agua global

		Océano	Tierra
Área (km ²)		361,300,000	148,800,000
Precipitación	(km ³ /año)	458,000	119,000
	(mm/año)	1,270	800
	(pulg/año)	50	31
Evaporación	(km ³ /año)	505,000	72,000
	(mm/año)	1,400	484
	(pulg/año)	55	19
Escoyentía hacia los océanos			
Ríos	(km ³ /año)	—	44,700
Agua subterránea	(km ³ /año)	—	2,200
Escoyentía total	(km ³ /año)	47,000	
	(mm/año)	316	
	(pulg/año)	12	

Tabla de *World Water Balance and Water Resources of the Earth*, Copyright UNESCO, 1978.

esencialmente constante, la distribución de esta agua está cambiando continuamente en continentes, regiones y cuencas locales de drenaje.

La hidrología de una región está determinada por sus patrones de clima tales como la topografía, la geología y la vegetación. También, a medida que la civilización progresó, las actividades humanas invaden gradualmente el medio ambiente natural del agua, alterando el equilibrio dinámico del ciclo hidrológico e iniciando nuevos procesos y eventos. Por ejemplo, hay teorías que afirman que debido a la quema de combustibles fósiles, la cantidad de dióxido de carbono en la atmósfera se está incrementando. Esto puede llevar al calentamiento de la Tierra y tener efectos de largo alcance sobre la hidrología global.

1.2 CONCEPTO DE SISTEMA

Los fenómenos hidrológicos son extremadamente complejos y es posible que nunca se les entienda en su totalidad. Sin embargo, en ausencia de un conocimiento perfecto, pueden representarse en forma simplificada por medio del concepto de *sistema*. Un sistema es un conjunto de partes conectadas entre sí, que forman un todo. El ciclo hidrológico puede tratarse como un sistema cuyos componentes son precipitación, evaporación, escoyentía y otras fases del ciclo hidrológico. Estos componentes pueden agruparse en subsistemas del ciclo total; para analizar el sistema total, estos subsistemas más simples pueden analizarse separadamente y combinarse los resultados de acuerdo con las interacciones entre los subsistemas.

En la figura 1.2.1, el ciclo hidrológico global se representa como un sistema. Las líneas punteadas lo dividen en tres subsistemas: el *sistema de agua atmosférica* contiene los procesos de precipitación, evaporación, intercepción y transpiración; el *sistema de agua superficial* contiene los procesos de flujo superficial, escoyentía superficial, nacimientos de agua subsuperficial y subterránea, y escoyentía hacia

ríos y océanos; y el *sistema de agua subsuperficial* contiene los procesos de infiltración, recarga de acuífero, flujo subsuperficial y flujo de agua subterránea. El flujo subsuperficial ocurre en la capa del suelo cercana a la superficie; el flujo de agua subterránea, en estratos profundos de suelo o roca.

Para la mayor parte de los problemas prácticos, sólo se consideran algunos procesos del ciclo hidrológico en un determinado momento, y únicamente se tiene en cuenta una pequeña porción de la superficie de la Tierra. Una definición de sistema más restringida que el sistema hidrológico global es apropiada para tal tratamiento, la cual se desarrolla a partir del concepto de volumen de control. En mecánica de fluidos, la aplicación de los principios básicos de conservación de masa, de *momentum* y de energía para un sistema de flujo se lleva a cabo usando un volumen de control, que es una referencia en tres dimensiones a través de la cual el fluido circula. El volumen de control proporciona una estructura para la aplicación de las leyes de conservación de masa y energía y la segunda ley de Newton para ob-

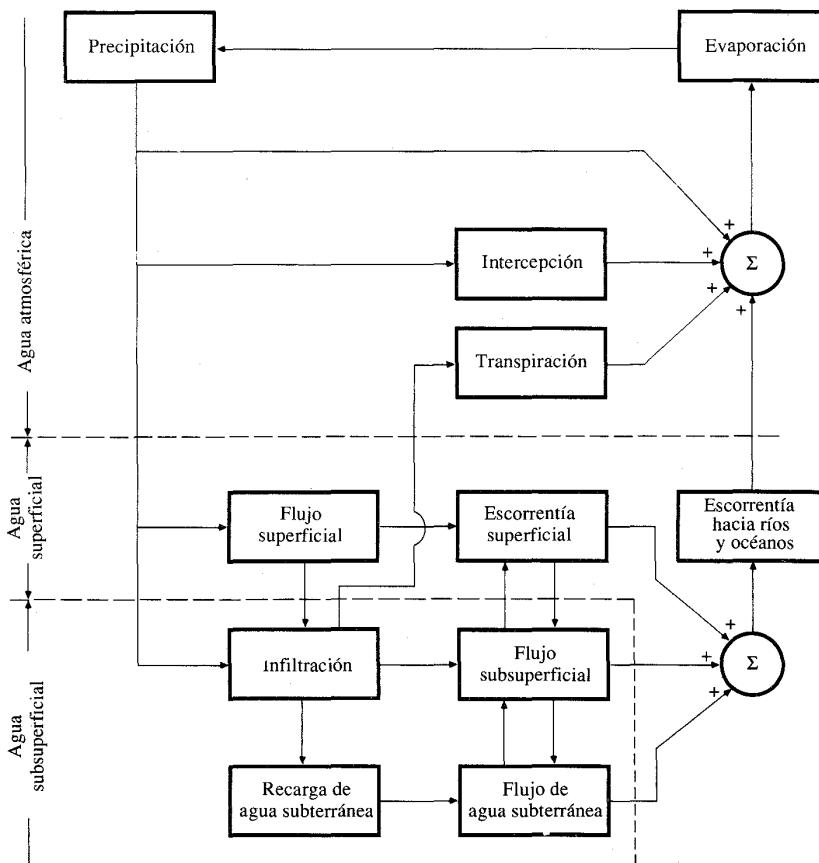


FIGURA 1.2.1
Representación en diagrama de bloques del sistema hidrológico global.

INTRODUCCIÓN

tener ecuaciones prácticas de movimiento. Para el desarrollo de estas ecuaciones no es necesario conocer en forma precisa el patrón de flujo dentro del volumen de control. Lo que debe conocerse son las propiedades de circulación del fluido en la *superficie de control*, la frontera del volumen de control. El fluido dentro del volumen de control puede tratarse como una masa que puede representarse como concentrada en un punto en el espacio cuando se considera la acción de fuerzas externas como la gravedad.

Por analogía, un *sistema hidrológico* se define como *una estructura o volumen en el espacio, rodeada por una frontera, que acepta agua y otras entradas, opera en ellas internamente y las produce como salidas* (véase la figura 1.2.2). La estructura (para flujos superficiales o subsuperficiales) o volumen en el espacio (para el flujo de humedad atmosférica) es la totalidad de los caminos del flujo a través de los cuales el agua puede pasar como *materia prima* desde el punto en que entra al sistema hasta el punto en que lo abandona. La frontera es una superficie continua definida en tres dimensiones, que encierra el volumen o estructura. Un *medio de trabajo* penetra en el sistema como entrada, interactúa con la estructura y otros medios, y emerge como salida del sistema. Los procesos físicos, químicos y biológicos operan en el medio de trabajo dentro del sistema; los medios de trabajo más comunes incluidos en el análisis hidrológico son agua, aire y calor.

El proceso de desarrollo de ecuaciones de trabajo y modelos de fenómenos hidrológicos es similar al que se da en mecánica de fluidos. En hidrología, sin embargo, existe generalmente un mayor error de aproximación al aplicar leyes físicas porque los sistemas son más grandes y complejos, y pueden implicar varios medios de trabajo. Además, la mayor parte de los sistemas hidrológicos son intrínsecamente aleatorios porque su mayor entrada es la precipitación, un fenómeno altamente variable e impredecible. Por consiguiente, el análisis estadístico cumple un papel importante en el análisis hidrológico.

Ejemplo 1.2.1 Represente el proceso de lluvia-escorrentía como sistema hidrológico en una cuenca*.

Solución. Una cuenca es una superficie de tierra que drena hacia una corriente en un lugar dado. La *divisoria de aguas* es una línea que separa la superficie de tierra cuyo drenaje fluye hacia un río dado de las superficies de tierra cuyos desagües corren hacia otros ríos. La frontera del sistema se dibuja alrededor de la cuenca, proyectando la divisoria de aguas verticalmente hacia arriba, y abajo hacia planos horizontales (véase la figura 1.2.3). La lluvia es la entrada, distribuida en el espacio sobre el plano superior; el caudal es la salida, concentrado en el espacio de la salida de la cuenca. La evaporación y el flujo subsuperficial también pueden considerarse como salidas, pero son muy pequeños comparados con el caudal durante una tormenta. La estructura del sistema es el conjunto de caminos de flujo sobre el suelo o a través de él e incluye sistemas tributarios que eventualmente convergen para convertirse en caudal a la salida de la cuenca.

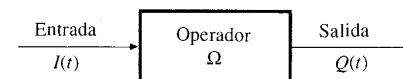


FIGURA 1.2.2
Representación esquemática de la operación de un sistema.

* N. del R.T. Equivale al término *hoya*, el cual puede hallarse en otros textos.

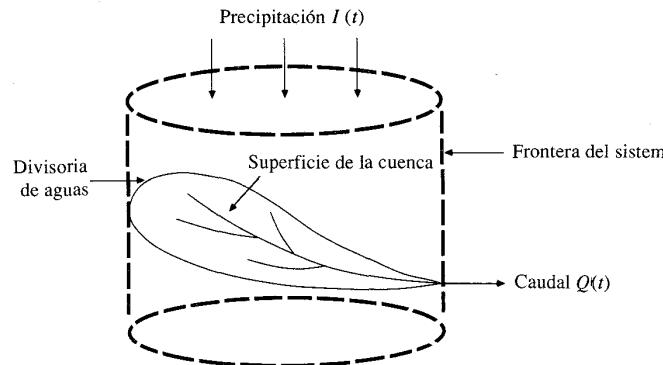


FIGURA 1.2.3
La cuenca como un sistema hidrológico.

Si la superficie y el suelo de la cuenca se examinan en detalle, el número de caminos posibles resulta enorme. A lo largo de alguno de estos caminos, la forma, la pendiente y la rugosidad pueden cambiar continuamente y estos factores también pueden variar en el tiempo a medida que el suelo se humedece. De manera análoga, la precipitación varía aleatoriamente en el espacio y el tiempo. Debido a estas grandes complicaciones, no es posible describir algunos procesos hidrológicos a través de leyes físicas exactas. Si se utiliza el concepto de sistema, el esfuerzo se dirige hacia la construcción de un modelo que relacione entradas y salidas en lugar de llevar a cabo la extremadamente difícil tarea de una representación exacta de los detalles del sistema, los cuales pueden ser desconocidos o no significativos desde un punto de vista práctico. Sin embargo, el conocimiento de un sistema físico ayuda en el desarrollo de un buen modelo y en la determinación de su precisión.

1.3 MODELO DEL SISTEMA HIDROLÓGICO

El objetivo del análisis del sistema hidrológico es estudiar la operación del sistema y predecir su salida. Un modelo de sistema hidrológico es una aproximación al sistema real; sus entradas y salidas son variables hidrológicas mensurables y su estructura es un conjunto de ecuaciones que conectan las entradas y las salidas. Central a la estructura del modelo está el concepto de *transformación del sistema*.

Las entradas y las salidas pueden expresarse como funciones del tiempo, $I(t)$ y $Q(t)$ respectivamente, en donde t pertenece al rango de tiempo T en consideración. El sistema realiza una transformación de la entrada en la salida representada por

$$Q(t) = \Omega I(t) \quad (1.3.1)$$

la cual se conoce como *ecuación de transformación* del sistema. El símbolo Ω es una *función de transferencia* entre la entrada y la salida. Si esta relación puede representarse mediante una ecuación algebraica, entonces Ω es un operador algebraico. Por ejemplo, si

$$Q(t) = CI(t) \quad (1.3.2)$$

donde C es una constante, entonces la función de transferencia es el operador

$$\Omega = \frac{Q(t)}{I(t)} = C \quad (1.3.3)$$

Si la transformación es descrita por una ecuación diferencial, entonces la función de transferencia sirve como un *operador diferencial*. Por ejemplo, un *embalse lineal* tiene su almacenamiento S relacionado con su caudal de salida Q a través de

$$S = kQ \quad (1.3.4)$$

donde k es una constante que tiene dimensiones de tiempo. Por consiguiente, la tasa de cambio del almacenamiento con respecto al tiempo dS/dt es igual a la diferencia entre la entrada y la salida

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - Q(t) \quad (1.3.5)$$

Eliminando S en las dos ecuaciones y reordenando,

$$k \frac{dQ}{dt} + Q(t) = I(t) \quad (1.3.6)$$

luego

$$\Omega = \frac{Q(t)}{I(t)} = \frac{1}{1 + kD} \quad (1.3.7)$$

donde D es el operador diferencial d/dt . Si la ecuación de transformación ha sido determinada y puede ser resuelta, se encuentra la salida como función de la entrada. La ecuación (1.3.7) describe un sistema *lineal* si k es una constante. Si k es una función de la entrada I o de la salida Q , entonces (1.3.7) describe un sistema *no lineal* que es más difícil de solucionar.

1.4 CLASIFICACIÓN DE MODELOS HIDROLÓGICOS

Los modelos hidrológicos pueden dividirse en dos categorías: modelos *físicos* y modelos *abstractos*. Los primeros incluyen modelos a *escala* que representan el sistema en una escala reducida, tal como un modelo hidráulico del vertedero de una presa; y modelos *análogos*, que usan otro sistema físico con propiedades similares a las del prototipo. Por ejemplo el Hele-Shaw es un modelo análogo que usa el movimiento de un fluido viscoso entre dos placas paralelas muy cercanas para modelar el flujo a través de un acuífero o terraplén.

Los modelos abstractos representan el sistema en forma matemática. La operación del sistema se describe por medio de un conjunto de ecuaciones que relacionan las variables de entrada y de salida. Estas variables pueden ser funciones del espac-

cio y del tiempo, y también pueden ser variables *probabilísticas* o *aleatorias* que no tienen un valor fijo en un punto particular del espacio y del tiempo, pero que están descritas a través de distribuciones de probabilidad. Por ejemplo, la lluvia que caerá mañana en un lugar particular no puede pronosticarse con exactitud, pero sí puede calcularse la probabilidad de que llueva. La representación general de tales variables es el *campo aleatorio*, una región del espacio y del tiempo dentro de la cual el valor de la variable en cada punto está definido por una distribución de probabilidad (Vanmarcke, 1983). Por ejemplo, la intensidad de precipitación en una tormenta varía rápidamente en el tiempo y de un lugar a otro, por lo cual no puede 'pronosticarse' en forma exacta, por tanto es razonable representarla a través de un campo aleatorio.

Tratar de desarrollar un modelo con variables aleatorias que dependen de las tres dimensiones espaciales y del tiempo es una tarea ardua, por consiguiente, para la mayor parte de los propósitos prácticos es necesario simplificar el modelo, despreciando algunas de las fuentes de variación. Los modelos hidrológicos pueden clasificarse teniendo en cuenta las formas en que se lleva a cabo esta simplificación. Existen tres decisiones que deben tomarse en un modelo: ¿serán o no aleatorias las variables del modelo?, ¿variarán en el espacio o serán uniformes?, ¿variarán en el tiempo o serán constantes? El modelo puede localizarse en un "árbol" de acuerdo con estas alternativas, tal como se muestra en la figura 1.4.1.

Un modelo *determinístico* no considera aleatoriedad; una entrada dada produce siempre una misma salida. Un modelo *estocástico* tiene salidas que son por lo menos parcialmente aleatorias. Podría decirse que los modelos determinísticos hacen *pronósticos*, mientras que los modelos estocásticos hacen *predicciones*. A pesar de que todos los fenómenos hidrológicos implican algún grado de aleatoriedad, la variabilidad resultante en la salida puede ser pequeña cuando se le compara con la variabilidad resultante de otros factores conocidos. En tales casos un modelo determinístico es apropiado. Si la variación aleatoria es grande, un modelo estocástico es el más adecuado, porque la salida real podría ser bastante diferente del valor único producido por un modelo determinístico. Por ejemplo, pueden desarrollarse modelos determinísticos razonablemente buenos para la evaporación diaria en un lugar dado, usando información sobre energía disponible y transporte de vapor, pero tal información no puede usarse para desarrollar modelos confiables de precipitación diaria en un lugar, debido a que la precipitación es aleatoria en su mayor parte. Por consiguiente, la mayoría de los modelos de precipitación diaria son estocásticos.

En el nivel medio del árbol de la figura 1.4.1 se decide el tratamiento de la variación espacial. Los fenómenos hidrológicos cambian en las tres dimensiones espaciales, pero el tener en cuenta explícitamente toda esta variación, puede hacer que el modelo sea muy complicado para aplicaciones prácticas. En un modelo determinístico *agregado*, el sistema es promediado en el espacio o considerado como un punto único sin dimensiones en el espacio. Por ejemplo, muchos modelos del proceso de lluvia-escorrentía mostrado en la figura 1.2.3 tratan la entrada de precipitación como uniforme en toda la cuenca e ignoran la variación espacial interna del flujo en dicha cuenca. En contraste, un modelo determinístico *distribuido* considera que los procesos hidrológicos ocurren en varios puntos del espacio y define las variables del modelo como funciones de las dimensiones espaciales. Los modelos estocásticos se clasifican en independientes en el espacio y correlacionados en él, de acuerdo con la influencia que las variables aleatorias tengan entre ellas en diferentes puntos del espacio.

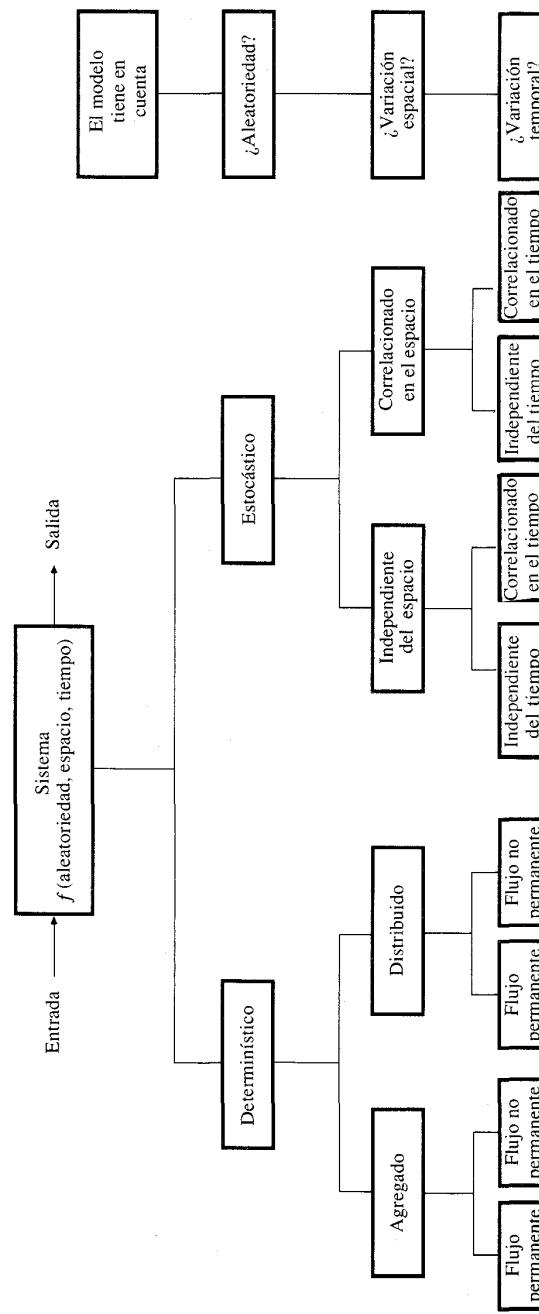


FIGURA 1.4.1 Clasificación de modelos hidrológicos de acuerdo con la forma, la aleatoriedad y la variabilidad espacial y temporal de los fenómenos hidrológicos.

En el tercer nivel del árbol se considera la variabilidad temporal. Los modelos determinísticos se clasifican en modelos de *flujo permanente* (la tasa de flujo no cambia con el tiempo) y modelos de *flujo no permanente*. Los modelos estocásticos siempre tienen salidas que son variables en el tiempo. Éstos se clasifican como *independientes del tiempo* y *correlacionados en él*; un modelo independiente del tiempo representa una secuencia de eventos hidrológicos que no influyen entre sí, mientras que un modelo correlacionado en el tiempo representa una secuencia en la cual el evento siguiente está parcialmente influído por el evento anterior y posiblemente por otros.

Todos los modelos hidrológicos son aproximaciones de la realidad, luego la salida de un sistema real nunca puede pronosticarse con certeza; así mismo, los fenómenos hidrológicos varían con las tres dimensiones del espacio y con el tiempo, pero la consideración simultánea de las cinco fuentes de variación (aleatoriedad, tres dimensiones espaciales, tiempo) se ha llevado a cabo sólo para algunos pocos casos idealizados. Un modelo práctico usualmente considera una o dos fuentes de variación.

De los ocho tipos posibles de modelos hidrológicos mostrados en la línea final de la figura 1.4.1, sólo cuatro son considerados en detalle en este libro. La figura 1.4.2 presenta la sección de un canal que se utiliza para mostrar estos cuatro casos y las diferencias entre ellos. A la derecha de la figura se encuentra el *dominio espacio-tiempo* en el cual el espacio, o distancia a lo largo del canal, se representa en el eje horizontal y el tiempo en el eje vertical, para cada uno de los cuatro casos.

El caso más simple, *a*), es un modelo determinístico agregado de flujo permanente. Los flujos de entrada y salida son iguales y constantes en el tiempo, tal como lo muestran los puntos de igual tamaño en las líneas $x = 0$ y $x = L$. Muchas de las ecuaciones en los primeros seis capítulos de este libro son de este tipo (véase el ejemplo 1.1.1). El siguiente caso, *b*), es un modelo determinístico agregado de flujo no permanente. Los flujos de entrada $I(t)$ y de salida $Q(t)$ ahora varían en el tiempo, tal como lo indican los puntos de tamaño variable en $x = 0$ y $x = L$. Un modelo agregado no ilustra la variación espacial que ocurre entre los extremos del canal, luego no se muestran puntos en esa zona. La representación mediante modelos agregados se utiliza en los capítulos 7 y 8 para describir la conversión de lluvia en escorrentía y el paso del flujo resultante a través de embalses y canales aluviales. El tercer caso, *c*), es un modelo determinístico distribuido de flujo no permanente; aquí se muestra también la variación a lo largo del eje espacial, y la tasa de flujo se calcula para una red de puntos en el espacio y el tiempo. Los capítulos 9 y 10 usan este método para obtener un modelo de flujo en canales más aproximado de lo que es posible con un modelo agregado. Finalmente, en el caso *d*), se incluye la aleatoriedad. La salida del sistema no se muestra como un punto de valor único, sino como una distribución que asigna una probabilidad de ocurrencia a cada uno de los valores posibles de la variable. Este es un modelo estocástico independiente del espacio y del tiempo donde la distribución de probabilidad es la misma en cualquier punto del plano espacio-tiempo y los valores en un punto no influyen en los valores obtenidos en cualquier otro lugar. En los capítulos 11 y 12 se usa este tipo de modelos para describir eventos hidrológicos extremos, tales como las lluvias o crecidas* anuales máximas. En los tres últimos capítulos, los modelos desarrollados utilizando estos métodos son empleados para el diseño hidrológico.

* N. del T. Otros términos utilizados en español son crecidas, avenidas y riadas.

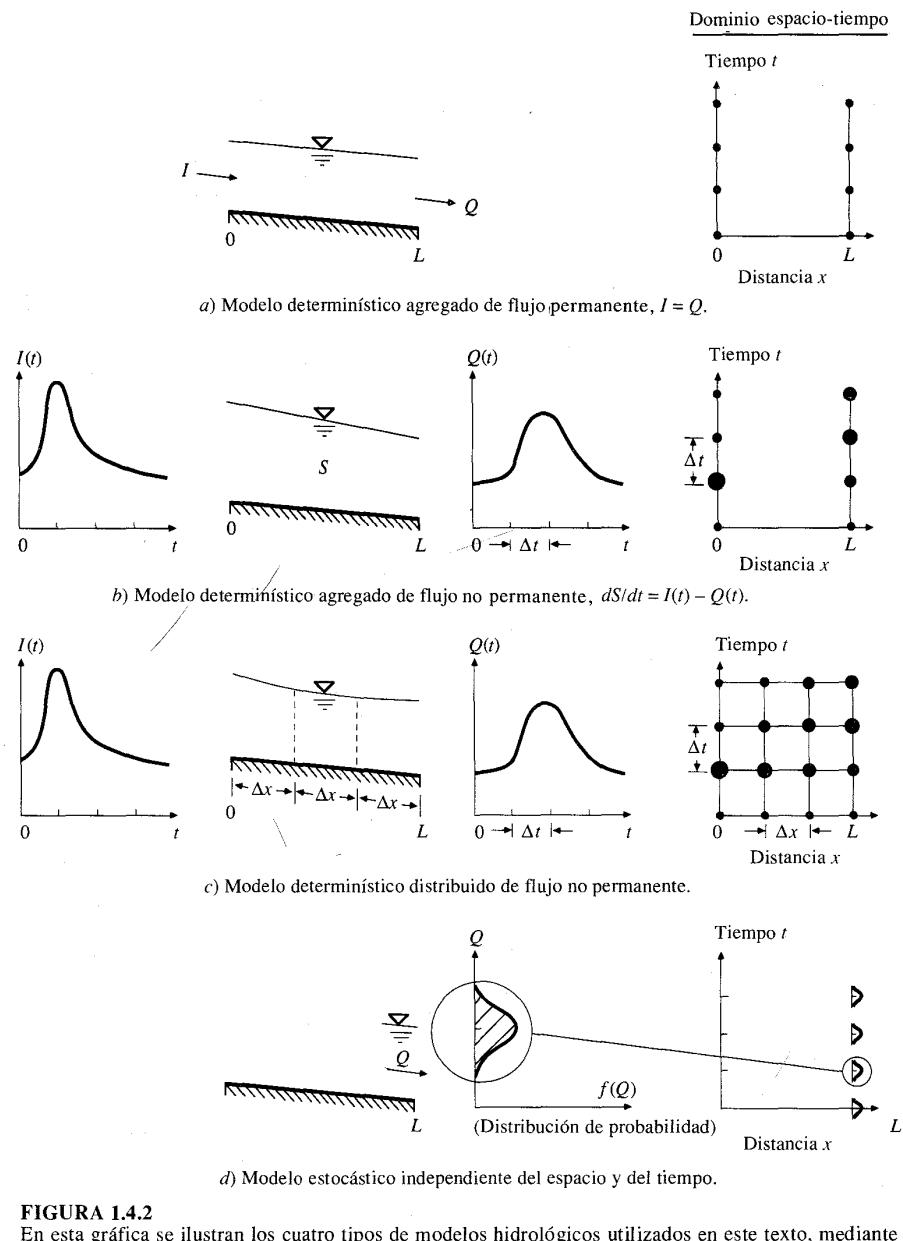


FIGURA 1.4.2

En esta gráfica se ilustran los cuatro tipos de modelos hidrológicos utilizados en este texto, mediante el flujo en un canal. Para los tres modelos determinísticos *a*) a *c*), el tamaño de los puntos indica la magnitud del flujo, y el cambio de los flujos de entrada y de salida en el tiempo se muestra en las líneas verticales en $x = 0$ y $x = L$, respectivamente. Para el sistema estocástico *d*), el flujo se representa mediante una distribución de probabilidad que se muestra sólo en $x = L$, debido a que el modelo es independiente del espacio.

1.5 EL DESARROLLO DE LA HIDROLOGÍA

La ciencia de la hidrología empieza con el concepto de ciclo hidrológico. Desde tiempos antiguos muchos pensadores han especulado acerca de la circulación del agua, incluyendo al poeta Homero (alrededor del 1000 a. C.) y los filósofos Tales de Miletio, Platón y Aristóteles en Grecia; Lucrecio, Séneca y Plinio en Roma, y muchos eruditos medievales. Gran parte de esta especulación no tenía bases científicas; sin embargo, el filósofo griego Anaxágoras de Clazomene (500-428 a. C.) ideó una versión primitiva del ciclo hidrológico. Creía que el Sol evaporaba el agua del mar hacia la atmósfera, desde donde caía como lluvia, y formaba las reservas subterráneas, las cuales alimentaban los caudales de los ríos. Un avance en relación con esta teoría fue hecho por otro filósofo griego, Teofrasto (372-287 a. C.), quien describió en forma correcta el ciclo hidrológico en la atmósfera. Dio una explicación lógica de la formación de la precipitación por medio de la condensación y del congelamiento. Después de estudiar los trabajos de Teofrasto, el arquitecto e ingeniero romano Marco Vitruvio, quien vivió en la época de Cristo, concibió la teoría que se acepta hoy en día: extendió la explicación de Teofrasto al afirmar que el



a)

b)

FIGURA 1.5.1

Leonardo da Vinci midió la distribución de velocidad de flujo en la sección transversal de una corriente mediante la repetición de experimentos del tipo mostrado en a). Él liberaba una vara lastrada b), la cual era mantenida a flote por medio de una vejiga animal inflada y la seguía mientras avanzaba aguas abajo, midiendo la distancia con un odómetro y el tiempo con canciones ritmicas. (Fuente: Frazier, 1974, figuras 6 y 7. Reproducidas con autorización).

INTRODUCCIÓN

agua subterránea se deriva principalmente de la lluvia y la nieve infiltradas a través de la superficie del suelo. Ésta puede considerarse como la precursora de la versión moderna del ciclo hidrológico.

Las civilizaciones asiáticas antiguas (UNESCO, 1974) desarrollaron una línea de pensamiento independiente. Los chinos registraron observaciones de lluvia, nevísca, nieve y viento en el oráculo de huesos de Anyang hacia el año 1200 a. C. Probablemente usaron pluviómetros alrededor del año 1000 a. C. y establecieron una medición sistemática de lluvias alrededor del año 200 a. C. En la India, las primeras mediciones cuantitativas de lluvia datan de la segunda parte del siglo IV a. C. El concepto de ciclo hidrológico dinámico pudo haber surgido en China hacia el año 900 a. C.¹, en la India hacia el año 400 a. C.², y en Persia alrededor del siglo X³, pero estas ideas tuvieron muy poco impacto sobre el pensamiento occidental.

Durante el Renacimiento ocurrió un cambio gradual desde los conceptos puramente filosóficos de hidrología hacia la ciencia observational. Leonardo da Vinci (1452-1519) hizo los primeros estudios sistemáticos de la distribución de velocidad en los ríos, utilizando una vara lastrada que se mantenía a flote por medio de una vejiga animal inflada. La vara era liberada en un punto de la corriente, Leonardo da Vinci caminaba a lo largo de la orilla, medía su avance con un odómetro (véase la figura 1.5.1) y calculaba la diferencia entre las velocidades de la superficie y el fondo por el ángulo que formaba la vara con la superficie del agua. Luego colocaba la vara en diversos puntos de la sección transversal de la corriente y trazaba la distribución de velocidad a lo ancho del canal. De acuerdo con Frazier (1974), las 8,000 páginas de notas de Leonardo que se conservan contienen más referencias relacionadas con hidráulica que con cualquier otra materia. En relación con la distribución de velocidad en los ríos, él escribió: "Del agua con peso, profundidad, ancho y declive (pendiente) uniformes aquella porción más rápida es la cercana a la superficie; esto ocurre porque el agua que está más arriba es contigua al aire, el cual ofrece una resistencia pequeña porque es más liviano que el agua; el agua que está debajo es contigua a la tierra, la cual presenta una gran resistencia por permanecer inamovible y ser más pesada que el agua" (MacCurdy, 1939). Antes de Leonardo da Vinci se pensaba que el agua fluía más rápidamente en el fondo de un río puesto que si dos agujeros eran abiertos en la pared de un tanque que contenía agua, el flujo del agujero inferior era más rápido que el flujo del superior.

- 1 En el volumen "Pequeñas canciones tradicionales" del *Libro de odas* (anónimo, 900-500 a. C.) se escribe: "La lluvia y la nieve son intercambiables y se vuelven nevisca a través de la primera (rápida) condensación". También Fan Li (400 a. C., Chi Ni tzu o *El libro del maestro Chi Ni*) dijo: "...el viento (que contiene humedad) es *ch'i* (fuerza de movimiento o energía) en el cielo y la lluvia es *ch'i* del suelo. El viento sopla de acuerdo con la época del año y la lluvia cae debido al viento (por condensación). Podemos decir que el *ch'i* en el cielo se mueve hacia abajo (por precipitación) mientras que el *ch'i* del suelo se mueve hacia arriba (a través de la evaporación)".
- 2 *Upanisads*, que data desde el año 400 a. C. (Micropaedia, Vol. X, *New Encyclopaedia Britannica*, p. 283, 1974), traducido del sánscrito al inglés por Swami Prabhavananda y Frederick Manchester, Mentor Books, No. MQ921, p. 69. En esta obra se escribe: "Los ríos en el este fluyen hacia el este, los ríos en el oeste fluyen hacia el oeste, y todos entran en el mar. De mar a mar pasan ellos, las nubes los levantan hacia el cielo como vapor y los envía hacia abajo como lluvia".
- 3 *Karaji, M.*, *Extracción del agua oculta*, hacia el año 1016, traducido del árabe al persa por H. Khadiv-Djam, Fundación de Cultura Iraní, Teherán, Irán. En esta obra se escribe: "Los manantiales vienen de aguas ocultas dentro de la Tierra, mientras que las aguas en la superficie de la Tierra vienen de la lluvia y la nieve... y la lluvia y la nieve se filtran en la Tierra, mientras que sólo el exceso del agua corre hacia el mar...".

El científico hugonote francés Bernard Palissy (1510-1589) demostró que los ríos y manantiales se originan de la lluvia, refutando una antigua teoría que sostenía que las corrientes eran alimentadas directamente por el mar. El naturalista francés Pierre Perrault (1608-1680) midió la escorrentía y encontró que solamente era una fracción de la lluvia. Llegó a la conclusión de que la lluvia era una fuente para la escorrentía y concluyó en forma correcta que el resto de la precipitación se perdía por transpiración, evaporación y desviación.

La medición y experimentación en hidráulica florecieron en el siglo XVIII. Se descubrieron nuevos principios hidráulicos tales como la ecuación de Bernoulli y la de Chezy y se desarrollaron mejores instrumentos, entre otros el pluviógrafo de cubeta basculante y el correntómetro. La hidrología avanzó en forma más rápida durante el siglo XIX. Dalton estableció un principio para la evaporación (1802), la teoría del flujo capilar fue descrita por la ecuación de Hagen-Poiseuille (1839), y el método racional para determinar las crecientes máximas fue propuesto por Mulvaney (1850). Darcy desarrolló su ley de flujo en medios porosos (1856), Rippl presentó su diagrama para determinar los requerimientos de almacenamiento (1883) y Manning propuso su ecuación para el flujo en canales abiertos (1891).

Sin embargo, la hidrología cuantitativa todavía no estaba consolidada a principios del siglo XX. Se empleaban aproximaciones empíricas para resolver problemas hidrológicos prácticos. Gradualmente los hidrólogos reemplazaron el empirismo con el análisis racional de información observada. Green y Ampt (1911) desarrollaron un modelo basado físicamente para infiltración, Hazen (1914) introdujo el análisis de frecuencia para los máximos de creciente y los requerimientos de almacenamiento de agua, Richards (1931) determinó la ecuación que gobierna el flujo no saturado, Sherman ideó el método de diagrama unitario para transformar la precipitación efectiva en escorrentía directa (1932), Horton desarrolló una teoría de infiltración (1933) y una descripción de la forma de una cuenca de drenaje (1945), Gumbel propuso la ley del valor extremo para los estudios hidrológicos (1941), y Hurst (1951) demostró que las observaciones hidrológicas pueden exhibir secuencias para valores bajos o altos, que persisten a lo largo de muchos años.

Al igual que muchas ciencias, la hidrología se reconoció como una disciplina separada sólo en época reciente. Alrededor de 1965, la United States Civil Services Commission reconoció el hidrólogo como una clasificación de trabajo. Las "series hidrológicas" de posiciones en la lista de ocupaciones de la comisión estaba descrita como sigue:

Esta serie incluye posiciones científicas profesionales que tienen como objetivo el estudio de la interrelación y reacción entre el agua y su medio ambiente en el ciclo hidrológico. Estas posiciones tienen las funciones de investigación, análisis e interpretación de los fenómenos de ocurrencia, circulación, distribución y calidad del agua en la atmósfera y en la superficie de la Tierra, así como en los estratos de suelo y roca. Tal trabajo requiere la aplicación de principios básicos tomados y complementados de campos tales como la meteorología, la geología, la ciencia del suelo, la fisiología vegetal, la hidráulica y las matemáticas avanzadas.

La llegada de los computadores revolucionó la hidrología e hizo posible el análisis hidrológico a gran escala. Hoy en día se aplican teorías complejas que describen los procesos hidrológicos utilizando simulaciones en computador, y grandes cantidades de observaciones se reducen a resúmenes estadísticos para un mejor entendimiento de los fenómenos hidrológicos y para establecer niveles de diseño en hidrología.

Recientemente, algunos avances en electrónica y en transmisión de datos han hecho posible el envío instantáneo de información desde sensores remotos y el desarrollo de programas en "tiempo real" para la prevención de inundaciones y otras operaciones de recursos hidráulicos. Los microcomputadores y los programas de hoja electrónica han dado a muchos hidrólogos nuevas ventajas y capacidad computacional. La evolución del conocimiento y los métodos hidrológicos ha mejorado el alcance y la exactitud de la solución a problemas hidrológicos.

Los problemas hidrológicos afectan directamente la vida y las actividades de gran cantidad de personas. Un factor de riesgo siempre está presente, un evento más extremo que cualquier otro históricamente conocido puede ocurrir en cualquier momento. El hidrólogo tiene la responsabilidad de proveer el mejor análisis que el conocimiento y la información disponible permitan.

REFERENCIAS

- Dalton, J., Experimental essays on the constitution of mixed gases; on the force of steam or vapor from waters and other liquids, both in a Torricellian vacuum and in air; on evaporation; and on the expansion of gases by heat. *Mem. Proc. Manch. Lit. Phil. Soc.*, vol. 5, pp. 535-602, 1802.
- Darcy, H., *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. V. Dalmont, Paris, 1856.
- Frazier, A. H., Water current meters, *Smithsonian Studies in History and Technology* No. 28, Smithsonian Institution Press, Washington, D.C., 1974.
- Green, W. H., and G. A. Ampt. Studies on soil physics. *J. Agric. Sci.*, vol. 4, part. 1, pp. 1-24, 1911.
- Gumbel, E. J., The return period of flood flows. *Ann. Math. Stat.*, vol. 12, No. 2, pp. 163-190, 1941.
- Hagen, G. H. L., Über die Bewegung des Wassers in engen cylindrischen Röhren, *Poggendorfs Annalen der Physik und Chemie*, vol. 16, 1839.
- Hazen, A., Storage to be provided in impounding reservoirs for municipal water supply. *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 77, pp. 1539-1640, 1914.
- Horton, R. E., The role of infiltration in the hydrologic cycle. *Trans. Am. Geophys. Union*, vol. 14 pp. 446-460, 1933.
- Horton, R. E., Erosional development of streams and their drainage basins: Hydrophysical approach to quantitative morphology. *Bull. Geol. Soc. Am.*, vol. 56, pp. 275-370, 1945.
- Hurst, H. E., Long-term storage capacity of reservoirs. *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 116, paper No. 2447, pp. 770-799, 1951.
- MacCurdy, E., *The Notebooks of Leonardo da Vinci*, vol. 1. Reynal and Hitchcock, New York, 1939.
- Manning, R., On the flow of water in open channels and pipes. *Trans. Inst. Civ. Eng. Ireland*, vol. 20, pp. 161-207, 1891; supplement vol. 24, pp. 179-207, 1895.
- Mulvaney, T. J., On the use of self-registering rain and flood gauges in making observations of the relations of rainfall and of flood discharges in a given catchment, *Proc. Inst. Civ. Eng. Ireland*, vol. 4, pp. 18-31, 1850.
- Richards, L. A., Capillary conduction of liquids through porous mediums, *Physics, A Journal of General and Applied Physics*, American Physical Society, Minneapolis, Minn., vol. 1, pp. 318-333, July-Dec. 1931.
- Rippl, W., Capacity of storage reservoirs for water supply. *Minutes of Proceedings, Institution of Civil Engineers*, vol. 71, pp. 270-278, 1883.
- Sherman, L. K., Streamflow from rainfall by the unit-graph method. *Eng. News Rec.*, vol. 108, pp. 501-505, 1932.
- UNESCO, Contributions to the development of the concept of the hydrological cycle, Sc. 74/Conf. 804/Col.1, Paris, August 1974.
- U.S.S.R. National Committee for the International Hydrological Decade, World water balance and water resources of the earth, English translation. *Studies and Reports in Hydrology*, 25, UNESCO, Paris, 1978.
- Vanmarcke, E., *Random Fields: Analysis and Synthesis*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1983.

BIBLIOGRAFÍA

General

- Chow, V. T. (ed.), *Handbook of Applied Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1964.
 Eagleson, P.S., *Dynamic Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1970.
 Gray, D. M. (ed.), *Principles of Hydrology*, Water Information Center, Syosset, N.Y., 1970.
 Hjelmfelt, A. T., Jr., and J. J. Cassidy, *Hydrology for Engineers and Planners*, Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1975.
 Linsley, R. K., M. A. Kohler, and J. L. H. Paulhus, *Hydrology for Engineers*, McGraw-Hill, New York, 1982.
 Meinzer, O. E. (ed.), *Hydrology*, Physics of the Earth Series, vol. IX, McGraw-Hill, New York, 1942; reprinted by Dover, New York, 1949.
 Raudkivi, A. J., *Hydrology*, Pergamon Press, Oxford, 1979.
 Shaw, E. M., *Hydrology in Practice*, Van Nostrand Reinhold (U.K.), Wokingham, England, 1983.
 Viessman, W., Jr., J. W. Knapp, G. L. Lewis, and T. E. Harbaugh, *Introduction to Hydrology*, Harper and Row, New York, 1977.

Ciclo hidrológico

- Baumgartner, A., and E. Reichel, *The World Water Balance*, trans. by R. Lee, Elsevier Scientific Publishing Company, 1975.
 Chow, V. T., Hydrologic cycle, in *Encyclopaedia Britannica*, 15 ed., Macropaedia vol. 9, Chicago, 1974, pp. 116-125.
 L'vovich, M. I., *World Water Resources and Their Future*, Mysl' P. H. Moscow, 1974; trans. ed. by R. L. Nace, American Geophysical Union, Washington, D.C., 1979.

Historia hidrológica

- Biswas, A. K., *History of Hydrology*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1970.
 Chow, V. T., Hydrology and its development, pp. 1-22 in *Handbook of Applied Hydrology*, V. T. Chow. McGraw-Hill, New York, 1964.
 Rouse and H., S. Ince, *History of Hydraulics*, Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa, Iowa City, Iowa, 1957.

Sistemas hidrológicos

- Cadzow, J. A., *Discrete Time Systems: An Introduction with Interdisciplinary Applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1973.
 Chow, V. T., Hydrologic modeling, *J. Boston Soc. Civ. Eng.* vol. 60, No. 5, pp. 1-27, 1972.
 Dooge, J. C. I., The hydrologic cycle as a closed system, *IASH Bull.*, vol. 13, No. 1, pp. 58-68, 1968.
 Eykhoff, P., *System Identification*, Wiley, New York, 1974.
 Rich, L. G., *Environmental Systems Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1973.
 Rodríguez-Iturbe, I., and R. Bras, *Random Functions in Hydrology*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1985.
 Salas, J. D., et al., *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*, Water Resources Publications, Littleton, Colo., 1980.

PROBLEMAS

- 1.1.1.** Suponiendo que el agua de los océanos está implicada en el ciclo hidrológico, calcule el tiempo de residencia promedio del agua oceánica.
- 1.1.2.** Suponiendo que la escorrentía superficial que llega a los océanos viene de los ríos, calcule el tiempo de residencia promedio del agua en éstos.
- 1.1.3.** Suponiendo que la escorrentía de agua subterránea que llega a los océanos viene del agua dulce subterránea, establezca el tiempo de residencia promedio de este tipo de agua.
- 1.1.4.** En 1980 la población mundial se estimó en alrededor de 4,500 millones. El incremento anual de población en la década precedente fue aproximadamente del 2%. Con esta tasa de crecimiento de población, prediga el año en el cual habrá escasez de agua dulce, si todo el mundo tuviera el nivel de vida equivalente al más alto ac-

INTRODUCCIÓN

tual, para el cual el uso de agua dulce es casi de 6.8 m³/día (1,800 gal/día) per cápita, incluyendo el uso de aguas públicas y el agua utilizada para la irrigación y la industria. Suponga que anualmente 47,000 km³ de escorrentía superficial y subsuperficial están disponibles para uso.

- 1.1.5.** Estime el promedio global de precipitación y evaporación (cm/año).
1.1.6. Calcule el promedio global de precipitación y evaporación (pulg/año).
1.2.1. Tome tres sistemas hidrológicos con los que esté familiarizado. Para cada uno de ellos dibuje las fronteras del sistema e identifique las entradas, las salidas y el medio de trabajo.
1.3.1. La ecuación $k(dQ/dt) + Q(t) = I(t)$ ha sido utilizada para describir la reducción gradual de flujo en un río durante el periodo seco. En este caso, $I(t) = 0$ y $Q(t) = Q_0$ para $t = 0$. Resuelva la ecuación diferencial para $Q(t)$ con $t > 0$ y elabore la gráfica del resultado durante un periodo de 20 días si $k = 10$ dfas y $Q_0 = 100$ cfs*
1.3.2. La ecuación $k(dQ/dt) + Q(t) = I(t)$ se ha utilizado para describir la respuesta de una corriente a una tasa constante de precipitación continua e indefinida en una cuenca. En este caso, sea $I(t) = 1$ para $t > 0$, y $Q(t) = 0$ para $t = 0$. Resuelva la ecuación diferencial y represente gráficamente los valores de $I(t)$ y $Q(t)$ en un periodo de 10 horas si $k = 2$ h.
1.4.1. Clasifique los siguientes fenómenos hidrológicos de acuerdo con la estructura dada en la figura 1.4.1: a) flujo permanente uniforme en un canal abierto; b) una secuencia de flujos promedio diarios en una estación hidrométrica; c) los valores máximos anuales de flujo diario en un sitio; d) el perfil longitudinal de la elevación de la superficie del agua para flujo permanente en un canal aluvial aguas arriba de un puente; e) igual que en d), pero con una creciente que corre a lo largo del canal; f) una secuencia de valores de precipitación anual en un sitio; g) una secuencia de valores de precipitación anual en un grupo de lugares cercanos.
1.5.1. Seleccione un proyecto importante de recursos hidráulicos en su área. Explique los propósitos del proyecto y describa sus principales características.
1.5.2. Seleccione un proyecto de recursos hidráulicos de importancia nacional o internacional. Explique los propósitos del proyecto y describa sus características principales.
1.5.3. Seleccione tres entidades importantes que en su área tengan responsabilidades hidrológicas y explique cuáles son dichas responsabilidades.
1.5.4. Seleccione un evento hidrológico importante, tal como una creciente o una sequía, que haya ocurrido en su área y describa sus efectos.

* *N. del T.* A lo largo del texto se utilizará esta expresión, de uso común en ingeniería, que equivale a pie³/s.

PROCESOS HIDROLÓGICOS

Los procesos hidrológicos transforman la distribución espacial y temporal del agua a través del ciclo hidrológico. El movimiento del agua es un sistema hidrológico influído por las propiedades físicas del sistema, tales como el tamaño y la forma de sus líneas de corriente, y por la interacción del agua con otros medios como el aire y el calor. Los cambios de fase del agua entre fases líquida, sólida y de vapor son importantes en algunos casos. Muchas leyes físicas rigen la operación de sistemas hidrológicos.

Un mecanismo consistente necesario para el desarrollo de modelos hidrológicos es el *teorema de transporte de Reynolds*, llamado también la *ecuación general de volumen de control*. Dicho teorema se utiliza para desarrollar las ecuaciones de continuidad, *momentum* y energía para varios procesos hidrológicos.

2.1 TEOREMA DE TRANSPORTE DE REYNOLDS

El teorema de transporte de Reynolds toma leyes físicas que normalmente se aplican a masas discretas de una sustancia y las aplica a un fluido que circula continuamente a través de un volumen de control. Para este propósito pueden distinguirse dos tipos de propiedades de fluidos: propiedades *extensivas*, cuyos valores dependen de la cantidad de masa presente, y propiedades intensivas, que son independientes de la masa. Para cualquier propiedad extensiva B , puede definirse una correspondiente propiedad intensiva β como la cantidad de B por la unidad de masa de fluido, es decir, $\beta = dB/dm$. B y β pueden ser cantidades escalares o vectoriales, dependiendo de la propiedad en consideración.

El teorema de transporte de Reynolds relaciona la tasa de cambio con respecto al tiempo de la propiedad extensiva en el fluido, dB/dt , con las causas externas que producen este cambio. Considérese el *momentum* del fluido; en este caso, $\mathbf{B} = m\mathbf{V}$ y $\beta = d(m\mathbf{V})/dm = \mathbf{V}$, la velocidad del fluido, donde las negrillas indican cantidades vectoriales. De acuerdo con la segunda ley de Newton, la tasa de cambio de *momentum* con respecto al tiempo es igual a la fuerza neta aplicada en el fluido: $d\mathbf{B}/dt =$

$d(m\mathbf{V})/dt = \Sigma \mathbf{F}$. Las propiedades extensivas que se utilizan en este libro son la masa, el *momentum*, la energía del agua líquida y la masa del vapor de agua.

Cuando se aplica la segunda ley de Newton o cualquier otra ley física a un cuerpo sólido, el interés está en el movimiento del cuerpo, y el análisis sigue este cuerpo hacia donde éste se mueva. Esta es la teoría *lagrangiana* de movimiento. Aunque este concepto se aplica a fluidos, es más usual considerar que el fluido forma un *continuum* en el cual no se sigue el movimiento de partículas individuales. Luego el interés está en el volumen de control, un marco fijo en el espacio a través del cual el fluido pasa, llamado visión *euleriana* del movimiento. El teorema separa la acción de influencias externas en el fluido, que se expresan por $d\mathbf{B}/dt$ en dos componentes: la tasa de cambio con respecto al tiempo de la propiedad extensiva almacenada dentro del volumen de control y el flujo neto de la propiedad extensiva a través de la superficie de control. El teorema de transporte de Reynolds se usa comúnmente en mecánica de fluidos (White, 1979; Shames, 1982; Fox y MacDonald, 1985; y Roberson y Crowe, 1985). A pesar de que este teorema no ha sido ampliamente utilizado en hidrología, proporciona un medio consistente para aplicar leyes físicas a sistemas hidrológicos.

Para determinar la ecuación que rige el teorema, considérese el volumen de control que se muestra en la figura 2.1.1, cuya frontera se determina por la superficie de control señalada con línea discontinua.

Dentro del volumen de control se encuentra el elemento sombreado de volumen $d\mathbf{V}$. Si la densidad del fluido es ρ , la masa de fluido del elemento es $dm = \rho d\mathbf{V}$, la cantidad de la propiedad extensiva B contenida en el elemento del fluido es $dB = \beta dm = \beta \rho d\mathbf{V}$, y la cantidad total de propiedad extensiva dentro de cualquier volumen es la integral de esas cantidades elementales a través de ese volumen:

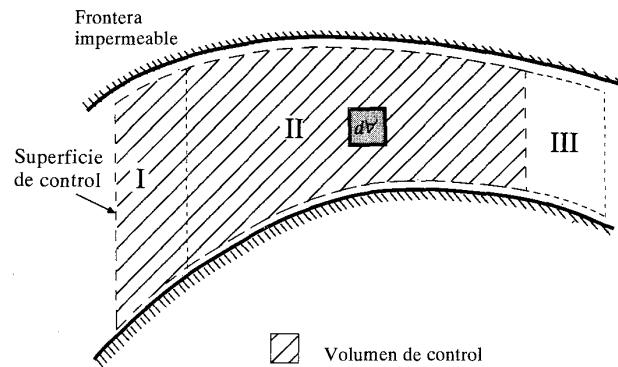
$$B = \iiint \beta \rho d\mathbf{V} \quad (2.1.1)$$

en donde \iiint indica integración a través de un volumen.

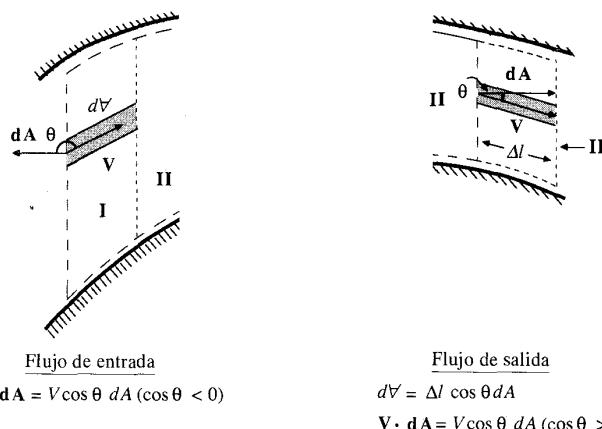
El fluido de la figura 2.1.1 circula de izquierda a derecha a través del volumen de control, pero no hay flujo a través de las fronteras superior e inferior. Después de un pequeño intervalo de tiempo Δt , la masa de fluido dentro del volumen de control en el tiempo t se ha movido hacia la derecha y ocupa el espacio delineado por las líneas punteadas. Pueden identificarse tres regiones de espacio: la región I, hacia la izquierda, que la masa de fluido ocupa en el tiempo t pero no en el tiempo $t + \Delta t$; la región II, en el centro, ocupada por la masa de fluido en ambos instantes; y la región III, a la derecha, fuera del volumen de control, ocupada por la masa de fluido en $t + \Delta t$ pero no en t . Para la masa de fluido sombreada, localizada inicialmente dentro del volumen de control, la tasa de tiempo de cambio de la propiedad extensiva puede definirse por:

$$\frac{dB}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [(B_{II} + B_{III})_{t+\Delta t} - (B_I + B_{II})_t] \quad (2.1.2)$$

donde los subíndices t y $t + \Delta t$ se utilizan para denotar los valores de las cantidades respectivas en esos dos intervalos. Al reordenar (2.1.2) para separar la propiedad



- a) El fluido en las regiones I y II (volumen de control) en el tiempo t ocupa las regiones II y III en el tiempo $t + \Delta t$.



b) Vista ampliada de la región de entrada

c) Vista ampliada de la región de salida

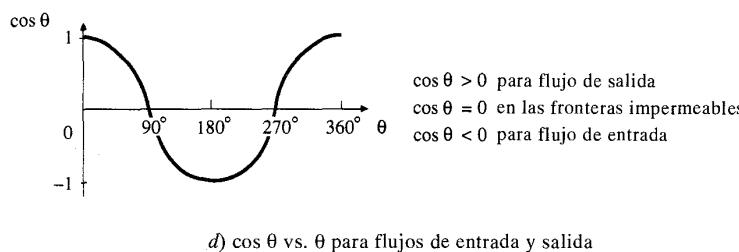


FIGURA 2.1.1

Volumen de control del fluido para la determinación del teorema de transporte de Reynolds.

extensiva que permanece dentro del volumen de control (B_{II}) de la que pasa a través de la superficie de control (B_1) y (B_{III}), se obtiene

$$\frac{dB}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\Delta t} [(B_{II})_{t+\Delta t} - (B_{II})_t] + \frac{1}{\Delta t} [(B_{III})_{t+\Delta t} - (B_1)_t] \right\} \quad (2.1.3)$$

A medida que Δt tiende a 0, la región II empieza a coincidir con el volumen de control, y el primer término en (2.1.3) se convierte en la derivada temporal (d/dt) de la cantidad de B almacenada dentro del volumen de control:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [(B_{II})_{t+\Delta t} - (B_{II})_t] = \frac{d}{dt} \int \int \int_{V.C.} \beta \rho dV \quad (2.1.4)$$

En esta ecuación, la derivada total d/dt se utiliza para tener en cuenta el caso de un volumen de control *deformable* (por ejemplo cambia de forma y tamaño con el transcurso del tiempo). Si el volumen de control es *fijo* en el espacio y el tiempo, la derivada total puede reemplazarse por la derivada parcial $\partial/\partial t$ porque el interés está en la tasa de tiempo de cambio de la propiedad extensiva almacenada en el volumen de control, sin tener en cuenta su distribución espacial interna.

El segundo término de la ecuación (2.1.3), que involucra B_1 y B_{III} , representa el flujo de la propiedad extensiva a través de la superficie de control. La figura 2.2.1c muestra un primer plano de la región III a la salida del volumen de control. Un elemento de área a la salida de la superficie de control se designa dA , y el elemento de volumen dV es el volumen del tubo de corriente que contiene todo el fluido que pasa a través de dA en el tiempo Δt . La longitud del tubo es $\Delta l = V\Delta t$, que es la longitud de la línea de corriente en el tiempo Δt . El volumen del tubo es $dV = \Delta l \cos \theta dA$, donde θ es el ángulo entre el vector velocidad V y la dirección normal al elemento de área dA . La cantidad de propiedad extensiva B en el tubo es $\beta \rho dV = \beta \rho \Delta l \cos \theta dA$. La cantidad total de fluido de la región III se encuentra al integrar estas cantidades elementales a través de toda la superficie de control. Luego el término B_{III} de (2.1.3) puede escribirse como

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\Delta t} (B_{III})_{t+\Delta t} \right\} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int \int \beta \rho \Delta l \cos \theta dA}{\Delta t} \quad (2.1.5)$$

donde la doble integral $\int \int$ indica la integral a través de una superficie.

A medida que Δt tiende a 0, el límite de la relación $\Delta l/\Delta t$ es la magnitud de la velocidad del fluido V . Si por *vector normal de área dA* se entiende un vector de magnitud dA con dirección normal al área dA que apunta *hacia afuera* de la superficie de control, entonces el término $V \cos \theta dA$ puede expresarse por el producto punto o producto interno $\mathbf{V} \cdot \mathbf{dA}$. Luego, para obtener la tasa de flujo de la propiedad extensiva que atraviesa la superficie del control, la ecuación (2.1.5) puede reescribirse como

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\Delta t} (B_{III})_{t+\Delta t} \right\} = \int \int_{III} \beta \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{dA} \quad (2.1.6)$$

Puede hacerse un análisis similar para el fluido que entra al volumen de control en la región I [véase la figura 2.1.1b)]. En este caso, $\cos \theta$ es negativo y $dV = \Delta l \cos(180^\circ - \theta) dA = -\Delta l \cos \theta dA$, y

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\Delta t} (B_1)_t \right\} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\iint \beta \rho (-\Delta l \cos \theta dA)}{\Delta t} \\ &= - \iint_I \beta \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

Sustituyendo (2.1.4), (2.1.6) y (2.1.7) en (2.1.3) se obtiene

$$\frac{dB}{dt} = \frac{d}{dt} \iint_{v.c.} \beta \rho dV + \iint_{III} \beta \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} + \iint_I \beta \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.1.8)$$

Para el fluido que entra en el volumen de control, el ángulo entre el vector de velocidad \mathbf{V} , que apunta hacia el volumen de control, y el vector de área $d\mathbf{A}$, que apunta hacia afuera, está en el rango $90^\circ < \theta < 270^\circ$ para el cual $\cos \theta$ es negativo [véase figura 2.1.1d)]. En consecuencia, $\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}$ es siempre negativo para el flujo de entrada. Para el fluido que sale del volumen de control $\cos \theta$ es positivo, luego $\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}$ siempre es positivo para el flujo de salida. En las fronteras impermeables \mathbf{V} y $d\mathbf{A}$ son perpendiculares y por consiguiente $\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = 0$. Luego, las integrales en (2.1.8) sobre la entrada I y la salida III pueden reemplazarse por una sola integral en la superficie de control, que representa el flujo de salida menos el flujo de entrada, o *flujo neto*, de la propiedad extensiva B :

$$\frac{dB}{dt} = \frac{d}{dt} \iint_{v.c.} \beta \rho dV + \iint_{s.c.} \beta \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.1.9)$$

La ecuación (2.1.9) es la que rige el teorema de transporte de Reynolds. Se utiliza varias veces en este libro, por lo cual vale la pena repasar el significado de cada término. Tal como se estableció anteriormente, la ecuación se usará como mecanismo para considerar las leyes físicas que normalmente se aplican a masas discretas y convertirlas a un fluido continuo. El teorema de transporte de Reynolds establece que *la tasa total de cambio de una propiedad extensiva de un fluido es igual a la tasa de cambio de la propiedad extensiva almacenada en el volumen de control, $d/dt \int \int \beta \rho dV$, más el flujo neto de la propiedad extensiva a través de la superficie de control, $\int \int \beta \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}$* . Cuando se utiliza el teorema, los flujos de entrada se consideran negativos y los de salida positivos.

En las secciones siguientes, el teorema de transporte de Reynolds se aplica para desarrollar las ecuaciones de continuidad, *momentum*, y energía para procesos hidrológicos.

2.2 ECUACIONES DE CONTINUIDAD

La conservación de masa es el principio físico más útil en el análisis hidrológico y se requiere en casi todos los problemas aplicados. Las *ecuaciones de continuidad*

que expresan este principio pueden determinarse para un volumen de fluido, para una sección transversal y para un punto dentro del flujo. En este capítulo solamente se desarrolla la *ecuación de continuidad integral* para un flujo de volumen. La ecuación de continuidad en un punto se determinará en el capítulo 4 para describir el flujo en un medio poroso, y la ecuación de continuidad a través de una sección transversal se determinará en el capítulo 9 para describir el flujo en una sección de un río. La ecuación de continuidad integral es la base para las otras dos formas.

Ecuación de continuidad integral

La ecuación de continuidad integral se aplica a un volumen de fluido. Si la masa es la propiedad extensiva considerada en el teorema de transporte de Reynolds, entonces $B = m$ y $\beta = dB/dm = 1$. Por la ley de la conservación de la masa, $dB/dt = dm/dt = 0$ porque la masa no se crea ni se destruye. Al sustituir estos valores en el teorema de transporte de Reynolds (2.1.9) se obtiene

$$0 = \frac{d}{dt} \iint_{v.c.} \beta \rho dV + \iint_{s.c.} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.2.1)$$

que es la ecuación de continuidad integral para un flujo no permanente de densidad variable.

Si el flujo tiene densidad constante, ρ puede sustituirse de los dos términos de (2.2.1), quedando

$$\frac{d}{dt} \iint_{v.c.} dV + \iint_{s.c.} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (2.2.2)$$

La integral $\iint \iint dV$ es el volumen de fluido almacenado en el volumen de control denominado S , luego el primer término en (2.2.2) es la tasa de tiempo de cambio del almacenamiento dS/dt . El segundo término, el flujo neto, puede dividirse en flujo de entrada $I(t)$ y flujo de salida $Q(t)$:

$$\iint_{s.c.} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = \iint_{salida} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} + \iint_{entrada} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = Q(t) - I(t) \quad (2.2.3)$$

y la ecuación de continuidad integral puede reescribirse

$$\frac{dS}{dt} + Q(t) - I(t) = 0$$

o

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - Q(t) \quad (2.2.4)$$

que es la ecuación de continuidad integral para el flujo no permanente de densidad constante la cual se aplica ampliamente en este libro. Cuando el flujo es permanente, $dS/dt = 0$ y (2.2.2) se reduce a

$$\iint_{\text{s.c.}} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (2.2.5)$$

que establece que las tasas volumétricas de flujo de entrada y de salida son iguales; es decir, $I(t) = Q(t)$. Un flujo permanente es aquel en el cual la velocidad en cada punto del flujo es constante con respecto al tiempo. Una manera muy simple de entender esto es imaginar la toma de una fotografía instantánea y de otra cinco minutos más tarde; si el flujo es permanente, las dos fotografías serán idénticas.

Si las cantidades totales de flujo de entrada y flujo de salida son iguales, se dice que el sistema es *cerrado*, luego

$$\int_{-\infty}^{\infty} I(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} Q(t)dt \quad (2.2.6)$$

Cuando esta condición no se cumple, el sistema es *abierto*. El ciclo hidrológico es un sistema cerrado para el agua, pero el proceso lluvia-escorrentía en una cuenca es un sistema abierto, porque no toda la lluvia se convierte en escorrentía; una parte de ella vuelve a la atmósfera mediante la evaporación.

Las anteriores ecuaciones de continuidad se determinan para un flujo de *fase única*, es decir, un líquido o un gas, pero no ambos simultáneamente. En situaciones de cambios múltiples, como cuando el agua se está evaporando, las fases líquida y gaseosa tienen que diferenciarse cuidadosamente. Se debe escribir una ecuación de continuidad para cada una de las fases de flujo en forma separada; para cada fase dB/dt es la tasa a la cual la masa se adiciona o se toma.

2.3 CONTINUIDAD EN TIEMPO DISCRETO

Debido a que la mayor parte de la información hidrológica solamente está disponible en intervalos de tiempo discretos, es necesario reformular la ecuación de continuidad (2.2.4) teniendo en cuenta un tiempo discreto. Suponga que el horizonte de tiempo se divide en intervalos de longitud Δt , indexados por j . La ecuación (2.2.4) puede reescribirse como $dS = I(t)dt - Q(t)dt$ e integrarse en el intervalo j -ésimo de tiempo para dar

$$\int_{S_{j-1}}^{S_j} dS = \int_{(j-1)\Delta t}^{j\Delta t} I(t)dt - \int_{(j-1)\Delta t}^{j\Delta t} Q(t)dt \quad (2.3.1)$$

o

$$S_j - S_{j-1} = I_j - Q_j \quad j = 1, 2, \dots \quad (2.3.2)$$

donde I_j y Q_j son los volúmenes de flujo de entrada y flujo de salida en el intervalo de tiempo j -ésimo. Nótese que en la ecuación (2.2.4), $I(t)$ y $Q(t)$ son caudales, con dimensiones de $[L^3/T]$, mientras que S es un volumen, con dimensiones de $[L^3]$. En (2.3.2) todas las variables tienen dimensiones $[L^3]$. Si el cambio incremental en el almacenamiento se denomina ΔS_j , entonces puede escribirse que $\Delta S_j = I_j - Q_j$, y

$$S_j = S_{j-1} + \Delta S_j \quad (2.3.3)$$

Si el almacenamiento inicial en el tiempo 0 es S_0 , entonces $S_1 = S_0 + I_1 - Q_1$, $S_2 = S_1 + I_2 - Q_2$, y así sucesivamente. Sustituyendo los valores de almacenamiento, se obtiene

$$S_j = S_0 + \sum_{i=1}^j (I_i - Q_i) \quad (2.3.4)$$

que es la ecuación de continuidad en tiempo discreto.

Representación de información

Las funciones $Q(t)$ y $I(t)$ se definen en un dominio de tiempo continuo; es decir, en cada instante del dominio de tiempo se define un valor de la función, y estos valores pueden cambiar de un instante al otro [véase la figura 2.3.1a)]. La figura 2.3.1 muestra dos métodos mediante los cuales una función de tiempo continuo puede representarse en un dominio de tiempo discreto. El primer método [véase la figura 2.3.1b)] aplica una *función de información por muestreo* en la cual el valor de una función $Q(t)$ en el j -ésimo intervalo de tiempo, Q_j , está dado simplemente por el valor instantáneo de $Q(t)$ en el tiempo $j\Delta t$:

$$Q_j = Q(t_j) = Q(j\Delta t) \quad (2.3.5)$$

Las dimensiones de $Q(t)$ y Q_j son las mismas, ya sea $[L^3/T]$ o $[L/T]$.

El segundo método aplica una *función de información por pulso* [véase la figura 2.3.1c)], en la cual el valor de la función discreta de tiempo Q_j está dada por el área bajo la función continua de tiempo:

$$Q_j = \int_{(j-1)\Delta t}^{j\Delta t} Q(t) dt \quad (2.3.6)$$

Aquí Q_j tiene dimensiones de $[L^3]$ o $[L]$ para $Q(t)$ en dimensiones de $[L^3/T]$ o $[L/T]$, respectivamente. Análogamente, las dimensiones de Q_j y $Q(t)$ pueden ser las mismas si Q_j se calcula como la *tasa promedio* a lo largo del intervalo:

$$Q_j = \frac{1}{\Delta t} \int_{(j-1)\Delta t}^{j\Delta t} Q(t) dt \quad (2.3.7)$$

Las dos variables principales de interés en hidrología, el caudal y la precipitación, se miden como información por muestreo e información por pulso, respectivamente. Cuando los valores de caudal y precipitación se registran por medidores en un instante dado, el valor de caudal medido es la tasa de flujo en ese instante, mientras que el valor de precipitación es la profundidad (altura) de precipitación acumulada hasta ese instante. Las diferencias sucesivas de las medidas de precipitación acumuladas forman una serie de información por pulsos (en pulgadas o centímetros). Cuando se le divide por el intervalo de tiempo Δt , como en la ecuación (2.3.7), la información resultante proporciona la *intensidad de precipitación* (en pulgadas por hora o centímetros por hora). La ecuación de continuidad debe aplicarse cuidadosamente cuando se usa este tipo de información de tiempo discreto.

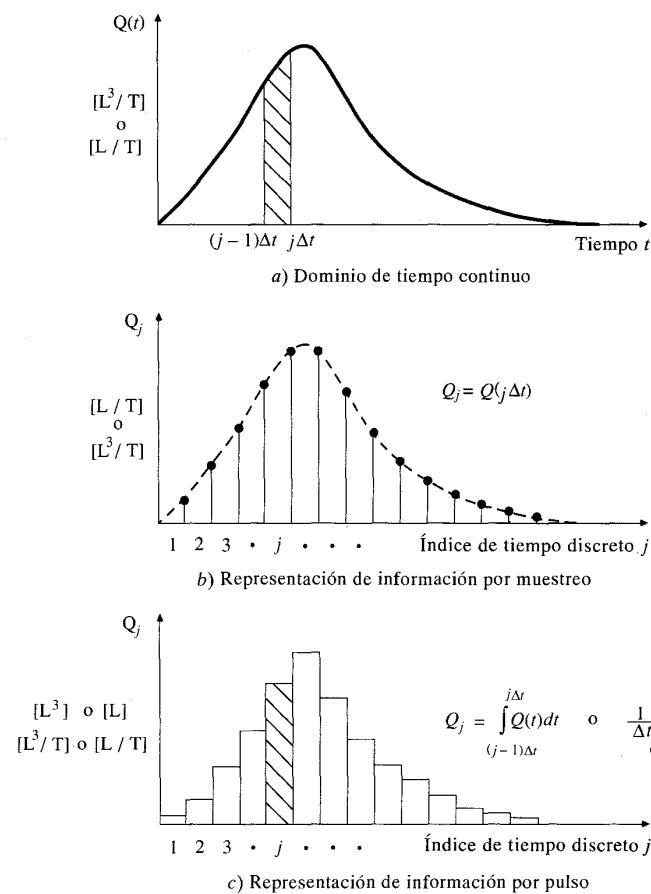


FIGURA 2.3.1

Una función continua en el tiempo $Q(t)$, a), puede definirse en un dominio de tiempo discreto utilizando ya sea un sistema de información por muestreo b), en el cual se utilizan valores instantáneos de la función de tiempo continuo, o bien un sistema de información por pulso c), en el cual se usa un valor promedio de la función sobre el intervalo de tiempo.

Ejemplo 2.3.1 Calcule la cantidad de agua almacenada en una cuenca como función del tiempo, dada la información de las columnas 3 y 4 de la tabla 2.3.1 para precipitación incremental en la cuenca y en el caudal medido a su salida. Esta información es adaptada de una creciente del riachuelo Shoal Creek en Northwest Park, Austin, Texas, los días 24 y 25 de mayo de 1981. El área de la cuenca es 7.03 mi^2 . Suponga que el valor del almacenamiento inicial es cero.

Solución. La precipitación de entrada se registra como la secuencia de información de pulso en la columna 3; el valor indicado es la profundidad incremental para el intervalo de tiempo anterior (por ejemplo, el valor señalado en $t = 0.5 \text{ h}$, 0.15 pulg es la profundidad

dad (altura) de precipitación que ocurrió durante las primeras 0.5 h, y el valor señalado en $t = 1 \text{ h}$, 0.26 pulg es la precipitación incremental entre $t = 0.5 \text{ h}$ y $t = 1 \text{ h}$, y así sucesivamente). El caudal de salida se registra como una secuencia de información por muestreo; el valor mostrado es el caudal instantáneo (por ejemplo, el caudal es de 246 cfs en $t = 0.5 \text{ h}$, 283 cfs en $t = 1 \text{ h}$ y así sucesivamente). Para aplicar la ecuación de continuidad en tiempo discreto (2.3.4), el caudal tiene que convertirse a una secuencia de información por pulso. El intervalo de tiempo es $\Delta t = 0.5 \text{ h} = 0.5 \times 3,600 \text{ s} = 1,800 \text{ s}$. Para cada intervalo de 0.5 h, el volumen (aportación) se calcula promediando las tasas de caudal en los extremos de cada intervalo y multiplicando por Δt . Entonces la profundidad equivalente sobre la cuenca del caudal incremental se calcula dividiendo el volumen (aportación) por el área de la cuenca, la cual es $7.03 \text{ mi}^2 = 7.03 \times 5,280^2 \text{ pies}^2 = 1.96 \times 10^8 \text{ pies}^2$.

Por ejemplo, durante el primer intervalo de tiempo, entre 0 y 0.5 h, los caudales [columna (4)] son $Q(0) = 203 \text{ cfs}$ y $Q(0.5) = 246 \text{ cfs}$, luego el volumen incremental en este intervalo es $[(203 + 246)/2] \times \Delta t = 224.5 \times 1,800 = 4.04 \times 10^5 \text{ pies}^3$. La profundidad equivalente en la cuenca es $Q_1 = 4.04 \times 10^5 / 1.96 \times 10^8 = 2.06 \times 10^{-3} \text{ pies} = 2.06 \times 10^{-3} \times 12 \text{ pulg} = 0.02 \text{ pulg}$, como se muestra en la columna 5.

La precipitación incremental I_1 para el mismo intervalo de tiempo es 0.15 pulg, luego el cambio incremental en almacenamiento se calcula con la ecuación (2.3.2) con $j = 1$:

$$\begin{aligned}\Delta S_1 &= I_1 - Q_1 \\ &= 0.15 - 0.02 \\ &= 0.13 \text{ pulg}\end{aligned}$$

como se muestra en la columna 6. El almacenamiento acumulado en la cuenca se calcula con (2.3.3) con $j = 1$ y un almacenamiento inicial $S_0 = 0$:

$$\begin{aligned}S_1 &= S_0 + \Delta S_1 \\ &= 0 + 0.13 \\ &= 0.13 \text{ pulg}\end{aligned}$$

tal como se muestra en la columna 7. Los cálculos para intervalos de tiempo subsecuentes son similares. La tabla 2.3.1 muestra que de las 6.31 pulg de precipitación total, 5.45 pulg o el 86% aparecen como caudal a la salida de la cuenca en las siguientes ocho horas después de que la precipitación ha comenzado. Las restantes 0.86 pulg fueron retenidas como almacenamiento en la cuenca. En las columnas 5 y 6 puede verse que después de que la precipitación cesa, todo el caudal se toma directamente del almacenamiento.

Los valores incrementales de precipitación y caudal, cambio en el almacenamiento y almacenamiento acumulado se grafican en la figura 2.3.2. El tiempo crítico es $t = 2.5 \text{ h}$, cuando se alcanza el máximo almacenamiento. Antes de 2.5 h, la precipitación excede el caudal y hay un aumento en el almacenamiento; después de 2.5 h ocurre lo contrario y hay una pérdida de éste.

TABLA 2.3.1
Distribución temporal de almacenamiento en una cuenca calculada utilizando la ecuación de continuidad en tiempo discreto (ejemplo 2.3.1)

1 Intervalo de tiempo <i>j</i>	2 Tiempo (h)	3 Precipitación incremental <i>I_j</i>	4 Caudal instantáneo <i>Q(t)</i>	5 Caudal incremental <i>Q_j</i>	6 Almacenamiento incremental ΔS_j	7 Almacenamiento acumulado <i>S_j</i>
	0.0		203			0.00
1	0.5	0.15	246	0.02	0.13	0.13
2	1.0	0.26	283	0.03	0.23	0.36
3	1.5	1.33	828	0.06	1.27	1.62
4	2.0	2.20	2,323	0.17	2.03	3.65
5	2.5	2.08	5,697	0.44	1.64	5.29
6	3.0	0.20	9,531	0.84	-0.64	4.65
7	3.5	0.09	11,025	1.13	-1.04	3.61
8	4.0		8,234	1.06	-1.06	2.55
9	4.5		4,321	0.69	-0.69	1.85
10	5.0		2,246	0.36	-0.36	1.49
11	5.5		1,802	0.22	-0.22	1.27
12	6.0		1,230	0.17	-0.17	1.10
13	6.5		713	0.11	-0.11	1.00
14	7.0		394	0.06	-0.06	0.93
15	7.5		354	0.04	-0.04	0.89
16	8.0		303	0.04	-0.04	0.86
Total		6.31	5.45			

2.4 ECUACIONES DE *MOMENTUM*

Cuando se aplica el teorema de transporte de Reynolds al *momentum* de un fluido, la propiedad extensiva es $\mathbf{B} = m\mathbf{V}$ y $\beta = d\mathbf{B}/dm = \mathbf{V}$. De acuerdo con la segunda ley de Newton, la tasa de cambio de *momentum* con respecto al tiempo es igual a la fuerza neta que se aplica en una dirección dada, luego $d\mathbf{B}/dt = d(m\mathbf{V})/dt = \sum \mathbf{F}$. Sustituyendo en el teorema de transporte de Reynolds (2.1.9), resulta

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt} \iint_{v.c.} \mathbf{V} \rho d\mathbf{A} + \iint_{s.c.} \mathbf{V} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.4.1)$$

la ecuación integral de *momentum* para flujo no permanente no uniforme. Un *flujo no uniforme* es aquel en el cual la velocidad varía en el espacio; en un *flujo uniforme* no hay variación espacial.

Si un flujo no uniforme es permanente (en el tiempo), la derivada temporal de la ecuación (2.4.1) se elimina, quedando

$$\sum \mathbf{F} = \iint_{s.c.} \mathbf{V} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.4.2)$$

Para flujo uniforme permanente la velocidad es la misma en todos los puntos de la superficie de control, por consiguiente la integral sobre la superficie de control es cero y las fuerzas aplicadas al sistema están en equilibrio:

$$\sum \mathbf{F} = 0 \quad (2.4.3)$$

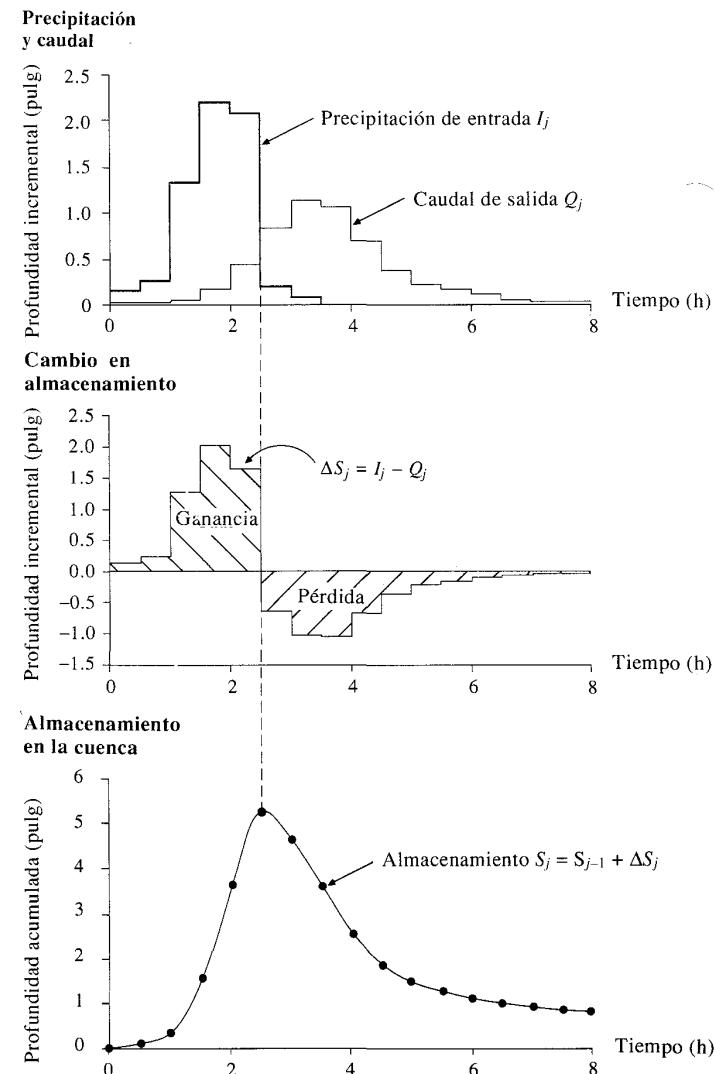


FIGURA 2.3.2

Distribución temporal de almacenamiento en una cuenca, calculada utilizando la ecuación de continuidad en tiempo discreto (ejemplo 2.3.1).

Flujo uniforme permanente en un canal abierto

En esta sección, la ecuación de *momentum* se aplica al flujo uniforme permanente en un canal abierto. El caso más complejo de flujo no uniforme no permanente se estudia en la sección 9.1. La figura 2.4.1 muestra un flujo permanente en un canal uniforme, es decir, un canal cuya sección transversal, pendiente y rugosidad no cambian a lo largo de su longitud. Las ecuaciones de continuidad, *momentum* y energía pueden aplicarse al volumen de control entre las secciones 1 y 2.

Continuidad. Para el flujo permanente, se aplica la ecuación (2.2.5) y $Q_1 = Q_2$; para flujo uniforme, la velocidad es la misma en cualquier lugar, luego $V_1 = V_2$; entonces, el área de la sección transversal es $A_1 = Q_1/V_1 = Q_2/V_2 = A_2$, y como el canal es uniforme, se concluye que las profundidades también son iguales, $y_1 = y_2$.

Energía. La ecuación de energía de mecánica de fluidos (Roberson y Crowe, 1985) se escribe, para las secciones 1 y 2, como

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_f \quad (2.4.4)$$

donde z es la elevación del fondo, g es la aceleración de la gravedad y h_f es la pérdida de cabeza entre las dos secciones. La pérdida de cabeza es la energía perdida debido a los efectos de fricción por unidad de peso del fluido. Con $V_1 = V_2$ y $y_1 = y_2$, (2.4.4) se reduce a

$$h_f = z_1 - z_2 \quad (2.4.5)$$

Dividiendo ambos lados de la ecuación por L , la longitud del canal, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{h_f}{L} = \frac{z_1 - z_2}{L} \quad (2.4.6)$$

La pendiente del fondo del canal es $S_0 = \tan \theta$ donde θ es el ángulo de inclinación del fondo del canal. Si θ es pequeño ($< 10^\circ$), entonces $\tan \theta \approx \sin \theta = (z_1 - z_2)/L$. En este caso, la pendiente de fricción, $S_f = h_f/L$, es igual a la pendiente del fondo del canal S_0 . En este análisis se supone que la única fuente de pérdida de energía es la fricción que ocurre entre el flujo y la superficie de las paredes del canal. En general, también se puede perder energía por otros factores como el esfuerzo cortante por viento en la superficie y los remolinos o corrientes de *eddy** que se forman en cambios abruptos en la geometría del canal, pero estos efectos no se analizarán hasta el capítulo 9. Cuando la fricción en la superficie de las paredes del canal es la única fuente de pérdida de energía, la pendiente del gradiente de la línea de energía es igual a la pendiente de fricción S_f , tal como se muestra en la figura 2.4.1.

Momentum. Existen tres fuerzas que actúan en el volumen de control del fluido: fuerzas de fricción, fuerzas gravitacionales y fuerzas de presión. De éstas, las fuerzas de presión en las dos fronteras de la sección son iguales y se cancelan para flujo uniforme (porque $y_1 = y_2$). Luego las fuerzas de fricción y de gravedad deben

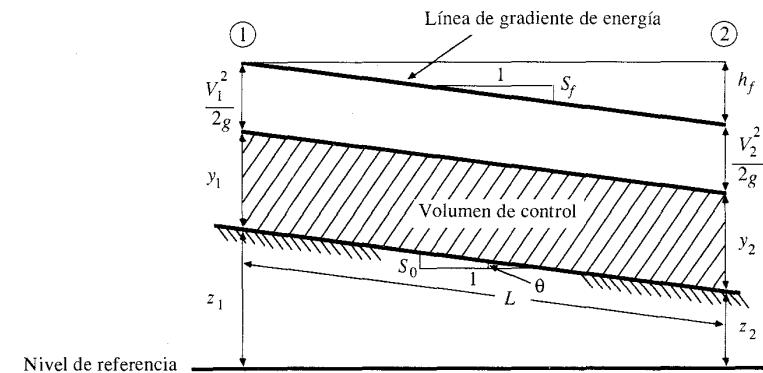


FIGURA 2.4.1
Flujo uniforme permanente en un canal abierto.

balancearse, porque en un flujo permanente y uniforme la ecuación (2.4.3) es válida ($\sum \mathbf{F} = 0$). La fuerza de fricción \mathbf{F}_f es igual al producto del *esfuerzo cortante en la pared* τ_0 y el área sobre la cual éste actúa, PL , donde P es el *perímetro mojado* de la sección transversal; es decir, $\mathbf{F}_f = -\tau_0 PL$, donde el signo negativo indica que la fuerza de fricción actúa en sentido contrario a la dirección de flujo. El peso del fluido en el volumen de control es γAL , donde γ es el *peso específico* del fluido (peso por unidad de volumen); la fuerza de gravedad en el fluido, \mathbf{F}_g , es la componente del peso que actúa en dirección del flujo, es decir, $\mathbf{F}_g = \gamma AL \sin \theta$. Luego

$$\sum \mathbf{F} = 0 = -\tau_0 PL + \gamma AL \sin \theta \quad (2.4.7)$$

Cuando θ es pequeño, $\sin \theta \approx S_0$, luego la aproximación hace que

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{\gamma AS_0}{PL} \\ &= \gamma RS_0 \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

donde $R = A/P$ es el *radio hidráulico*. Para flujo uniforme permanente, $S_0 = S_f$, luego

$$\tau_0 = \gamma RS_f \quad (2.4.9)$$

Utilizando un análisis similar, Henderson (1966) demostró que (2.4.9) es válida también para flujo no uniforme, a pesar de que la pendiente del fondo del canal S_0 y la pendiente de fricción S_f no son iguales. La ecuación (2.4.9) establece un vínculo entre los principios de *momentum* y energía en el sentido de que los efectos de la fricción se representan desde el punto de vista del *momentum* como el esfuerzo cortante en la pared τ_0 y desde el punto de vista de la energía como la tasa de disipación de energía S_f .

* N. del R.T. Expresión equivalente a flujo circulatorio, flujo secundario o corrientes turbulentas.

2.5 FLUJO EN CANALES ABIERTOS

El flujo en canales abiertos corre a través de un canal con una superficie libre, tal como la superficie en un río o en un tubo parcialmente lleno. En esta sección se deduce la *ecuación de Manning* para determinar la velocidad de un flujo en un canal abierto, con base en la ecuación de *Darcy-Weisbach* para pérdidas de cabeza debidas a la fricción en las paredes.

En mecánica de fluidos, la pérdida de cabeza h_f a lo largo de una longitud L de una tubería de diámetro D , para un flujo con velocidad V , está dada por la ecuación de *Darcy-Weisbach*.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (2.5.1)$$

donde f es el factor de fricción de *Darcy-Weisbach* y g es la aceleración de la gravedad (Roberson y Crowe, 1985). Usando la definición de pendiente de fricción, $S_f = h_f/L$, (2.5.1) puede resolverse para V :

$$V = \sqrt{\frac{2g}{f} D S_f} \quad (2.5.2)$$

El radio hidráulico R de una tubería circular es $R = A/P = (\pi D^2/4)/\pi D = D/4$, luego el diámetro de la tubería D puede reemplazarse en (2.5.2) por

$$D = 4R \quad (2.5.3)$$

para llegar a la ecuación de *Darcy-Weisbach*:

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f} R S_f} \quad (2.5.4)$$

El coeficiente C de *Chezy* se define como $C = \sqrt{8g/f}$; utilizando este símbolo, (2.5.4) se reescribe como

$$V = C \sqrt{R S_f} \quad (2.5.5)$$

que es la *ecuación de Chezy* para flujo en canales abiertos. La ecuación de Manning se deriva de la ecuación de Chezy haciendo $C = R^{1/6}/n$, donde n es el *coeficiente de rugosidad de Manning*:

$$V = \frac{R^{2/3} S_f^{1/2}}{n} \quad (2.5.6)$$

La ecuación de Manning (2.5.6) es válida en unidades del SI, con R en metros y V en metros por segundo (S_f es adimensional). Los valores del n de Manning para varias superficies se muestran en la tabla 2.5.1. Para V en pies por segundo y R en pies, la ecuación de Manning se reescribe como

$$V = \frac{1.49}{n} R^{2/3} S_f^{1/2} \quad (2.5.7)$$

TABLA 2.5.1
Coeficientes de rugosidad de Manning para varias superficies de canales abiertos

Material	Coeficiente de rugosidad de Manning típico
Concreto	0.012
Fondo de grava con lados de	
– concreto	0.020
– piedra	0.023
– riprap	0.033
Canales naturales	
Limpios y rectos	0.030
Limpios y curvos	0.040
Curvos con hierbas y piscinas	0.050
Con matorrales y árboles	0.100
Planicies de inundación	
Pastos	0.035
Cultivos	0.040
Hierbas y pequeños matorrales	0.050
Matorrales densos	0.070
Árboles densos	0.100

Fuente: Chow, 1959.

[$1.49 = (3.281)^{1/3}$ y 3.281 pies = 1 m]. Comparando las ecuaciones (2.5.4) y (2.5.6), el n de Manning puede expresarse en términos del factor de fricción de *Darcy-Weisbach*, f , como sigue:

$$n = \sqrt{\frac{f}{8g}} R^{1/6} \quad (2.5.8)$$

con todos los valores en unidades del SI.

La ecuación de Manning es válida para *flujo completamente turbulento*, para el cual el factor de fricción de *Darcy-Weisbach* f es independiente del *número de Reynolds Re*. Henderson (1966) sugiere el siguiente criterio para flujo completamente turbulento:

$$n^6 \sqrt{R S_f} \geq 1.9 \times 10^{-13} \text{ con } R \text{ en pies} \quad (2.5.9a)$$

o

$$n^6 \sqrt{R S_f} \geq 1.1 \times 10^{-13} \text{ con } R \text{ en metros} \quad (2.5.9b)$$

Ejemplo 2.5.1 Existe un flujo uniforme en un canal rectangular de 200 pies de ancho con pendiente de fondo de canal 0.03% y coeficiente n de Manning de 0.015. Si la profundidad es 5 pies, calcule la velocidad y el caudal, y verifique que el flujo sea completamente turbulento de tal manera que la ecuación de Manning sea válida.

Solución. El perímetro mojado en el canal es $P = 200 + 2 \times 5 = 210$ pies. El radio hidráulico es $R = A/P = 200 \times 5/210 = 4.76$ pies. La velocidad de flujo está dada por la ecuación de Manning con $n = 0.015$ y $S_f = S_0$ (para flujo uniforme) = 0.03% = 0.0003.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1.49}{n} R^{2/3} S_f^{1/2} \\ &= \frac{1.49}{0.015} (4.76)^{2/3} (0.0003)^{1/2} \\ &= 4.87 \text{ pies/s} \end{aligned}$$

El caudal es $Q = VA = 4.87 \times 200 \times 5 = 4,870$ cfs. El criterio para flujo completamente turbulento se calcula de (2.5.9a):

$$\begin{aligned} n^6 \sqrt{RS_f} &= (0.015)^6 (4.76 \times 0.0003)^{1/2} \\ &= 4.3 \times 10^{-13} \end{aligned}$$

que es mayor que 1.9×10^{-13} , luego se satisface el criterio y la ecuación de Manning es válida.

Si el flujo no es completamente turbulento, su velocidad puede calcularse usando la ecuación de Darcy-Weisbach (2.5.4), calculando el factor de fricción f como una función de número de Reynolds Re y de la rugosidad de paredes. La figura 2.5.1 muestra una forma modificada del *diagrama de Moody* para flujo en tuberías; el diámetro del tubo D se reemplaza por $4R$. El número de Reynolds está dado por

$$Re = \frac{4VR}{\nu} \quad (2.5.10)$$

donde ν es la viscosidad cinemática del agua, dada en la tabla 2.5.2 como una función de la temperatura. La rugosidad relativa ϵ está definida por

$$\epsilon = \frac{k_s}{4R} \quad (2.5.11)$$

donde k_s es el tamaño de granos de arena que darían una resistencia equivalente a aquella observada en el canal.

La figura 2.5.1 para flujo en canales abiertos se construyó a partir de ecuaciones presentadas por Chow (1959) y Henderson (1966). Para números de Reynolds menores de 2,000, el flujo es *laminar*, y

$$f = \frac{C_L}{Re} \quad (2.5.12)$$

donde $C_L = 96$ para un canal de superficie lisa y ancho infinito y es mayor si el canal es rugoso (Chow, 1959; Emmett, 1978). A medida que el número de Reynolds se incrementa por encima de 2,000, el flujo entra en una región donde los efectos

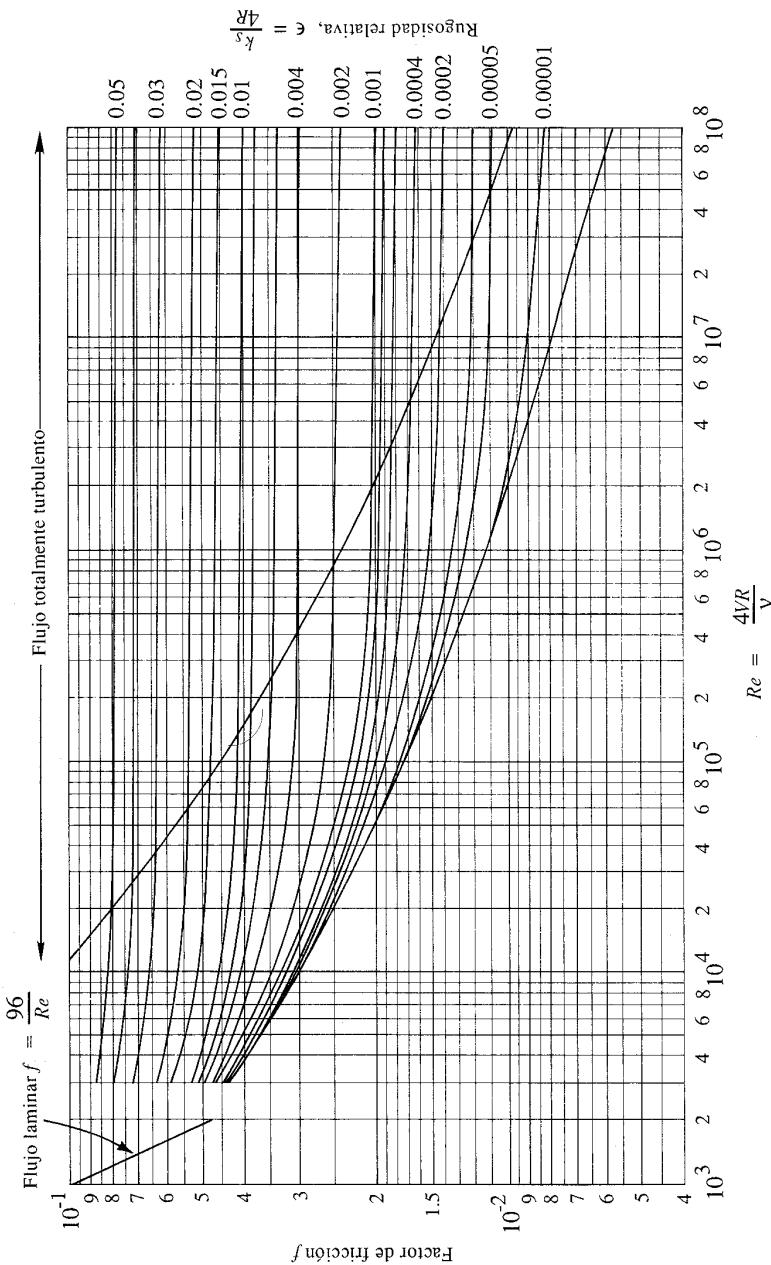
TABLA 2.5.2
Propiedades físicas del agua a presión atmosférica estándar

Temperatura	Densidad	Peso específico	Viscosidad dinámica	Viscosidad cinemática	Presión de vapor
		kg/m ³	N/m ³	N·s/m ²	N/m ² abs.
0°C	1000	9810	1.79 × 10 ⁻³	1.79 × 10 ⁻⁶	611
5°C	1000	9810	1.51 × 10 ⁻³	1.51 × 10 ⁻⁶	872
10°C	1000	9810	1.31 × 10 ⁻³	1.31 × 10 ⁻⁶	1230
15°C	999	9800	1.14 × 10 ⁻³	1.14 × 10 ⁻⁶	1700
20°C	998	9790	1.00 × 10 ⁻³	1.00 × 10 ⁻⁶	2340
25°C	997	9781	8.91 × 10 ⁻⁴	8.94 × 10 ⁻⁷	3170
30°C	996	9771	7.96 × 10 ⁻⁴	7.99 × 10 ⁻⁷	4250
35°C	994	9751	7.20 × 10 ⁻⁴	7.24 × 10 ⁻⁷	5630
40°C	992	9732	6.53 × 10 ⁻⁴	6.58 × 10 ⁻⁷	7380
50°C	988	9693	5.47 × 10 ⁻⁴	5.54 × 10 ⁻⁷	12,300
60°C	983	9643	4.66 × 10 ⁻⁴	4.74 × 10 ⁻⁷	20,000
70°C	978	9594	4.04 × 10 ⁻⁴	4.13 × 10 ⁻⁷	31,200
80°C	972	9535	3.54 × 10 ⁻⁴	3.64 × 10 ⁻⁷	47,400
90°C	965	9467	3.15 × 10 ⁻⁴	3.26 × 10 ⁻⁷	70,100
100°C	958	9398	2.82 × 10 ⁻⁴	2.94 × 10 ⁻⁷	101,300
		slugs/pie ³	lb/pie ³	lb·s/pie ²	pie ² /s
					psia
40° F	1.94	62.43	3.23 × 10 ⁻⁵	1.66 × 10 ⁻⁵	0.122
50° F	1.94	62.40	2.73 × 10 ⁻⁵	1.41 × 10 ⁻⁵	0.178
60° F	1.94	62.37	2.36 × 10 ⁻⁵	1.22 × 10 ⁻⁵	0.256
70° F	1.94	62.30	2.05 × 10 ⁻⁵	1.06 × 10 ⁻⁵	0.363
80° F	1.93	62.22	1.80 × 10 ⁻⁵	0.930 × 10 ⁻⁵	0.506
100° F	1.93	62.00	1.42 × 10 ⁻⁵	0.739 × 10 ⁻⁵	0.949
120° F	1.92	61.72	1.17 × 10 ⁻⁵	0.609 × 10 ⁻⁵	1.69
140° F	1.91	61.38	9.981 × 10 ⁻⁶	0.514 × 10 ⁻⁵	2.89
160° F	1.90	61.00	8.038 × 10 ⁻⁶	0.442 × 10 ⁻⁵	4.74
180° F	1.88	60.58	7.026 × 10 ⁻⁶	0.385 × 10 ⁻⁵	7.51
200° F	1.87	60.12	6.373 × 10 ⁻⁶	0.341 × 10 ⁻⁵	11.53
212° F	1.86	59.83	5.953 × 10 ⁻⁶	0.319 × 10 ⁻⁵	14.70

Fuente: Roberson J. A. and C. T. Crowe, Engineering Fluid Mechanics, 2nd ed., Houghton Mifflin, Boston, 1980, tabla A-5, p. 642. Usada con autorización.

laminares y turbulentos en conjunto gobiernan las pérdidas por fricción y el factor de fricción está dado por una forma modificada de la ecuación de Colebrook-White (Henderson, 1966):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{f}} &= -2 \log_{10} \left[\frac{k_s}{12R} + \frac{2.5}{Re \sqrt{f}} \right] \\ &= -2 \log_{10} \left[\frac{\epsilon}{3} + \frac{2.5}{Re \sqrt{f}} \right] \end{aligned} \quad (2.5.13)$$



que es la *ecuación de Hagen-Poiseulle* para flujo laminar en un conducto circular.

Para el flujo en medio poroso, parte del área en la sección transversal A es ocupada por estratos de suelo o roca, luego la relación Q/A no es igual a la velocidad real del fluido, pero define el flujo volumétrico q llamado el *campo de flujo de Darcy*. La *ley de Darcy* para flujo en un medio poroso se reescribe de (2.6.3) como

$$\frac{Q}{A} = q = KS_f \quad (2.6.4)$$

donde K es la *conductividad hidráulica* del medio, $K = \gamma D^2 / 32\mu$. Algunos valores de conductividad hidráulica para varios medios porosos se muestran en la tabla 2.6.1 junto con valores de la *porosidad* η , la relación entre el volumen de vacíos y el volumen total del medio. La velocidad real promedio de fluido en el medio es

$$V_a = \frac{q}{\eta} \quad (2.6.5)$$

La ley de Darcy es válida siempre y cuando el flujo sea laminar. El flujo en un conducto circular es laminar cuando su número de Reynolds

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (2.6.6)$$

es menor de 2,000, condición suficiente para casi todos los flujos naturales que ocurren en medios porosos.

Ejemplo 2.6.1 El agua percola a través de un acuífero de arena fina con una conductividad hidráulica de 10^{-2} cm/s y una porosidad de 0.4 hacia un río localizado a 100 m de distancia. Si la pendiente del nivel freático es del 1%, calcule el tiempo que emplea el caudal en llegar hasta el río.

Solución. El campo de flujo de Darcy q se calcula mediante la ecuación (2.6.4) con $K = 0.01$ cm/s = 8.64 m/día y $S_f = 1\% = 0.01$; luego $q = KS_f = 8.64 \times 0.01 = 0.086$ m/día. La velocidad del agua V_a está dada por (2.6.5): $V_a = q/\eta = 0.086/0.4 = 0.216$ m/día. El tiempo que emplea el caudal en su desplazamiento hacia el río, localizado a 100 m, es $100/V_a = 100/0.216 = 463$ días = 1.3 años.

TABLA 2.6.1
Conductividad hidráulica y porosidad para medios porosos no consolidados

Material	Conductividad hidráulica K (cm/s)	Porosidad η (%)
Grava	10^{-1} - 10^2	25-40
Arena	10^{-5} -1	25-50
Limo	10^{-7} - 10^{-3}	35-50
Arcilla	10^{-9} - 10^{-5}	40-70

Fuente: Freeze and Cherry, 1979.

2.7 BALANCE DE ENERGÍA

El balance de energía en un sistema hidrológico es un inventario de todas las entradas y salidas de energía desde un sistema y hacia él, tomando la diferencia entre las tasas de entrada y de salida como la tasa de cambio de almacenamiento, tal como se efectuó para la ecuación de continuidad o de balance de masa en la sección 2.2. En el teorema básico de transporte de Reynolds (véase la ecuación 2.1.9), la propiedad extensiva se toma ahora como $B = E$, la cantidad de energía en el sistema fluido, que es la suma de la *energía interna* E_u , la *energía cinética* $\frac{1}{2}mV^2$ y la *energía potencial* mgz (z representa elevación):

$$B = E = E_u + \frac{1}{2}mV^2 + mgz \quad (2.7.1)$$

luego,

$$\beta = \frac{dB}{dm} = e_u + \frac{1}{2}V^2 + gz \quad (2.7.2)$$

donde e_u es la energía interna por unidad de masa. Aplicando la *primera ley de la termodinámica*, la tasa neta de transferencia de energía hacia el fluido, dE/dt , es igual a la tasa a la cual el calor se transfiere al fluido, dH/dt , menos la tasa a la cual el fluido hace trabajo sobre sus alrededores, dW/dt :

$$\frac{dB}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{dH}{dt} - \frac{dW}{dt} \quad (2.7.3)$$

Sustituyendo para dB/dt y β en el teorema de transporte de Reynolds

$$\frac{dH}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \int \int_{v.c.} (e_u + \frac{1}{2}V^2 + gz)\rho dV + \int \int_{s.c.} (e_u + \frac{1}{2}V^2 + gz)\rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{dA} \quad (2.7.4)$$

Esta es la ecuación de balance de energía para un flujo no permanente de densidad variable.

Energía interna

Calor sensible. El *calor sensible* es la parte de la energía interna de una sustancia que es proporcional a su temperatura. Los cambios de temperatura producen variaciones proporcionales en la energía interna, siendo el coeficiente de proporcionalidad el *calor específico* C_p

$$de_u = C_p dT \quad (2.7.5)$$

El subíndice p denota que el calor específico se mide a presión constante.

Calor latente. Cuando una sustancia cambia de fase (estado sólido, líquido o gaseoso) absorbe o emite *calor latente*. Existen tres clases a saber: *fusión* o derretimiento de hielo; *vaporización* de agua líquida y *sublimación*, conversión directa de hielo en vapor de agua. La figura 2.7.1 muestra la variación de la energía interna de agua como resultado de la transferencia de calor sensible y calor latente. Las transferencias de calor latente en cambios de fase se indican por los saltos verticales en la

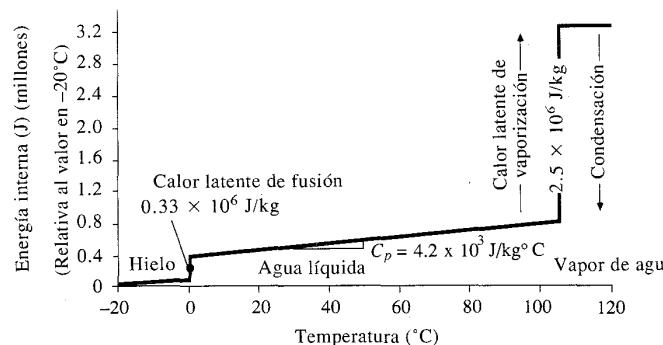


FIGURA 2.7.1

Calores específicos y latentes para agua. El calor latente es absorbido o emitido cuando el agua cambia su estado entre sólido, líquido y gas.

energía interna en los puntos de fusión y vaporización. Los cambios en la energía interna debidos a la transferencia de calor sensible se muestran por medio de líneas oblicuas.

Los cambios de fase pueden ocurrir a temperaturas diferentes de las normales, 0°C para fusión y 100°C para ebullición. La evaporación, por ejemplo, puede ocurrir a cualquier temperatura por debajo del punto de ebullición. A cualquier temperatura dada, el calor latente de sublimación (sólido a gas) es igual a la suma de los calores latentes de fusión (sólido a líquido) y vaporización (líquido a gas).

Las transferencias de calor latente son la causa dominante en los cambios de energía interna del agua en la mayor parte de las aplicaciones hidrológicas; la cantidad de calor latente utilizada es más alta que la transferencia de calor sensible para generar un pequeño cambio de temperatura, como es usual en los procesos hidrológicos. El calor latente de vaporización l_v varía ligeramente con la temperatura de acuerdo con

$$l_v = 2.501 \times 10^6 - 2,370T \text{ (J/kg)} \quad (2.7.6)$$

donde T es la temperatura en °C y l_v está dado en julios (J) por kilogramo (Raudkivi, 1979). Un julio es una unidad del SI que representa la cantidad de energía requerida para ejercer una fuerza de un newton en una distancia de un metro.

2.8 PROCESOS DE TRANSPORTE

El transporte de energía calórica ocurre en tres formas: *conducción*, *convección* y *radiación*. La conducción es el resultado de un movimiento molecular aleatorio en las sustancias; el calor se transfiere a medida que las moléculas de las zonas de alta temperatura chocan y transfieren energía a las moléculas de las zonas de baja temperatura, como ocurre en el calentamiento gradual a lo largo de una barra de hierro cuando uno de sus extremos se coloca al fuego. La convección es el transporte de energía calórica que se asocia con el movimiento de masa de un fluido, como las corrientes de *eddy* en un río. La convección transporta calor en una escala mayor que la conducción en fluidos, pero su magnitud depende de la turbulencia del flujo, lo cual significa que no puede caracterizarse en forma precisa. La radiación es la transferencia directa de energía por medio de ondas electromagnéticas y puede ocurrir en el vacío.

Los procesos de conducción y convección que transfieren energía calórica también transportan masa y *momentum* (Bird, Steward y Lightfoot, 1960; Fahien, 1983). Para cada una de las propiedades extensivas, masa, *momentum*, y energía, la tasa de flujo de la propiedad extensiva por unidad de área de la superficie a través de la cual pasa se denomina *campo de flujo*. Por ejemplo, en la ley de Darcy la tasa de flujo volumétrico es Q a través del área A , luego el campo de flujo volumétrico es $q = Q/A$; la tasa de flujo de masa correspondiente es $\dot{m} = \rho Q$, luego el campo de flujo de masa es $\dot{m}Q/A$. Por analogía, la tasa de flujo de *momentum* es $\dot{m}V = \rho QV/A = \rho V^2$. La tasa de flujo de energía correspondiente es dE/dt y el campo de flujo de energía es $(dE/dt)/A$ que se mide en vatios por metro cuadrado en el sistema SI; un vatio (W) es un julio por segundo. En general un campo de flujo está dado por

$$\text{Campo de flujo} = \frac{\text{Tasa de flujo}}{\text{área}} \quad (2.8.1)$$

Conducción

En la conducción el campo de flujo es directamente proporcional al gradiente de un *potencial* (Fahien, 1983). Por ejemplo, la transferencia lateral de *momentum* en un flujo laminar se describe mediante la *ley de viscosidad de Newton*, en la cual el potencial es la velocidad de flujo:

$$\tau = \mu \frac{du}{dz} \quad (2.8.2)$$

Aquí τ es el campo de flujo de *momentum*, μ es un coeficiente de proporcionalidad que se denomina viscosidad dinámica (medida en $\text{lb} \cdot \text{s/pie}^2$ o $\text{N} \cdot \text{s/m}^2$), y du/dz es el gradiente de la velocidad u en función de la distancia z desde la frontera sólida. El símbolo τ generalmente se usa para representar el esfuerzo cortante, pero puede demostrarse que las dimensiones de esfuerzo cortante y de campo de flujo de *momentum* son iguales, y τ puede considerarse como el flujo de *momentum* lateral en un movimiento fluido que se origina por la acción del esfuerzo cortante entre elementos de fluido con diferentes velocidades, tal como se muestra en la figura 2.8.1.

En forma análoga a la ley de viscosidad de Newton para *momentum*, las leyes de conducción para masa y energía son: la *ley de difusión de Fick* y la *ley de conducción calórica de Fourier*, respectivamente (Carslaw y Jaeger, 1959). Las ecuaciones que las rigen tienen la misma forma de (2.8.2), tal como se muestra en la tabla 2.8.1. La medida de potencial de conducción de masa es la concentración de masa C de la sustancia que se transporta. En el capítulo 3 por ejemplo, cuando se describe el transporte de vapor de agua en el aire, C es la masa de vapor de agua por unidad de masa de aire húmedo. La constante de proporcionalidad para conducción de masa es el *coeficiente de difusión D*. La medida de potencial del transporte de energía calórica es la temperatura T y la constante de proporcionalidad es la conductividad térmica k de la sustancia.

La constante de proporcionalidad también puede escribirse en forma *cinemática*. Por ejemplo, la viscosidad dinámica μ y la viscosidad cinemática ν se relacionan por

$$\mu = \rho\nu \quad (2.8.3)$$

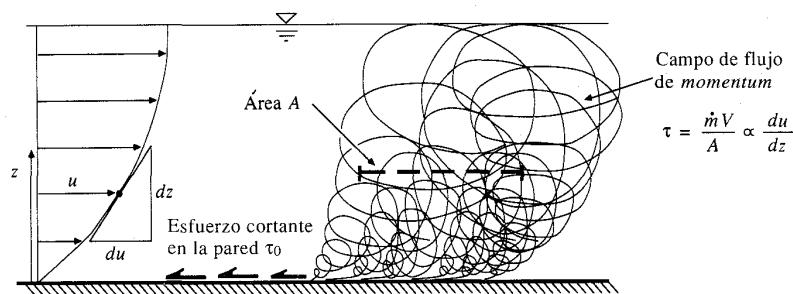


FIGURA 2.8.1

Relación entre el campo de flujo de *momentum* y el gradiente de velocidad en un flujo a superficie libre. El *momentum* se transfiere entre la pared y el interior del flujo a través de movimientos moleculares y turbulencia de *eddy*. El esfuerzo cortante en el interior del flujo es igual al campo de flujo de *momentum* a través de un área unitaria (línea punteada) paralela a la frontera.

luego la ecuación (2.8.2) puede reescribirse

$$\tau = \rho v \frac{du}{dz} \quad (2.8.4)$$

Las dimensiones de v son $[L^2/T]$.

Convección

En la convección, el transporte ocurre por la acción de *eddies* turbulentos o por el movimiento de masa de elementos de fluido con velocidades diferentes, y no por el movimiento de moléculas individuales como en el caso de la conducción. La convección requiere de un fluido que corra, mientras que la conducción no. El campo de flujo de *momentum* en un fluido turbulento no se rige por la ley de viscosidad de Newton, pero sí se relaciona con las desviaciones instantáneas de la velocidad turbulenta con respecto al valor promedio en el tiempo. Sin embargo, es conveniente escribir las ecuaciones que describen la convección de la misma forma que aquellas para la conducción. Para la transferencia de *momentum*, el campo de flujo en un flujo turbulento se escribe como

$$\tau_{turb} = \rho K_m \frac{du}{dz} \quad (2.8.5)$$

donde K_m es la *difusividad del momentum*, o la viscosidad de *eddy*, con dimensiones de $[L^2/T]$. K_m es de cuatro a seis órdenes de magnitud más grande que ν (Priestley, 1959), y el campo de flujo de *momentum* turbulento es la forma dominante de transferencia de *momentum* en flujo de agua superficial y en flujo de aire sobre la superficie del terreno. Se pueden escribir ecuaciones análogas a (2.8.5) para los transportes de masa y energía, tal como se muestra en la tabla 2.8.1.

TABLA 2.8.1
Leyes de conducción y ecuaciones correspondientes para convección de masa, *momentum* y energía calórica en un fluido

	Propiedad extensiva transportada		
	Masa	<i>Momentum</i>	Energía calórica
Conducción			
Nombre de la ley	Fick	Newton	Fourier
Ecuación	$f_m = -D \frac{dC}{dz}$	$\tau = \mu \frac{du}{dz}$	$f_h = -k \frac{dT}{dz}$
Campo de flujo	f_m	τ	f_h
Constante de proporcionalidad	D (coef. difusión)	μ (viscosidad)	k (conductividad térmica)
Gradiente de potencial	$\frac{dC}{dz}$ (concentración)	$\frac{du}{dz}$ (velocidad)	$\frac{dT}{dz}$ (temperatura)
Convección			
Ecuación	$f_m = -\rho K_w \frac{dC}{dz}$	$\tau = \rho K_m \frac{du}{dz}$	$f_h = \rho C_p K_h \frac{dT}{dz}$
Difusividad $[L^2/T]$	K_w	K_m	K_h

Se debe tener en cuenta que la dirección del transporte de las propiedades extensivas descritas por las ecuaciones de la tabla 2.8.1 es transversal a la dirección de flujo. Por ejemplo, en la figura 2.8.1 el flujo es horizontal, mientras que el proceso de transporte es vertical a través del área punteada que se muestra. El transporte de la propiedad extensiva en la dirección del movimiento se denomina *advección* y se representa por el término $\int \int \beta \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}$ en el teorema de transporte de Reynolds (véase la ecuación 2.1.9).

Perfil de velocidad

La determinación de las tasas de conducción y convección de *momentum* requieren el conocimiento del perfil de velocidad en la capa límite. Para flujo de aire sobre la superficie del terreno o sobre agua se aplica el *perfil logarítmico de velocidad* (Priestley, 1959). La velocidad del viento u está dada como una función de la elevación z por

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (2.8.6)$$

donde la velocidad de corte es $u^* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ (τ_0 es el esfuerzo cortante en el fondo y ρ es la densidad del fluido), k es la constante de von Karman (≈ 0.4) y z_0 es la *al-*

TABLA 2.8.2
Valores aproximados de la altura de rugosidad en superficies naturales

Superficie	Altura de rugosidad z_0 (cm)
Hielo, fango	0.001
Agua	0.01 - 0.06
Pasto (hasta 10 cm de altura)	0.1 - 2.0
Pasto (10 - 50 cm de altura)	2 - 5
Vegetación (1 - 2 de altura)	20
Árboles (10 - 15 de altura)	40 - 70

Fuente: Brutsaert, W., Evaporation into the atmosphere, D. Reidel, Dordrecht, Holland, 1982, tabla 5.1, p. 114 (adaptada).

tura de la rugosidad de la superficie. La tabla 2.8.2 muestra valores de la altura de rugosidad para algunas superficies. Diferenciando (2.8.6), se tiene que el gradiente de velocidad es

$$\frac{du}{dz} = \frac{u^*}{kz} \quad (2.8.7)$$

Esta ecuación puede usarse para determinar los campos de flujos de *momentum* laminares y turbulentos en varias elevaciones.

Ejemplo 2.8.1 Se ha medido una velocidad de viento de 3 m/s a una altura de 2 m por encima de un campo de pasto corto ($z_0 = 1$ cm). Dibuje una gráfica del perfil de velocidad y calcule las tasas de campo de flujo de *momentum* laminar y turbulento a 20 cm y el campo de flujo de *momentum* turbulento a 2 m de elevación. Para el aire, $\rho = 1.20 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 1.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ y $K_m = 1.5 \text{ m}^2/\text{s}$.

Solución. La velocidad de corte se calcula con la ecuación (2.8.6) usando la velocidad conocida de $u = 3 \text{ m/s}$ en $z = 2 \text{ m}$:

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

$$\frac{3}{u^*} = \frac{1}{0.4} \ln\left(\frac{2}{0.01}\right)$$

Resolviendo, $u^* = 0.226 \text{ m/s}$.

El perfil de velocidad se calcula sustituyendo valores de z en (2.8.6); por ejemplo para $z = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$, entonces

$$\frac{u}{0.226} = \frac{1}{0.4} \ln\left(\frac{0.2}{0.01}\right)$$

Resolviendo, $u = 1.7 \text{ m/s}$ en $z = 0.2 \text{ m}$. Algunos valores que se calculan en forma similar para otros valores de z están graficados en la figura 2.8.2. El gradiente de velocidad en $z = 0.2 \text{ m}$ está dado por la ecuación (2.8.7):

$$\frac{du}{dz} = \frac{u^*}{kz} = \frac{0.226}{0.4 \times 0.2} = 2.83 \text{ s}^{-1}$$

y el campo de flujo de *momentum* laminar τ está dado por la ley de la viscosidad de Newton (2.8.4) con una densidad del aire $\rho = 1.20 \text{ kg/m}^3$ y una viscosidad cinemática $\nu = 1.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

$$\begin{aligned} \tau &= \rho \nu \frac{du}{dz} \\ &= 1.20 \times 1.51 \times 10^{-5} \times 2.83 \\ &= 5.1 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

en $z = 0.2 \text{ m}$. El campo de flujo de *momentum* turbulento está dado por la ecuación (2.8.5):

$$\begin{aligned} \tau_{turb} &= \rho K_m \frac{du}{dz} \\ &= 1.20 \times 1.5 \times 2.83 \\ &= 5.1 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

en $z = 0.2 \text{ m}$. La relación $\tau_{turb}/\tau = K_m/\nu = 5.1/(5.1 \times 10^{-5}) = 10^5$; luego el campo de flujo de *momentum* turbulento (convección por difusión de *eddy*) es el mecanismo de transporte dominante en esta corriente de aire. En $z = 2 \text{ m}$, $du/dz = u^*/kz = 0.226/(0.4 \times 2) = 0.28 \text{ s}^{-1}$ y $\tau_{turb} = \rho K_m(du/dz) = 1.20 \times 1.50 \times 0.28 = 0.51 \text{ N/m}^2$. Nótese que la relación de los campos de flujo de *momentum* convectivo en 0.2 y 2.0 m es $5.1/0.51 = 10$; el campo de flujo de *momentum* (o esfuerzo cortante) es inversamente proporcional a la elevación en un perfil logarítmico de velocidad. Por consiguiente, el campo de flujo de *momentum* es más grande cerca de la superficie del suelo y disminuye a medida que se incrementa la elevación.

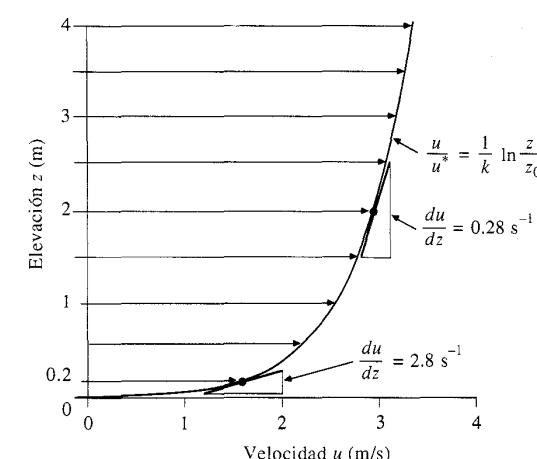


FIGURA 2.8.2
Perfil logarítmico de velocidad para una altura de rugosidad $z_0 = 1 \text{ cm}$ y una velocidad de 3 m/s medida a una altura de 2 m en un flujo de aire (véase el ejemplo 2.8.1). El gradiente de velocidad y el esfuerzo cortante resultantes son inversamente proporcionales a la elevación.

Radiación

Cuando la radiación llega a una superficie (véase la figura 2.8.3), se refleja o se absorbe. La fracción reflejada se conoce con el nombre de *albedo* α ($0 \leq \alpha \leq 1$). Por ejemplo, los cuerpos de agua profundos absorben la mayor parte de la radiación que reciben, teniendo un $\alpha \approx 0.06$, mientras que la nieve fresca refleja la mayor parte de la radiación entrante, con un α tan alto como 0.9 (Brutsaert, 1982). La radiación también es emitida en forma continua por todos los cuerpos a tasas que dependen de su temperatura superficial. La *radiación neta* R_n es la entrada neta de radiación a la superficie en cualquier instante; es decir, la diferencia entre la radiación absorbida, $R_i(1 - \alpha)$ (donde R_i es la radiación incidente), y la emitida, R_e :

$$R_n = R_i(1 - \alpha) - R_e \quad (2.8.8)$$

La radiación neta en la superficie de la Tierra es la mayor fuente de energía para la evaporación del agua.

Emisión. La emisión de radiación está dada por la ley de Stefan-Boltzmann

$$R_e = e\sigma T^4 \quad (2.8.9)$$

donde e es la *emisividad* de la superficie, σ es la constante de Stefan-Boltzmann ($5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$) y T es la temperatura absoluta de la superficie en grados Kelvin (Giancoli, 1984). La temperatura en grados Kelvin es igual a la temperatura en grados Celsius más 273. Para un radiador perfecto, o *cuerpo negro*, la emisividad es $e = 1$; para superficies de agua $e \approx 0.97$. La *longitud de onda* λ de la radiación emitida es inversamente proporcional a la temperatura de la superficie, tal como lo establece la *ley de Wien*:

$$\lambda = \frac{2.90 \times 10^{-3}}{T} \quad (2.8.10)$$

donde T está en grados Kelvin y λ está en metros (Giancoli, 1984).

Como una consecuencia de la ley de Wien, la radiación emitida por el Sol tiene una longitud de onda más corta que la emitida por la Tierra, que es más fría.

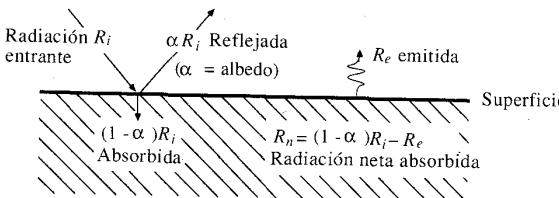


FIGURA 2.8.3

Balance de radiación en la superficie de una sustancia.

Reflexión y dispersión. El albedo α de la ecuación (2.8.8) mide la proporción de radiación entrante que se refleja nuevamente hacia la atmósfera. El albedo varía dependiendo de la longitud de onda de la radiación y de su ángulo de incidencia, pero suele adoptarse un valor típico único según la clase de superficie.

Cuando la radiación choca en la atmósfera con partículas pequeñas de un tamaño del mismo orden de magnitud que la longitud de onda de la radiación, ésta se dispersa aleatoriamente en todas las direcciones. Pequeños grupos de moléculas llamados *aerosoles* expanden la luz en esta forma. La adición de aerosoles y partículas de polvo a la atmósfera causada por la actividad humana en tiempos modernos ha originado preocupación acerca del *efecto de invernadero*, mediante el cual parte de la radiación emitida por la Tierra se refleja y dispersa a través de la atmósfera; un aumento de esta dispersión causa un calentamiento global de la superficie de la Tierra. Sin embargo, la magnitud exacta de calentamiento de la Tierra por este mecanismo no se conoce todavía.

La radiación neta en la superficie de la Tierra. La intensidad de la radiación solar que llega a la parte superior de la atmósfera disminuye antes de alcanzar un área unitaria en la superficie terrestre, por tres efectos diferentes: dispersión en la atmósfera, absorción por las nubes y oblicuidad de la superficie de la Tierra con respecto a la radiación entrante (una función de la latitud, estación y hora del día). La intensidad de radiación solar recibida por un área unitaria en la superficie de la Tierra se denomina R_s . La atmósfera también actúa como un radiador, especialmente en días muy nublados, emitiendo radiación de mayor longitud de onda que la del Sol, ya que su temperatura es más baja; la intensidad de esta radiación se denomina R_t . Luego la radiación que llega a la superficie de la Tierra es $R_i = R_s + R_t$. La Tierra

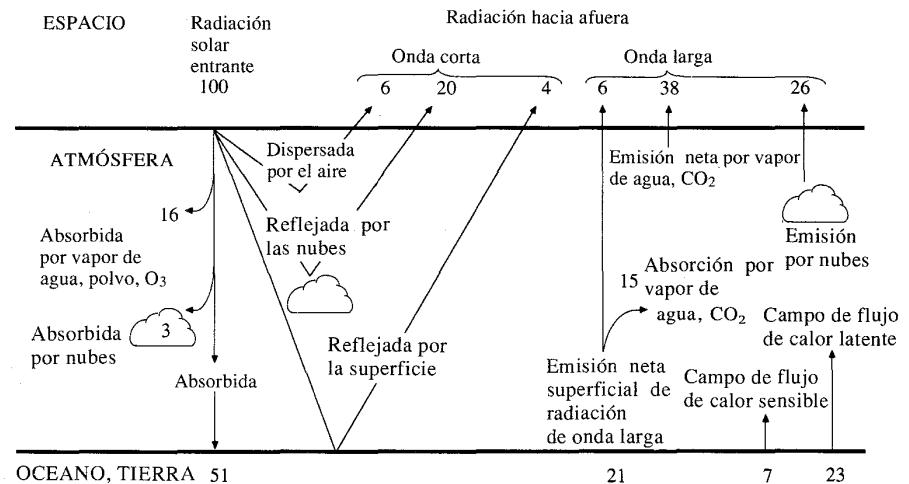


FIGURA 2.8.4

Balance de radiación y calor en la atmósfera y en la superficie de la Tierra. (Fuente: "Understanding Climatic Change", p. 18, National Academy of Sciences, Washington, D.C., 1975. Usada con autorización).

emite radiación R_e (de una longitud de onda similar a la de la radiación atmosférica), luego la radiación neta recibida en la superficie de la Tierra es

$$R_n = (R_s + R_l)(1 - \alpha) - R_e \quad (2.8.11)$$

La interacción de los procesos de radiación entre la atmósfera y la superficie de la Tierra es compleja. La figura 2.8.4 presenta un resumen de valores relativos de algunos componentes del promedio anual de los balances de calor atmosférico y superficial. Se puede observar que para 100 unidades de radiación solar que llegan a la parte superior de la atmósfera, cerca de la mitad (51 unidades) alcanza la superficie de la Tierra y es absorbida; de estas 51 unidades 21 son emitidas como radiación de onda larga dejando una radiación neta de 30 unidades en la superficie terrestre; 23 unidades de esta fuente de energía se usan para evaporar el agua, luego retornan a la atmósfera como campo de flujo de calor latente; las 7 unidades restantes calientan el aire que se localiza encima de la superficie como campo de flujo de calor sensible.

REFERENCIAS

- Bird, R. B., W. E. Stewart and E. N. Lightfoot. *Transport Phenomena*, Wiley, New York, 1960.
 Brutsaert, W., *Evaporation into the Atmosphere*, D. Reidel, Dordrecht, Holland, 1982.
 Carslaw, H. R. and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed., Oxford University Press, Oxford, 1959.
 Chow, V. T., *Open-channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York, 1959.
 Emmett, W. W., Overland flow, in *Hillslope Hydrology*, ed. by M. J. Kirkby, Wiley, Chichester, England, pp. 145-176. 1978.
 Fahien, R. W., *Fundamentals of Transport Phenomena*, McGraw-Hill, New York, 1983.
 Fox, R. W., and A. T., MacDonald, *Introduction to Fluid Mechanics*, 3rd ed., Wiley, New York, 1985.
 Freeze R. A., and J. A. Cherry, *Groundwater*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1979.
 French, R. H., *Open-channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York, 1985.
 Giancoli, D. C., *General Physics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1984.
 Henderson, F. M., *Open Channel Flow*, Macmillan, New York, 1966.
 Oke, T. R., *Boundary Layer Climates*, Methuen, London, 1978.
 Priestley, C. H. B., *Turbulent Transfer in the Lower Atmosphere*, University of Chicago Press, 1959.
 Raudkivi, A. J., *Hydrology*, Pergamon Press, Oxford, 1979.
 Roberson, J. A., and C. T. Crowe, *Engineering Fluid Mechanics*, 3rd ed., Houghton-Mifflin, Boston, 1985.
 Shames, I. V., *Mechanics of Fluids*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1982.
 White, F. M., *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill, New York, 1979.

PROBLEMAS

- 2.2.1** Un embalse tiene los siguientes volúmenes de entrada y de salida (en m^3) para los tres primeros meses del año. Si el almacenamiento al principio de enero es de $60 m^3$, determine el almacenamiento al final de marzo.

Mes	Ene	Feb	Mar
Volumen de entrada	4	6	9
Volumen de salida	8	11	5

- 2.2.2** Calcule la salida constante de agua de un embalse de 500 hectáreas de superficie durante un periodo de 30 días en el cual el nivel del embalse descendió medio metro a pesar de que hubo un caudal de entrada promedio de $200,000 m^3/día$. Durante este periodo, la pérdida total por flujo subterráneo fue de 2 cm, la precipitación total fue de 10.5 cm, y la evaporación total fue de 8.5 cm ($1 \text{ hectárea} = 10^4 m^2$).
- 2.2.3** Resuelva el problema 2.2.2 si la superficie del embalse es de 1,200 acres, la caída en el nivel de 2 pies, el flujo de entrada de 25 pies³/s, las pérdidas totales por flujo subterráneo de 1 pulg, la precipitación de 4 pulg y la evaporación de 3 pulg ($1 \text{ acre} = 43,560 \text{ pies}^2$).
- 2.2.4** Utilizando los registros hidrológicos de 50 años en una cuenca de drenaje con un área de $500 km^2$, se calculó el promedio anual de lluvia en 90 cm y el promedio anual de escorrentía en 33 cm. Se ha planeado la construcción de un embalse a la salida de la cuenca, con una superficie promedio de 1,700 hectáreas, con el fin de recolectar la escorrentía disponible para abastecer de agua a una comunidad cercana. Se ha estimado que la evaporación anual sobre la superficie del embalse es de 130 cm. No existen infiltraciones de agua subterránea o caudales de entrada a la cuenca. Determine el caudal promedio anual disponible que puede retirarse del embalse para el abastecimiento de agua.
- 2.2.5** Resuelva el problema 2.2.4 si el área de la cuenca de drenaje es 200 mi^2 , la lluvia anual es 35 pulg, la escorrentía es 13 pulg, el área del embalse es 4,200 acres y la evaporación es 50 pulg.
- 2.2.6** Los flujos de entrada y salida consecutivos mensuales de un embalse en determinado año son los siguientes, en unidades relativas:

Mes	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Caudal de entrada	3	5	4	3	4	10	30	15	6	4	2	1
Caudal de salida	6	8	7	10	6	8	20	13	4	5	7	8

- El embalse contiene 60 unidades al principio del año. ¿Cuántas unidades de agua hay en el embalse a mediados de agosto? ¿Cuántas hay al final del año?
2.3.1 Especifique cuáles de las siguientes variables usualmente se registran como información por muestra o información por pulso: a) temperatura diaria máxima del aire, b) precipitación diaria, c) velocidad diaria del viento, d) precipitación anual, e) caudal anual máximo.

- 2.3.2** A continuación se muestran la precipitación y los caudales que causó la tormenta del 12 de mayo de 1980 en el riachuelo Shoal Creek en Northwest Park, Austin, Texas. Calcule el tiempo de distribución de almacenamiento en la cuenca suponiendo un almacenamiento inicial de 0. Calcule la profundidad total de precipitación y la profundidad equivalente de caudal que se produjo durante el periodo de ocho horas. ¿Qué cantidad de agua almacenada permaneció en la cuenca al final del periodo? ¿Qué porcentaje de la precipitación se convirtió en caudal durante este periodo? ¿Cuál fue el almacenamiento máximo? Represente gráficamente la distribución temporal de precipitación incremental, caudal, cambio en almacenamiento y almacenamiento acumulado. El área de la cuenca es de 7.03 mi^2 .

Tiempo (h)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
Precipitación incremental (pulg)	0.18	0.42	0.21	0.16				
Caudal instantáneo (cfs)	25	27	38	109	310	655	949	1,060
Tiempo	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
Caudal instantáneo (cfs)	968	1,030	826	655	466	321	227	175
	160							

- 2.5.1** Calcule la velocidad y el caudal de un flujo uniforme con 3 pies de profundidad en un canal de 100 pies de ancho con sección transversal aproximadamente rectangular; la pendiente de fondo es del 1% y el coeficiente n de Manning de 0.035. Compruebe que se satisface el criterio para flujo completamente turbulento.
- 2.5.2** Resuelva el problema 2.5.1 para un canal de 30 m de ancho con una profundidad de flujo de 1 m.
- 2.5.3** Resuelva el problema 2.5.1 para un canal con una sección transversal aproximadamente trapezoidal de 100 pies de ancho en la base y lados con pendiente 3 horizontal; 1 vertical.
- 2.5.4** Resuelva el problema 2.5.3 si el ancho de la base es 30 m y la profundidad de 1 m.
- 2.5.5** Sobre un parqueadero asfaltado fluye agua con una pendiente de 0.5% y un coeficiente n de Manning de 0.015. Calcule la velocidad y el caudal si el flujo tiene una profundidad de 1 pulg. Compruebe que se satisface el criterio para flujo completamente turbulento.
- 2.5.6** Resuelva el problema 2.5.5 si el flujo tiene una profundidad de 1 cm. Suponga que la viscosidad cinemática es $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.
- 2.5.7** Resuelva el problema 2.5.5 para una profundidad de flujo de 0.5 pulg. Demuestre que no se satisface el criterio de flujo completamente turbulento y calcule la velocidad y el caudal utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach y el diagrama de Moody. Siguiendo este procedimiento, ¿en qué porcentaje es diferente la velocidad calculada de la que se hubiera obtenido si se utiliza la ecuación de Manning? Suponga una viscosidad cinemática de 1×10^{-5} pies/s.
- 2.5.8** Resuelva el problema 2.5.7 si la profundidad de flujo es 1 mm.
- 2.5.9** Demuestre que el esfuerzo cortante en la pared τ_0 para el flujo uniforme permanente en un conducto circular de diámetro D , está dado por

$$\tau_0 = \frac{\gamma Dh_f}{4L}$$

donde γ es el peso específico del fluido y h_f es la pérdida de cabeza a lo largo de una longitud L del conducto.

- 2.5.10** Utilice la ley de la viscosidad de Newton, $\tau_0 = \mu du/dy$, para flujo laminar en un conducto circular, donde u es la velocidad del fluido a una distancia y desde la pared, para establecer que la distribución de velocidad en el conducto está dada por $u = u_{\max}(1 - r^2/R^2)$, donde r es la distancia desde el centro de un tubo de radio R y u_{\max} es la velocidad en el centro del tubo.
- 2.5.11** Aplique la ecuación parabólica de distribución de velocidad para flujo laminar en un conducto circular, dada en el problema 2.5.10, para establecer que el esfuerzo cortante en la pared es $\tau_0 = 8\mu V/D$, en donde V es la velocidad promedio en el tubo.
- 2.5.12** Un canal rectangular de 12 m de ancho y 1 m de profundidad tiene una pendiente de 0.001 y está recubierto con cimientos rodados cementados ($n = 0.025$). Determine *a*) su máxima capacidad de descarga y *b*) el máximo caudal que se puede obtener cambiando las dimensiones del área transversal sin variar la forma rectangular de ésta, la pendiente y el volumen de excavación. Tenga en cuenta que la mejor sección rectangular desde el punto de vista hidráulico tiene un perímetro mínimo mojado y una relación ancho-profundidad de 2.
- 2.5.13** Resuelva el problema 2.5.12 si el canal tiene 30 pies de ancho y 4 pies de profundidad.
- 2.6.1** Cierta cantidad de agua fluye con una pendiente de fricción de $S_f = 0.01$. Determine: *a*) la velocidad de flujo en un pequeño tubo capilar de 1 mm de diámetro ($v = 1.00 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), *b*) el campo de flujo de Darcy Q/A y la velocidad real de flujo a través de arena fina y *c*) grava.
- 2.6.2** Calcule la tasa de flujo de agua a 20°C a través de un conducto de 10 m de largo lleno de arena fina de diámetro efectivo de 0.01 mm bajo una diferencia de cabeza de

- presión de 0.5 m entre los dos extremos del conducto. El área de la sección transversal de éste es de 2 m^2 .
- 2.6.3** Resuelva el problema del ejemplo 2.6.1 si el agua fluye a través de: *a*) grava con una conductividad hidráulica de 10 cm/s y una porosidad de 30%; *b*) limo con una conductividad hidráulica de 10^{-4} cm/s y una porosidad de 45%; *c*) arcilla con una conductividad hidráulica de 10^{-7} cm/s y una porosidad del 50%. Compare las respuestas con aquellas obtenidas en el ejemplo.
- 2.8.1** En el flujo de aire sobre una superficie de pasto corto se mide una velocidad de 1 m/s a una elevación de 2 m. Calcule la velocidad de corte y elabore una gráfica del perfil de velocidad desde la superficie hasta una altura de 4 m. Suponga $z_0 = 1 \text{ cm}$. Calcule el campo de flujo del *momentum* turbulento para alturas de 20 cm y 2 m y compare los resultados. Suponga $K_m = 0.07 \text{ m}^2/\text{s}$ y $\rho = 1.20 \text{ kg/m}^3$ para el aire.
- 2.8.2** Resuelva el problema 2.8.1 si el fluido es agua. Suponga $K_m = 0.15 \text{ m}^2/\text{s}$ y $\rho = 1,000 \text{ kg/m}^3$. Calcule y compare los campos de flujo del *momentum* laminar y turbulento a una elevación de 20 cm si $v = 1.51 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ para agua.
- 2.8.3** Suponiendo que el Sol fuera un radiador de cuerpo negro con una temperatura superficial de 6,000 K, calcule la intensidad y la longitud de onda de su radiación emitida.
- 2.8.4** Resuelva el problema 2.8.3 para la Tierra y compare la intensidad y la longitud de onda de la radiación terrestre con aquella emitida por el Sol. Suponga que la Tierra tiene una temperatura superficial de 300 K.
- 2.8.5** La radiación de llegada a un lago tiene una intensidad de 200 W/m^2 . Calcule la radiación neta que entra al lago si el albedo es $\alpha = 0.06$, la temperatura superficial es 30°C y la emisividad es 0.97.
- 2.8.6** Resuelva el problema 2.8.5 para nieve fresca si el albedo es $\alpha = 0.8$, la emisividad es 0.97 y la temperatura superficial es 0°C.
- 2.8.7** Resuelva el problema 2.8.5 para un campo de pasto con albedo de $\alpha = 0.2$, emisividad de 0.97 y temperatura superficial de 30°C.

AGUA ATMOSFÉRICA

De los diversos procesos meteorológicos que ocurren continuamente en la atmósfera, los más importantes para la hidrología son los de precipitación y evaporación, en los cuales la atmósfera interactúa con el agua superficial. La mayor parte del agua que se precipita sobre la superficie terrestre proviene de la humedad que se evapora en los océanos y que es transportada por la circulación atmosférica a lo largo de grandes distancias. Las dos fuerzas básicas para la circulación atmosférica resultan de la rotación de la Tierra y de la transferencia de energía calórica entre el ecuador y los polos.

3.1 CIRCULACIÓN ATMOSFÉRICA

La Tierra recibe constantemente el calor del Sol a través de la radiación solar y emite calor a través de la re-radiación, o *radiación reflejada* al espacio. Estos procesos están balanceados a una tasa promedio de 210 W/m^2 . El calentamiento de la Tierra no es uniforme; cerca del ecuador la radiación entrante es casi perpendicular a la superficie de la Tierra y alcanza un valor promedio de 270 W/m^2 , mientras que cerca de los polos, choca con la Tierra formando un ángulo más oblicuo a una tasa cercana a los 90 W/m^2 . Debido a que la tasa de radiación es proporcional a la temperatura absoluta de la superficie de la Tierra, la cual no varía apreciablemente entre el ecuador y los polos, la radiación emitida por la Tierra es más uniforme que la radiación recibida. Como respuesta a esta desproporción, la atmósfera funciona como una gran máquina de calor, transfiriendo energía desde el ecuador hacia los polos en una tasa promedio de alrededor de $4 \times 10^9 \text{ MW}$.

Si la Tierra fuera una esfera que no rotara, la circulación atmosférica aparecería como se muestra en la figura 3.1.1. El aire se elevaría cerca del ecuador y viajaría por la atmósfera superior hacia los polos, donde, una vez enfriado, descendería hacia la baja atmósfera y retornaría al ecuador. Esto se conoce con el nombre de *circulación de Hadley*.

AGUA ATMOSFÉRICA

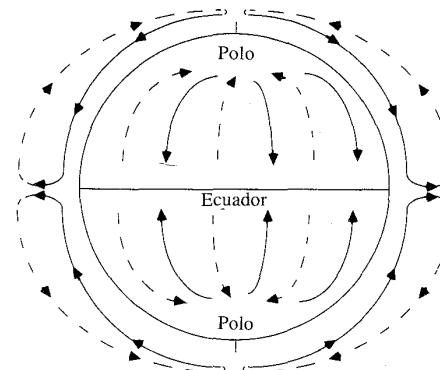


FIGURA 3.1.1
Patrón de circulación atmosférica de celda única para un planeta sin rotación.

La rotación de la Tierra desde el este hacia el oeste cambia este patrón de circulación. A medida que un anillo de aire situado alrededor de la Tierra se mueve hacia los polos su radio va disminuyendo. La velocidad del aire se incrementa con respecto a la superficie de la Tierra, con el fin de mantener el *momentum angular*, produciéndose un flujo de aire desde el oeste. Lo contrario sucede para un anillo de aire que se mueve hacia el ecuador donde se forma un flujo de aire desde el este. El efecto que producen estos cambios en la dirección y la velocidad del viento se conoce como la *fuerza de Coriolis*.

El patrón real de la circulación atmosférica tiene tres celdas en cada hemisferio, tal como se muestra en la figura 3.1.2. En la *celda tropical*, el aire caliente asciende en el ecuador, se mueve hacia los polos en las capas superiores, pierde calor y desciende hacia el suelo a una latitud de 30° . Cerca del suelo, se divide en dos ramas, una de las cuales se mueve hacia el ecuador y la otra hacia el polo. En la *celda polar* el aire asciende en la latitud de 60° y fluye hacia los polos en las capas superiores, luego se enfriá y se devuelve hasta una latitud de 60° cerca de la superficie de la Tierra. La *celda central* se mueve por la fricción de las otras dos; su aire superficial fluye hacia el polo, produciendo un flujo de aire prevaleciente desde el oeste en las latitudes medias.

La distribución no uniforme de océano y tierra firme en la superficie del planeta, asociada con sus diferentes propiedades térmicas, crean variaciones espaciales adicionales en la circulación atmosférica. El cambio anual del ecuador térmico debido al movimiento de traslación de la Tierra alrededor del Sol produce una oscilación correspondiente del patrón de circulación de las tres celdas. Con una oscilación grande, los cambios de aire entre dos celdas adyacentes pueden ser más frecuentes y completos, y ocasionar inundaciones con el tiempo. Así mismo los vientos monzones pueden penetrar profundamente en países como la India y Australia. Con una oscilación pequeña, pueden producirse zonas de alta presión intensa alrededor de los 30° de latitud, creándose extensos períodos secos. Debido a que la circulación atmosférica es muy compleja, sólo se puede identificar el patrón general de movimiento.

Verticalmente la atmósfera se divide en varias zonas. La circulación atmosférica descrita en los párrafos anteriores ocurre en la *troposfera*, la cual varía su altura desde cerca de 8 km en los polos a 16 km en el ecuador. La temperatura en la tro-

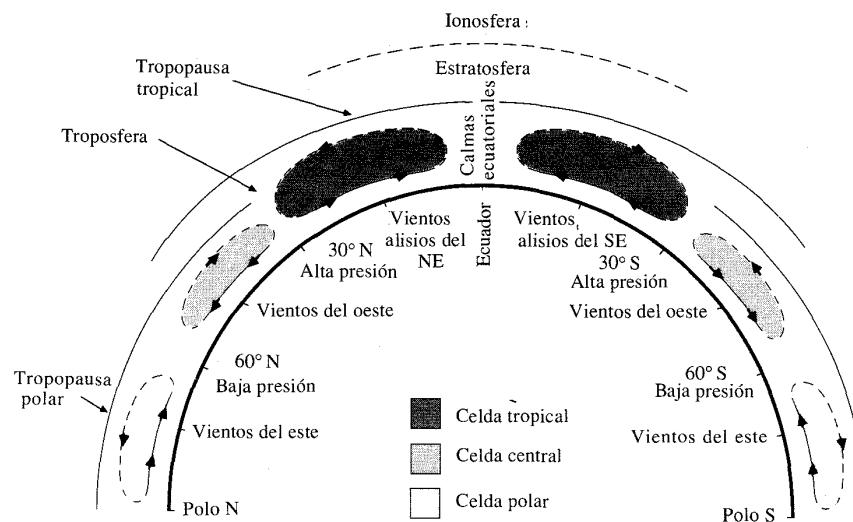


FIGURA 3.1.2
Sección transversal latitudinal de la circulación atmosférica general.

posfera disminuye con la altitud a una tasa que varía con el contenido de humedad en la atmósfera. Para aire seco la tasa de decrecimiento se denomina la *tasa de lapso adiabático seco* y es de aproximadamente $9.8^{\circ}\text{C}/\text{km}$ (Brutsaert, 1982). La *tasa de lapso adiabático saturado* es menor, alrededor de $6.5^{\circ}\text{C}/\text{km}$, porque parte del vapor en el aire se condensa a medida que éste sube y se enfriá, emitiendo calor hacia el aire circundante. Los anteriores son valores promedio para las tasas de lapso, las cuales pueden variar considerablemente con la altitud. La *tropopausa* separa la troposfera de la estratosfera que se encuentra encima. Cerca de la tropopausa algunos cambios bruscos en la temperatura y la presión producen fuertes corrientes delgadas de aire conocidas como *corrientes jet* con velocidades que varían desde 15 a 50 m/s (30 a 100 mi/h). Éstas fluyen a lo largo de miles de kilómetros y tienen una gran importancia en el movimiento de masas de aire.

En la circulación general una *masa de aire* es un gran cuerpo de aire que puede ser uniforme horizontalmente en lo que se refiere a propiedades como la temperatura y el contenido de humedad. Cuando una masa de aire se mueve lentamente sobre áreas terrestres o marinas, sus características reflejan aquellas de la superficie sobre la cual fluye. La región donde la masa de aire adquiere sus características es la región fuente, como los trópicos y los polos. Cuando una masa de aire caliente se encuentra con una de aire frío, en lugar de simplemente mezclarse aparece una superficie de discontinuidad definida entre ellas, llamada *frente*. El aire frío al ser más pesado, se extiende debajo del aire caliente. Si el aire frío avanza hacia el aire caliente, el borde de la masa de aire frío es un *frente frío* el cual tiene una pendiente casi vertical. Si el aire caliente avanza hacia el aire frío, el borde es un *frente caliente*, el cual tiene una pendiente baja, y el aire caliente fluye hacia arriba y por encima del aire frío.

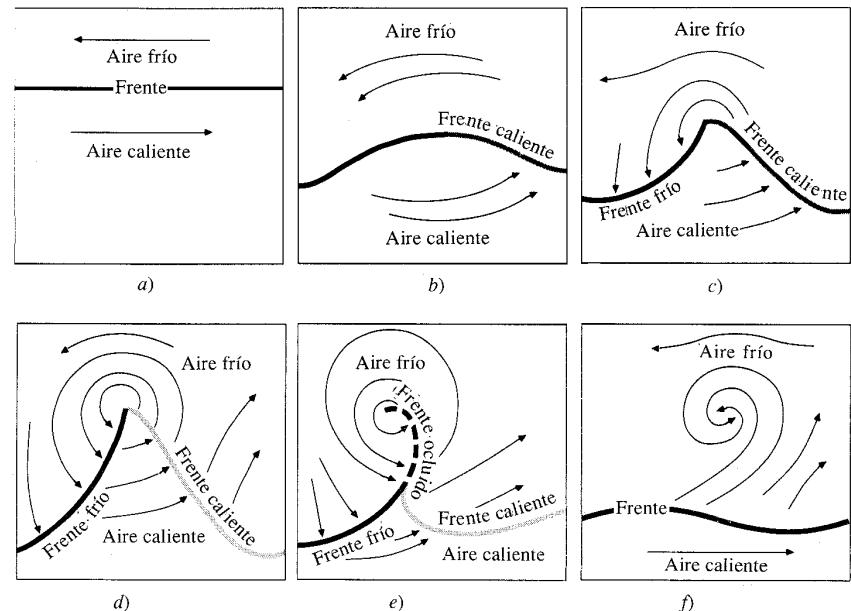


FIGURA 3.1.3
Vista en planta del ciclo de vida de un ciclón frontal en el hemisferio norte: a) frente superficial entre aire caliente y aire frío; b) la onda se empieza a formar; c) la circulación ciclónica y la onda se han desarrollado; d) el frente frío, más rápido, empieza a alcanzar al frente caliente reduciendo el sector cálido; e) el sector cálido se ha eliminado y f) el ciclón se disipa.

Un *ciclón* es una región de baja presión alrededor de la cual el aire fluye en una dirección contraria a las manecillas del reloj en el hemisferio norte, o en dirección a ellas en el hemisferio sur. Los *ciclones tropicales* se forman en las bajas latitudes y pueden convertirse en *huracanes* o *tifones*. Los *cyclones extratropicales* se forman cuando dos masas de aire, una caliente y otra fría, fluyen inicialmente en direcciones opuestas adyacentes la una a la otra, empiezan a interactuar y a girar en un movimiento circular, creando simultáneamente un frente caliente y un frente frío en una zona de baja presión (véase la figura 3.1.3). Un *anticiclón* es una región de alta presión alrededor de la cual el aire fluye en el sentido de las manecillas del reloj en el hemisferio norte y en sentido contrario en el hemisferio sur. Cuando las masas de aire se elevan a través del movimiento atmosférico, su vapor de agua se puede condensar y producir precipitación.

3.2 VAPOR DE AGUA

El agua atmosférica existe principalmente como un gas o vapor, pero breve y localmente puede convertirse en líquido en la lluvia, o en las pequeñas gotas de agua de las nubes, o puede convertirse en sólido en la nieve, en el granizo y en los cristales de hielo en las nubes. La cantidad de vapor de agua en la atmósfera es menor que

una parte en 100,000 de toda el agua de la Tierra, pero cumple una función vital en el ciclo hidrológico.

El transporte de vapor en el aire a través de un sistema hidrológico puede describirse utilizando el teorema de transporte de Reynolds [véase la ecuación (2.1.9)] dejando que la propiedad extensiva B sea la masa de vapor de agua. La propiedad intensiva $\beta = dB/dm$ es la masa de vapor de agua por unidad de masa de aire húmedo; ésta se conoce como la *humedad específica* q_v , la cual es igual a la relación entre las densidades del vapor de agua (ρ_v) y aire húmedo (ρ_a):

$$q_v = \frac{\rho_v}{\rho_a} \quad (3.2.1)$$

Utilizando la ley de la conservación de la masa, $dB/dt = \dot{m}_v$ es la tasa a la cual el vapor de agua se adiciona al sistema. Para la evaporación desde una superficie de agua, \dot{m}_v es positiva y representa la tasa de flujo de masa de evaporación; para condensación, \dot{m}_v es negativa y representa la tasa a la cual el vapor se remueve del sistema. La ecuación de transporte de Reynolds para este sistema es la ecuación de continuidad para el transporte de vapor de agua:

$$\dot{m}_v = \frac{d}{dt} \int \int \int_{v.c.} q_v \rho_a dV + \int \int_{s.c.} q_v \rho_a \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.2.2)$$

Presión de vapor

La ley de presiones parciales de Dalton establece que la presión que ejerce un gas (su presión de vapor) es independiente de la presencia de otros gases; la presión de vapor e del vapor de agua está dada por la *ley de gas ideal* como

$$e = \rho_v R_v T \quad (3.2.3)$$

donde T es la temperatura absoluta en K, y R_v es la constante de gas para vapor de agua. Si la presión total que ejerce el aire húmedo es p , entonces $p - e$ es la presión parcial debida al aire seco, y

$$p - e = \rho_d R_d T \quad (3.2.4)$$

donde ρ_d es la densidad del aire seco y R_d es la constante de gas para aire seco (287 J/kg · K). La densidad del aire húmedo ρ_a es la suma de las densidades del aire seco y del vapor de agua, es decir, $\rho_a = \rho_d + \rho_v$, y la constante de gas para el vapor de agua es $R_v = R_d/0.622$, donde 0.622 es la relación entre el peso molecular del vapor de agua y el peso molecular promedio del aire seco. Si se combinan (3.2.3) y (3.2.4) y se usan las definiciones dadas se llega a

$$p = \left[\rho_d + \left(\frac{\rho_v}{0.622} \right) \right] R_d T \quad (3.2.5)$$

Tomando la relación de las ecuaciones (3.2.3) y (3.2.5), la humedad específica q_v puede aproximarse por

$$q_v = 0.622 \frac{e}{p} \quad (3.2.6)$$

Igualmente, (3.2.5) puede reescribirse en términos de la constante de gas para aire húmedo, R_a , como

$$p = \rho_a R_a T \quad (3.2.7)$$

La relación entre las constantes de gas para aire húmedo y aire seco está dada por

$$\begin{aligned} R_a &= R_d (1 + 0.608 q_v) \\ &= 287 (1 + 0.608 q_v) \text{ J/kg} \cdot \text{K} \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

La constante de gas para aire húmedo se incrementa con la humedad específica, pero aun para una humedad específica grande (por ejemplo, $q_v = 0.03 \text{ kg de agua/kg de aire húmedo}$), la diferencia entre las constantes de gas para aire húmedo y seco es sólo alrededor del 2%.

Para una temperatura de aire dada, existe un máximo contenido de humedad que el aire puede tener y la presión de vapor correspondiente se denomina la *presión de vapor de saturación* e_s . A esta presión de vapor, las tasas de evaporación y condensación son iguales. Sobre una superficie de agua la presión de vapor de saturación se relaciona con la temperatura del aire, tal como se muestra en la figura 3.2.1; una ecuación aproximada es:

$$e_s = 611 \exp \left(\frac{17.27T}{237.3 + T} \right) \quad (3.2.9)$$

donde e_s está en pascales ($\text{Pa} = \text{N/m}^2$) y T está en grados Celsius (Raudkivi, 1979). En la tabla 3.2.1 se muestran algunos valores de la presión de saturación de agua.

El gradiente $\Delta = de_s/dT$ de la curva de presión de vapor de saturación se encuentra al diferenciar (3.2.9):

$$\Delta = \frac{4,098 e_s}{(237.3 + T)^2} \quad (3.2.10)$$

donde Δ es el gradiente en pascales por grado Celsius.

La *humedad relativa* R_h es la relación entre la presión de vapor real y su valor de saturación a una temperatura de aire dada (véase la figura 3.2.1):

$$R_h = \frac{e}{e_s} \quad (3.2.11)$$

La temperatura a la cual el aire se satura para una humedad específica dada es la *temperatura del punto de rocío* T_d .

Ejemplo 3.2.1 En una estación climática, la presión del aire medida es de 100 kPa, la temperatura del aire es de 20°C, y la temperatura de bulbo húmedo o punto de rocío, es de 16°C. Calcule la presión de vapor correspondiente, la humedad relativa, la humedad específica y la densidad del aire.

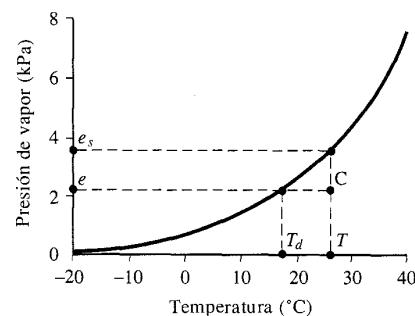


FIGURA 3.2.1
Presión de vapor de saturación como una función de la temperatura sobre agua. El punto C tiene presión de vapor e y temperatura T , para las cuales la presión de vapor de saturación es e_s . La humedad relativa es $R_h = e/e_s$. La temperatura para la cual el aire se encuentra saturado con su presión de vapor e es la temperatura de punto de rocío T_d .

Solución. La presión de vapor de saturación con $T = 20^\circ\text{C}$ está dada por la ecuación (3.2.9)

$$\begin{aligned} e_s &= 611 \exp\left(\frac{17.27T}{237.3 + T}\right) \\ &= 611 \exp\left(\frac{17.27 \times 20}{237.3 + 20}\right) \\ &= 2,339 \text{ Pa} \end{aligned}$$

y la presión de vapor real e se calcula utilizando el mismo método, pero sustituyendo la temperatura de punto de rocío $T_d = 16^\circ\text{C}$:

$$\begin{aligned} e &= 611 \exp\left(\frac{17.27T_d}{237.3 + T_d}\right) \\ &= 611 \exp\left(\frac{17.27 \times 16}{237.3 + 16}\right) \\ &= 1,819 \text{ Pa} \end{aligned}$$

La humedad relativa de (3.2.11) es

$$\begin{aligned} R_h &= \frac{e}{e_s} \\ &= \frac{1,819}{2,339} \\ &= 0.78 \\ &= 78\% \end{aligned}$$

y la humedad específica está dada por (3.2.6) con $p = 100 \text{ kPa} = 100 \times 10^3 \text{ Pa}$:

$$\begin{aligned} q_v &= 0.622 \frac{e}{p} \\ &= 0.622 \left(\frac{1,819}{100 \times 10^3} \right) \\ &= 0.0113 \text{ kg agua/kg aire húmedo} \end{aligned}$$

TABLA 3.2.1
Presión de vapor de saturación para vapor de agua sobre agua líquida

Temperatura °C	Presión de vapor de saturación Pa
-20	125
-10	286
0	611
5	872
10	1,227
15	1,704
20	2,337
25	3,167
30	4,243
35	5,624
40	7,378

Fuente: Brutsaert, 1982, tabla 3, 4, p. 41 Usada con autorización.

La densidad del aire se calcula utilizando la ley del gas ideal (3.2.7). La constante de gas R_a está dada por (3.2.8) con $q_v = 0.0113 \text{ kg/kg}$ porque $R_a = 287(1 + 0.608q_v) = 287(1 + 0.608 \times 0.0113) = 289 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ y $T = 20^\circ\text{C} = (20 + 273) \text{ K} = 293 \text{ K}$, luego

$$\begin{aligned} \rho_a &= \frac{p}{R_a T} \\ &= \frac{100 \times 10^3}{289 \times 293} \\ &= 1.18 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

Vapor de agua en una columna atmosférica estática

Dos leyes rigen las propiedades del vapor de agua en una columna estática, la ley del gas ideal

$$p = \rho_a R_a T \quad (3.2.12)$$

y la ley de presión hidrostática

$$\frac{dp}{dz} = -\rho_a g \quad (3.2.13)$$

La variación de la temperatura del aire con la altitud se describe por

$$\frac{dT}{dz} = -\alpha \quad (3.2.14)$$

donde α es la tasa de lapso. Tal como se muestra en la figura 3.2.2, una variación lineal de la temperatura combinada con las dos leyes físicas resulta en una variación

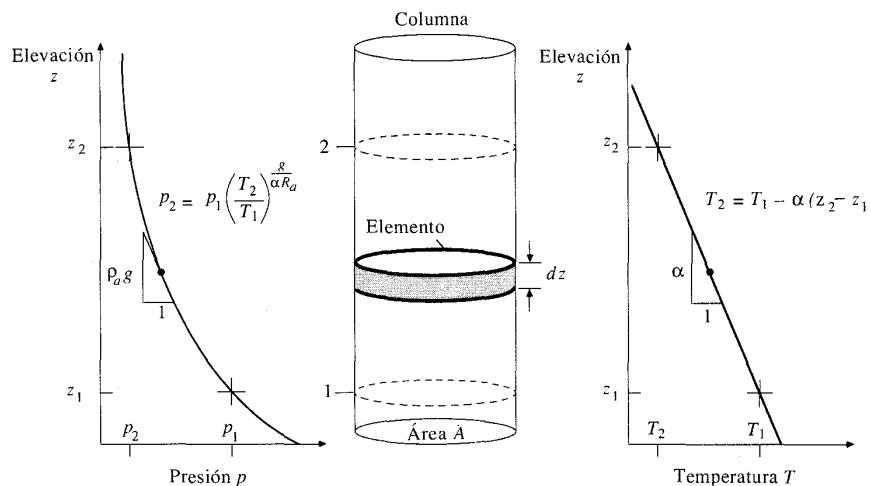


FIGURA 3.2.2

Variación de presión y temperatura en una columna atmosférica.

no lineal de la presión con la altura. La densidad y la humedad específica también varían en forma no lineal con la altura. A partir de la ecuación (3.2.12), $\rho_a = p/R_a T$, y sustituyendo en (3.2.13) resulta

$$\frac{dp}{dz} = \frac{-pg}{R_a T}$$

o

$$\frac{dp}{p} = \left(\frac{-g}{R_a T} \right) dz$$

sustituyendo $dz = -dT/\alpha$ de (3.2.14):

$$\frac{dp}{p} = \left(\frac{g}{\alpha R_a} \right) \frac{dT}{T}$$

e integrando ambos lados entre dos niveles 1 y 2 en la atmósfera, resulta

$$\ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = \left(\frac{g}{\alpha R_a} \right) \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

o

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{g/\alpha R_a} \quad (3.2.15)$$

A partir de la ecuación (3.2.14) la variación de la temperatura entre las altitudes z_1 y z_2 es

$$T_2 = T_1 - \alpha(z_2 - z_1) \quad (3.2.16)$$

Agua precipitable

La cantidad de humedad contenida en una columna atmosférica se conoce con el nombre de *agua precipitable*. Si se considera un elemento de altura dz en una columna de área transversal horizontal A (véase la figura 3.2.2). La masa de aire en el elemento es $\rho_a A dz$ y la masa de agua contenida en el aire es $q_v \rho_a A dz$. La masa total de agua precipitable en la columna entre las elevaciones z_1 y z_2 es

$$m_p = \int_{z_1}^{z_2} q_v \rho_a A dz \quad (3.2.17)$$

La integral de la ecuación (3.2.17) se calcula usando intervalos de altura Δz , cada uno de ellos con una masa incremental de agua precipitable de

$$\Delta m_p = \bar{q}_v \bar{\rho}_a A \Delta z \quad (3.2.18)$$

donde \bar{q}_v y $\bar{\rho}_a$ son los valores promedios de la humedad específica y la densidad del aire en el intervalo. Los incrementos de masa se suman a lo largo de la columna para dar la cantidad total del agua precipitable.

Ejemplo 3.2.2 Calcule el agua precipitable en una columna de aire saturado de 10 km de altura sobre un área de 1 m² localizada en la superficie del suelo. La presión superficial es de 101.3 kPa, la temperatura del aire superficial es 30°C y la tasa de lapso es 6.5°C/km.

Solución. Los resultados de los cálculos se resumen en la tabla 3.2.2. El incremento en elevación se toma como $\Delta z = 2 \text{ km} = 2,000 \text{ m}$. Para el primer incremento, en $z_1 = 0 \text{ m}$, $T_1 = 30^\circ\text{C} = (30 + 273) \text{ K} = 303 \text{ K}$; en $z_2 = 2,000 \text{ m}$, utilizando la ecuación (3.2.16) y $\alpha = 6.5^\circ\text{C}/\text{km} = 0.0065^\circ\text{C/m}$,

$$\begin{aligned} T_2 &= T_1 - \alpha(z_2 - z_1) \\ &= 30 - 0.0065(2,000 - 0) \\ &= 17^\circ\text{C} \\ &= (17 + 273) \text{ K} \\ &= 290 \text{ K} \end{aligned}$$

tal como se muestra en la columna 3 de la tabla. La constante de gas R_a puede tomarse como 287 J/kg · K en este ejemplo porque su variación es pequeña con respecto a la humedad específica [véase la ecuación (3.2.8)]. La presión del aire a 2,000 m está dada por (3.2.15) con $g/\alpha R_a = 9.81/(0.0065 \times 287) = 5.26$, como

TABLA 3.2.2
Cálculo de agua precipitable en una columna de aire saturado
(véase el ejemplo 3.2.2)

Columna	1	2	3	4	5	6
	Elevación	Temperatura		Presión de aire	Densidad	Presión de vapor
	<i>z</i> (km)	(°C)	(°K)	<i>p</i> (kPa)	ρ_a (kg/m ³)	<i>e</i> (kPa)
	0	30	303	101.3	1.16	4.24
	2	17	290	80.4	0.97	1.94
	4	4	277	63.2	0.79	0.81
	6	-9	264	49.1	0.65	0.31
	8	-22	251	37.6	0.52	0.10
	10	-35	238	28.5	0.42	0.03
Columna	7	8	9	10	11	
	Humedad específica	Promedio sobre el incremento	Masa incremental	Porcentaje de masa total		
	<i>q_v</i> (kg/kg)	\bar{q}_v (kg/kg)	$\bar{\rho}_a$ (kg/m ³)	Δm (kg)		
	0.0261					
	0.0150	0.0205	1.07	43.7	57	
	0.0080	0.0115	0.88	20.2	26	
	0.0039	0.0060	0.72	8.6	11	
	0.0017	0.0028	0.59	3.3	4	
	0.0007	0.0012	0.47	1.1	2	
				77.0		

$$\begin{aligned}
 p_2 &= p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{g/\alpha R_a} \\
 &= 101.3 \left(\frac{290}{303} \right)^{5.26} \\
 &= 80.4 \text{ kPa}
 \end{aligned}$$

tal como se muestra en la columna 4.

La densidad del aire en el suelo se calcula a partir de (3.2.12):

$$\begin{aligned}
 \rho_a &= \frac{p}{R_a T} \\
 &= \frac{101.3 \times 10^3}{(287 \times 303)} \\
 &= 1.16 \text{ kg/m}^3
 \end{aligned}$$

y un cálculo similar resulta en una densidad de aire de 0.97 kg/m³ a 2,000 m. La densidad promedio en el incremento de 2 km es por consiguiente, $\bar{\rho}_a = (1.16 + 0.97)/2 = 1.07 \text{ kg/m}^3$ (véanse las columnas 5 y 9).

La presión de vapor de saturación al nivel del suelo se calcula por medio de la ecuación (3.2.9):

$$\begin{aligned}
 e &= 611 \exp \left(\frac{17.27T}{237.3 + T} \right) \\
 &= 611 \exp \left(\frac{17.27 \times 30}{237.3 + 30} \right) \\
 &= 4,244 \text{ Pa} \\
 &= 4.24 \text{ kPa}
 \end{aligned}$$

El valor correspondiente a una altitud de 2,000 m donde $T = 17^\circ\text{C}$ es $e = 1.94 \text{ kPa}$ (columna 6). La humedad específica en la superficie del suelo se calcula mediante la ecuación (3.2.6):

$$\begin{aligned}
 q_v &= 0.622 \frac{e}{p} \\
 &= 0.622 \times \frac{4.24}{101.3} \\
 &= 0.026 \text{ kg/kg}
 \end{aligned}$$

A 2,000 m $q_v = 0.015 \text{ kg/kg}$. El valor promedio de la humedad específica en el incremento de 2 km es, por consiguiente $\bar{q}_v = (0.026 + 0.015)/2 = 0.0205 \text{ kg/kg}$ (columna 8). Sustituyendo en (3.2.18), la masa de agua precipitable en el primer incremento de 2 km es

$$\begin{aligned}
 \Delta m_p &= \bar{q}_v \bar{\rho}_a A \Delta z \\
 &= 0.0205 \times 1.07 \times 1 \times 2,000 \\
 &= 43.7 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Al sumar las masas incrementales, la masa total de agua precipitable en la columna es $m_p = 77 \text{ kg}$ (columna 10). La profundidad equivalente de agua líquida es $m_p/\rho_w A = 77/(1,000 \times 1) = 0.077 \text{ m} = 77 \text{ mm}$.

Los números de la columna 11 en la tabla 3.2.2, para porcentaje de la masa total en cada incremento, muestran que más de la mitad del agua precipitable se localiza en los primeros 2 km por encima de la superficie del suelo en este ejemplo. Solamente existe una pequeña cantidad de agua precipitable por encima de una elevación de 10 km. La profundidad de agua precipitable en esta columna es suficiente para producir una pequeña tormenta, pero una tormenta grande requeriría aportes de humedad de áreas circundantes para mantener la precipitación.

3.3 PRECIPITACIÓN

La precipitación incluye la lluvia, la nieve y otros procesos mediante los cuales el agua cae a la superficie terrestre, tales como granizo y nevisca. La formación de precipitación requiere la elevación de una masa de agua en la atmósfera de tal manera que se enfrie y parte de su humedad se condense. Los tres mecanismos princi-

pales para la elevación de masas de aire son la *elevación frontal*, donde el aire caliente es elevado sobre aire frío por un pasaje frontal; la *elevación orográfica*, mediante la cual una masa de aire se eleva para pasar por encima de una cadena montañosa; y la *elevación convectiva*, donde el aire se arrastra hacia arriba por una acción convectiva, como ocurre en el centro de una celda de una tormenta eléctrica. Las celdas convectivas se originan por el calor superficial, el cual causa una inestabilidad vertical de aire húmedo, y se sostienen por el calor latente de vaporización liberado a medida que el vapor del agua sube y se condensa.

En la figura 3.3.1 se ilustra la formación de precipitación en las nubes. A medida que el aire sube y se enfriá, el agua se condensa de un estado de vapor a un estado líquido. Si la temperatura se encuentra por debajo del punto de congelamiento, se forman cristales de hielo. La condensación requiere de una semilla llamada el *núcleo de condensación* alrededor del cual las moléculas del agua se pueden unir o *nuclear*. Algunas partículas de polvo que flotan en el aire pueden actuar como núcleos de condensación; las partículas que contienen iones son efectivas como núcleos debido a que los iones atraen por electrostática las moléculas de agua enlazadas polarmente. Los iones en la atmósfera incluyen partículas de sal que se forman a partir de la evaporación de espuma marina, y compuestos de sulfuro y nitrógeno resultantes de procesos de combustión. Los diámetros de estas partículas varían desde 10^{-3} hasta $10 \mu\text{m}$ y se conocen como *aerosoles*. Como comparación, el tamaño de un átomo es aproximadamente de $10^{-4} \mu\text{m}$, lo cual significa que los aerosoles más pequeños pueden componerse sólo de algunos cientos de átomos.

Las pequeñas gotas de agua crecen mediante la condensación e impacto con las más cercanas a medida que se mueven por la turbulencia del aire, hasta que son lo suficientemente grandes para que la fuerza de gravedad sobrepase la fuerza de fricción y empiezan a caer, incrementando su tamaño cuando golpean otras gotas en su descenso. Sin embargo, a medida que la gota cae, el agua se evapora de su superficie y su tamaño disminuye, de tal manera que puede reducirse nuevamente al tamaño de un aerosol y desplazarse hacia arriba en la nube debido a la turbulencia.

Una corriente ascendente de solamente 0.5 cm/s es suficiente para arrastrar una pequeña gota de $10 \mu\text{m}$. Algunos cristales de hielo del mismo peso, debido a su mayor forma y tamaño, pueden ser arrastrados por velocidades aún más pequeñas. El ciclo de condensación, caída, evaporación y elevación se repite en promedio unas diez veces antes de que la gota alcance un tamaño crítico de alrededor de 0.1 mm , que es suficientemente grande para que caiga a través de la base de la nube.

Las gotas permanecen esféricas hasta un diámetro de alrededor de 1 mm , pero empiezan a aplanarse en el fondo cuando aumenta su tamaño, y dejan de ser estables en su caída al atravesar el aire dividiéndose en pequeñas gotas de lluvia. Las gotas de lluvia normales que caen a través de la base de una nube tienen de 0.1 a 3 mm de diámetro.

Algunas observaciones indican que en las nubes pueden existir gotas de agua a temperaturas por debajo del punto de congelamiento, hasta unos -35°C . A esta temperatura, las gotas superenfriadas se congelan aun sin la presencia de núcleos de congelamiento. La presión de vapor de saturación del vapor de agua es menor en hielo que en agua líquida; luego si las partículas de hielo se mezclan con gotas de agua, estas partículas crecerán por efecto de la evaporación de las gotas y la condensación de los cristales de hielo. Los cristales de hielo normalmente forman racimos mediante colisión y fusión y caen como copos de nieve. Sin embargo, algunos cristales de hielo pueden crecer tanto, que caen directamente a la tierra como granizo o nevisca.

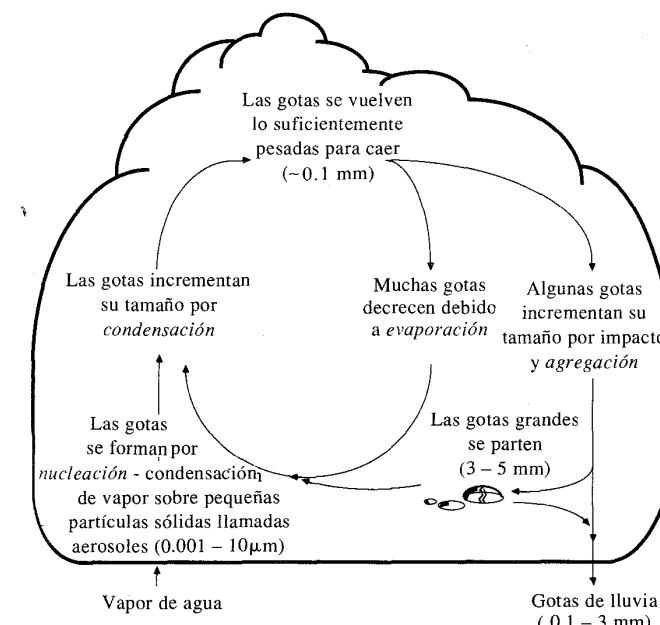


FIGURA 3.3.1

Las pequeñas gotas de agua en las nubes se forman por nucleación de vapor sobre los aerosoles, para luego pasar por varios ciclos de condensación-evaporación a medida que circulan en la nube, hasta que alcanzan un tamaño suficientemente grande para caer a través de la base de la nube.

La *siembra de nubes* es un proceso mediante el cual se nuclean artificialmente las nubes para inducir la precipitación. El yoduro de plata es un agente nucleante común que puede esparcirse desde un aeroplano, donde una solución de este químico se evapora al utilizar un quemador de propano para producir partículas. A pesar de que ha habido muchos experimentos en los cuales se consideró que la siembra de nubes indujo precipitación, la gran variabilidad de los procesos meteorológicos implícitos en la producción de precipitación hace difícil obtener resultados consistentes.

Velocidad terminal

Existen tres fuerzas que actúan en una gota de lluvia que cae (véase la figura 3.3.2): una fuerza gravitacional F_g debida a su peso, una fuerza de empuje F_b debida al desplazamiento de aire por la gota y una fuerza de arrastre F_d causada por la fricción entre la gota y el aire circundante. Si la gota es una esfera de diámetro D , su volumen es $(\pi/6)D^3$, y su peso es

$$F_g = \rho_w g \left(\frac{\pi}{6} \right) D^3 \quad (3.3.1)$$

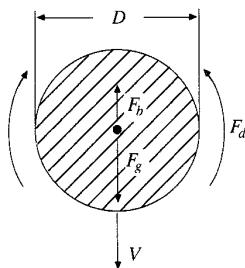


FIGURA 3.3.2

Fuerzas que actúan en una gota de lluvia que cae: F_g = peso; F_b = empuje; F_d fuerza de arrastre causada por el aire circundante.

y la fuerza de empuje

$$F_b = \rho_a g \left(\frac{\pi}{6} \right) D^3 \quad (3.3.2)$$

donde ρ_w y ρ_a son las densidades del agua y del aire, respectivamente. La fuerza de arrastre por fricción está dada por

$$F_d = C_d \rho_a A \frac{V^2}{2} \quad (3.3.3)$$

donde C_d es un *coeficiente de arrastre* adimensional, $A = (\pi/4)D^2$ es el área de la sección transversal de la gota y V es la velocidad de caída.

Si la gota parte del reposo, se acelerará hasta que alcance su velocidad terminal V_t , para la cual las tres fuerzas se balancean. En esta condición,

$$F_d = F_g - F_b$$

Luego, haciendo $V = V_t$ en las ecuaciones (3.3.1–3),

$$C_d \rho_a D^2 \left(\frac{\pi}{4} \right) \frac{V_t^2}{2} = \rho_w g \left(\frac{\pi}{6} \right) D^3 - \rho_a g \left(\frac{\pi}{6} \right) D^3$$

de donde, resolviendo para V_t :

$$V_t = \left[\frac{4gD}{3C_d} \left(\frac{\rho_w}{\rho_a} - 1 \right) \right]^{1/2} \quad (3.3.4)$$

La suposición de que una gota de lluvia es esférica es válida, pero sólo hasta tamaños de 1 mm de diámetro. Por encima de este tamaño, las gotas se aplatan en su parte más baja y adquieren una sección transversal más ovalada. En este estado son caracterizadas como una gota de lluvia esférica de diámetro equivalente que tenga el mismo volumen que la gota real (Pruppacher y Klett, 1978). Las gotas de lluvia pueden tener hasta 6 mm de diámetro, pero gotas mayores de 3 mm no son comunes, especialmente en lluvias de baja intensidad.

TABLA 3.3.1

Coeficientes de arrastre para gotas de lluvia esféricas de diámetro D , a presión atmosférica estándar (101.3 kPa) y temperatura de aire de 20°C

Diámetro de la gota D (mm)	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
Coeficiente de arrastre C_d	4.2	1.66	1.07	0.815	0.671	0.517	0.503	0.559	0.660

Fuente: Mason, 1957 tabla 8.2 p. 436.

Para las pequeñas gotas de hasta 0.1 mm de diámetro en las nubes, la fuerza de arrastre está dada por la *ley de Stokes* según la cual el coeficiente de arrastre es $C_d = 24/Re$, donde Re es el número de Reynolds $\rho_a V D / \mu_a$ siendo μ_a la viscosidad del aire. Las gotas de lluvia que caen están por fuera del rango de la ley de Stokes; en la tabla 3.3.1 se dan valores para C_d que se han desarrollado experimentalmente mediante la observación de gotas de lluvia.

Ejemplo 3.3.1 Calcule la velocidad terminal de una gota de lluvia de 1 mm de diámetro que cae a través del aire quieto a presión atmosférica estándar (101.3 kPa) y una temperatura de 20°C.

Solución. La velocidad terminal está dada por la ecuación (3.3.4) en que $C_d = 0.671$ está tomado de la tabla 3.3.1. A 20°C, $\rho_w = 998 \text{ kg/m}^3$, y $\rho_a = 1.20 \text{ kg/m}^3$ a una presión de 101.3 kPa:

$$\begin{aligned} V_t &= \left[\frac{4gD}{3C_d} \left(\frac{\rho_w}{\rho_a} - 1 \right) \right]^{1/2} \\ &= \left[\frac{4 \times 9.81 \times 0.001}{3 \times 0.671} \left(\frac{998}{1.20} - 1 \right) \right]^{1/2} \\ &= 4.02 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Algunos valores de V_t que se calculan en forma similar para varios diámetros están representados gráficamente en la figura 3.3.3. Puede observarse que la velocidad terminal aumenta con el tamaño de la gota hasta un nivel asintótico de alrededor de 5 mm; en dicho tamaño la velocidad terminal es de aproximadamente 9 m/s.

Los cálculos precedentes se realizaron para condiciones al nivel del mar. A medida que se asciende en la atmósfera la densidad del aire ρ_a decrece y la ecuación (3.3.4) muestra que habrá un incremento correspondiente en V_t ; las gotas de lluvia caen más rápido en aire más tenue. A una presión del aire de 50 kPa y una temperatura de -10°C, la asintota de la velocidad terminal para gotas grandes se incrementa de 9 m/s a poco más de 12 m/s.

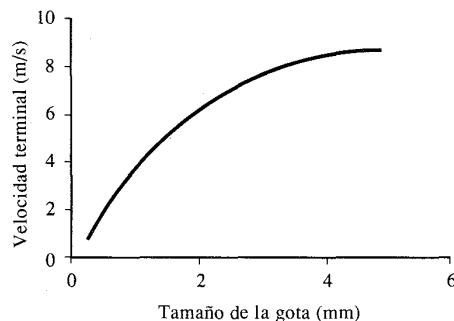


FIGURA 3.3.3

Velocidad terminal de gotas de lluvia tal como se calcula utilizando la ecuación (3.3.4) con los coeficientes de arrastre de la tabla 3.3.1. Los resultados corresponden a condiciones atmosféricas estándar al nivel del mar.

Modelos de celdas de tormentas eléctricas

Tal como se muestra en la figura 3.3.4, los mecanismos situados detrás de la elevación de masas de aire y de la precipitación se ilustran considerando un modelo esquemático de una celda de tormenta eléctrica. Dicha tormenta se muestra como una columna vertical que consta de tres partes: una *región de entrada de flujo* cerca del suelo donde el aire caliente y húmedo es arrastrado hacia la celda; una *región de elevación* en el medio donde la humedad se condensa a medida que el aire sube, produciendo la precipitación; y la *región de salida de flujo* en la parte alta de la atmósfera donde existe un flujo de aire más frío y seco hacia afuera. Por fuera de la columna de la celda, el flujo de aire saliente puede descender a lo largo de un área ancha, recoger más humedad y regresar a la celda por su parte baja. Todo este patrón, llamado *circulación de celda convectiva*, se mueve debido a la gran cantidad de energía que se libera por la condensación de humedad en la región de elevación. Algunas observaciones de nubes del tipo cumulonimbus, las cuales producen tormentas eléctricas, indican que la elevación de la parte superior de una celda convectiva varía de 8 a 16 km (5 a 10 mi) en la atmósfera (Wiesner, 1970), y en

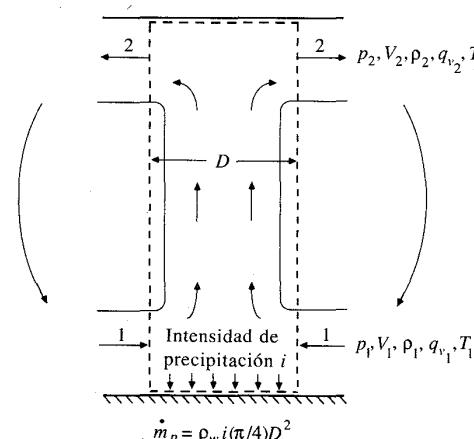


FIGURA 3.3.4

Una celda convectiva de tormenta eléctrica que se muestra como una columna cilíndrica de diámetro D la cual tiene regiones de entrada, elevación y salida de flujo.

algunos casos las partes superiores de estas nubes pueden incluso penetrar a través de la tropopausa a la estratosfera.

La tormenta eléctrica se analiza utilizando la ecuación de continuidad para vapor de agua:

$$\dot{m}_v = \frac{d}{dt} \int \int \int q_v \rho_a dV + \int \int q_v \rho_a \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.3.5)$$

Si una precipitación de intensidad i (pulg/h o cm/h) cae sobre un área A debajo de una celda de tormenta, la tasa de flujo de masa de agua cuando abandona la celda es $\dot{m}_v = -\rho_w i A$, donde ρ_w es la densidad del agua líquida. En la ecuación (3.3.5) el término de la derivada temporal es cero bajo la suposición de flujo permanente, y la tasa de flujo de masa de precipitación es igual a la diferencia entre las tasas de flujo de masa de vapor de agua que entran (1) y salen (2) de la celda (véase la figura 3.3.4), luego

$$-\rho_w i A = \int \int q_v \rho_a \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} + \int \int q_v \rho_a \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.3.6)$$

La celda es un cilindro de diámetro D en el cual el aire entra a través de un incremento de altura Δz_1 y sale a través de un incremento de altura Δz_2 . Si la densidad del aire y la humedad específica son constantes en cada incremento (como se muestra en el ejemplo 3.2.2), entonces

$$\rho_w i A = (q_v \rho_a V)_1 \pi D \Delta z_1 - (q_v \rho_a V)_2 \pi D \Delta z_2 \quad (3.3.7)$$

En forma similar, puede escribirse una ecuación de continuidad para el aire seco que mueve el vapor:

$$0 = \int \int \rho_d \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.3.8)$$

donde ρ_d es la densidad del aire seco, la cual puede expresarse utilizando la ecuación (3.2.1) como $\rho_d = \rho_a (1 - q_v)$. Sustituyendo en (3.3.8):

$$0 = [\rho_a (1 - q_v) V \Delta z]_2 \pi D - [\rho_a (1 - q_v) V \Delta z]_1 \pi D$$

$$(\rho_a V \Delta z)_2 = (\rho_a V \Delta z)_1 \left(\frac{1 - q_{v_1}}{1 - q_{v_2}} \right) \quad (3.3.9)$$

Sustituyendo (3.3.9) en (3.3.7) y observando que el área en la cual la precipitación cae es $A = (\pi/4)D^2$, se tiene que

$$i = \frac{4\rho_a V_1 \Delta z_1 (q_{v_1} - q_{v_2})}{\rho_w D (1 - q_{v_2})} \quad (3.3.10)$$

Ejemplo 3.3.2 Una celda de tormenta eléctrica de 5 km de diámetro tiene una base de nubes de 1.5 km y las condiciones superficiales que se registran en un lugar cercano indican condiciones de aire saturado con una temperatura de 30°C, una presión de 101.3 kPa y una velocidad de viento de 1 m/s. Suponiendo una tasa de lapso de 7.5°C/km y una elevación del flujo de salida de 10 km, calcule la intensidad de la precipitación para esta tormenta. Determine qué proporción de la humedad que entra se precipita a medida que el aire pasa a través de la celda de tormenta y calcule la tasa de emisión de calor latente en la columna a través de la condensación de humedad.

Solución. La intensidad de precipitación está dada por la ecuación (3.3.10) donde $V_1 = 1 \text{ m/s}$, $\Delta z_1 = 1,500 \text{ m}$, $\rho_w = 1,000 \text{ kg/m}^3$ y $D = 5,000 \text{ m}$. Las cantidades ρ_{a_1} , q_{v_1} y q_{v_2} se encuentran siguiendo el método descrito en el ejemplo 3.2.2 utilizando $\alpha = 0.0075^\circ\text{C}/\text{m}$ como la tasa de lapso. Puede construirse una tabla para los valores requeridos en $z = 0$, 1.5 y 10 km.

Elevación (km)	Temperatura (°C)	Presión de aire (kPa)	Densidad de aire (kg/m ³)	Presión de vapor (kPa)	Humedad específica (kg/kg)
0	30	303	101.3	1.16	0.0261
1.5	19	292	85.6	1.02	0.0160
10	-45	228	27.7	0.42	0.0002

De la tabla, $q_{v_2} = 0.0002 \text{ kg/kg}$; los valores para ρ_{a_1} y q_{v_1} se toman como los promedios entre 0 y 1.5 km: $\rho_{a_1} = (1.16 + 1.02)/2 = 1.09 \text{ kg/m}^3$, y $q_{v_1} = (0.0261 + 0.0160)/2 = 0.021 \text{ kg/kg}$. Sustituyendo en (3.3.10):

$$\begin{aligned} i &= \frac{4\rho_{a_1}V_1\Delta z_1}{\rho_w D} \left(\frac{q_{v_1} - q_{v_2}}{1 - q_{v_2}} \right) \\ &= \frac{4 \times 1.09 \times 1 \times 1,500}{1,000 \times 5,000} \left(\frac{0.0210 - 0.0002}{1 - 0.0002} \right) \\ &= 2.72 \times 10^{-5} \text{ m/s} \\ &= 9.8 \text{ cm/h} \end{aligned}$$

La tasa de flujo de masa de precipitación está dada por $\dot{m}_p = \rho_w i A$ donde $A = (\pi/4)D^2 = (\pi/4) \times 5,000^2 = 1.96 \times 10^7 \text{ m}^2$ y $\rho_w = 1,000 \text{ kg/m}^3$; $\dot{m}_p = 1,000 \times 2.72 \times 10^{-5} \times 1.96 \times 10^7 = 5.34 \times 10^5 \text{ kg/s}$.

La tasa de flujo de masa de humedad entrante está dada por

$$\begin{aligned} \dot{m}_{v_1} &= (\rho_a q_v V \Delta z)_1 \pi D \\ &= 1.09 \times 0.021 \times 1.00 \times 1,500 \times \pi \times 5,000 \\ &= 5.39 \times 10^5 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

La proporción de la humedad de entrada precipitada es $\dot{m}_p / \dot{m}_{v_1} = (5.34 \times 10^5) / (5.39 \times 10^5) = 0.99$!

A causa de la condensación de humedad, la tasa de emisión de calor latente es $l_v \dot{m}_p$, donde l_v es el calor latente de vaporización para el agua, $2.5 \times 10^6 \text{ J/kg}$:

$$\begin{aligned} l_v \dot{m}_p &= 2.5 \times 10^6 \times 5.34 \times 10^5 \\ &= 1,335 \times 10^{12} \text{ W} \\ &= 1,335,000 \text{ MW} \end{aligned}$$

Esta energía calórica puede compararse con la que producen las grandes plantas termoeléctricas, las cuales pueden tener una capacidad de 3,000 MW. Como se observa, la energía que se libera en tormentas eléctricas es inmensa.

Variabilidad de la precipitación

La precipitación varía en el espacio y en el tiempo de acuerdo con el patrón general de circulación atmosférica y con factores locales. El promedio de una variable climática, a lo largo de algunos años de observación, se conoce como su valor *normal*. La figura 3.3.5 muestra la precipitación mensual normal para cierto número de lugares en los Estados Unidos. Cerca de las costas ocurren mayores precipitaciones que en el interior, debido a que los océanos suministran la mayor cantidad de humedad atmosférica para la precipitación. Algunas áreas que se localizan al este de las montañas Cascade (por ejemplo Boise, Idaho) tienen menores precipitaciones que aquellas que se localizan hacia el oeste (por ejemplo Seattle, Washington), ya que la mayor parte de la humedad en los vientos predominantes del oeste en las latitudes medias se extrae a medida que el aire sube hacia las montañas.

Algunas fuertes variaciones estacionales en la precipitación ocurren donde la oscilación anual en la circulación atmosférica cambia la cantidad de humedad que entra en esas regiones (por ejemplo San Francisco y Miami). Este patrón se ilustra en la figura 3.3.6, donde se muestra la precipitación mensual normal para varios lugares de los Estados Unidos. En los estados montañosos del oeste los efectos orográficos influyen en la variabilidad de la precipitación. Ésta se incrementa hacia el este donde es espacialmente más uniforme a lo largo de las grandes planicies que en el oeste. La variabilidad de la precipitación en el mundo se muestra en la figura 3.3.7. La precipitación promedio anual sobre el área continental de la Tierra es aproximadamente de 800 mm (32 pulg), pero existe gran variabilidad desde Arica, Chile, con un promedio anual de 0.5 mm (0.02 pulg) hasta Mt. Waialeale, Hawái, que recibe 11,680 mm (460 pulg) por año en promedio.

3.4 LLUVIA

Las lluvias presentan una gran variación en el espacio y en el tiempo. Estas pueden representarse por mapas de isoyetas; una *isoyeta* es un contorno de lluvia constante. La figura 3.4.1 muestra un mapa de isoyetas de la profundidad total de lluvia* medida en dos tormentas: la primera ocurrió del 30 de mayo al 1 de junio de 1889 en Johnstown, Pensilvania, la cual causó cerca de dos mil muertos debido a la falla de una presa, y la segunda ocurrió del 24 al 25 de mayo de 1981 en Austin, Texas, la cual causó 13 muertos y 35 millones de dólares en daños materiales (Moore, et al., 1982). La tormenta de Johnstown se graficó utilizando una escala 50 veces mayor que para la tormenta de Austin. La profundidad máxima de precipitación de ambas tormentas es aproximadamente igual (≈ 10 pulg), pero la tormenta de Austin fue

*N. del R. T. Equivale a la altura de precipitación o altura de lluvia.

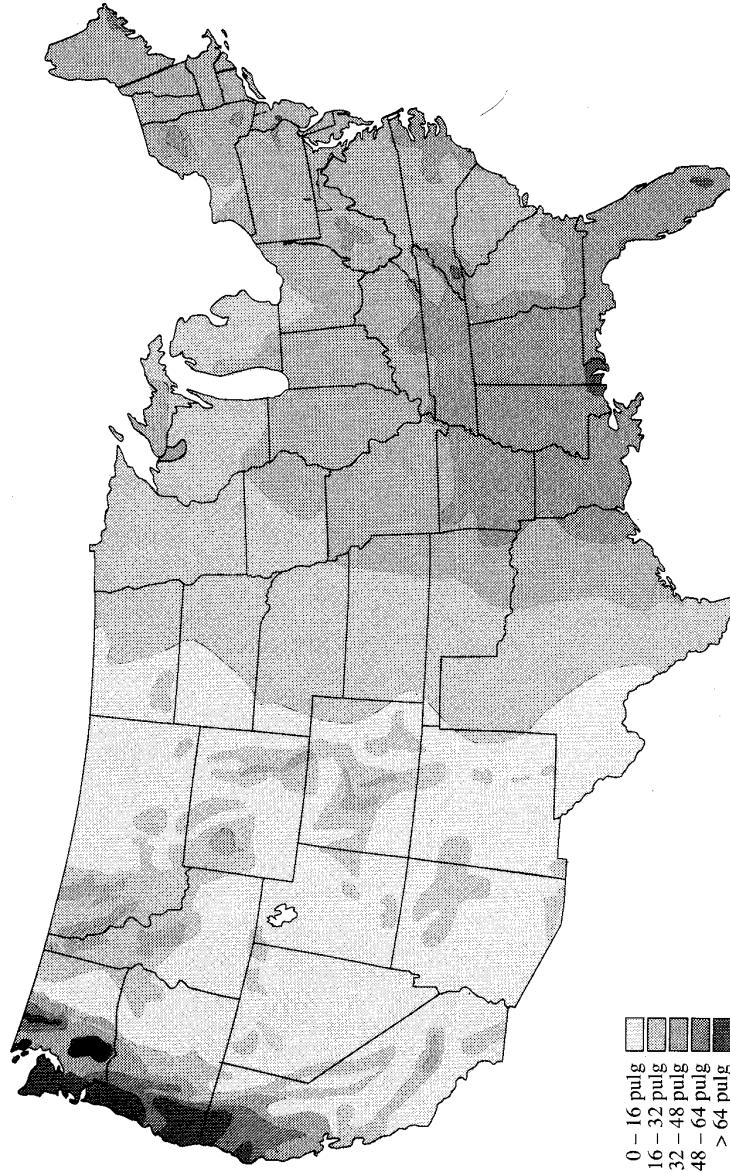


FIGURA 3.3.5
Precipitación media anual en los Estados Unidos dada en pulgadas (1 pulg = 25.4 mm). (Adaptado de *Climatic Atlas of the U.S.*, U.S. Environmental Data Service, U.S.G.P.O., pp 43-44, junio, 1968).

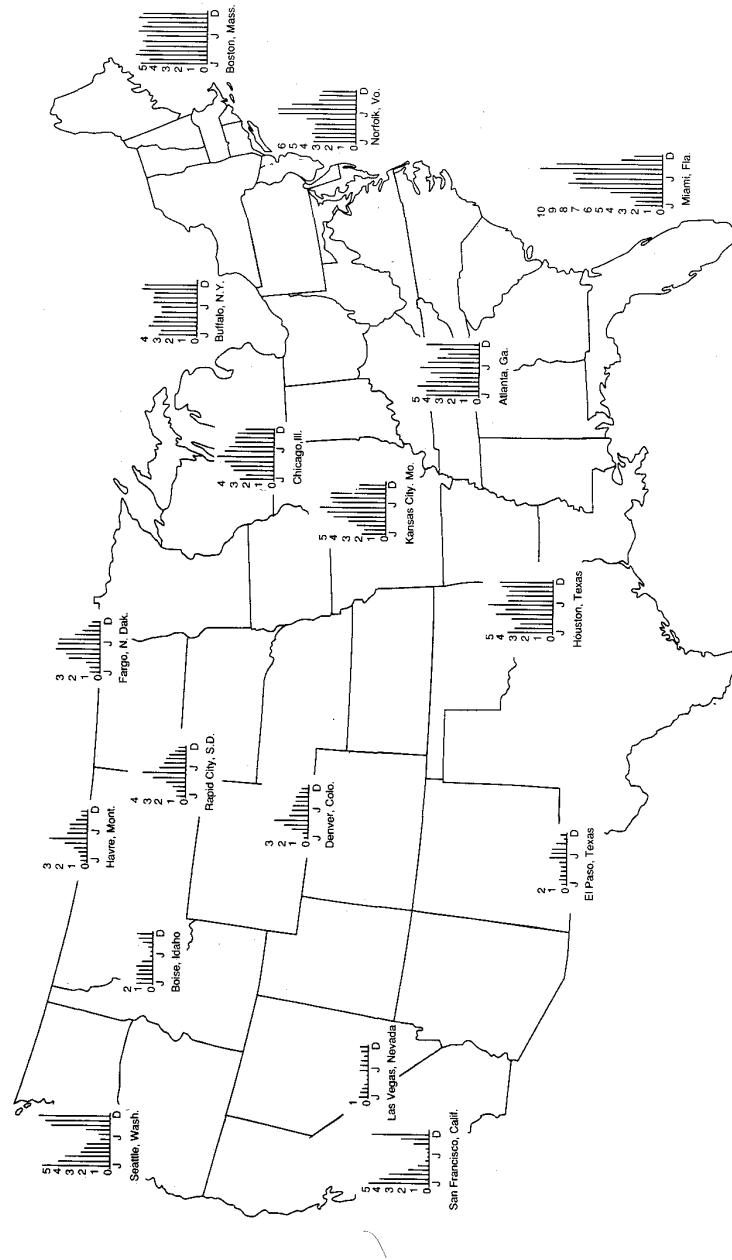


FIGURA 3.3.6
Distribución de la precipitación normal mensual en los Estados Unidos dada en pulgadas (1 pulg = 25.4 mm). (Adaptado de *Climatic Atlas of the U.S.*, U.S. Environmental Data Service, U.S.G.P.O., pp 43-44, junio, 1968).

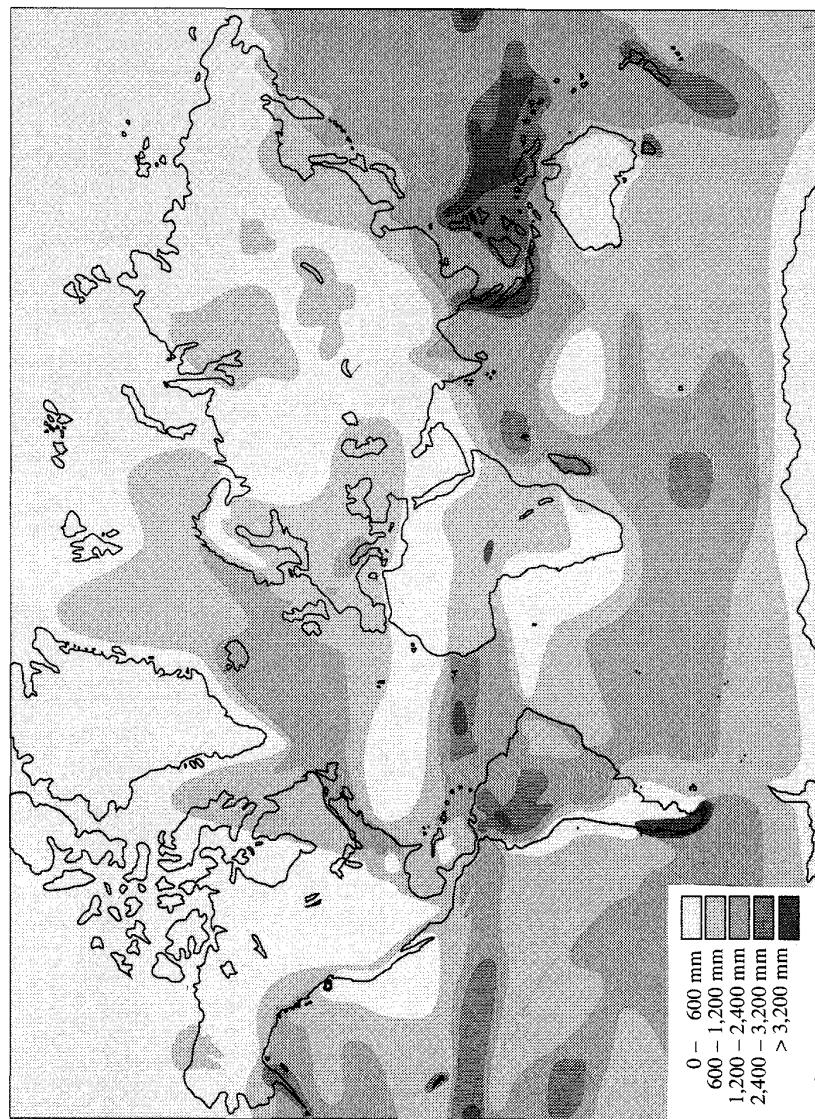
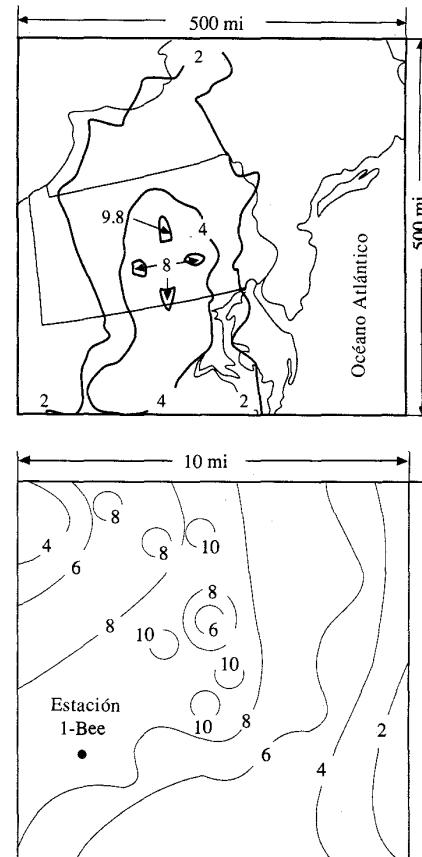


FIGURA 3.3.7
Precipitación media anual en el mundo, dada en milímetros (1 mm = 0.04 pulg). (Atlas del Balance Mundial de Agua. Copyright UNESCO, 1977, pp. 1-2).



a) Tormenta del 30 de mayo al 1 de junio de 1889, la cual produjo las inundaciones de Johnstown en Pensylvania. La precipitación máxima de 9.8 pulg se registró en 18 horas en Wellsboro, Pensylvania. Las isoyetas indican la profundidad total de lluvia en pulgadas en la tormenta. (Fuente: U.S. Army Corps of Engineers, 1943).

b) Tormenta del 24 al 25 de mayo de 1981, en Austin, Texas. La precipitación máxima de 11 pulg se registró en un período de 3 horas. Las isoyetas indican la profundidad total de lluvia en pulgadas en la tormenta. (Fuente: Massey, Reeves y Lear, 1982).

FIGURA 3.4.1

Mapas de isoyetas para dos tormentas. Las tormentas tienen más o menos la misma profundidad máxima de lluvia puntual, pero la tormenta de Johnstown cubrió un área más amplia y tuvo una duración mayor que la tormenta de Austin.

más corta y con mayor localización que la tormenta de Johnstown. La tormenta de Austin se originó por una celda convectiva de tormenta eléctrica del tipo que se analizó en el ejemplo 3.3.2.

Los mapas de isoyetas se construyen interpolando información de lluvia que se registra en sitios con pluviógrafos. Un registro de pluviógrafo está compuesto por un conjunto de profundidades de lluvia que se registra para incrementos de tiempo sucesivos, tal como se muestra en la tabla 3.4.1 para la información en incrementos de 5 minutos del pluviómetro 1-Bee en la tormenta de Austin. Un *hietograma de lluvia* es una gráfica de profundidad de lluvia o intensidad en función del tiempo, como se muestra en la figura 3.4.2a) a manera de un histograma para la información de 1-Bee. Sumando los incrementos de lluvia a través del tiempo, un

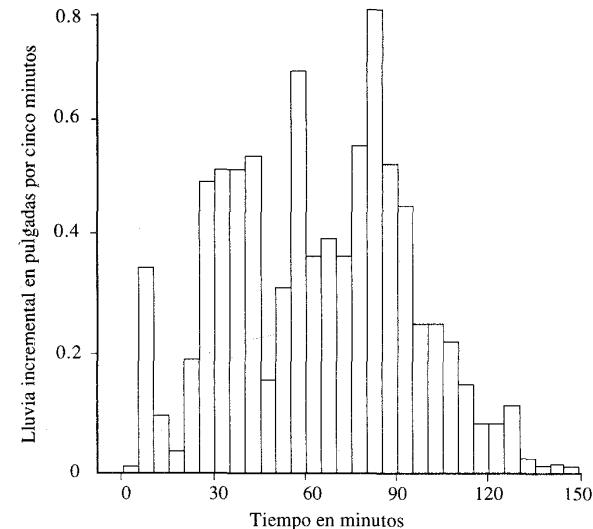
TABLA 3.4.1
Cálculo de profundidad e intensidad de lluvia en un punto

Tiempo (min)	Lluvia (pulg)	Lluvia acumulada	Totales corrientes		
			30 min	1 h	2 h
0	0.00	0.00			
5	0.02	0.02			
10	0.34	0.36			
15	0.10	0.46			
20	0.04	0.50			
25	0.19	0.69			
30	0.48	1.17	1.17		
35	0.50	1.67	1.65		
40	0.50	2.17	1.81		
45	0.51	2.68	2.22		
50	0.16	2.84	2.34		
55	0.31	3.15	2.46		
60	0.66	3.81	2.64	3.81	
65	0.36	4.17	2.50	4.15	
70	0.39	4.56	2.39	4.20	
75	0.36	4.92	2.24	4.46	
80	0.54	5.46	2.62	4.96	
85	0.76	6.22	3.07	5.53	
90	0.51	6.73	2.92	5.56	
95	0.44	7.17	3.00	5.50	
100	0.25	7.42	2.86	5.25	
105	0.25	7.67	2.75	4.99	
110	0.22	7.89	2.43	5.05	
115	0.15	8.04	1.82	4.89	
120	0.09	8.13	1.40	4.32	8.13
125	0.09	8.22	1.05	4.05	8.20
130	0.12	8.34	0.92	3.78	7.98
135	0.03	8.37	0.70	3.45	7.91
140	0.01	8.38	0.49	2.92	7.88
145	0.02	8.40	0.36	2.18	7.71
150	0.01	8.41	0.28	1.68	7.24
Profundidad máx.	0.76		3.07	5.56	8.20
Intensida máx.	9.12	(pulg/h)	6.14	5.56	4.10

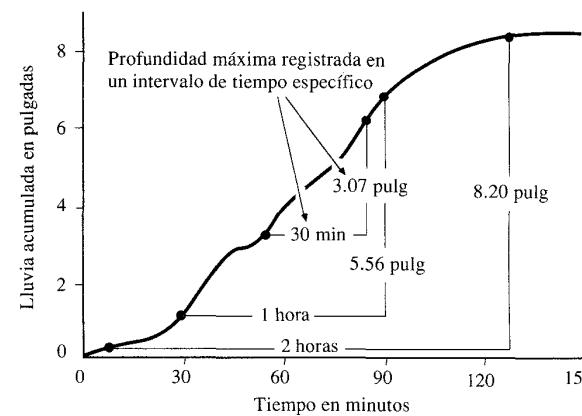
hietograma de lluvia acumulada, o curva de masa de lluvia, se produce tal como se muestra en la tabla 3.4.1 y en la figura 3.4.2b).

La máxima profundidad de lluvia, o intensidad (profundidad/tiempo) que se registra en un intervalo de tiempo de referencia, para una tormenta, se establece calculando las profundidades de lluvia totales corrientes para ese intervalo de tiempo empezando en algunos puntos de la tormenta, para luego seleccionar el valor máximo de esta serie. Por ejemplo, para un intervalo de media hora, la tabla 3.4.1 muestra los totales corrientes empezando con las 1.17 pulgadas que se registraron en los primeros 30 minutos, las 1.65 pulgadas desde los 5 hasta a los 35 minutos, las 1.81 pulgadas desde los 10 hasta los 40 minutos, y así sucesivamente. La máxima profundidad que se registró en 30 minutos fue 3.07 pulgadas desde los 55 hasta los 85

AGUA ATMOSFÉRICA



(a)



(b)

FIGURA 3.4.2

Hietograma de lluvia incremental y lluvia acumulada en el pluviómetro 1-Bee para la tormenta del 24 al 25 de mayo de 1981 en Austin, Texas.

minutos, que corresponde a una intensidad promedio de $3.07 \text{ pulg}/0.5 \text{ h} = 6.14 \text{ pulg/h}$ en ese intervalo. La tabla 3.4.1 muestra las profundidades máximas y las intensidades que se calcularon en forma similar para intervalos de una y dos horas. Como puede observarse, a medida que el intervalo de tiempo aumenta, la intensidad promedio sostenida por la tormenta disminuye (5.56 pulg/h para una hora, 4.10 pulg/h para dos horas), al igual que la intensidad promedio sobre un área disminuye

a medida que el área aumenta, como se muestra en la figura 3.4.1. Los cálculos de profundidad máxima de precipitación e intensidad que se efectúan en esta forma dan una idea de qué tan severa es una tormenta particular, comparada con otras tormentas registradas en el mismo sitio, y dan información muy útil para el diseño de estructuras de control de flujo. Un dato importante que debe determinarse a partir de los registros históricos de lluvias es la profundidad promedio de lluvias sobre un área, por ejemplo en una cuenca.

Lluvia sobre un área

El *método de la media aritmética* es el más simple para determinar la lluvia promedio sobre un área. Se promedian las profundidades de flujo que se registran en un número dado de pluviómetros [véase la figura 3.4.3a)]. Este método es satisfactorio si los pluviómetros se distribuyen uniformemente sobre el área y sus mediciones individuales no varían de manera considerable de la media.

Si se tiene en cuenta que algunos de los pluviómetros son más representativos del área en cuestión que otros, pueden asignárseles pesos relativos para el cálculo del promedio del área. El *método de Thiessen* establece que en cualquier punto de la cuenca la lluvia es igual a la que se registra en el pluviómetro más cercano; luego la profundidad registrada en un pluviómetro dado se aplica hasta la mitad de la distancia a la siguiente estación pluviométrica en cualquier dirección. Los pesos relativos de cada pluviómetro se determinan de las correspondientes áreas de aplicación en una red de *polígonos de Thiessen*, cuyas fronteras están formadas por los bisectores perpendiculares a las líneas que unen pluviómetros adyacentes [véase la

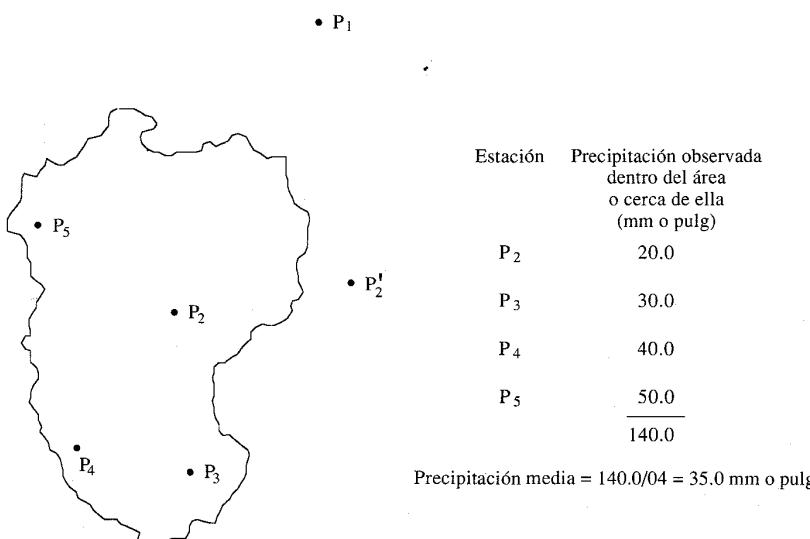


FIGURA 3.4.3 a)
Cálculo de la lluvia promedio sobre un área por el método de la media aritmética.

figura 3.4.3 b)]. Si existen J pluviómetros y el área de la cuenca que se asigna a cada uno de ellos es A_j y P_j es la lluvia registrada en el pluviómetro j -ésimo, la precipitación promedio para la cuenca sobre el área es

$$\bar{P} = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^J A_j P_j \quad (3.4.1)$$

donde el área de la cuenca es $A = \sum_{j=1}^J A_j$. El método de Thiessen generalmente es más exacto que el método de la media aritmética, pero es inflexible, debido a que se tiene que construir una nueva red de Thiessen cada vez que haya un cambio en la red de pluviómetros, tal como ocurre cuando falta información en alguno de ellos. Además, el método de Thiessen no tiene en cuenta en forma directa las influencias de la orografía en la lluvia.

El *método de las isoyetas* supera algunas de estas dificultades mediante la construcción de isoyetas, utilizando profundidades que se observan en los pluviómetros e interpolando entre pluviómetros adyacentes [véase la figura 3.4.3c)]. Cuando existe una red densa de pluviómetros, los mapas de isoyetas pueden construirse utilizando programas de computador para dibujar curvas de nivel. Una vez que el mapa de isoyetas se construye, se mide el área A_j entre cada par de isoyetas en la cuenca y se multiplica por el promedio P_j de las profundidades de lluvia de las dos isoyetas adyacentes para calcular la precipitación promedio sobre el área mediante la ecuación (3.4.1). El método de las isoyetas es flexible, y el conocimiento de los patrones de la tormenta puede influir en la gráfica de las mismas, pero es

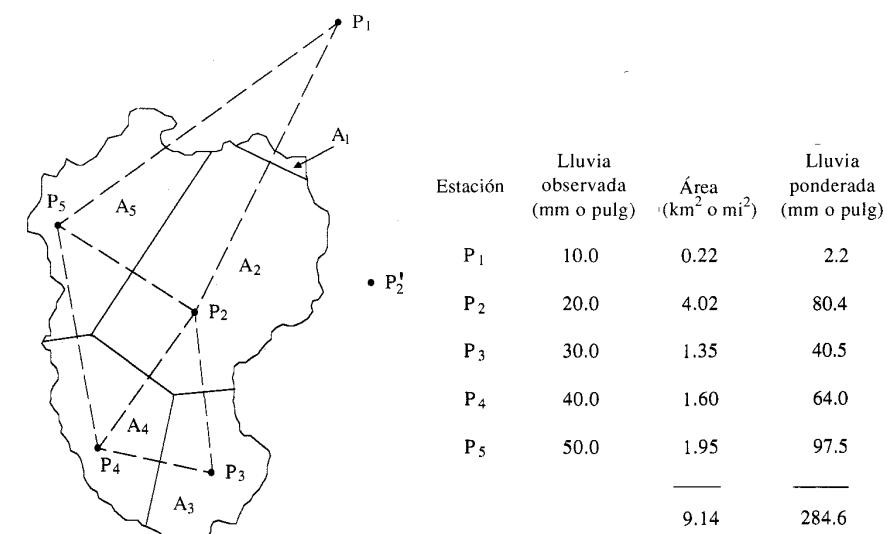
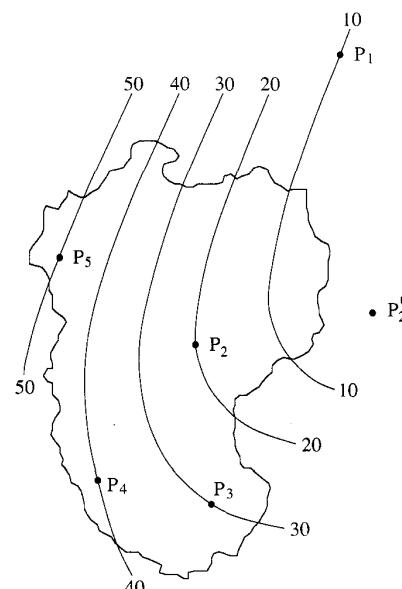


FIGURA 3.4.3 b)
Cálculo de la lluvia promedio sobre un área por el método de Thiessen.



Isoyetas (mm o pulg)	Área entre isoyetas (km² o mi²)	Precipitación media (mm o pulg)	Volumen de precipitación
10	0.88	5*	4.4
20	1.59	15	23.9
30	2.24	25	56.0
40	3.01	35	105.4
50	1.22	45	54.9
	0.20	53*	10.6
	9.14		255.2

*Estimado

$$\text{Precipitación media} = 255.2 / 9.14 = 27.9 \text{ mm o pulg}$$

FIGURA 3.4.3c)

Cálculo de la lluvia promedio sobre un área por el método de las isoyetas.

necesaria una red de medidores más o menos densa para construir correctamente el mapa de isoyetas de una tormenta compleja.

Se han propuesto otros métodos para ponderar los registros de pluviómetros, tales como el *método del cuadrado de la distancia recíproca*, donde la influencia de la lluvia en una estación para el cálculo de la misma en cualquier otro punto, es inversamente proporcional a la distancia entre los dos puntos (Wei y McGuinness, 1973). Singh y Chowdhury (1986) estudiaron varios métodos para calcular la precipitación promedio sobre un área, incluyendo los descritos anteriormente, y llegaron a la conclusión de que todos los métodos dan resultados comparables, especialmente cuando el periodo es largo; esto quiere decir que los diferentes métodos varían más de uno a otro cuando se aplican a la información de precipitación diaria que cuando se aplican a la precipitación anual.

3.5 EVAPORACIÓN

Los dos factores principales que influyen en la evaporación desde una superficie abierta de agua son el suministro de energía para proveer el calor latente de vaporización, y la habilidad para transportar el vapor fuera de la superficie de evaporación. La radiación solar es la principal fuente de energía calórica. La habilidad de

transporte del vapor fuera de la superficie de evaporación depende de la velocidad del viento sobre la superficie y del gradiente de humedad específica en el aire por encima de ella.

La evaporación desde la superficie terrestre comprende la evaporación directa desde la superficie del suelo y desde la superficie de la vegetación, y la *transpiración* a través de las hojas de las plantas, mediante la cual el agua es extraída por las raíces de éstas, transportada hacia arriba a lo largo de sus tallos y difundida a la atmósfera a través de pequeñas aberturas en las hojas llamadas estomas. Los procesos de evaporación desde la superficie terrestre y de transpiración de la vegetación se conocen con el nombre de *evapotranspiración*. La evapotranspiración es influida por los dos factores descritos anteriormente para la evaporación desde una superficie abierta de agua, y también por un tercer factor, el suministro de humedad hacia la superficie de evaporación. La *evapotranspiración potencial* es la evapotranspiración que puede ocurrir desde una superficie bien cubierta por vegetación cuando el suministro de humedad es ilimitado, y se calcula de una forma similar a la que se aplica para la evaporación sobre una superficie abierta de agua. La evapotranspiración real cae por debajo de su nivel potencial a medida que el suelo se seca.

Método del balance de energía

Para desarrollar las ecuaciones de continuidad y energía aplicables a la evaporación, se considera la evaporación desde un *tanque de evaporación* como el que se muestra en la figura 3.5.1. Es un tanque circular que contiene agua, en el cual la tasa de evaporación se calcula midiendo la tasa de disminución de la superficie del agua. Se considera una superficie de control alrededor del tanque que incluya el agua en éste y el aire por encima.

Continuidad. Debido a que el volumen de control contiene agua en sus fases líquida y de vapor, la ecuación integral de continuidad debe ser escrita en forma separada

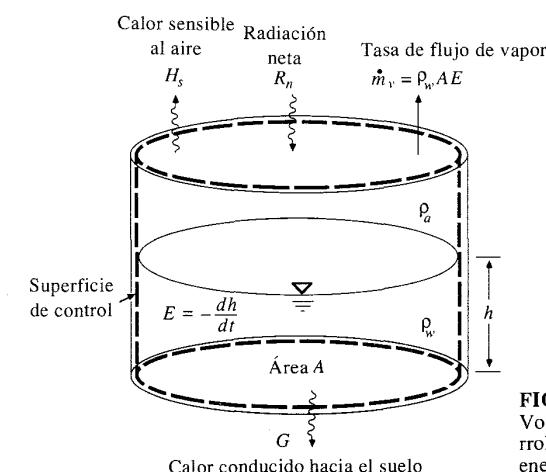


FIGURA 3.5.1

Volumen de control definido para el desarrollo de las ecuaciones de continuidad y energía para un tanque de evaporación.

da. Para la fase líquida la propiedad extensiva es B = masa de agua líquida; $\beta = 1$, $\rho = \rho_w$ (la densidad del agua) y $dB/dt = -\dot{m}_v$, que es la tasa de flujo de masa de evaporación. La ecuación de continuidad para la fase líquida es

$$-\dot{m}_v = \frac{d}{dt} \int \int \int_{V.C.} \rho_w dV + \int \int_{S.C.} \rho_w \mathbf{V} \cdot \mathbf{dA} \quad (3.5.1)$$

El tanque tiene lados impermeables, luego no existe flujo de agua líquida a través de la superficie de control y $\int \int \rho_w \mathbf{V} \cdot \mathbf{dA} = 0$. La tasa de cambio de almacenamiento dentro del sistema está dada por $(d/dt) \int \int \rho_w dV = \rho_w A dh/dt$, donde A es el área de la sección transversal del tanque y h es la profundidad de agua en éste. Sustituyendo en (3.5.1):

$$-\dot{m}_v = \rho_w A \left(\frac{dh}{dt} \right)$$

o

$$\dot{m}_v = \rho_w A E \quad (3.5.2)$$

donde $E = -dh/dt$ es la *tasa de evaporación*.

Para la fase de vapor, B = masa de vapor de agua; $\beta = q_v$, la humedad específica, $\rho = \rho_a$, la densidad del aire y $dB/dt = \dot{m}_v$, luego la ecuación de continuidad para esta fase es

$$\dot{m}_v = \frac{d}{dt} \int \int \int_{V.C.} q_v \rho_a dV + \int \int_{S.C.} q_v \rho_a \mathbf{V} \cdot \mathbf{dA} \quad (3.5.3)$$

La derivada temporal del vapor de agua almacenado dentro del volumen de control es cero para un flujo permanente de aire sobre el tanque de evaporación. Luego, después de sustituir para \dot{m}_v de (3.5.2), (3.5.3) se convierte en

$$\rho_w A E = \int \int_{S.C.} q_v \rho_a \mathbf{V} \cdot \mathbf{dA} \quad (3.5.4)$$

que es la ecuación de continuidad para un tanque de evaporación considerando tanto el agua como el vapor de agua. En un sentido más general, (3.5.4) puede usarse para definir las tasas de evaporación o evapotranspiración desde cualquier superficie cuando se escribe en la forma

$$E = \left(\frac{1}{\rho_w A} \right) \int \int_{S.C.} q_v \rho_a \mathbf{V} \cdot \mathbf{dA} \quad (3.5.5)$$

donde E es la profundidad equivalente de agua evaporada por unidad de tiempo (pulg/día o mm/día).

Energía. Tal como se expresa en la ecuación (2.7.4), el balance de energía calórica en un sistema hidrológico puede aplicarse al agua dentro del volumen de control:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} - \frac{dW}{dt} &= \frac{d}{dt} \int \int \int_{V.C.} \left(e_u + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) \rho dV \\ &+ \int \int_{S.C.} \left(e_u + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{dA} \end{aligned} \quad (3.5.6)$$

donde dH/dt es la tasa de entrada de calor al sistema desde fuentes externas, dW/dt es la tasa de trabajo hecho por el sistema (cero en este caso), e_u es la energía calórica específica interna del agua y los dos términos en la parte derecha de la ecuación son, respectivamente, la tasa de cambio de la energía calórica almacenada en el volumen de control, y la salida neta de energía calórica movida a través de la superficie de control por el flujo de agua. Debido a que $V = 0$ para el agua en el tanque de evaporación y la tasa de cambio de su elevación z es muy pequeña, (3.5.6) se puede simplificar a

$$\frac{dH}{dt} = \frac{d}{dt} \int \int \int_{V.C.} e_u \rho_w dV \quad (3.5.7)$$

Considerando un área unitaria en la superficie de agua, la fuente de energía calórica es el campo de flujo neto de radiación R_n , medida en vatios por metro cuadrado; el agua suministra un campo de flujo de calor sensible H_s a la corriente de aire y un campo de flujo de calor de suelo G a la superficie de suelo, luego $dH/dt = R_n - H_s - G$. Si se supone que la temperatura del agua dentro del volumen de control es constante en el tiempo, el único cambio en el calor que se almacena dentro del volumen de control es el que se produce en la energía interna del agua evaporada, el cual es igual a $l_v \dot{m}_v$, donde l_v es el calor latente de vaporización. Luego (3.5.7) puede ser reescrita como

$$R_n - H_s - G = l_v \dot{m}_v \quad (3.5.8)$$

Sustituyendo para \dot{m}_v de (3.5.2) con $A = 1 \text{ m}^2$, (3.5.8) puede resolverse para E :

$$E = \frac{1}{l_v \rho_w} (R_n - H_s - G) \quad (3.5.9)$$

que es la *ecuación de balance de energía para evaporación*. Si el campo de flujo de calor sensible H_s y el campo de flujo de calor de suelo G equivalen a cero, entonces la tasa de evaporación E_r puede calcularse como la tasa a la cual toda la radiación neta de entrada se absorbe por la evaporación:

$$E_r = \frac{R_n}{l_v \rho_w} \quad (3.5.10)$$

Ejemplo 3.5.1 Utilizando el método de balance de energía, calcule la tasa de evaporación desde una superficie abierta de agua, si la radiación neta es 200 W/m² y la temperatura del aire es 25°C, suponiendo que no existen campos de flujo de calor sensible o de calor de suelo.

Solución. A partir de (2.7.6) el calor latente de vaporización a 25°C es $l_v = 2,500 - 2.36 \times 25 = 2,441 \text{ kJ/kg}$. De la tabla 2.5.2, la densidad del agua $\rho_w = 997 \text{ kg/m}^3$, y sustituyendo en (3.5.10) resulta

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{200}{2,441 \times 10^3 \times 997} \\ &= 8.22 \times 10^{-8} \text{ m/s} \\ &= 8.22 \times 10^{-8} \times 1,000 \times 86,400 \text{ mm/día} \\ &= 7.10 \text{ mm/día} \end{aligned}$$

Método aerodinámico

Además del suministro de energía calórica, el segundo factor que controla la tasa de evaporación desde una superficie abierta de agua es la habilidad para transportar el vapor lejos de la superficie. La tasa de transporte se determina por el gradiente de humedad en el aire cercano a la superficie y la velocidad del viento a través de dicha superficie, y estos dos procesos pueden analizarse utilizando simultáneamente las ecuaciones de transporte de masa y de *momentum* en el aire.

En el volumen de control que se muestra en la figura 3.5.2, se puede considerar un plano horizontal de área unitaria localizado a una altura z por encima de la superficie. El campo de flujo de vapor \dot{m}_v que pasa hacia arriba por convección a través de este plano está dado por la ecuación (de la tabla 2.8.1 con $c = q_v$):

$$\dot{m}_v = -\rho_a K_w \frac{dq_v}{dz} \quad (3.5.11)$$

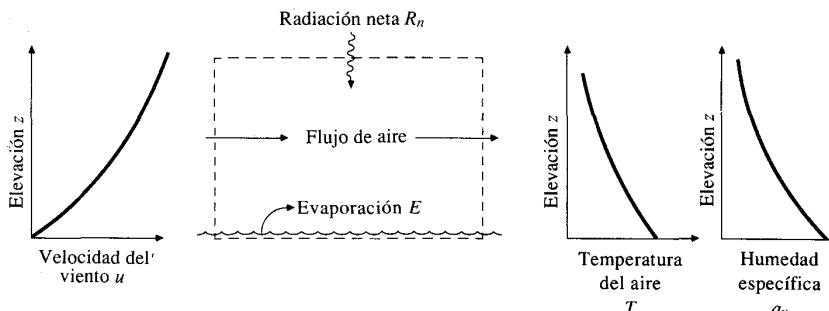


FIGURA 3.5.2
Evaporación desde una superficie abierta de agua.

donde K_w es la difusividad de *eddy* del vapor. El campo de flujo de *momentum* hacia arriba a través del plano está dado por una ecuación de la tabla 2.8.1:

$$\tau = \rho_a K_m \frac{du}{dz} \quad (3.5.12)$$

Suponiendo que a una elevación z_1 se miden la velocidad del viento u_1 y la humedad específica q_{v1} , y que a la elevación z_2 se miden u_2 y q_{v2} , y si estas elevaciones están suficientemente cerca una de la otra, las tasas de transporte \dot{m}_v y τ son constantes entre ellas. Luego las sustituciones $dq_v/dz = (q_{v2} - q_{v1})/(z_2 - z_1)$ y $du/dz = (u_2 - u_1)/(z_2 - z_1)$ pueden hacerse en (3.5.11) y (3.5.12), respectivamente, y dividiendo las ecuaciones resultantes entre sí

$$\begin{aligned} \frac{\dot{m}_v}{\tau} &= -\frac{K_w(q_{v2} - q_{v1})}{K_m(u_2 - u_1)} \\ \text{o} \\ \dot{m}_v &= \tau \frac{K_w(q_{v1} - q_{v2})}{K_m(u_2 - u_1)} \end{aligned} \quad (3.5.13)$$

La velocidad del viento en la capa límite cercana a la superficie de la Tierra (hasta unos 50 m) está descrita por el perfil logarítmico [véase la ecuación (2.8.5)]

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (3.5.14)$$

donde u^* = velocidad del corte = $\sqrt{\tau/\rho_a}$, k es la constante de von Karman, que usualmente se establece como 0.4 y z_0 es la altura de la rugosidad de la superficie dada en la tabla 2.8.2. Luego

$$\begin{aligned} u_2 - u_1 &= \frac{u^*}{k} \left[\ln \left(\frac{z_2}{z_0} \right) - \ln \left(\frac{z_1}{z_0} \right) \right] \\ &= \frac{u^*}{k} \ln \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \end{aligned}$$

y

$$u^* = \frac{k(u_2 - u_1)}{\ln(z_2/z_1)}$$

Pero, por definición, $u^* = \sqrt{\tau/\rho_a}$, luego

$$\tau = \rho_a \left[\frac{k(u_2 - u_1)}{\ln(z_2/z_1)} \right]^2$$

Al sustituir este resultado en (3.5.13) y reordenar, se obtiene

$$\dot{m}_v = \frac{K_w k^2 \rho_a (q_{v1} - q_{v2})(u_2 - u_1)}{K_m [\ln(z_2/z_1)]^2} \quad (3.5.15)$$

que es la *ecuación de Thornthwaite-Holzman* para transporte de vapor, desarrollada por primera vez por Thornthwaite y Holzman (1939). En la práctica usualmente se supone que la relación $K_w/K_m = 1$ y es constante. Estos autores construyeron torres para medir q_v y u a diferentes alturas y calcularon las tasas de evaporación correspondientes. Muchos investigadores posteriores han hecho experimentos similares.

Para aplicaciones operacionales donde no hay posibilidad de tales aparatos y las mediciones de q_v y u se hacen para una sola altura en una estación climática estándar, la ecuación (3.5.15) se simplifica suponiendo que la velocidad del viento $u_1 = 0$ a una altura de rugosidad $z_1 = z_0$ y que el aire se satura con humedad en ese punto. De la ecuación (3.2.6), $q_v = 0.622 e/p$, donde e es la presión de vapor y p es la presión del aire ambiente (la misma para ambas alturas), luego las mediciones de presión de vapor pueden sustituirse por aquellas de humedad específica. A la altura z_2 la presión de vapor es e_a , la presión de vapor ambiental en el aire, y la presión de vapor en la superficie se toma como e_{as} , la presión de saturación del vapor correspondiente a la temperatura ambiental del aire. Bajo estas suposiciones (3.5.15) se reescribe como

$$m_v = \frac{0.622k^2 \rho_a (e_{as} - e_a) u_2}{p [\ln(z_2/z_0)]^2} \quad (3.5.16)$$

Recordando que \dot{m}_v se define para una superficie de área unitaria, una tasa de evaporación equivalente E_a , que se expresa en dimensiones de [L/T], puede establecerse haciendo $\dot{m}_v = \rho_w E_a$ en (3.5.16) y reordenando:

$$E_a = B(e_{as} - e_a) \quad (3.5.17)$$

donde

$$B = \frac{0.622k^2 \rho_a u_2}{p \rho_w [\ln(z_2/z_0)]^2} \quad (3.5.18)$$

La ecuación (3.5.17) es una base común para muchas ecuaciones de evaporación, en las cuales el coeficiente de transferencia de vapor B varía de un lugar a otro. Este tipo de ecuación fue propuesto por primera vez por Dalton en 1802.

Ejemplo 3.5.2 Calcule la tasa de evaporación de una superficie abierta de agua utilizando el método aerodinámico con una temperatura de 25°C, una humedad relativa del 40%, una presión de aire de 101.3 kPa y una velocidad de viento de 3 m/s, todas medidas a una altura de 2 m por encima de la superficie de agua. Suponga una altura de rugosidad de $z_0 = 0.03$ cm.

Solución. El coeficiente de transferencia de vapor B está dado por la ecuación (3.5.18), usando $k = 0.4$, $\rho_a = 1.19 \text{ kg/m}^3$ para aire a 25°C, y $\rho_w = 997 \text{ kg/m}^3$. Luego

$$B = \frac{0.622k^2 \rho_a u_2}{p \rho_w [\ln(z_2/z_0)]^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{0.622 \times 0.4^2 \times 1.19 \times 3}{101.3 \times 10^3 \times 997 [\ln(2/(3 \times 10^{-4}))]^2} \\ &= 4.54 \times 10^{-11} \text{ m/Pa}\cdot\text{s} \end{aligned}$$

La tasa de evaporación está dada por (3.5.17), utilizando $e_{as} = 3,167 \text{ Pa}$ a 25°C de la tabla (3.2.1) y de (3.2.11), $e_a = R_h e_{as} = 0.4 \times 3,167 = 1,267 \text{ Pa}$:

$$\begin{aligned} E_a &= B(e_{as} - e_a) \\ &= 4.54 \times 10^{-11} (3,167 - 1,267) \\ &= 8.62 \times 10^{-8} \text{ m/s} \\ &= 8.62 \times 10^{-8} \times \left(\frac{1,000 \text{ mm}}{1 \text{ m}}\right) \times \left(\frac{86,400 \text{ s}}{\text{día}}\right) \\ &= 7.45 \text{ mm/día} \end{aligned}$$

Método combinado aerodinámico y de balance de energía

La evaporación puede calcularse utilizando el método aerodinámico cuando el suministro de energía no es limitante, y aplicando el método de balance de energía cuando el transporte de vapor tampoco es limitante. Pero, normalmente, estos dos factores son limitantes, luego es necesaria una combinación de los dos métodos. En el método del balance de energía es difícil calcular el campo de flujo de calor sensible H_s . Pero como el calor se transfiere por convección a través del aire que se localiza encima de la superficie del agua, y el vapor de agua se transfiere por convección, en forma similar puede suponerse que el campo de flujo de calor del vapor $l_v \dot{m}_v$ y el campo de flujo de calor sensible H_s son proporcionales, en donde la constante de proporcionalidad se conoce como la *relación de Bowen β* (Bowen, 1926):

$$\beta = \frac{H_s}{l_v \dot{m}_v} \quad (3.5.19)$$

La ecuación de balance de energía (3.5.9) con campo de flujo de calor de suelo $G = 0$ puede escribirse como

$$R_n = l_v \dot{m}_v (1 + \beta) \quad (3.5.20)$$

La relación de Bowen se calcula utilizando simultáneamente las ecuaciones para transporte de vapor y para calor, lo cual es similar a la unión de las ecuaciones de transporte de vapor y de *momentum* que se utilizan en el desarrollo de la ecuación de Thornthwaite-Holzman. De la tabla 2.8.1, las ecuaciones de transporte para vapor y calor son

$$\dot{m}_v = -\rho_a K_w \frac{dq_v}{dz} \quad (3.5.21)$$

$$H_s = -\rho_a C_p K_h \frac{dT}{dz} \quad (3.5.22)$$

donde C_p es el calor específico a presión constante y K_h es la difusividad de calor. Utilizando mediciones de q_v y T hechas en dos niveles z_1 y z_2 y suponiendo que la tasa de transporte es constante entre estos dos niveles, la división de (3.5.22) por (3.5.21) presenta el siguiente resultado:

$$\frac{H_s}{\dot{m}_v} = \frac{C_p K_h (T_2 - T_1)}{K_w (q_{v_2} - q_{v_1})} \quad (3.5.23)$$

Dividiendo (3.5.23) por l_v y sustituyendo $0.622 e/p$ por q_v se encuentra la expresión para la relación de Bowen β de (3.5.19)

$$\beta = \frac{C_p K_h p (T_2 - T_1)}{0.622 l_v K_w (e_2 - e_1)}$$

o

$$\beta = \gamma \left(\frac{T_2 - T_1}{e_2 - e_1} \right) \quad (3.5.24)$$

donde γ es la constante psicrométrica

$$\gamma = \frac{C_p K_h p}{0.622 l_v K_w} \quad (3.5.25)$$

La relación K_h/K_w entre las difusividades del calor y el vapor, se toma comúnmente como 1 (Priestley y Taylor, 1972).

Si los niveles 1 y 2 se toman en la superficie de evaporación y en la corriente de aire por encima de ésta, respectivamente, puede demostrarse que la tasa de evaporación E_r , que se calcula de la tasa de radiación neta [como se da en la ecuación (3.5.10)] y la tasa de evaporación que se establece utilizando los métodos aerodinámicos [véase la ecuación (3.5.17)] se combinan para dar un valor estimado ponderado de evaporación E por

$$E = \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} E_r + \frac{\gamma}{\Delta + \gamma} E_a \quad (3.5.26)$$

donde γ es la constante psicrométrica y Δ es el gradiente de la curva de presión de saturación del vapor a una temperatura de aire T_a , tal como se establece por (3.2.10); los factores de ponderación $\Delta/(\Delta + \gamma)$ y $\gamma/(\Delta + \gamma)$ suman la unidad. La (3.5.26) es la ecuación básica del método de combinación para el cálculo de evaporación, la cual se desarrolló inicialmente por Penman (1948). Su deducción es extensa (véase Wiesner, 1970) y no se presentará aquí.

El método de combinación es el más preciso para el cálculo de la evaporación, utilizando información meteorológica cuando toda la información requerida se encuentra disponible y todas las suposiciones se satisfacen. Las principales suposiciones del balance de energía son que prevalezca un flujo de energía de estado permanente y que los cambios en el almacenamiento de calor en el tiempo en el cuerpo de agua no sean significativos. Estas suposiciones limitan la aplicación del

método a intervalos de tiempo diarios o mayores, y a situaciones que no involucren grandes capacidades de almacenamiento de calor, como las que posee un lago grande. La principal suposición del método aerodinámico está asociada con la forma del coeficiente de transferencia de vapor B en la ecuación (3.5.17). Se han propuesto muchas formas empíricas de B , ajustadas localmente con información de viento y otras observaciones meteorológicas.

El método de combinación es apropiado para aplicarse a áreas pequeñas con información climatológica detallada. La información requerida incluye la radiación neta, la temperatura del aire, la humedad, la velocidad del viento y la presión del aire. Cuando parte de esta información no está disponible, deben utilizarse las ecuaciones de evaporación más simples que requieren menos variables (American Society of Civil Engineers, 1973; Doorenbos y Pruitt, 1977). En el caso de la evaporación sobre áreas grandes, las consideraciones de balance de energía dominan la tasa de evaporación. Para tales casos Priestley y Taylor (1972) determinaron que el segundo término de la ecuación de combinación (3.5.26) es aproximadamente el 30% del primero, luego (3.5.26) puede reescribirse como la *ecuación de evaporación de Priestley-Taylor*

$$E = \alpha \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} E_r \quad (3.5.27)$$

donde $\alpha = 1.3$. Otros investigadores han confirmado la validez de esta aproximación, variando levemente el valor de α de una localidad a otra.

La información del *tanque de evaporación* provee la mejor indicación de evaporación en superficies de aguas abiertas cercanas, si esta información está disponible. Los valores observados de evaporación en tanque E_p se multiplican por un factor de tanque k_p ($0 \leq k_p \leq 1$) para convertirlos en valores equivalentes de evaporación en agua abierta. Usualmente $k_p \approx 0.7$, pero este factor varía de acuerdo con la estación y la localización.

En la tabla 3.5.1 se resumen las ecuaciones que se utilizan para el cálculo de la evaporación.

Ejemplo 3.5.3 Aplique el método de combinación para calcular la tasa de evaporación desde una superficie de agua abierta sujeta a una radiación neta de 200 W/m^2 , una temperatura de 25°C , una humedad relativa del 40% y una velocidad de viento de 3 m/s , todas registradas a una altura de 2 m , y a una presión atmosférica de 101.3 kPa .

Solución. Del ejemplo 3.5.1 la tasa de evaporación correspondiente a una radiación neta de 200 W/m^2 es $E_r = 7.10 \text{ mm/día}$, y del ejemplo 3.5.2 el método aerodinámico arroja $E_a = 7.45 \text{ mm/día}$ para la temperatura del aire, humedad y condiciones de viento dadas. El método de combinación requiere valores para Δ y γ en la ecuación (3.5.26). La constante psicrométrica γ está dada por (3.5.25), usando $C_p = 1,005 \text{ J/kg K}$ para aire, $K_h/K_w = 1.00$, y $l_v = 2,441 \times 10^3 \text{ J/kg}$ a 25°C (véase el ejemplo 3.5.1):

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{C_p K_h p}{0.622 l_v K_w} \\ &= \frac{1,005 \times 1.00 \times 101.3 \times 10^3}{0.622 \times 2,441 \times 10^3} \\ &= 67.1 \text{ Pa}/^\circ\text{C} \end{aligned}$$

TABLA 3.5.1
Resumen de ecuaciones para el cálculo de la evaporación*

(1) Método del balance de energía

$$E_r = 0.0353R_n \text{ (mm/día)}$$

donde

$$R_n = \text{radiación neta (W/m}^2\text{)}$$

(2) Método aerodinámico

$$E_a = B(e_{as} - e_a) \text{ (mm/día)}$$

donde

$$B = \frac{0.102u_2}{\left[\ln\left(\frac{z_2}{z_0}\right)\right]^2} \text{ (mm/día) · Pa}$$

u_2 es la velocidad del viento (m/s) medida a una altura z_2 (cm), y z_0 es de la tabla 2.8.2. También,

$$e_{as} = 611 \exp\left(\frac{17.27T}{237.3 + T}\right) \text{ (Pa)}$$

T = temperatura de aire ($^{\circ}\text{C}$)

$$e_a = R_h e_{as} \text{ (Pa)}$$

en donde R_h es la humedad relativa ($0 \leq R_h \leq 1$).

(3) Método de combinación

$$E = \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} E_r + \frac{\gamma}{\Delta + \gamma} E_a \text{ (mm/día)}$$

donde

$$\Delta = \frac{4,098e_{as}}{(237.3 + T)^2} \text{ (Pa/}^{\circ}\text{C)}$$

y

$$\gamma = 66.8 \text{ (Pa/}^{\circ}\text{C)}$$

(4) Método de Priestley-Taylor

$$E = \alpha \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} E_r$$

donde $\alpha = 1.3$

* Los valores mostrados son válidos para presión atmosférica estándar y temperatura de aire de 20°C .

Δ es el gradiente de la curva de presión de vapor de saturación a 25°C , dado por (3.2.10) con $e_s = e_{as} = 3,167 \text{ Pa}$ para $T = 25^{\circ}\text{C}$:

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{4,098e_s}{(237.3 + T)^2} \\ &= \frac{4,098 \times 3,167}{(237.3 + 25)^2} \\ &= 188.7 \text{ Pa/}^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

Luego los pesos de ponderación para la ecuación de combinación son $\gamma(\Delta + \gamma) = 67.1/(188.7 + 67.1) = 0.262$ y $\Delta/(\Delta + \gamma) = 188.7/(188.7 + 67.1) = 0.738$. La tasa de evaporación se calcula utilizando (3.5.26):

$$\begin{aligned} E &= \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} E_r + \frac{\gamma}{\Delta + \gamma} E_a \\ &= 0.738 \times 7.10 + 0.262 \times 7.45 \\ &= 7.2 \text{ mm/día} \end{aligned}$$

Ejemplo 3.5.4 Utilice el método de Priestley-Taylor para calcular la tasa de evaporación desde un cuerpo de agua con una radiación neta de 200 W/m^2 y una temperatura de 25°C .

Solución. El método de Priestley-Taylor aplica la ecuación (3.5.27) con $E_r = 7.10 \text{ mm/día}$ del ejemplo 3.5.1, $\Delta/(\Delta + \gamma) = 0.738$ a 25°C del ejemplo 3.5.3 y $\alpha = 1.3$. Luego,

$$\begin{aligned} E &= \alpha \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} E_r \\ &= 1.3 \times 0.738 \times 7.10 \\ &= 6.8 \text{ mm/día} \end{aligned}$$

lo cual se aproxima al resultado del método de combinación más complicado como se demuestra en el ejemplo anterior.

3.6 EVAPOTRANSPIRACIÓN

La *evapotranspiración* es la combinación de evaporación desde la superficie del suelo y la transpiración de la vegetación. Los mismos factores que dominan la evaporación desde una superficie de agua abierta también dominan la evapotranspiración, los cuales son: el suministro de energía y el transporte de vapor. Además, el suministro de humedad a la superficie de evaporación es un tercer factor que se debe tener en cuenta. A medida que el suelo se seca, la tasa de evapotranspiración cae por debajo del nivel que generalmente mantiene en un suelo bien humedecido.

Los cálculos de las tasas de evapotranspiración se efectúan utilizando los mismos métodos descritos para la evaporación en superficies de agua abierta, con ajustes que tienen en cuenta las condiciones de vegetación y de suelo (Van Bavel, 1966; Monteith, 1980). Para unas condiciones climáticas dadas, la tasa básica es el *cultivo*

referencia para evapotranspiración, que es "la tasa de evapotranspiración desde una superficie extensa cubierta por pasto verde de altura uniforme entre 8 y 15 cm que crece en forma normal, cubre completamente el suelo con su sombra y no carece de agua" (Doorenbos y Pruitt, 1977).

La American Society of Civil Engineers (1973) y Doorenbos y Pruitt (1977) han comparado los valores de evapotranspiración en diversas localidades. Concluyeron que el método de combinación de la ecuación (3.5.26) es el que más se approxima, especialmente si el coeficiente de transporte de vapor B en la ecuación (3.5.18) se calibra para condiciones locales. Por ejemplo, Doorenbos y Pruitt recomendaron

$$B = 0.0027 \left(1 + \frac{u}{100} \right) \quad (3.6.1)$$

en la cual B está en mm/día. Pa y u es el recorrido de viento en 24 horas en kilómetros por día medido a una altura de 2 m. El recorrido del viento en 24 horas es la distancia acumulada en la cual se movería una partícula en la corriente de aire en el mismo tiempo, bajo las condiciones prevalecientes de viento. Hay que notar que las dimensiones de u dadas aquí no son metros por segundo tal como en la ecuación para B dada en la tabla 3.5.1, sino que el valor resultante de E_a se da en milímetros por día en ambos casos.

La evapotranspiración potencial de otro cultivo que crece bajo las mismas condiciones que el cultivo de referencia se calcula multiplicando la evapotranspiración del cultivo de referencia E_{tr} por un *coeficiente de cultivo* k_c , cuyo valor cambia con el estado de crecimiento de este último. La evapotranspiración real E_t se determina al multiplicar la evapotranspiración potencial por un *coeficiente de suelo* k_s ($0 \leq k_s \leq 1$):

$$E_t = k_s k_c E_{tr} \quad (3.6.2)$$

Los valores del coeficiente de cultivo k_c varían en un rango aproximado de $0.2 \leq k_c \leq 1.3$ tal como se muestra en la figura 3.6.1 (Doorenbos y Pruitt, 1977). El valor inicial de k_c , para un suelo bien humedecido con poca vegetación, es aproximadamente 0.35. A medida que la vegetación crece, k_c se incrementa hasta un valor máximo, el cual puede ser mayor que 1 para cultivos con una cobertura vegetal grande como el maíz, el cual transpira a una tasa mayor que el pasto. A medida que el cultivo madura, sus requerimientos de humedad disminuyen. La forma precisa de la curva de coeficiente de cultivo varía con las prácticas de agricultura de una región, tales como las épocas del arado y de la recolección de la cosecha. Algunos tipos de vegetación, tales como huertos o cubiertas vegetales permanentes, pueden no exhibir todas las etapas de crecimiento mostradas en la figura 3.6.1.

Ejemplo 3.6.1 (De Gouevsky, Maidment y Sikorski, 1980). En la siguiente tabla se muestran los valores mensuales de evapotranspiración del cultivo de referencia E_{tr} que se calculan aplicando el método de combinación, para condiciones promedio en Silistra, Bulgaria. Los coeficientes de cultivo para maíz (véase la figura 3.6.1) son $k_1 = 0.38$, $k_2 = 1.00$ y $k_3 = 0.55$; t_1 = el primero de abril, t_2 = el primero de junio, t_3 = el primero de julio, t_4 = el primero de septiembre y t_5 = el primero de octubre. Calcule la evapotranspiración real de este cultivo suponiendo un suelo bien humedecido.

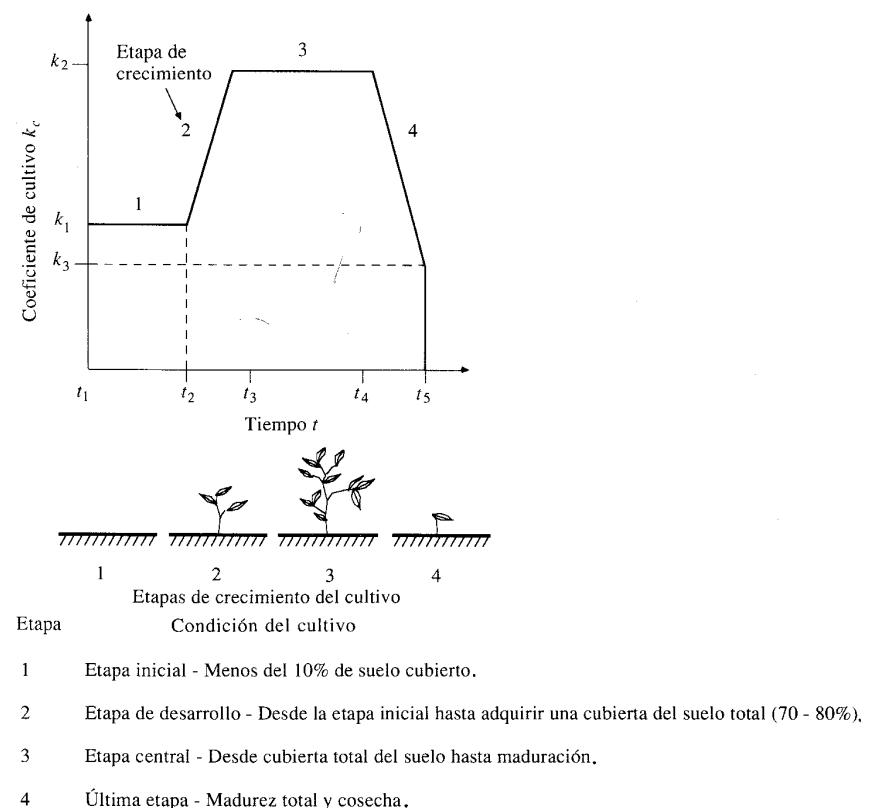


FIGURA 3.6.1

Relación entre el coeficiente de cultivo k_c y la etapa de crecimiento de éste.

Solución

Mes	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Abr.-Oct. total
E_{tr} (mm/día)	4.14	5.45	5.82	6.60	5.94	4.05	2.34	34.3 mm
k_c	0.38	0.38	0.69	1.00	1.00	0.78	0.55	
E_t (mm/día)	1.57	2.07	4.02	6.60	5.94	3.16	1.29	24.7 mm

Los valores promedio mensuales de k_c se especifican siguiendo la curva de la figura 3.6.1 usando los valores dados. En junio, k_c crece de 0.38 en t_2 = junio 1 a 1.00 en t_3 = julio 1, luego k_c se toma como $(0.38 + 1.00)/2 = 0.69$. Los valores de E_t se calculan utilizando la ecuación (3.6.2) con $k_s = 1$ para un suelo bien humedecido, es decir, $E_t = k_c E_{tr}$. La evapotranspiración total para la estación de crecimiento desde abril a octubre para el cultivo de maíz, 24.7 mm, es el 72% del valor que una cubierta de pasto puede establecer bajo las mismas condiciones, 34.3 mm.

REFERENCIAS

- American Society of Civil Engineers. Consumptive use of water and irrigation water requirements, ed. by M. E. Jensen, *Technical Committee on Irrigation Water Requirements*. New York, 1973.
- Bowen, I. S. The ratio of heat losses by conduction and by evaporation from any water surface, *Phys. Rev.*, vol. 27, No. 6, pp. 779-787, 1926.
- Brutsaert, W., *Evaporation into the Atmosphere*, D. Reidel, Dordrecht, Holland, 1982.
- Doorenbos, J., and W. O. Pruitt, Crop water requirements, *Irrigation and Drainage Paper 24*, U. N. Food and Agriculture Organization, Rome, Italy, 1977.
- Gouevsky, I. V., D. R. Maidment, and W. Sikorski, Agricultural water demands in the Silistra region, RR-80-38, Int. Inst. App. Sys. Anal., Laxenburg, Austria, 1980.
- Mason, B. J., *The Physics of Clouds*. Oxford University Press, London, 1957.
- Massey, B. C., W. E. Reeves, and W. A. Lear, Flood of May 24-25, 1981, in the Austin, Texas, metropolitan area, *Hydrologic Investigations Atlas, HA-656*, U. S. Geological Survey, 1982.
- Monteith, J. L. The development and extension of Penman's evaporation formula, in *Applications of Soil Physics*, ed. by D. Hillel, Academic Press, Orlando, Fla., pp. 247-253, 1980.
- Moore, W. L., et al., The Austin, Texas, flood of May 24-25, 1981, *Report for Committee on Natural Disasters*, National Academy of Sciences, Washington, D.C., 1982.
- Penman, H. L., Natural evaporation from open water, bare soil, and grass, *Proc. R. Soc. London A*, vol. 193, pp. 120-146, 1948.
- Priestley, C. H. B., and R. J. Taylor, On the assessment of surface heat flux and evaporation using large-scale parameters, *Monthly Weather Rev.*, vol. 100, pp. 81-92, 1972.
- Pruppacher, H. R., and J. D. Klett, *Microphysics of Clouds and Precipitation*, D. Reidel, Dordrecht, Holland, 1978.
- Raudkivi, A. J., *Hydrology*, Pergamon Press, Oxford, 1979.
- Singh, V. P., and P. K. Chowdhury, Comparing some methods of estimating mean areal rainfall, *Water Resour. Bull.*, vol. 22, No. 2, pp. 275-282, 1986.
- Thorntwaite, C. W., and B. Holzman, The determination of evaporation from land and water surfaces, *Monthly Weather Rev.*, vol. 67, pp. 4-11, 1939.
- U. S. Army Corps of Engineers, Storm studies data sheet, Baltimore District Office, Mid-Atlantic Division, Baltimore, Md., 1943.
- Van Bavel, C. H. M., Potential evaporation: the combination concept and its experimental verification, *Water Resour. Res.*, vol. 2, No. 3, pp. 455-467, 1966.
- Wei, T. C., and J. L. McGuinness, Reciprocal distance squared method, a computer technique for estimating area precipitation, *ARS-NC-8*, U. S. Agricultural Research Service, North Central Region, Coshocton, Ohio, 1973.
- Wiesner, C. J., *Hydrometeorology*, Chapman and Hall, London, 1970.

PROBLEMAS

- 3.1.1** Una cantidad de aire en el ecuador se encuentra en reposo con relación a la superficie de la Tierra. Considerando los efectos de la conservación del *momentum* angular en el movimiento de aire, calcule la velocidad teórica hacia el este del aire con respecto a la superficie de la Tierra si dicho aire se mueve hacia los 30° de latitud norte. Radio medio de la Tierra = 6,371 km.
- 3.1.2** Una cantidad de aire inicialmente en reposo con relación a la superficie de la Tierra, se mueve hacia una latitud α° (hacia el norte o hacia el sur). Considerando solamente el efecto de la conservación de *momentum* angular, demuestre que la velocidad de dicho aire relativa a la superficie de la Tierra es $2\pi r_e \operatorname{sen} \alpha \tan \alpha / T$, donde r_e es el radio medio de la Tierra y T es el periodo de rotación de ésta alrededor de su eje.
- 3.2.1** En una estación climática se toman las siguientes medidas: presión de aire = 101.1 kPa, temperatura de aire = 25°C, temperatura de punto de rocío = 20°C. Calcule la presión de vapor correspondiente, la humedad relativa, la densidad específica y la densidad del aire.
- 3.2.2** Calcule la presión de vapor, la presión de aire, la humedad específica y la densidad de aire a una elevación de 1,500 m si las condiciones de superficie son las que se especifican en el problema 3.2.1 y la tasa de lapso es 9°C/km.

- 3.2.3** Si la temperatura del aire es 15°C y la humedad relativa es del 35%, calcule la presión de vapor, la humedad específica y la densidad del aire. Suponga una presión atmosférica estándar (101.3 kPa).
- 3.2.4** Resuelva el problema 3.2.3 si la temperatura del aire aumenta a 30°C. ¿En qué porcentaje se incrementa la humedad específica como resultado del aumento de temperatura de 15 a 30°C?
- 3.2.5** Calcule el agua precipitable (mm) en una columna atmosférica saturada de 10 km de altura, si las condiciones superficiales son: temperatura = 20°C, presión = 101.3 kPa, y la tasa de lapso es 6.5°C/km.
- 3.2.6** Resuelva el problema 3.2.5 para temperaturas superficiales de 0, 10, 20, 30 y 40°C y construya una gráfica que muestre la variación de la profundidad de agua precipitable con respecto a la temperatura superficial.
- 3.3.1** Calcule la velocidad terminal de una gota de lluvia de 0.8 mm a presión atmosférica estándar y temperatura de aire de 20°C. Densidad del aire = 1.20 kg/m³.
- 3.3.2** Una corriente de aire que se mueve verticalmente hacia arriba a 5 m/s, contiene gotas de lluvia de varios tamaños. Calcule la velocidad de una gota de 2 mm de diámetro y determine si está subiendo o cayendo. Repita este ejercicio para una gota de 0.2 mm de diámetro. Suponga presión atmosférica estándar y temperatura de aire de 20°C. Densidad del aire = 1.20 kg/m³.
- 3.3.3** Si una gota de lluvia esférica de diámetro D , densidad ρ_w y coeficiente de arrastre C_d , se suelta desde el reposo en una atmósfera de densidad ρ_a , demuestre que la distancia z que se necesita para alcanzar una velocidad V está dada por

$$z = -\frac{2\rho_w D}{3\rho_a C_d} \ln \left[1 - \frac{3\rho_a C_d V^2}{4Dg(\rho_w - \rho_a)} \right]$$

Suponga $V \leq$ velocidad terminal.

- 3.3.4** Utilizando la ecuación anterior, calcule la distancia que una gota de 0.8 mm necesitaría caer para alcanzar el 50, el 90 y el 99% de su velocidad terminal a presión atmosférica estándar y 20°C para la temperatura del aire.
- 3.3.5** Gotas de lluvia de 1 mm de diámetro caen sobre un suelo erosionable. Calcule la energía de impacto de cada gota. Suponga condiciones atmosféricas estándar de 20°C de temperatura y 101.3 kPa de presión de aire. Tenga en cuenta que la gota perderá toda su energía cinética en el impacto.
- 3.3.6** Resuelva el problema 3.3.5 para gotas de 0.1, 0.5, 1 y 5 mm de diámetro y construya una gráfica mostrando la variación de energía de impacto en función del tamaño de la gota.
- 3.3.7** Demuestre que la proporción en humedad entrante que se precipita para el modelo de celda de tormentas eléctricas, está dada por $(q_{v_1} - q_{v_2})/q_{v_1}(1 - q_{v_2})$, donde q_{v_1} y q_{v_2} son las humedades específicas de las corrientes de aire de entrada y salida respectivamente.
- 3.3.8** Resuelva el ejemplo 3.3.2 para determinar la intensidad de precipitación si la temperatura superficial es de 20°C. ¿Cuál es el porcentaje de reducción en la intensidad de precipitación si la temperatura superficial baja de 30 a 20°C? Calcule la tasa de liberación de calor latente en la tormenta a través de la condensación de vapor de agua para producir la precipitación.
- 3.3.9** Resuelva el ejemplo 3.3.2 para determinar la precipitación de una tormenta si la salida de humedad se localiza a una elevación de 5 km. ¿Qué porcentaje de la humedad entrante se precipita ahora?
- 3.4.1** Coloque un pedazo de papel calcante sobre el mapa de isoyetas para la tormenta de Johnstown [véase la figura 3.4.1a)] y trace las isoyetas. Calcule el volumen de precipitación en esta tormenta y la profundidad promedio de precipitación dentro del área limitada por la isoyeta de 2 pulg.

- 3.4.2** Calcule la profundidad promedio de precipitación sobre el área de $10 \text{ mi} \times 10 \text{ mi}$ que se muestra para la tormenta de Austin [véase la figura 3.4.1b)].
- 3.4.3** La siguiente información de lluvia se registró en el pluviómetro 1-Bol para la tormenta del 24 al 25 de mayo de 1981 en Austin, Texas:

Tiempo (min)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Lluvia (pulg)	-	0.07	0.20	0.25	0.22	0.21	0.16	0.12	0.03

- Represente gráficamente el hietograma de lluvia. Calcule y dibuje el hietograma de lluvia acumulada. Determine la máxima profundidad e intensidad registrada en 10, 20 y 30 minutos para esta tormenta. Compare la intensidad de 30 minutos con el valor encontrado en la tabla 3.4.1 del texto para el pluviómetro 1-Bee.
- 3.4.4** La siguiente información de lluvia incremental se registró en el pluviómetro 1-WLN en Austin, Texas, el 24 de mayo de 1981. Represente gráficamente el hietograma de lluvia. Calcule y dibuje el hietograma de lluvia acumulada. Determine la profundidad máxima y la intensidad de lluvia para 5, 10, 30, 60, 90 y 120 minutos para esta tormenta. Compare los resultados para 30, 60 y 120 minutos con los valores que se dan en la tabla 3.4.1 para el pluviómetro 1-Bee en la misma tormenta. ¿Cuál pluviómetro experimentó la lluvia más severa?

Tiempo (min)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Lluvia (pulg)	-	0.09	0.00	0.03	0.13	0.10	0.13	0.21	0.37	0.22	0.30

Tiempo (min)	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105
Lluvia (pulg)	0.20	0.10	0.13	0.14	0.12	0.16	0.14	0.18	0.25	0.48	0.40

Tiempo (min)	110	115	120	125	130	135	140	145	150
Lluvia (pulg)	0.39	0.24	0.41	0.44	0.27	0.17	0.17	0.14	0.10

- 3.4.5** La forma de una cuenca de drenaje puede aproximarse por un polígono cuyos vértices se localizan en las siguientes coordenadas: $(5, 5)$, $(-5, 5)$, $(-5, -5)$, $(0, -10)$ y $(5, -5)$. Las cantidades de lluvia de una tormenta se registraron en un número de pluviómetros localizados dentro y cerca de la cuenca tal como sigue:

Número del pluviómetro	Coordenadas	Lluvia registrada (mm)
1	(7, 4)	62
2	(3, 4)	59
3	(-2, 5)	41
4	(-10, 1)	39
5	(-3, -3)	105
6	(-7, -7)	98
7	(2, -3)	60
8	(2, -10)	41
9	(0, 0)	81

Todas las coordenadas se expresan en kilómetros. Determine la lluvia promedio en la cuenca utilizando: *a*) el método de la media aritmética; *b*) el método de Thiessen, y *c*) el método de las isoyetas. Para el método de Thiessen empiece dibujando un polígono alrededor del pluviómetro 9, luego dibuje los polígonos alrededor de los pluviómetros 2, 3, 5 y 7; para el método de las isoyetas, dibújelas con lluvia máxima a lo largo de una línea desde el suroeste hacia el noreste a través de $(-3, -3)$.

- 3.4.6** Calcule la lluvia promedio sobre el área de drenaje de la figura 3.4.3 si la estación de medición P_2 se mueve a P'_2 utilizando: *a*) el método de la media aritmética; *b*) el método de Thiessen, y *c*) el método de las isoyetas.

- 3.4.7** Cuatro pluviómetros que se localizan dentro de un área rectangular con sus cuatro esquinas en $(0, 0)$, $(0, 13)$, $(14, 13)$ y $(14, 0)$, tienen las siguientes coordenadas y registros de lluvia:

Localización del pluviómetro	Lluvia (pulg)
(2, 9)	0.59
(7, 11)	0.79
(12, 10)	0.94
(6, 2)	1.69

Todas las coordenadas se expresan en millas. Calcule la lluvia promedio en el área utilizando el método de Thiessen.

- 3.5.1** Calcule la tasa de evaporación en milímetros por día desde un lago en un día de invierno cuando la temperatura del aire es 5°C y la radiación neta es de 50 W/m^2 , y en un día de verano cuando la radiación neta es de 250 W/m^2 y la temperatura es de 30°C , aplicando el método de Priestley-Taylor.

- 3.5.2** En el mes de julio en El Cairo (Egipto), la radiación neta promedio es 185 W/m^2 , la temperatura del aire es 28.5°C , la humedad relativa es 55%, y la velocidad del viento es 2.7 m/s a una altura de 2 m. Calcule la tasa de evaporación de superficie de agua abierta en milímetros por día utilizando el método de energía (E_e), el método aerodinámico (E_a), el método de combinación y el método de Priestley-Taylor. Suponga una presión atmosférica estándar (101.3 kPa) y $z_0 = 0.03 \text{ cm}$.

- 3.5.3** En la misma ciudad pero en enero, las condiciones climáticas promedio son: radiación neta de 40 W/m^2 , temperatura de 14°C , la humedad relativa es de 65% y la velocidad del viento de 2.0 m/s medida a una altura de 2 m. Calcule la tasa de evaporación de superficie de agua abierta utilizando el método de energía (E_e), el método aerodinámico (E_a), el método de combinación y el método de Priestley-Taylor. Suponga presión atmosférica estándar (101.3 kPa) y $z_0 = 0.03 \text{ cm}$.

- 3.6.1** Para la información meteorológica de julio en El Cairo dada en el problema 3.5.2, determine la evapotranspiración del cultivo de referencia, usando el coeficiente de transferencia de vapor de Doorenbos y Pruitt $B = 0.0027[1 + (u/100)]$, donde u es el recorrido del viento en kilómetros por día.

- 3.6.2** Calcule la evapotranspiración del cultivo de referencia (mm/día) en enero en El Cairo usando la información meteorológica dada en el problema 3.5.3 y el coeficiente de transferencia de vapor de Doorenbos y Pruitt $B = 0.0027[1 + (u/100)]$, donde u es el recorrido del viento en kilómetros por día.

- 3.6.3** La siguiente información (procedente de la American Society of Civil Engineers, 1973) muestra las condiciones climáticas sobre una superficie de pasto bien humedecido en mayo, julio y septiembre en Davis, California (latitud 38°N). Calcule la correspondiente tasa de evapotranspiración (mm/día) utilizando el método de balance de energía, el método aerodinámico, el método de combinación y el método de

Priestley-Taylor. Suponga presión atmosférica estándar. Use la ecuación (3.6.1) para el coeficiente B .

	Temperatura (°C)	Presión de vapor (kPa)	Radiación neta (W/m ²)	Recorrido del viento (km/día)
Mayo	17	1.1	169	167
Julio	23	1.4	189	121
Septiembre	20	1.2	114	133

- 3.6.4 Resuelva el problema 3.6.3 para Coshocton, Ohio, donde las condiciones meteorológicas son:

	Temperatura (°C)	Presión de vapor (kPa)	Radiación neta (W/m ²)	Recorrido del viento (km/día)
Mayo	16	1.3	135	110
Julio	23	2.0	112	89
Septiembre	18	1.5	59	94

- 3.6.5 Utilice el método aerodinámico para calcular la tasa de evapotranspiración (mm/día) de un área bien humedecida y con pasto corto, en un día en que la temperatura promedio es 25°C, la humedad relativa es del 30% el recorrido del viento en 24 horas es de 100 km y prevalece la presión atmosférica normal (101.3 kPa). Suponga que la función de viento de Doorenbos-Pruitt (3.6.1) es válida. ¿Cuál será el porcentaje de cambio en la tasa de evapotranspiración si la humedad relativa se duplica y la temperatura, la velocidad del viento y la presión atmosférica permanecen constantes?

CAPÍTULO

4

AGUA SUBSUPERFICIAL

El agua subsuperficial fluye por debajo de la superficie terrestre. En este capítulo solamente se describen los procesos de flujo subsuperficial pertinentes para la hidrología de agua superficial. El campo más amplio del flujo de agua subterránea se desarrolla en otros textos. (Freeze y Cherry, 1979; de Marsily, 1986).

4.1 FLUJO NO SATURADO

En la figura 4.1.1 se muestran en forma esquemática los procesos de flujo subsuperficial y las zonas en que ellos ocurren. Tres procesos importantes son la *infiltración* de agua superficial en el suelo para convertirse en *humedad del suelo*, el *flujo subsuperficial* o flujo no saturado a través del suelo, y el *flujo de agua subterránea* o flujo saturado a través de los estratos de suelo o roca. Los estratos de suelo o roca que permiten el flujo de agua se denominan *medios porosos*. El flujo es no saturado cuando el medio poroso todavía tiene algunos de sus vacíos ocupados por aire y es saturado cuando los vacíos están llenos de agua. El *nivel freático* es la superficie donde el agua se encuentra a presión atmosférica en un medio saturado. Por debajo del nivel freático, el medio poroso se encuentra saturado y a presiones superiores a la atmosférica. Por encima del nivel freático, las fuerzas capilares pueden saturar el medio poroso a lo largo de una corta distancia en la *franja capilar*, por encima de la cual el medio poroso se encuentra usualmente no saturado excepto después de una lluvia, cuando la infiltración desde la superficie del terreno puede producir temporalmente condiciones de saturación. Las *salidas de agua subsuperficial* y *agua subterránea* ocurren cuando el agua subsuperficial emerge para convertirse en flujo superficial en una corriente o manantial. La humedad del suelo se extrae por evapotranspiración a medida que el suelo se seca.

Considérese una sección transversal a través de un suelo no saturado tal como se muestra en la figura 4.1.2. Una porción de la sección transversal está ocupada por partículas sólidas y las restantes por *vacíos*. La *porosidad* η se define como

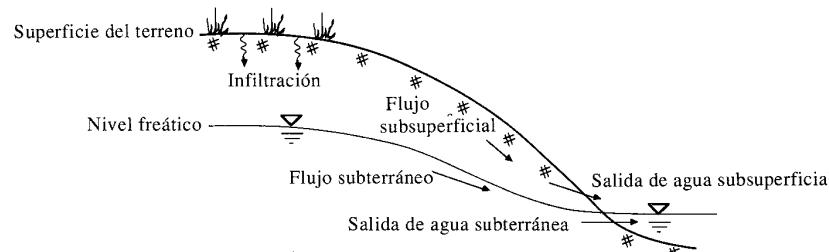


FIGURA 4.1.1
Zonas y procesos del agua subsuperficial.

$$\eta = \frac{\text{volumen de vacíos}}{\text{volumen de agua}} \quad (4.1.1)$$

El rango de η para suelos es aproximadamente $0.25 < \eta < 0.75$, y su valor depende de la textura del suelo (véase la tabla 2.6.1).

Una parte de los vacíos es ocupada por agua y el resto por aire. El volumen ocupado por agua se mide utilizando el *contenido de humedad del suelo* θ que se define como

$$\theta = \frac{\text{volumen de agua}}{\text{volumen total}} \quad (4.1.2)$$

Luego $0 \leq \theta \leq \eta$; el contenido de humedad del suelo es igual a la porosidad cuando el suelo se encuentra saturado.

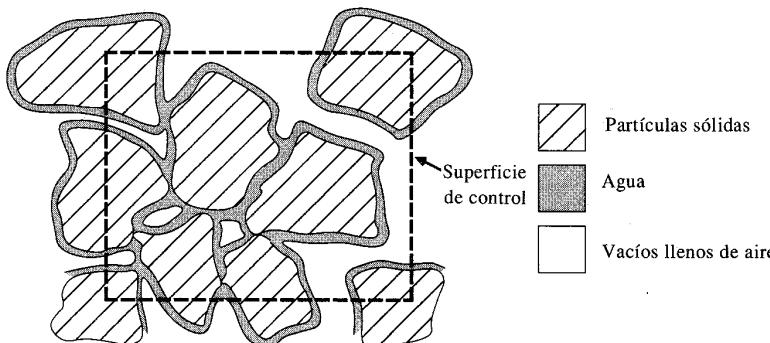


FIGURA 4.1.2
Sección transversal a través de un medio poroso no saturado.

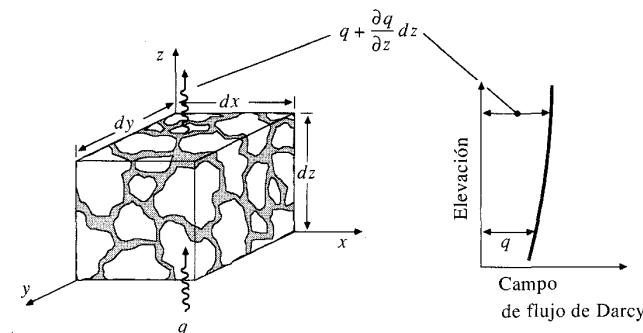


FIGURA 4.1.3
Volumen de control para el desarrollo de la ecuación de continuidad en un medio poroso no saturado.

Ecuación de continuidad

En la figura 4.1.3 se muestra un volumen de control que contiene suelo no saturado. Sus lados tienen longitud dx , dy y dz , en las direcciones coordenadas, luego su volumen es $dx dy dz$, y el volumen de agua contenido en el volumen de control es $\theta dx dy dz$. El flujo del agua a través del suelo se mide utilizando el *campo de flujo de Darcy* $q = Q/A$, la tasa de flujo volumétrico por unidad de área de suelo. El campo de flujo de Darcy es un vector que tiene componentes en cada una de las direcciones coordenadas, pero en este análisis los flujos horizontales se suponen iguales a cero y solamente se considera la componente vertical z del campo de flujo de Darcy. Debido a que el eje z es positivo hacia arriba, el flujo hacia arriba se considera positivo y el flujo hacia abajo negativo.

En el teorema de transporte de Reynolds, la propiedad extensiva B es la masa de agua en el suelo, luego $\beta = dB/dm = 1$ y $dB/dt = 0$ debido a que no ocurren cambios de fase en el agua. Por tanto, el teorema de transporte de Reynolds toma la forma de la ecuación integral de continuidad (2.2.1):

$$0 = \frac{d}{dt} \iiint_{\text{v.c.}} \rho_w dV + \iint_{\text{s.c.}} \rho_w \mathbf{V} \cdot \mathbf{dA} \quad (4.1.3)$$

donde ρ_w es la densidad del agua. El primer término en (4.1.3) es la tasa de cambio temporal de la masa de agua almacenada dentro del volumen de control, la cual está dada por

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \iiint_{\text{v.c.}} \rho_w dV &= \frac{d}{dt} (\rho_w \theta dx dy dz) \\ &= \rho_w dx dy dz \frac{\partial \theta}{\partial t} \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

donde se supone que la densidad es constante y la derivada parcial es suficiente porque las dimensiones espaciales del volumen de control son fijas. El se-

gundo término en (4.1.3) es la salida neta de agua a través de la superficie de control. Así, como se muestra en la figura 4.1.3, el flujo volumétrico de entrada de la parte inferior del volumen de control es $q dx dy$ y el flujo de salida en la parte superior es $[q + (\partial q / \partial z) dz] dx dy$, lo cual significa que el flujo neto de salida es

$$\begin{aligned} \iint_{\text{s.c.}} \rho_w \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} &= \rho_w \left(q + \frac{\partial q}{\partial z} dz \right) dx dy - \rho_w q dx dy \\ &= \rho_w dx dy dz \frac{\partial q}{\partial z} \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

Sustituyendo (4.1.4) y (4.1.5) en (4.1.3) y dividiendo por $\rho_w dx dy dz$ se obtiene

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial z} = 0 \quad (4.1.6)$$

Esta es la ecuación de continuidad para flujo unidimensional no saturado no permanente en un medio poroso. Esta ecuación es aplicable a flujos localizados a poca profundidad por debajo de la superficie terrestre. A una profundidad mayor, tal como en los acuíferos profundos, pueden ocurrir cambios en la densidad del agua y en la porosidad como resultado de cambios en la presión del fluido, y éstos deben tenerse en cuenta en el desarrollo de la ecuación de continuidad.

Ecuación de momentum

En la ecuación (2.6.4) se desarrolló la *ley de Darcy* para relacionar el campo de flujo de Darcy q con la tasa de pérdida de cabeza por unidad de longitud de medio, S_f :

$$q = KS_f \quad (4.1.7)$$

Considérese el flujo en la dirección vertical y denótese la cabeza total de flujo por h ; entonces $S_f = -\partial h / \partial z$ donde el signo negativo indica que la cabeza total está disminuyendo en la dirección del flujo debido a la fricción. Luego la ley de Darcy se expresa como

$$q = -K \frac{\partial h}{\partial z} \quad (4.1.8)$$

Esta ley se aplica a una sección transversal del medio poroso encontrada promediando sobre un área que es grande si se compara con la sección transversal de los poros y granos individuales del medio (Philip, 1969). A esta escala, la ley de Darcy describe un flujo uniforme permanente de velocidad constante, en el cual la fuerza neta sobre cualquier elemento de fluido es cero. Para flujo saturado no confinado, las dos únicas fuerzas involucradas en el problema son la gravedad y la fricción, pero para flujo no saturado, la *fuerza de succión*, que une el agua con las partículas de suelo a través de la tensión superficial, también debe incluirse.

El medio poroso está compuesto por una matriz de partículas tal como se muestra en la figura 4.1.2. Cuando los espacios vacíos están parcialmente llenos de agua, ésta es atraída a la superficie de las partículas a través de fuerzas electrostáticas entre los enlaces polares de las moléculas de agua y dichas superficies. Esta

adhesión superficial extiende el agua alrededor de las superficies de las partículas y deja el aire en el centro de los vacíos. A medida que se añade más agua al medio poroso, el aire sale hacia arriba y el área de la superficie libre disminuye dentro del medio hasta que éste se satura y deja de haber superficies libres dentro de los vacíos y, por consiguiente, no existe fuerza de succión del suelo. El efecto de la succión del suelo puede verse si una columna de suelo se coloca verticalmente con su parte inferior dentro de un tanque de agua, entonces la humedad se elevará dentro del suelo seco hasta una altura por encima de la superficie del agua a la cual la succión del suelo y la fuerza gravitacional son exactamente iguales. Esta altura varía desde unos pocos milímetros para arena gruesa hasta varios metros para suelo arcilloso.

La cabeza h de agua se mide en dimensiones de altura, pero también puede entenderse como la energía por unidad de peso del fluido. En un medio poroso no saturado, la parte de la energía total del fluido debida a las fuerzas de succión del suelo se conoce como la *cabeza de succión* ψ . Del análisis previo, es evidente que la cabeza de succión variará con el contenido de humedad del medio, tal como se ilustra en la figura 4.1.4, la cual muestra que para ese suelo arcilloso, la cabeza de succión y la conductividad hidráulica pueden fluctuar en varios órdenes de magnitud a medida que el contenido de humedad cambia. La cabeza total h es la suma de las cabezas de succión y de gravedad

$$h = \psi + z \quad (4.1.9)$$

No se incluye un término para la cabeza de velocidad del flujo, debido a que la velocidad es tan pequeña que su cabeza es despreciable.

Sustituyendo h en (4.1.8)

$$q = -K \frac{\partial(\psi + z)}{\partial z} \quad (4.1.10)$$

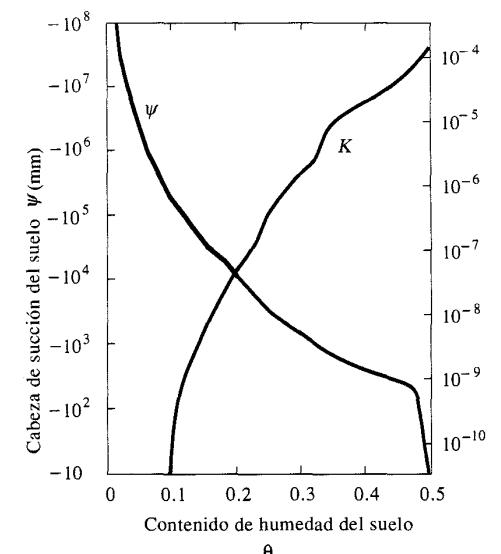


FIGURA 4.1.4
Variación de la cabeza de succión del suelo ψ y de la conductividad hidráulica K con el contenido de humedad θ para la arcilla ligera de Yolo. (Reimpresa con autorización de A. J. Raudkivi, *Hydrology*, Copyright 1979, Pergamon Books Ltd.).

$$\begin{aligned}
 &= -\left(K \frac{d\psi}{d\theta} \frac{\partial\theta}{\partial z} + K \right) \\
 &= -\left(D \frac{\partial\theta}{\partial z} + K \right)
 \end{aligned} \tag{4.1.11}$$

donde D es la difusividad del agua en el suelo $K(d\psi/d\theta)$, la cual tiene dimensiones de $[L^2/T]$. Sustituyendo este resultado en la ecuación de continuidad (4.1.6) se obtiene

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial\theta}{\partial z} + K \right) \tag{4.1.12}$$

la cual es una forma unidimensional de la *ecuación de Richards*, que es la que rige el flujo no saturado no permanente en un medio poroso, presentada por primera vez por Richards (1931).

Cálculo del campo de flujo de humedad en el suelo

El flujo de humedad a través del suelo puede calcularse usando la ecuación (4.1.8) dadas unas medidas de la cabeza de succión del suelo ψ a diferentes profundidades

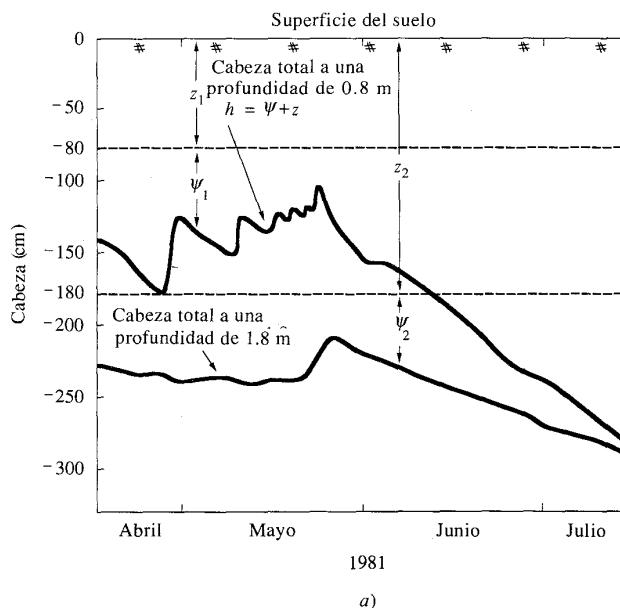


FIGURA 4.5.1a)

Perfiles de cabeza total de humedad del suelo a través del tiempo en Deep Dean, Sussex, Inglaterra. (Fuente: Research Report 1981-84, Institute of Hydrology, Wallingford, Inglaterra, figura 36, p. 33, 1984. Utilizada con autorización).

z y conociéndose la relación entre la conductividad hidráulica K y ψ . La figura 4.1.5a) muestra los perfiles de cabezas de humedad de suelo a través del tiempo medidos con tensiómetros a 0.8 y 1.8 m de profundidad de un suelo en Deep Dean, Sussex, Inglaterra. La cabeza total h se calcula sumando la cabeza de succión ψ medida y la profundidad z a la cual se hizo esta medición. Estas últimas son negativas: z porque se toma como positiva hacia arriba con 0 en la superficie del suelo y ψ porque es una fuerza de succión que se opone al flujo de humedad hacia afuera del lugar.

Ejemplo 4.1.1 Calcule el campo de flujo de humedad del suelo q (cm/día) entre las profundidades de 0.8 y 1.8 m en el suelo de Deep Dean. La información de cabeza total para estas profundidades se da en intervalos de tiempo semanales en las columnas 2 y 3 de la tabla 4.1.1. Para este suelo la relación entre la conductividad hidráulica y la cabeza de succión del suelo es $K = 250(-\psi)^{-2.11}$, donde K está dado en centímetros por día y ψ en centímetros.

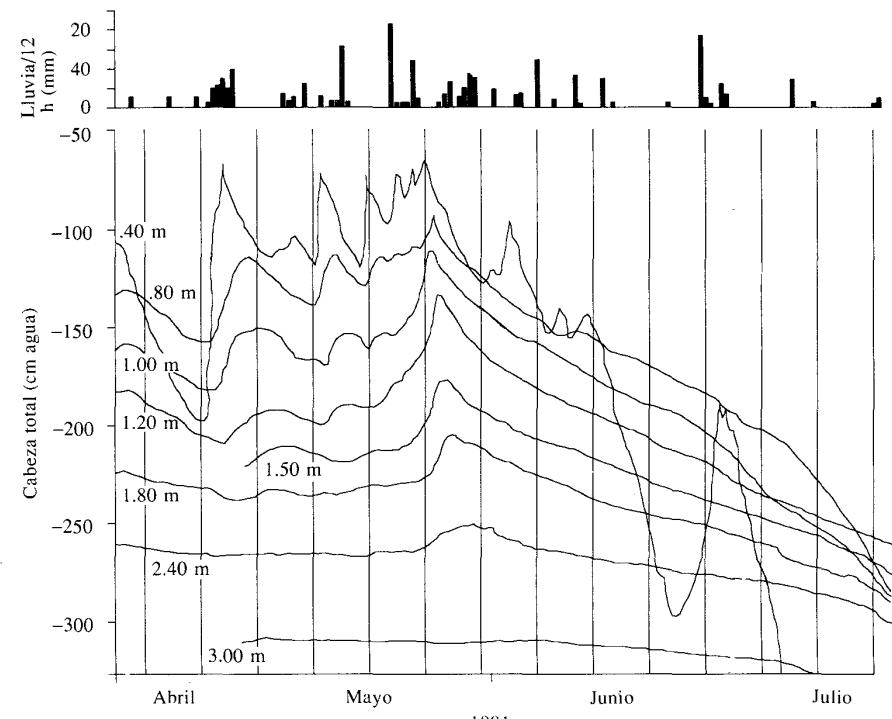


FIGURA 4.5.1b)

Variación a través del tiempo de la cabeza total de agua en el suelo h a varias profundidades en un suelo de margarita en Deep Dean, Sussex, Inglaterra. La infiltración de lluvia reduce la succión del suelo la cual se incrementa nuevamente a medida que la evapotranspiración seca el suelo. La cabeza de succión del suelo es la diferencia entre la cabeza total y el valor que se muestra en cada línea. (Fuente: Research Report 1981-84, Institute of Hydrology, Wallingford, Inglaterra, figura 36, p. 33, 1984. Utilizada con autorización).

Solución. La ecuación (4.1.8) se reescribe para un campo de flujo promedio q_{12} entre los puntos de medición 1 y 2 como

$$q_{12} = -K \frac{h_1 - h_2}{z_1 - z_2}$$

En este caso, el punto de medición 1 se localiza a 0.8 m y el punto de medición 2 a 1.8 m, luego $z_1 = -80$ cm, $z_2 = -180$ cm y $z_1 - z_2 = -80 - (-180) = 100$ cm. La cabeza de succión para cada profundidad es $\psi = h - z$. Por ejemplo, para la semana 1 a 0.8 m, $h_1 = -145$, luego $\psi_1 = h_1 - z_1 = -145 - (-80) = -65$ cm y $\psi_2 = -230 - (-180) = -50$ cm, tal como se muestra en las columnas 4 y 5 de la tabla. La conductividad hidráulica K varía con ψ , por tanto se utiliza el valor correspondiente al promedio de los valores de ψ a 0.8 y 1.8 m. Para la semana 1, la cabeza de succión promedio es $\psi_{\text{med}} = [(-50) + (-65)]/2 = -57.5$ cm; y la correspondiente conductividad hidráulica es $K = 250(-\psi_{\text{med}})^{-2.11} = 250(57.5)^{-2.11} = 0.0484$ cm/día, tal como se muestra en la columna 6. La diferencia de cabeza es $h_1 - h_2 = (-145) - (-230) = 85$ cm. El campo de flujo de humedad en el suelo para la semana 1 entre 0.8 y 1.8 m es

$$\begin{aligned} q &= -K \frac{h_1 - h_2}{z_1 - z_2} \\ &= -0.0484 \frac{85}{100} \\ &= -0.0412 \text{ cm/día} \end{aligned}$$

TABLA 4.1.1
Cálculo del campo de flujo de humedad en el suelo entre los 0.8 y los 1.8 m de profundidad en Deep Dean (véase el ejemplo 4.1.1)

Columna: 1	2 Cabeza total h_1 a 0.8 m (cm)	3 Cabeza total h_2 a 1.8 m (cm)	4 Cabeza de succión ψ_1 a 0.8 m ψ_2 a 1.8 m (cm)	5 Succión (cm)	6 Conductividad hidráulica no saturada K (cm/día)	7 Diferencia de cabeza $h_1 - h_2$ (cm)	8 Campo de flujo de humedad q (cm/día)
Semana							
1	-145	-230	-65	-50	0.0484	85	-0.0412
2	-165	-235	-85	-55	0.0320	70	-0.0224
3	-130	-240	-50	-60	0.0532	110	-0.0585
4	-140	-240	-60	-60	0.0443	100	-0.0443
5	-125	-240	-45	-60	0.0587	115	-0.0675
6	-105	-230	-25	-50	0.1193	125	-0.1492
7	-135	-215	-55	-35	0.0812	80	-0.0650
8	-150	-230	-70	-50	0.0443	80	-0.0354
9	-165	-240	-85	-60	0.0297	75	-0.0223
10	-190	-245	-110	-65	0.0200	55	-0.0110
11	-220	-255	-140	-75	0.0129	35	-0.0045
12	-230	-265	-150	-85	0.0107	35	-0.0038
13	-255	-275	-175	-95	0.0080	20	-0.0016
14	-280	-285	-200	-105	0.0062	5	-0.0003

tal como se muestra en la columna 8. El campo de flujo es negativo debido a que la humedad fluye hacia abajo.

El campo de flujo de Darcy tiene dimensiones de [L/T] porque es un flujo por unidad de área de un medio poroso. Si el campo de flujo pasa a través de un plano horizontal de área $A = 1 \text{ m}^2$, entonces la tasa de flujo volumétrico en la semana 1 es

$$\begin{aligned} Q &= qA \\ &= -0.0412 \text{ cm/día} \times 1 \text{ m}^2 \\ &= -4.12 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{día} \\ &= -0.412 \text{ litros/día} (-0.11 \text{ gal/día}) \end{aligned}$$

En la tabla 4.1.1 se muestra el campo de flujo q que se calcula para todos los períodos. Los valores calculados de q , K y $h_1 - h_2$ están representados gráficamente en la figura 4.1.6. En todos los casos la cabeza en 0.8 m es mayor que la cabeza en 1.8 m, por tanto en este ejemplo la humedad siempre se mueve hacia abajo entre estas dos profundidades. Se puede observar que el campo de flujo alcanza un máximo en la semana 6 y disminuye después, debido a que tanto la diferencia de cabeza como la conductividad hidráulica disminuyen a medida que el suelo se seca. La figura muestra la forma tan importante como la variabilidad de la conductividad hidráulica no saturada K afecta el campo de flujo de humedad q . A medida que el suelo se humedece, su conductividad hidráulica se incrementa, debido a que existen más trayectorias continuas llenas de fluido a través de las cuales el flujo se puede mover.

La imagen completa de lluvia en el suelo de Deep Dean y la cabeza de humedad de suelo para varias profundidades se muestran en la figura 4.1.5 b). Las lluvias durante abril y mayo fluyen hacia abajo en el suelo, reduciendo la cabeza de succión de éste, pero luego el suelo se seca debido a la evapotranspiración, lo cual causa que la cabeza de succión del suelo se vuelva a incrementar. El perfil de cabeza en la menor profundidad (0.4 m) muestra la mayor variabilidad, y el hecho de que dicha cabeza cae por debajo del perfil de 0.8 m desde el principio de junio hacia adelante muestra que durante este periodo la humedad de suelo fluye hacia arriba entre estas dos profundidades con el fin de suministrar humedad para la evapotranspiración (Wellings, 1984).

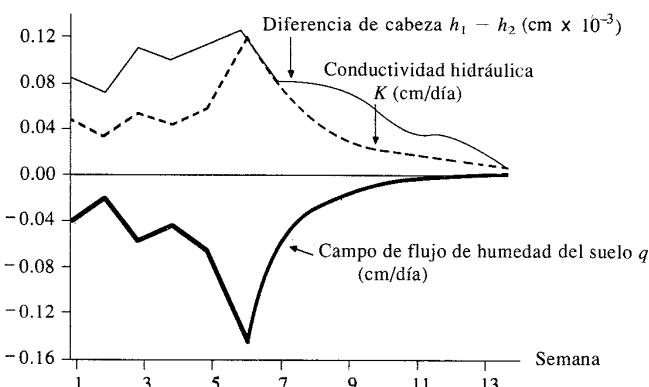


FIGURA 4.1.6
Cálculo del campo de flujo de humedad en el suelo de Deep Dean (ejemplo 4.1.1).

4.2 INFILTRACIÓN

La infiltración es el proceso mediante el cual el agua penetra desde la superficie del terreno hacia el suelo. Muchos factores influyen en la tasa de infiltración, incluyendo la condición de la superficie del suelo y su cubierta vegetal, las propiedades del suelo, tales como la porosidad y la conductividad hidráulica, y el contenido de humedad presente en el suelo. Estratos de suelos con propiedades físicas diferentes pueden superponerse unos sobre otros formando *horizontes*; por ejemplo, un suelo limoso con una conductividad hidráulica relativamente alta puede estar superpuesto sobre una zona de arcilla de baja conductividad. Los suelos también presentan una gran variabilidad espacial aun dentro de pequeñas áreas, como en un sembrado. Como resultado de estas grandes variaciones espaciales y de las variaciones temporales de las propiedades del suelo que ocurren a medida que cambia el contenido de humedad de éste, la infiltración es un proceso muy complejo que puede describirse mediante ecuaciones matemáticas solamente en forma aproximada.

La distribución de humedad dentro del perfil de suelo durante el movimiento hacia abajo del agua se ilustra en la figura 4.2.1. Existen cuatro zonas de humedad: una *zona saturada* cerca de la superficie, una *zona de transmisión* de flujo no saturado y contenido de humedad aproximadamente uniforme, una *zona de mojado* en la cual la humedad decrece con la profundidad y un *frente de mojado* en el cual el cambio de contenido de la humedad con la profundidad es tan grande que da la apariencia de una discontinuidad aguda entre el suelo mojado arriba y el suelo seco debajo. Dependiendo de la cantidad de infiltración y de las propiedades físicas del suelo, el frente de mojado puede penetrar en el suelo desde unas pocas pulgadas hasta varios pies (Hillel, 1980).

La *tasa de infiltración* f , que se expresa en pulgadas por hora o centímetros por hora, es la tasa a la cual el agua entra al suelo en la superficie. Si el agua se encarga en la superficie, la infiltración ocurre a la *tasa de infiltración potencial*. Si la tasa de suministro de agua en la superficie, por ejemplo por lluvia, es menor que la tasa de infiltración potencial, entonces la tasa de infiltración real también será menor que la tasa potencial. La mayor parte de las ecuaciones de infiltración describen la tasa potencial. La *infiltración acumulada* F es la profundidad acumulada de agua infiltrada dentro de un periodo dado y es igual a la integral de la tasa de infiltración en ese periodo:

$$F(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \quad (4.2.1)$$

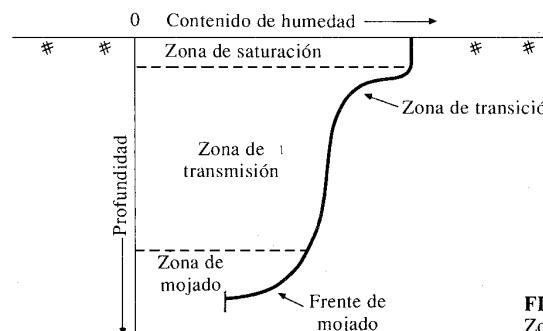


FIGURA 4.2.1
Zonas de humedad durante la infiltración.

donde τ es una variable auxiliar de tiempo en la integración. A la inversa, la tasa de infiltración es la derivada temporal de la infiltración acumulada:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad (4.2.2)$$

Ecuación de Horton

Una de las primeras ecuaciones de infiltración fue desarrollada por Horton (1933, 1939), quien observó que la infiltración empieza en alguna tasa f_0 y decrece exponencialmente hasta que alcanza una tasa constante f_c (véase la figura 4.2.2):

$$f(t) = f_c + (f_0 - f_c)e^{-kt} \quad (4.2.3)$$

donde k es la constante de decaimiento que tiene dimensiones de $[T^{-1}]$. Eagleson (1970) y Raudkivi (1979) demostraron que la ecuación de Horton puede derivarse de la ecuación de Richards (4.1.12) al suponer que K y D son constantes independientes del contenido de humedad del suelo. Bajo estas condiciones (4.1.12) se reduce a

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (4.2.4)$$

la cual es la forma estándar de una ecuación de difusión que puede resolverse para calcular el contenido de humedad θ como función del tiempo y la profundidad. La ecuación de Horton se encuentra al calcular la tasa de difusión de humedad $D(\partial \theta / \partial z)$ en la superficie del suelo.

Ecuación de Philip

Philip (1957, 1969) resolvió la ecuación de Richards bajo unas condiciones menos restrictivas suponiendo que K y D podían variar con el contenido de humedad θ . Philip empleó la transformación de Boltzmann $B(\theta) = zt^{1/2}$ para convertir (4.1.12)

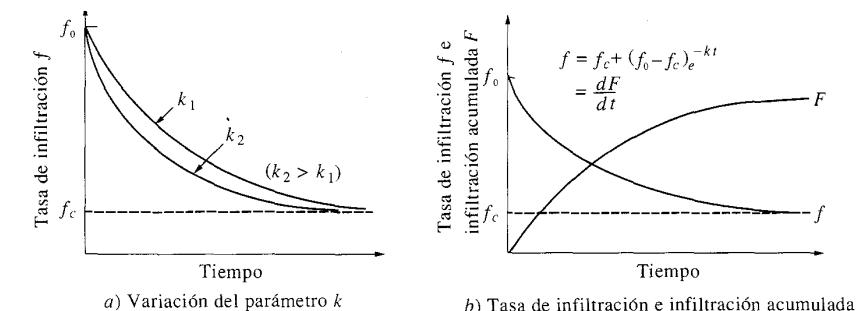


FIGURA 4.2.2
Infiltración mediante la ecuación de Horton.

en una ecuación diferencial ordinaria para B , y resolvió esta ecuación mediante una serie infinita que describía la infiltración acumulada $F(t)$, que se aproximaba por

$$F(t) = St^{1/2} + Kt \quad (4.2.5)$$

donde S es un parámetro denominado adsorción, el cual es una función del potencial de succión del suelo, y K es la conductividad hidráulica.

Por diferenciación

$$f(t) = \frac{1}{2}St^{-1/2} + K \quad (4.2.6)$$

A medida que $t \rightarrow \infty$, $f(t)$ tiende a K . Los dos términos de la ecuación de Philip representan los efectos de la cabeza de succión del suelo y de la cabeza gravitacional, respectivamente. Para una columna de suelo horizontal, la succión del suelo es la única fuerza que mueve el agua hacia la columna, y la ecuación de Philip se reduce a $F(t) = St^{1/2}$.

Ejemplo 4.2.1 Un pequeño tubo con sección transversal de 40 cm^2 de área se llena con material del suelo y se coloca horizontalmente. El extremo abierto del tubo se satura y después de 15 minutos, 100 cm^3 de agua se han infiltrado dentro de éste. Si la conductividad hidráulica saturada del suelo es 0.4 cm/h , determine cuánta infiltración hubiera ocurrido en 30 minutos si la columna de suelo se hubiera colocado hacia arriba con su superficie superior saturada.

Solución. La profundidad de infiltración acumulada en la columna horizontal es $F = 100 \text{ cm}^3/40 \text{ cm}^2 = 2.5 \text{ cm}$. Para infiltración horizontal, la infiltración acumulada es función de la succión del suelo únicamente, luego después de $t = 15 \text{ min} = 0.25 \text{ h}$,

$$F(t) = St^{1/2}$$

y

$$2.5 = S(0.25)^{1/2}$$

$$S = 5 \text{ cm} \cdot \text{h}^{-1/2}$$

Para infiltración hacia abajo en una columna vertical (4.2.5) se utiliza con $K = 0.4 \text{ cm/h}$. Luego, con $t = 30 \text{ min} = 0.5 \text{ h}$,

$$\begin{aligned} F(t) &= St^{1/2} + Kt \\ &= 5(0.5)^{1/2} + 0.4(0.5) \\ &= 3.74 \text{ cm} \end{aligned}$$

4.3 MÉTODO DE GREEN-AMPT

En la sección previa, las ecuaciones de infiltración se desarrollaron de soluciones aproximadas de la ecuación de Richards. Una aproximación alternativa es desarrollar una teoría física más aproximada que tenga una solución analítica exacta. Green y Ampt (1911) propusieron el esquema simplificado para infiltración que se muestra en la figura 4.3.1. El frente de mojado es una frontera brusca que divide el suelo

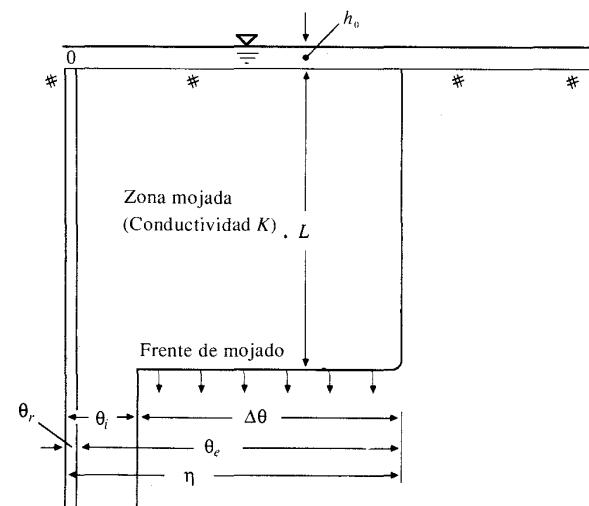


FIGURA 4.3.1

VARIABLES EN EL MODELO DE INFILTRACIÓN DE GREEN-AMPT. EL EJE VERTICAL ES LA DISTANCIA DESDE LA SUPERFICIE DEL SUELO, EL EJE HORIZONTAL ES EL CONTENIDO DE HUMEDAD EN EL SUELO.

con contenido de humedad θ_i debajo del suelo saturado con contenido de humedad η arriba. El frente de mojado ha penetrado hasta una profundidad L desde el momento t en que la infiltración empieza. El agua se encharca en la superficie hasta una pequeña profundidad h_0 .

Continuidad

Considérese una columna vertical de suelo de sección transversal horizontal de área unitaria (véase la figura 4.3.2) y un volumen de control definido alrededor del suelo mojado entre la superficie y la profundidad L . Si el suelo tenía un contenido de humedad inicial θ_i a través de toda su longitud, el contenido de humedad se incrementará desde θ_i hasta η (la porosidad) a medida que el frente de mojado pasa. El contenido de humedad θ es la relación entre el volumen de agua y el volumen total dentro de la superficie de control, luego el incremento de agua almacenada dentro del volumen de control como resultado de la infiltración es $L(\eta - \theta_i)$ para una sección transversal unitaria. Por definición, esta cantidad es igual a F , la profundidad acumulada de agua infiltrada en el suelo. Luego

$$\begin{aligned} F(t) &= L(\eta - \theta_i) \\ &= L\Delta\theta \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

donde $\Delta\theta = \eta - \theta_i$

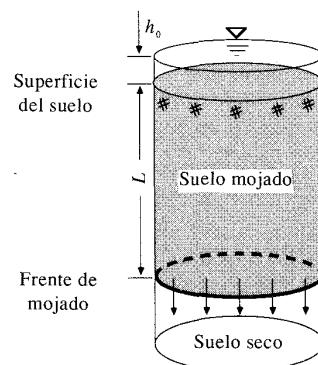


FIGURA 4.3.2
Infiltración en una columna de suelo de área transversal unitaria para el modelo de Green-Ampt.

Momentum

La ley de Darcy puede expresarse como

$$q = -K \frac{\partial h}{\partial z} \quad (4.3.2)$$

En este caso el campo de flujo de Darcy q es constante a través de toda la profundidad y es igual a $-f$, debido a que q es positivo hacia arriba mientras f es positivo hacia abajo. Si los puntos 1 y 2 se localizan, respectivamente, en la superficie del terreno y justo en el lado seco del frente de mojado, (4.3.2) puede aproximarse por

$$f = K \left[\frac{h_1 - h_2}{z_1 - z_2} \right] \quad (4.3.3)$$

La cabeza h_1 en la superficie es igual a la profundidad de encharcamiento h_0 . La cabeza h_2 , en el suelo seco por debajo del frente de mojado, es igual a $-\psi - L$. Luego la ley de Darcy para este sistema se escribe

$$\begin{aligned} f &= K \left[\frac{h_0 - (-\psi - L)}{L} \right] \\ &\approx K \left[\frac{\psi + L}{L} \right] \end{aligned} \quad (4.3.4)$$

si la profundidad de encharcamiento h_0 es muy pequeña comparada con ψ y L . Esta suposición usualmente es apropiada para problemas de hidrología de aguas superficiales, debido a que se supone que el agua encharcada se vuelve escorrentía superficial. Más adelante se mostrará cómo tener en cuenta h_0 si no es despreciable.

De (4.3.1) la profundidad del frente de mojado es $L = F/\Delta\theta$, y suponiendo $h_0 = 0$, la sustitución en (4.3.4) da

$$f = K \left[\frac{\psi \Delta\theta + F}{F} \right] \quad (4.3.5)$$

Como $f = dF/dt$, (4.3.5) puede expresarse como una ecuación diferencial con una incógnita F :

$$\frac{dF}{dt} = K \left[\frac{\psi \Delta\theta + F}{F} \right]$$

Para calcular F , se hace producto cruzado para obtener

$$\left[\frac{F}{F + \psi \Delta\theta} \right] dF = K dt$$

luego se divide el lado izquierdo en dos partes

$$\left[\left(\frac{F + \psi \Delta\theta}{F + \psi \Delta\theta} \right) - \left(\frac{\psi \Delta\theta}{F + \psi \Delta\theta} \right) \right] dF = K dt$$

y se integra

$$\int_0^{F(t)} \left(1 - \frac{\psi \Delta\theta}{F + \psi \Delta\theta} \right) dF = \int_0^t K dt$$

para obtener

$$F(t) - \psi \Delta\theta \left[\ln [F(t) + \psi \Delta\theta] - \ln (\psi \Delta\theta) \right] = Kt$$

o

$$F(t) - \psi \Delta\theta \ln \left(1 + \frac{F(t)}{\psi \Delta\theta} \right) = Kt \quad (4.3.6)$$

Esta última es la *ecuación de Green-Ampt* para infiltración acumulada. Una vez que F ha sido calculada en la ecuación (4.3.6), la tasa de infiltración f puede obtenerse de (4.3.5) o

$$f(t) = K \left(\frac{\psi \Delta\theta}{F(t)} + 1 \right) \quad (4.3.7)$$

En el caso cuando la profundidad de encharcamiento h_0 no es despreciable, el valor de $\psi - h_0$ se sustituye por ψ en (4.3.6) y (4.3.7).

La ecuación (4.3.6) es no lineal para F . Puede resolverse mediante el *método de sustituciones sucesivas* reordenando (4.3.6) para obtener

$$F(t) = Kt + \psi \Delta\theta \ln \left(1 + \frac{F(t)}{\psi \Delta\theta} \right) \quad (4.3.8)$$

Dados K , t , ψ y $\Delta\theta$, se sustituye un valor de prueba para F en la parte derecha de la ecuación (un buen valor de prueba es $F = Kt$), para calcular un nuevo valor de F en la parte izquierda, el cual se sustituye como valor de prueba en la parte derecha de la ecuación, y así sucesivamente hasta que los valores calculados de F converjan a

una constante. El valor final de la infiltración acumulada F se sustituye en (4.3.7) para determinar la correspondiente tasa de infiltración potencial f .

La ecuación (4.3.6) también puede resolverse mediante el *método de iteración de Newton*, que es más complicado que el método de las sustituciones sucesivas pero converge en menos iteraciones. El método de iteración de Newton se explica en la sección 5.6.

Parámetros de Green-Ampt

La aplicación del modelo de Green-Ampt requiere estimaciones de la conductividad hidráulica K , de la porosidad η y de la cabeza de succión de suelo en el frente de mojado ψ . La variación de la cabeza de succión y de la conductividad hidráulica con el contenido de humedad θ fue estudiada por Brooks y Corey (1964). Ellos concluyeron, después de probar en el laboratorio muchos suelos, que ψ puede expresarse como una función logarítmica de una *saturación efectiva* S_e (véase la figura 4.3.3). Si se denomina como θ_r el contenido residual de humedad de suelo después de que se ha drenado completamente, la saturación efectiva es la relación entre la humedad disponible $\theta - \theta_r$ y el máximo contenido de humedad posible $\eta - \theta_r$:

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\eta - \theta_r} \quad (4.3.9)$$

donde $\eta - \theta_r$ es la *porosidad efectiva* θ_e .

La saturación efectiva está contenida en el rango $0 \leq S_e \leq 1.0$ siempre que $\theta_r \leq \theta \leq \eta$. Para la condición inicial, cuando $\theta = \theta_i$, el producto cruzado en (4.3.9) resulta

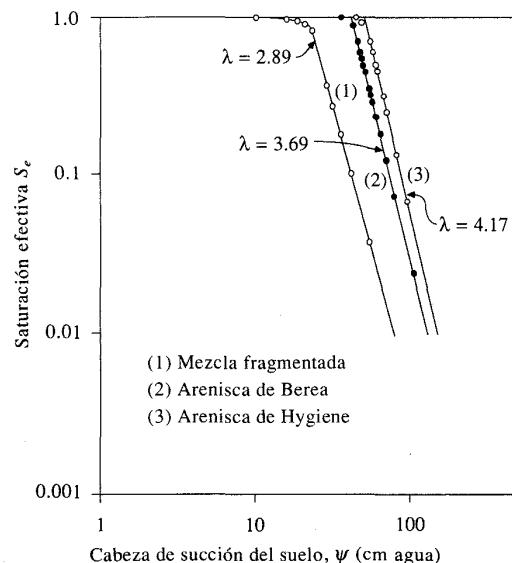


FIGURA 4.3.3
Relación de Brooks-Corey entre la cabeza de succión del suelo y la saturación efectiva. (Fuente: Brooks y Corey, 1964, figura 2, p. 5. Utilizada con autorización).

TABLA 4.3.1
Parámetros de infiltración de Green-Ampt para varias clases de suelos

Clase de suelo	Porosidad η	Porosidad efectiva θ_e	Cabeza de succión del suelo en el frente de mojado ψ (cm)	Conductividad hidráulica K (cm/h)
Arena	0.437 (0.374–0.500)	0.417 (0.354–0.480)	4.95 (0.97–25.36)	11.78
Arena margosa	0.437 (0.363–0.506)	0.401 (0.329–0.473)	6.13 (1.35–27.94)	2.99
Marga arenosa	0.453 (0.351–0.555)	0.412 (0.283–0.541)	11.01 (2.67–45.47)	1.09
Marga	0.463 (0.375–0.551)	0.434 (0.334–0.534)	8.89 (1.33–59.38)	0.34
Marga limosa	0.501 (0.420–0.582)	0.486 (0.394–0.578)	16.68 (2.92–95.39)	0.65
Marga arenarcillosa	0.398 (0.332–0.464)	0.330 (0.235–0.425)	21.85 (4.42–108.0)	0.15
Marga arcillosa	0.464 (0.409–0.519)	0.309 (0.279–0.501)	20.88 (4.79–91.10)	0.10
Marga limo-arcillosa	0.471 (0.418–0.524)	0.432 (0.347–0.517)	27.30 (5.67–131.50)	0.10
Arcilla arenosa	0.430 (0.370–0.490)	0.321 (0.207–0.435)	23.90 (4.08–140.2)	0.06
Arcilla limosa	0.479 (0.425–0.533)	0.423 (0.334–0.512)	29.22 (6.13–139.4)	0.05
Arcilla	0.475 (0.427–0.523)	0.385 (0.269–0.501)	31.63 (6.39–156.5)	0.03

Los números entre paréntesis debajo de cada parámetro son una desviación estándar alrededor del valor del parámetro dado. Fuente: Rawls, Brakensiek y Miller, 1983.

ta en $\theta_i - \theta_r = S_e \theta_e$ y el cambio en el contenido de humedad cuando pasa el frente de mojado es $\Delta\theta = \eta - \theta_i = \eta - (S_e \theta_e + \theta_r)$; por consiguiente

$$\Delta\theta = (1 - S_e)\theta_e \quad (4.3.10)$$

La relación logarítmica que se muestra en la figura 4.3.3 puede expresarse mediante la *ecuación de Brooks-Corey*

$$S_e = \left[\frac{\psi_b}{\psi} \right]^\lambda \quad (4.3.11)$$

en la cual ψ_b y λ son constantes que se obtienen mediante el secado de suelo por etapas, midiendo los valores de S_e y ψ en cada una de estas etapas y ajustando (4.3.11) a los resultados encontrados.

Bouwer (1966) también estudió la variación de la conductividad hidráulica con el contenido de humedad y concluyó que la conductividad hidráulica efectiva para un flujo no saturado es aproximadamente la mitad del valor correspondiente al flujo saturado.

Brakensiek, Engleman y Rawls (1981) presentaron un método para determinar los parámetros de Green-Ampt utilizando la ecuación de Brooks-Corey. Rawls, Brakensiek y Miller (1983) usaron este método para analizar aproximadamente 5,000 horizontes de suelo en los Estados Unidos y determinaron valores promedio de los parámetros de Green-Ampt η , θ_e , ψ y K para diferentes clases de suelo, tal como se muestra en la tabla 4.3.1. A medida que el suelo se vuelve más fino cuando pasa de arena a arcilla, la cabeza de succión de suelo del frente de mojado se incrementa mientras que la conductividad hidráulica decrece. La tabla 4.3.1 también muestra los rangos típicos para η , θ_e y ψ . Estos rangos no son muy grandes para η y θ_e , pero ψ puede variar en un amplio rango para un suelo dado. Tal como se demuestra en el ejemplo 4.1.1, K varía junto con ψ , luego los valores dados en tabla 4.3.1 para ψ y K deben considerarse como valores típicos que pueden mostrar un considerable rango de variabilidad en la práctica (American Society of Agricultural Engineers, 1983; Devaurs y Gifford, 1986).

Modelo de Green-Ampt de dos capas

Considérese un suelo con dos capas, tal como se muestra en la figura 4.3.4. La capa superior tiene un espesor H_1 y unos parámetros K_1 , ψ_1 , $\Delta\theta_1$ de Green-Ampt, y la capa inferior tiene un espesor H_2 y parámetros K_2 , ψ_2 y $\Delta\theta_2$. El agua se encuentra encharcada en la superficie y el frente de mojado ha penetrado a través de la capa superior a lo largo de una distancia L_2 en la capa inferior ($L_2 < H_2$). Se requiere que $K_1 > K_2$ para que la capa superior permanezca saturada mientras el agua se infiltra en la capa inferior. Utilizando un método similar al descrito previamente para suelos en una sola capa, puede demostrarse que la tasa de infiltración está dada por

$$f = \frac{K_1 K_2}{H_1 K_2 + L_2 K_1} (\psi_2 + H_1 + L_2) \quad (4.3.12)$$

y que la infiltración acumulada está dada por

$$F = H_1 \Delta\theta_1 + L_2 \Delta\theta_2 \quad (4.3.13)$$

Combinando las ecuaciones (4.3.12) y (4.3.13) en una ecuación diferencial para L_2 e integrando, se llega a

$$L_2 \frac{\Delta\theta_2}{K_2} + \frac{1}{K_1 K_2} [\Delta\theta_2 H_1 K_2 - \Delta\theta_2 K_1 (\psi_2 + H_1)] \ln \left[1 + \frac{L_2}{\psi_2 + H_1} \right] = t \quad (4.3.14)$$

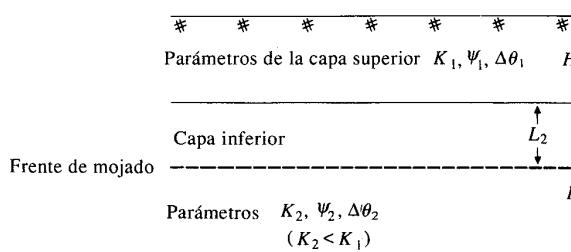


FIGURA 4.3.4
Parámetros en un modelo de dos capas de Green-Ampt.

con la cual la infiltración acumulada y la tasa de infiltración pueden determinarse. Este análisis se emplea cuando una capa superior de suelo más permeable se superpone a una capa inferior menos permeable. Las ecuaciones normales de Green-Ampt se utilizan mientras el frente de mojado está en la capa superior; (4.3.12) a (4.3.14) se utilizan una vez que el frente de mojado entra en la capa inferior.

Ejemplo 4.3.1 Calcule la tasa de infiltración f y la infiltración acumulada F después de una hora de infiltración en un suelo limoso de marga que inicialmente tenía una saturación efectiva del 30%. Suponga que el agua se encuentra encharcada en la superficie con una profundidad pequeña pero despreciable.

Solución. De la tabla 4.3.1, para un suelo limoso de marga $\theta_e = 0.486$, $\psi = 16.7$ cm y $K = 0.65$ cm/h. La saturación efectiva inicial es $S_e = 0.3$, luego en (4.3.10)

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= (1 - s_e)\theta_e \\ &= (1 - 0.3)(0.486) \\ &= 0.340\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\psi\Delta\theta &= 16.7 \times 0.340 \\ &= 5.68 \text{ cm}\end{aligned}$$

La infiltración acumulada en $t = 1$ h se calcula empleando el método de las sustituciones sucesivas en la ecuación (4.3.8). Inicialmente se toma un valor de prueba de $F(t) = Kt = 0.65$ cm, y luego se calcula

$$\begin{aligned}F(t) &= Kt + \psi\Delta\theta \ln \left(1 + \frac{F(t)}{\psi\Delta\theta} \right) \\ &= 0.65 \times 1 + 5.68 \ln \left(1 + \frac{0.65}{5.68} \right) \\ &= 1.27 \text{ cm}\end{aligned}$$

Sustituyendo $F = 1.27$ en la parte derecha de (4.3.8) se obtiene $F = 1.79$ cm, y después de un cierto número de iteraciones F converge a un valor constante de 3.17 cm. La tasa de infiltración después de una hora se calcula con la ecuación (4.3.7):

$$\begin{aligned}f &= K \left(\frac{\psi\Delta\theta}{F} + 1 \right) \\ &= 0.65 \left(\frac{5.68}{3.17} + 1 \right) \\ &= 1.81 \text{ cm/h}\end{aligned}$$

4.4 TIEMPO DE ENCHARCAMIENTO*

En las anteriores secciones se presentaron algunos métodos para calcular la tasa de infiltración en el suelo. Todos ellos utilizaron la suposición de que el agua se encharcaba con una profundidad pequeña en la superficie del suelo de tal manera que toda el agua que el suelo puede infiltrar se encuentra disponible en la superficie. Sin embargo, durante una lluvia, el agua se encharcará en la superficie solamente si la intensidad de la lluvia es mayor que la capacidad de infiltración del suelo. El *tiempo de encharcamiento* t_p es el lapso entre el inicio de la lluvia y el momento en que el agua se empieza a encharcar en la superficie del terreno.

Si la lluvia empieza en suelo seco, el perfil vertical de humedad en éste puede parecerse al que se muestra en la figura 4.4.1. Antes del tiempo de encharcamiento ($t < t_p$), la intensidad de la lluvia es menor que la tasa de infiltración potencial y la superficie del suelo permanece no saturada. El encharcamiento comienza cuando la intensidad de la lluvia excede la tasa potencial de infiltración. En ese momento ($t = t_p$) el suelo en la superficie se satura. A medida que la lluvia continúa ($t > t_p$), la zona saturada se extiende profundamente en el suelo y empieza la escorrentía superficial del agua encharcada. ¿Cómo pueden utilizarse las ecuaciones de infiltración previamente desarrolladas para describir esta situación?

Mein y Larson (1973) presentaron un método para determinar el tiempo de encharcamiento utilizando la infiltración en el suelo descrita por la ecuación de Green-Ampt para una intensidad de lluvia i que comienza en forma instantánea y continua indefinidamente. Existen tres principios involucrados en el proceso: 1) antes de que se llegue al tiempo de encharcamiento, toda la lluvia se infiltra; 2) la tasa de infiltración potencial f es una función de la infiltración acumulada F ; y 3) el encharcamiento ocurre cuando la tasa de infiltración potencial es menor o igual que la intensidad de la lluvia.

En la ecuación de Green-Ampt, la tasa de infiltración f y la infiltración acumulada F están relacionadas por

$$f = K \left(\frac{\psi \Delta \theta}{F} + 1 \right) \quad (4.4.1)$$

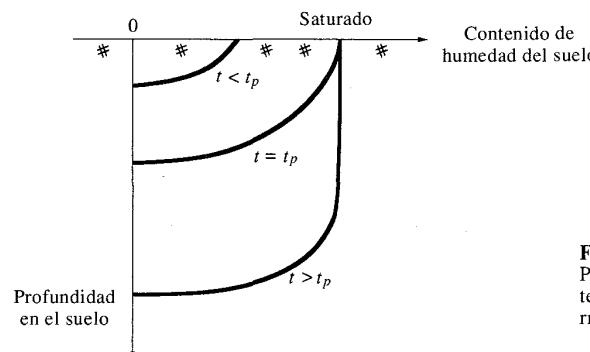


FIGURA 4.4.1
Perfiles de humedad del suelo antes, durante y después de que ocurre el encharcamiento.

* N. del T. *Ponding time*: Tiempo de encharcamiento. También se utiliza la expresión *tiempo de almacenamiento superficial*.

donde K es la conductividad hidráulica del suelo, ψ es la cabeza de presión capilar del frente de mojado y $\Delta\theta$ es la diferencia entre los contenidos de humedad del suelo inicial y final. Tal como se muestra en la figura 4.4.2, la infiltración acumulada en el tiempo de encharcamiento t_p está dada por $F_p = it_p$ y la tasa de infiltración por $f = i$; sustituyendo en la ecuación (4.4.1),

$$i = K \left(\frac{\psi \Delta \theta}{it_p} + 1 \right) \quad (4.4.2)$$

resolviendo,

$$t_p = \frac{K \psi \Delta \theta}{i(i - K)}$$

resulta el tiempo de encharcamiento bajo una intensidad constante de lluvia utilizando la ecuación de infiltración de Green-Ampt.

Ejemplo 4.4.1 Calcule el tiempo de encharcamiento y la profundidad de agua infiltrada hasta ese momento para un suelo limoso de marga con 30% de saturación efectiva inicial, sujeto a intensidades de lluvia de: a) 1 cm/hora y b) 5 cm/hora.

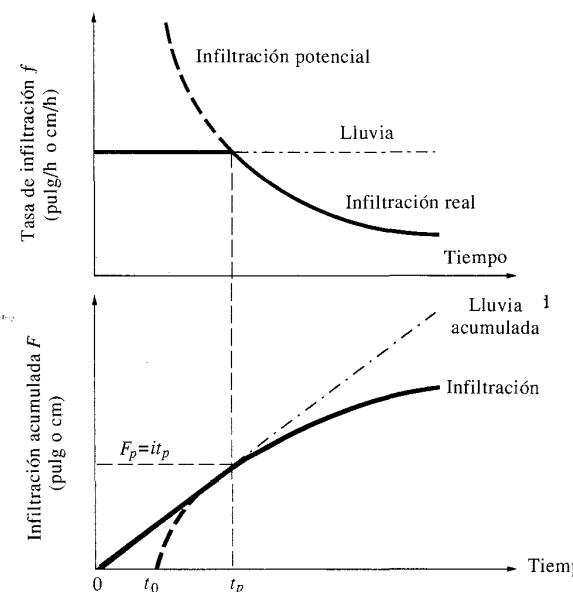


FIGURA 4.4.2
Tasa de infiltración e infiltración acumulada para encharcamiento bajo lluvia de intensidad constante.

Solución. Del ejemplo 4.3.1, para un suelo limoso de marga $\psi\Delta\theta = 5.68$ cm y $K = 0.65$ cm/h. El tiempo de encharcamiento está dado por (4.4.2):

$$t_p = \frac{K\psi\Delta\theta}{i(i - K)}$$

a) Para $i = 1$ cm/h,

$$\begin{aligned} t_p &= \frac{0.65 \times 5.68}{1.0(1.0 - 0.65)} \\ &= 10.5 \text{ h} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} F_p &= it_p \\ &= 1.0 \times 10.5 \\ &= 10.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

b) Para $i = 5$ cm/h,

$$\begin{aligned} t_p &= \frac{0.65 \times 5.68}{5(5 - 0.65)} \\ &= 0.17 \text{ h (10 min)} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} F_p &= it_p \\ &= 5.0 \times 0.17 \\ &= 0.85 \text{ cm} \end{aligned}$$

En ambos casos la tasa de infiltración f es igual a la intensidad de la lluvia i en el momento de encharcamiento.

Para obtener la tasa de infiltración real después del encharcamiento, se construye una curva de infiltración potencial empezando en el tiempo t_0 de tal manera que la infiltración acumulada y la tasa de infiltración en t_p sean iguales a las que se observan bajo una lluvia que empieza en el tiempo 0 (véanse las líneas punteadas en la figura 4.4.2). Sustituyendo $t = t_p - t_0$ y $F = F_p$ en la ecuación (4.3.6) resulta

$$F_p - \psi\Delta\theta \ln \left(1 + \frac{F_p}{\psi\Delta\theta} \right) = K(t_p - t_0) \quad (4.4.3)$$

Para $t > t_p$,

$$F - \psi\Delta\theta \ln \left(1 + \frac{F}{\psi\Delta\theta} \right) = K(t - t_0) \quad (4.4.4)$$

y restando (4.4.3) de (4.4.4),

$$F - F_p - \psi\Delta\theta \left[\ln \left(\frac{\psi\Delta\theta + F}{\psi\Delta\theta} \right) - \ln \left(\frac{\psi\Delta\theta + F_p}{\psi\Delta\theta} \right) \right] = K(t - t_p)$$

o

$$F - F_p - \psi\Delta\theta \ln \left(\frac{\psi\Delta\theta + F}{\psi\Delta\theta + F_p} \right) = K(t - t_p) \quad (4.4.5)$$

La ecuación (4.4.5) puede aplicarse para calcular la profundidad de infiltración después del encharcamiento, y luego (4.3.7) para obtener la tasa de infiltración f .

Ejemplo 4.4.2 Calcule la infiltración acumulada y la tasa de infiltración después de una hora de lluvia con intensidad de 5 cm/h en un suelo limoso de marga con una saturación efectiva inicial del 30%.

Solución. Del ejemplo 4.3.1, $\psi\Delta\theta = 5.68$ cm y $K = 0.65$ cm/h para este suelo, y del ejemplo 4.4.1, $t_p = 0.17$ h y $F_p = 0.85$ cm bajo una intensidad de lluvia de 5 cm/h. Para $t = 1.0$ h, la profundidad de infiltración está dada por (4.4.5):

$$\begin{aligned} F - F_p - \psi\Delta\theta \ln \left(\frac{\psi\Delta\theta + F}{\psi\Delta\theta + F_p} \right) &= K(t - t_p) \\ F - 0.85 - 5.68 \ln \left(\frac{5.68 + F}{5.68 + 0.85} \right) &= 0.65(1.0 - 0.17) \\ &= 0.54 \end{aligned}$$

F se obtiene utilizando el método de sustituciones sucesivas en la forma usada en el ejemplo 4.4.1, $t_p = 0.17$ h y $F_p = 0.85$ cm bajo una intensidad de lluvia de 5 cm/h. Para $t = 1.0$ h, la profundidad de infiltración está dada por (4.4.5):

$$\begin{aligned} f &= K \left(\frac{\psi\Delta\theta}{F} + 1 \right) \\ &= 0.65 \left(\frac{5.68}{3.02} + 1 \right) \\ &= 1.87 \text{ cm/h} \end{aligned}$$

Estos resultados pueden compararse con la infiltración acumulada de 3.17 cm que se obtuvo en el ejemplo 4.3.1 para infiltración bajo encharcamiento continuo. Se infiltró menos agua después de una hora bajo una lluvia de 5 cm/h porque el encharcamiento se demoró 10 minutos en ocurrir y la tasa de infiltración durante este periodo fue menor que su valor potencial.

En la tabla 4.4.1 se resumen las ecuaciones necesarias para calcular varias incógnitas para una lluvia de intensidad constante. Para cada uno de los tres métodos se da un conjunto de ecuaciones basadas en las ecuaciones de infiltración de Green-Ampt, Horton y Philip respectivamente. Las ecuaciones (1) y (2) son los métodos que se utilizan para calcular la infiltración bajo condiciones de encharcamiento. La ecuación (3) da el tiempo de encharcamiento bajo intensidad constante de lluvia y la ecuación (4) da el tiempo de origen equivalente t_0 , con el cual se pueden produ-

TABLA 4.4.1

Ecuaciones para calcular el tiempo de encharcamiento y la infiltración después que éste ocurre

Ecuación	Variable calculada	Ecuación de Green-Ampt	Ecuación de Horton	Ecuación de Philip
(1)	Tasa de infiltración potencial como una función del tiempo.	Resolver para F a partir de (2) luego usar (6)	$f = f_c + (f_0 - f_c)e^{-kt}$	$f = \frac{1}{2}St^{-1/2} + Kt$
(2)	Infiltación acumulada potencial como una función del tiempo.	$F - \psi \Delta\theta \ln \left(1 + \frac{F}{\psi \Delta\theta} \right) = Kt$	$F = f_c t + \frac{f_0 - f_c}{k} e^{-kt} (1 - e^{-kt})$	$F = St^{1/2} + Kt$
(3)	Tiempo de encharcamiento bajo lluvia de intensidad constante i	$t_p = \frac{K\psi \Delta\theta}{i(i - K)}$ $(i > K)$	$t_p = \frac{1}{ik} \left[f_0 - i + f_c \ln \left(\frac{f_0 - f_c}{i - f_c} \right) \right]$ $(f_c < i < f_0)$	$t_p = \frac{s^2(i - K/2)}{2(i - K)^2}$ $(i > K)$
(4)	Tiempo de origen equivalente para infiltración potencial después de encharcamiento	$t_0 = t_p - \frac{1}{K} [F_p - \psi \Delta\theta \ln \left(1 + \frac{\psi \Delta\theta}{F_p} \right)]$	$t_0 = t_p - \frac{1}{k} \ln \left(\frac{f_0 - f_c}{i - f_c} \right)$	$t_0 = t_p - \frac{1}{4K^2} \left(\sqrt{s^2 + 4KF_p} - s \right)^2$
(5)	Infiltación acumulada después de encharcamiento	$F - F_p - \psi \Delta\theta \ln \left(\frac{\psi \Delta\theta + F_p}{\psi \Delta\theta + F_p} \right) = K(t - t_p)$	Sustituir $(t - t_0)$ por t en (2)	Sustituir $(t - t_0)$ por t en (2)
(6)	Tasa de infiltración después de encharcamiento	$f = K(\frac{\psi \Delta\theta}{F_p} + 1)$	Sustituir $(t - t_0)$ por t en (1)	Sustituir $(t - t_0)$ por t en (1)

AGUA SUBSUPERFICIAL

cir, bajo condiciones de encharcamiento continuo, las mismas tasas de infiltración e infiltración acumulada que las observadas en el tiempo de encharcamiento. Después de que el encharcamiento ha ocurrido las funciones de infiltración pueden calcularse para las ecuaciones de Horton y Philip sustituyendo $t - t_0$ en las ecuaciones (1) y (2). Para la ecuación de Green-Ampt puede aplicarse el método ilustrado en el ejemplo 4.4.2. En la ecuación (4.4.2) bajo el método de Green-Ampt, el tiempo de encharcamiento t_p es positivo y finito solamente si $i > K$; no ocurrirá encharcamiento si la intensidad de lluvia es menor o igual que la conductividad hidráulica del suelo. La tabla 4.4.1 indica que la misma condición es válida para la ecuación de Philip, mientras que la ecuación de Horton requiere de $i > f_c$ para alcanzar el encharcamiento. Si en la ecuación de Horton $i > f_0$ el encharcamiento ocurre inmediatamente y $t_p = 0$.

La condición $i < K$ se mantiene para la mayoría de las precipitaciones en suelos muy permeables y para lluvias ligeras en suelos menos permeables. En tales casos, la escorrentía en cauces resulta de flujos subsuperficiales, especialmente desde áreas cercanas al cauce.

La determinación de los tiempos de encharcamiento bajo lluvia de intensidad variable puede efectuarse utilizando un método similar al de intensidad constante. La infiltración acumulada se calcula a partir de la lluvia como una función del tiempo. Con la infiltración acumulada puede calcularse una tasa de infiltración potencial mediante las ecuaciones de infiltración de Green-Ampt u otras. Siempre que la intensidad de la lluvia es mayor que la tasa de infiltración potencial, ocurre encharcamiento (Bouwer, 1978; Morel-Seytoux, 1981). Para los lugares en donde existan estimativos de una tasa de infiltración constante, pueden usarse estos estimativos como guía para decidir si el mecanismo primario en la producción de crecientes es el flujo superficial o el flujo subsuperficial (Pearce y McKerchar, 1979). Este tema se desarrolla en detalle en el capítulo 5.

REFERENCIAS

- American Society of Agricultural Engineers, Advances in infiltration, *Proc. Nat. Conf. on Advances in Infiltration*, Chicago, III., ASAE Publ. 11-83, St. Joseph, Mich., 1983.
- Bouwer, H., Rapid field measurement of air entry value and hydraulic conductivity of soil as significant parameters in flow system analysis, *Water Resour. Res.*, vol. 2, 729-738, 1966.
- Bouwer, H., Surface-subsurface water relations, Cap. 8 en *Groundwater Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1978.
- Brakensiek, D. L., R. L. Engleman, and W. J. Rawls, Variation within texture classes of soil water parameters, *Trans. Am. Soc. Agric. Eng.*, vol. 24, No. 2, pp. 335-339, 1981.
- Brooks, R. H., and A. T. Corey, Hydraulic properties of porous media, *Hydrology Papers*, No. 3, Colorado State Univ., Fort Collins, Colo., 1964.
- de Marsily, G., *Quantitative Hydrogeology*, Academic Press, Orlando, Fla., 1986.
- Devaurs, M., and G. F. Gifford, Applicability of the Green and Ampt infiltration equation to rangelands, *Water Resour. Bull.*, vol. 22, No. 1, pp. 19-27, 1986.
- Eagleson, P. S., *Dynamic Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1970.
- Freeze, R. A. and J. A. Cherry, *Groundwater*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1979.
- Green, W. H., and G. A. Ampt, Studies on soil physics, part I, the flow of air and water through soils, *J. Agric. Sci.*, vol. 4, No. 1, pp. 1-24, 1911.
- Hillel, D., *Applications of Soil Physics*, Academic Press, Orlando, Fla., 1980.
- Horton, R. E., The role of infiltration in the hydrologic cycle, *Trans. Am. Geophys. Union*, vol. 14, pp. 446-460, 1933.
- Horton, R. E., Analysis of runoff plat experiments with varying infiltration capacity, *Trans. Am.*

- Geophys. Union*, vol. 20, pp. 693-711, 1939.
- Mein, R. G., and C. L. Larson, Modeling infiltration during a steady rain, *Water Resour. Res.*, vol. 9, No. 2, pp. 384-394, 1973.
- Morel-Seytoux, H. J., Application of infiltration theory for the determination of the excess rainfall hyetograph, *Water Resour. Bull.*, vol. 17, No. 6, pp. 1012-1022, 1981.
- Pearce, A. J. y A. I. McKerchar, Upstream generation of storm runoff, *Physical Hydrology, New Zealand Experience*, ed. por D. L. Murray y P. Ackroyd, New Zealand Hydrological Society, Wellington, New Zealand, pp. 165-192, 1979.
- Philip, J. R., The theory of infiltration: 1. The infiltration equation and its solution, *Soil Sci.*, vol. 83, No. 5, pp. 345-357, 1957.
- Philip, J. R., Theory of infiltration, en *Advances in Hydroscience*, ed. por V. T. Chow, vol. 5 pp. 215-296, 1969.
- Raudkivi, A. J., *Hydrology*, Pergamon Press, Oxford, 1979.
- Rawls, W. J., and D. L. Brakensiek, and N. Miller, Green-Ampt infiltration parameters from soils data, *J. Hydraul. Div.*, Am. Soc. Civ. Eng., vol. 109 No. 1, pp. 62-70, 1983.
- Richards, L. A., Capillary conduction of liquids through porous mediums, *Physics*, vol. 1, pp. 318-333, 1931.
- Skaggs, R. W., Infiltration, Cap. 4 en *Hydrologic Modelling of Small Watersheds*, ed. por C. T. Haan, H. P. Johnson, and D. L. Brakensiek, Am. Soc. Agric. Eng. Mon. No. 5, St. Joseph, Mich., 1982.
- Terstriep, M. L. and J. B. Stall, The Illinois urban drainage area simulator, *ILLUDAS, Bull.*, 58, III. State Water Survey, Urbana, Ill., 1974.
- Wellings, S. R., Recharge of the Upper Chalk Aquifer at a site in Hampshire, England: 1. Water balance and unsaturated flow, *J. Hydrol.*, vol. 69, pp. 259-273, 1984.

PROBLEMAS

- 4.1.1** En la figura 4.1.5 b) se muestran los perfiles de cabeza de humedad del suelo h a través del tiempo, mediante líneas verticales a intervalos semanales. Calcule el campo de flujo de humedad del suelo q entre 0.8 y 1.0 m en intervalos semanales utilizando la relación $K = 250(-\psi)^{2.11}$, donde K es la conductividad hidráulica (cm/día) y ψ la cabeza de succión del suelo (cm).
- 4.1.2** Resuelva el problema 4.1.1 para el campo de flujo de humedad del suelo entre 1.0 y 1.2 m.
- 4.1.3** Tome cada par de perfiles sucesivos de cabeza de humedad del suelo en la figura 4.1.5b) (por ejemplo, los perfiles a 0.4 y 0.8 m, a 0.8 y 1.0 m,..., a 2.4 y 3.0 m). Utilice la relación $K = 250(-\psi)^{2.11}$ con K en cm/día y ψ en cm para calcular el campo de flujo de humedad del suelo entre cada par de niveles. Represente gráficamente los perfiles del campo de flujo de humedad del suelo y discuta cómo fluye la humedad en éste en relación con la lluvia y la evapotranspiración en la superficie.
- 4.1.4** Utilizando la información para la arcilla fina del suelo de Yolo que se mostró en la figura 4.1.4, calcule los valores de la difusividad de agua en el suelo $D = K(d\psi/d\theta)$, para $\theta = 0.1, 0.2, 0.3$ y 0.4 . Elabore una gráfica de D vs θ .
- 4.2.1** Suponga que los parámetros para la ecuación de Horton son $f_0 = 3.0$ pulg/h, $f_c = 0.53$ pulg/h y $k = 4.182 \text{ h}^{-1}$. Determine la tasa de infiltración y la infiltración acumulada después de 0, 0.5, 1.0, 1.5 y 2 h. Represéntelas gráficamente como funciones del tiempo. Dibuje una gráfica de la tasa de infiltración como función de la infiltración acumulada. Suponga condiciones de encharcamiento continuo.
- 4.2.2** Determine la profundidad de infiltración incremental entre 0.75 y 2.0 h para las mismas condiciones del problema 4.2.1.
- 4.2.3** Para la ecuación de Horton suponga $f_0 = 5 \text{ cm/h}$, $f = 1 \text{ cm/h}$ y $k = 2 \text{ h}^{-1}$. Determine la infiltración acumulada después de 0, 0.5, 1.0, 1.5 y 2 h. Represente gráficamente la tasa de infiltración y la infiltración acumulada como funciones del tiempo. Elabore una gráfica de la tasa de infiltración como función de la infiltración acumulada. Suponga condiciones de encharcamiento continuo.
- 4.2.4** La tasa de infiltración al principio de una tormenta era $f_0 = 4.0 \text{ pulg/h}$ y disminuyó a 0.5 pulg/h después de dos horas. Se infiltró un total de 1.7 pulg durante este tiempo.

- Determine el valor de k para la ecuación de Horton. Suponga condiciones de encharcamiento continuo.
- 4.2.5** Para las mismas condiciones del problema 4.2.4, determine el valor de k para la ecuación de Horton si un total de 1.2 pulg se infiltró durante el periodo de dos horas.
- 4.2.6** Suponga que los parámetros para la ecuación de Philip son adsorción $S = 5 \text{ cm} \cdot \text{h}^{-1/2}$ y $K = 0.4 \text{ cm/h}$. Determine la infiltración acumulada después de 0, 0.5, 1.0, 1.5 y 2.0 h. Represente gráficamente la tasa de infiltración y la infiltración acumulada como funciones del tiempo. Dibuje una gráfica de la tasa de infiltración como una función de la infiltración acumulada. Suponga condiciones de encharcamiento continuo.
- 4.2.7** La tasa de infiltración como función del tiempo para una marga limosa de Alexis es como sigue (Terstriep y Stall, 1974):

Tiempo (h)	0	0.07	0.16	0.27	0.43	0.67	1.10	2.53
Tasa de infiltración (pulg/h)	0.26	0.21	0.17	0.13	0.09	0.05	0.03	0.01

- Determine los mejores valores para los parámetros de la ecuación de Horton f_0 , f_c y k para describir la infiltración en la marga limosa de Alexis.
- 4.2.8** La infiltración en la arcilla fina de Yolo como función del tiempo, para una tasa de lluvia permanente de 0.5 cm/h, es como sigue (Skaggs, 1982):

Tiempo (h)	0	1.07	1.53	2.30	3.04	3.89	4.85	7.06
Infiltración acumulada (cm)	0	0.54	0.75	1.0	1.2	1.4	1.6	2.0
Tasa de infiltración (cm/h)	0.5	0.5	0.37	0.29	0.25	0.22	0.20	0.17

- Determine los parámetros para la ecuación de Horton f_0 , f_c y k . Suponga que el encharcamiento empieza en $t = 1.07$ h.
- 4.2.9** Determine los parámetros para la ecuación de Philip para la información de infiltración dada en el problema 4.2.8.
- 4.2.10** Los parámetros de la ecuación de Philip para un suelo arcilloso son $S = 45 \text{ cm} \cdot \text{h}^{-1/2}$ y $K = 10 \text{ cm/h}$. Determine la infiltración acumulada y la tasa de infiltración en incrementos de 0.5 horas durante un periodo de 3 horas. Grafíquelas como funciones del tiempo. Dibuje una gráfica de la tasa de infiltración como una función de la infiltración acumulada. Suponga condiciones de encharcamiento continuo.
- 4.2.11** Resuelva el problema 4.2.10 para un suelo arenoso con parámetros $S = 9.0 \text{ cm} \cdot \text{h}^{-1/2}$ y $K = 10 \text{ cm/h}$. Suponga condiciones de encharcamiento continuo.
- 4.3.1** Para un suelo de marga arenosa, calcule la tasa de infiltración (cm/h) y la profundidad de infiltración (cm) después de una hora si la saturación efectiva es inicialmente del 40%, utilizando el método de Green-Ampt. Suponga condiciones de encharcamiento continuo.
- 4.3.2** Para las mismas condiciones del problema 4.3.1, represente gráficamente la profundidad de infiltración acumulada F y la tasa de infiltración f vs. tiempo t para las primeras tres horas de infiltración utilizando intervalos de 0.5 h. Dibuje una gráfica de la tasa de infiltración como una función de la infiltración acumulada para el mismo periodo.
- 4.3.3** Utilice el método de Green-Ampt para evaluar la tasa de infiltración y la profundidad de infiltración acumulada para un suelo limo-arcilloso en intervalos de 0.1 horas desde el principio de la infiltración y durante 6 horas. Suponga una saturación efectiva inicial del 20% y un encharcamiento continuo.
- 4.3.4** Para el suelo del problema 4.3.3, calcule la infiltración acumulada después de una

- hora para saturaciones efectivas iniciales de 0, 20, 40, 60, 80 y 100%. Dibuje una gráfica de infiltración acumulada vs. saturación efectiva inicial.
- 4.3.5** Demuestre que la longitud L_2 del frente de mojado en la capa inferior del modelo de Green-Ampt de dos capas satisface

$$L_2 \frac{\Delta\theta_2}{K_2} + \frac{1}{K_1 K_2} [\Delta\theta_2 H_1 K_2 - \Delta\theta_2 K_1 (\psi_2 + H_1)] \ln \left[1 + \frac{L_2}{\psi_2 + H_1} \right] = t$$

- 4.3.6** Un suelo consta de dos capas, una capa superior de 6 cm de espesor de marga limosa superpuesta a una capa de arcilla muy profunda. La saturación efectiva inicial en cada una de las capas es del 10%. A medida que el frente de mojado penetra en el suelo, calcule para incrementos de 1 cm de profundidad de frente de mojado, los valores de f , F y t . Para la capa de arcilla utilice las relaciones dadas en las ecuaciones (4.3.12) a (4.3.14). Finalice los cálculos una vez que el frente de mojado alcance 10 cm. Elabore gráficas de la tasa de infiltración y la infiltración acumulada como funciones del tiempo.
- 4.3.7** Utilizando los valores de parámetros dados en la tabla 4.3.1, determine puntos en las curvas de tasa de infiltración para arena, marga, marga arcillosa y arcilla desde el tiempo 0 hasta 4 h, para intervalos de 0.5 h. Dibuje y compare estas curvas. Suponga una saturación efectiva inicial del 30% para cada suelo y un encharcamiento continuo.

- 4.3.8** Resuelva el problema 4.3.7 para curvas de infiltración acumulada.
4.3.9 Resuelva el problema 4.3.7 utilizando una saturación efectiva inicial del 15% en cada suelo.

- 4.3.10** Resuelva el problema 4.3.8 utilizando una saturación efectiva inicial del 15% para cada suelo.

- 4.4.1** Resuelva el ejemplo 4.4.1 con una saturación efectiva inicial del 20%.
4.4.2 Resuelva el ejemplo 4.4.2 con una saturación efectiva inicial del 20%.

- 4.4.3** Calcule el tiempo de encharcamiento y la infiltración acumulada en ese momento para un suelo de marga arcillosa con una saturación inicial efectiva del 25% sujeta a una lluvia de intensidad de a) 1 cm/h, b) 3 cm/h.

- 4.4.4** Calcule la infiltración acumulada y la tasa de infiltración después de una hora de lluvia con intensidad de 3 cm/h en una marga arcillosa con una saturación efectiva inicial del 25%.

- 4.4.5** Determine el tiempo de encharcamiento y la profundidad de agua infiltrada hasta ese momento para un suelo de limo arcilloso con una saturación efectiva del 20% sujeto a una lluvia de intensidad de: a) 1 cm/h y b) 3 cm/h.

- 4.4.6** Calcule la infiltración acumulada y la tasa de infiltración en un suelo arcilloso después de una hora de lluvia con intensidad de 1 cm/h si la saturación efectiva inicial es del 20%. Suponga que la profundidad de encharcamiento h_0 es despreciable para los cálculos.

- 4.4.7** Resuelva el problema 4.4.6 suponiendo que cualquier agua encharcada permanece quieta sobre el suelo, de tal manera que h_0 debe tenerse en cuenta para los cálculos.

- 4.4.8** Una lluvia con intensidad de 2 cm/h cae sobre un suelo de marga arcillosa y el encharcamiento ocurre después de 5 minutos. Calcule el tiempo de encharcamiento para un suelo cercano de marga arenosa si ambos suelos tienen inicialmente la misma saturación efectiva S_e .

- 4.4.9** Un suelo tiene una adsorción de $S = 5 \text{ cm} \cdot \text{h}^{-1/2}$ y una conductividad de $K = 0.4 \text{ cm/h}$. Calcule el tiempo de encharcamiento y la infiltración acumulada hasta ese momento bajo una lluvia de 6 cm/h.

- 4.4.10** Un suelo tiene los siguientes parámetros para la ecuación de Horton: $f_0 = 10 \text{ cm/h}$, $f = 4 \text{ cm/h}$ y $k = 2 \text{ h}^{-1}$. Calcule el tiempo de encharcamiento y la infiltración acumulada en ese momento bajo una lluvia de 6 cm/h.

- 4.4.11** Demuestre que el tiempo de encharcamiento bajo una lluvia de intensidad constante i para un suelo descrito por la ecuación de Philip con parámetros S y K está dado por

$$t_p = \frac{S^2(i - K/2)}{2i(i - K)^2}$$

- 4.4.12** Demuestre que el tiempo de encharcamiento bajo una lluvia de intensidad constante i para un suelo descrito por la ecuación de Horton con parámetros f_0 , f_c y k está dado por

$$t_p = \frac{1}{ik} \left[f_0 - i + f_c \ln \left(\frac{f_0 - f_c}{i - f_c} \right) \right]$$

Indique el rango de valores de intensidad de lluvia para el cual esta ecuación es válida y explique qué pasa si i está por fuera de este rango.

AGUA SUPERFICIAL

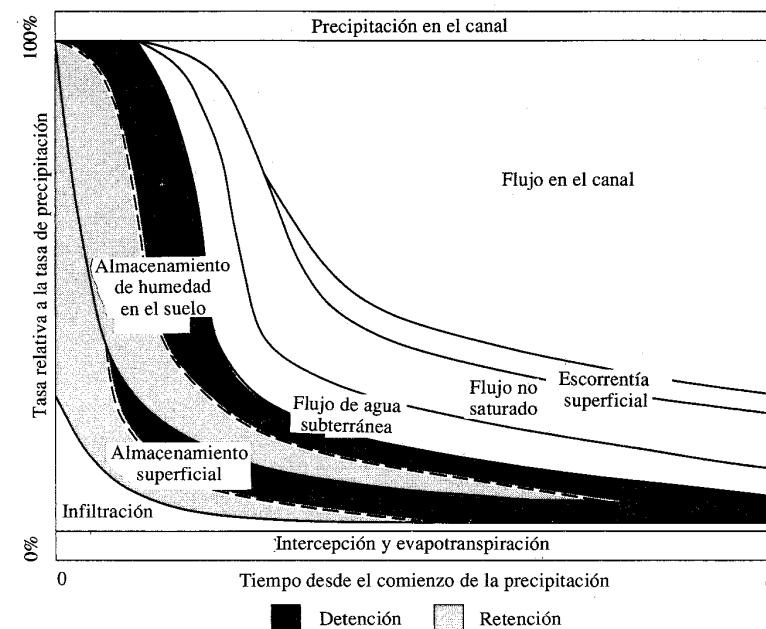


FIGURA 5.1.1
Ilustración esquemática de la distribución de la precipitación en una cuenca durante una tormenta.

hidrología de agua superficial es determinar las tasas de flujo en canales. La precipitación que se convierte en caudal puede llegar al canal mediante la escorrentía superficial, el flujo subsuperficial o ambos.

Flujo superficial hortoniano

Horton (1933) describió el flujo superficial de la siguiente manera: "Despreciando la intercepción por vegetación, la escorrentía superficial es aquella parte de la lluvia que no es absorbida por el suelo mediante infiltración. Si el suelo tiene una capacidad de infiltración f que se expresa en pulgadas absorbidas por hora, entonces cuando la intensidad de la lluvia i es menor que f , la lluvia es absorbida completamente y no existe escorrentía superficial. Se puede decir como una primera aproximación que si i es mayor que f , la escorrentía superficial ocurrirá a una tasa de $(i - f)$ ". A esta diferencia $(i - f)$ Horton le dio el nombre de "exceso de lluvia". Horton consideró que la escorrentía superficial tomaba la forma de un flujo en láminas cuya profundidad podía medirse en fracciones de pulgadas. A medida que el flujo se acumulaba moviéndose a lo largo de la pendiente, su profundidad aumentaba hasta que descargaba en un canal (véase la figura 5.1.2). Con el flujo superficial existe un *almacenamiento en depresiones* en los hundimientos de la superficie y un *almacenamiento por detención superficial* proporcional a la profundidad del mismo flujo

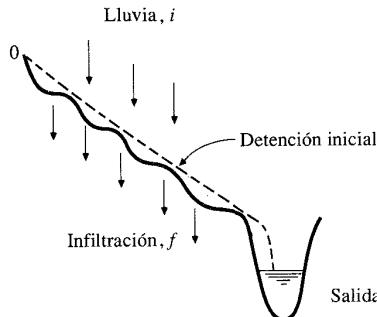


FIGURA 5.1.2
Flujo superficial en una pendiente producido por un exceso de lluvia sobre infiltración. (Según Horton, 1945, figura 13, p. 314).

superficial. El suelo almacena el agua infiltrada y luego la libera lentamente como flujo subsuperficial para entrar en la corriente como flujo base durante los períodos secos.

El flujo superficial hortoniano es aplicable a superficies impermeables en áreas urbanas y a superficies naturales con capas delgadas de suelo y con baja capacidad de infiltración como ocurre en tierras semiáridas y áridas.

Flujo subsuperficial

El flujo superficial hortoniano raramente ocurre en superficies con vegetación en regiones húmedas (Freeze, 1972-1974; Dunne, Moore y Taylor, 1975). Bajo estas condiciones, la capacidad de infiltración del suelo excede las intensidades de lluvia observadas para todos los casos con excepción de las lluvias extremas. En tal caso el flujo subsuperficial se convierte en el mecanismo primordial del transporte de agua lluvia hacia las corrientes. El proceso de flujo subsuperficial se ilustra en la figura 5.1.3, con base en los resultados de simulaciones numéricas hechas por Freeze (1974). La parte *a*) muestra una sección transversal idealizada de un drenaje cuesta abajo en una colina hacia una corriente. Antes de la lluvia, la superficie de la corriente se encuentra en equilibrio con el nivel freático y no ocurre flujo subsuperficial saturado. De la parte *b*) a la *d*) se muestra cómo se desarrolla un patrón de filtración debida a la lluvia en la superficie DE, el cual sirve para aumentar el nivel freático *e*) hasta que cesa el flujo de entrada ($t = 277$ min), después del cual el nivel freático empieza a declinar *f*). Toda la lluvia se infiltra a lo largo de la superficie DE hasta que $t = 84$ min, cuando el suelo se satura por primera vez en D; a medida que el tiempo pasa, disminuye la infiltración a lo largo de DE ya que progresivamente se satura más superficie *g*). El flujo total de salida *h*) se compone en parte por flujo subterráneo saturado que contribuye directamente a la corriente y en parte por flujo subsuperficial no saturado que se filtra cuesta abajo por encima del nivel freático.

Las velocidades del flujo subsuperficial son normalmente tan bajas que por sí solo no puede contribuir en forma significativa a transmitir la precipitación directamente al flujo de la corriente, excepto bajo circunstancias especiales en que la conductividad hidráulica del suelo es muy alta (Pearce, Stewart y Sklash, 1986). Sin embargo, Moseley (1979) sugirió que el flujo a través de las raíces en un terreno boscoso puede ser más rápido que el flujo a través de la masa de suelo adyacente.

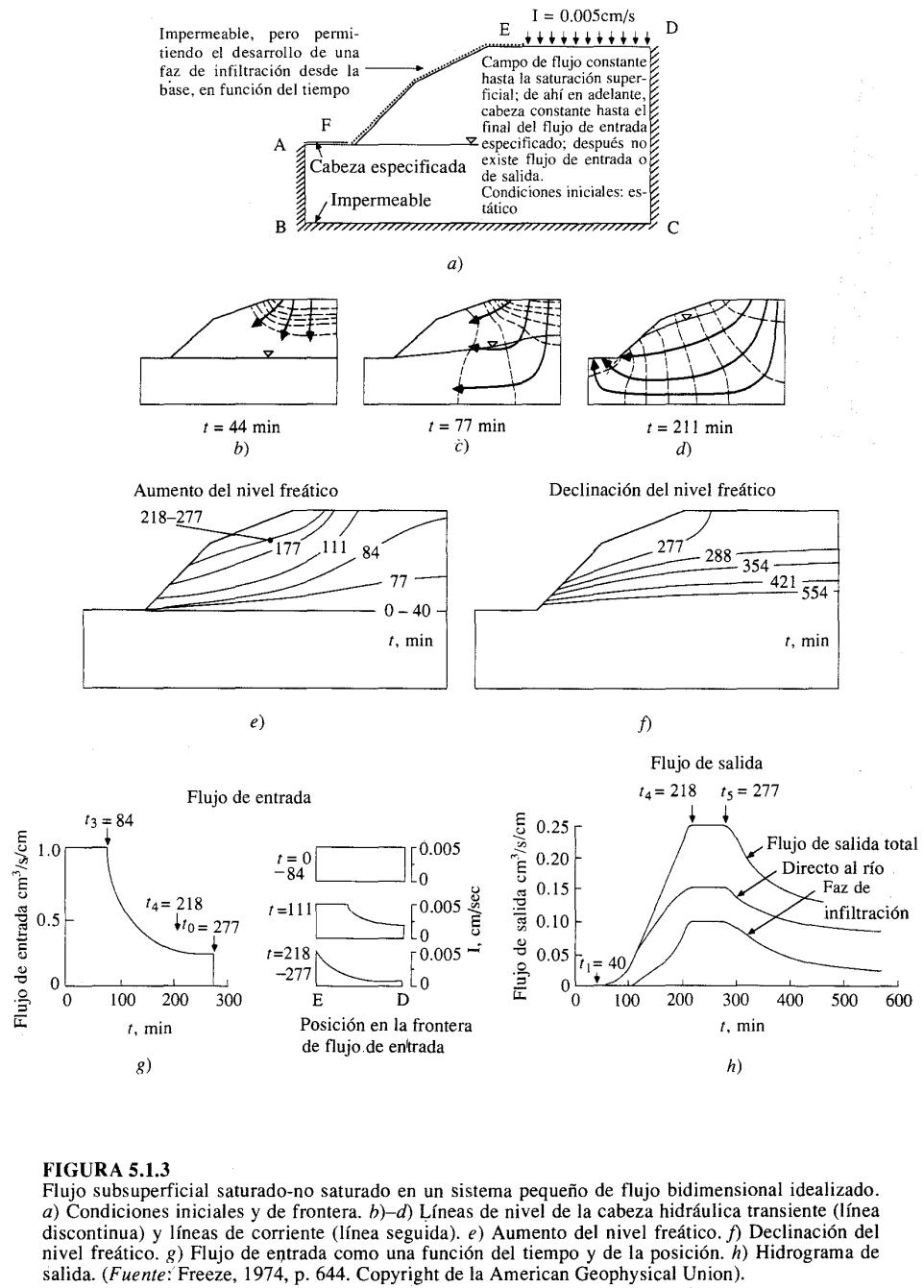


FIGURA 5.1.3

Flujo subsuperficial saturado-no saturado en un sistema pequeño de flujo bidimensional idealizado. *a*) Condiciones iniciales y de frontera. *b-d*) Líneas de nivel de la cabeza hidráulica transiente (línea discontinua) y líneas de corriente (línea seguida). *e*) Aumento del nivel freático. *f*) Declinación del nivel freático. *g*) Flujo de entrada como una función del tiempo y de la posición. *h*) Hidrograma de salida. (Fuente: Freeze, 1974, p. 644. Copyright de la American Geophysical Union).

Flujo superficial de saturación

El *flujo superficial de saturación* se produce cuando el flujo subsuperficial satura el suelo cerca a la parte inferior de la pendiente y entonces se presenta flujo superficial a medida que la lluvia cae en un suelo saturado. El flujo superficial de saturación difiere del flujo superficial hortoniano en que en este último el suelo se satura desde arriba mediante infiltración, mientras que en el flujo superficial de saturación el suelo se satura desde abajo por el flujo subsuperficial. El flujo superficial de saturación ocurre con más frecuencia en la parte inferior de las pendientes de colinas cerca a las bancas de la corriente.

La velocidad del flujo subsuperficial es tan baja que no todo el flujo subsuperficial o el flujo superficial de saturación de una cuenca contribuye a incrementar la corriente durante una tormenta. Los hidrólogos forestales (Hewlett, 1982) utilizan la expresión *áreas de fuentes variables*, o *áreas parciales*, para denominar el área en la cuenca que realmente contribuye con flujo a una corriente en cualquier momento (Betson, 1964; Ragan, 1968; Harr, 1977; Pearce y McKerchar, 1979; Hewlett, 1982). Como se muestra en la figura 5.1.4, el área de fuente variable se expande durante una tormenta y se contrae después. El área fuente para una corriente puede constituirse sólo por el 10% de la cuenca durante una tormenta en una región húmeda y bien cubierta por vegetación.

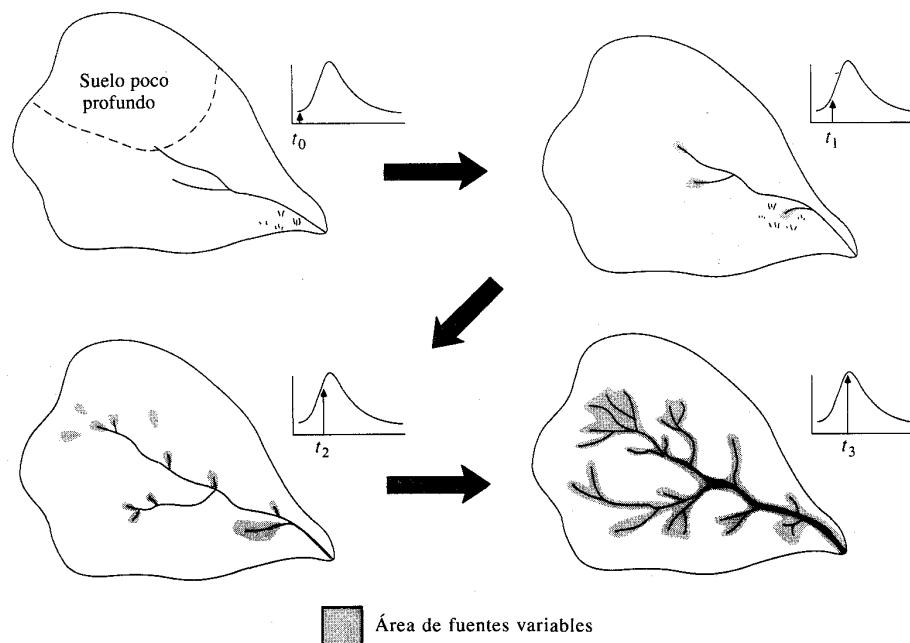


FIGURA 5.1.4

Las pequeñas flechas en los hidrogramas muestran cómo se incrementa el caudal a medida que la fuente variable se extiende a pantanos, suelos poco profundos y canales efímeros. El proceso se invierte a medida que el caudal declina. (Reimpreso de *Principles of Forest Hydrology* por J. D. Hewlett, Copyright 1982 the University of Georgia Press. Reimpreso con autorización de the University of Georgia Press).

5.2 HIDROGRAMA DE CAUDAL

Un *hidrograma* de caudal es una gráfica o una tabla que muestra la tasa de flujo como función del tiempo en un lugar dado de la corriente. En efecto, el hidrograma es "una expresión integral de las características fisiográficas y climáticas que rigen las relaciones entre la lluvia y la escorrentía de una cuenca de drenaje particular" (Chow, 1959). Dos tipos de hidrogramas son particularmente importantes: el hidrograma anual y el hidrograma de tormenta.

Hidrograma anual

El hidrograma anual, una gráfica de caudal vs. tiempo en un año, muestra el balance de largo plazo de la precipitación, la evaporación y el caudal en una cuenca. En la figura 5.2.1 se muestran ejemplos de tres tipos principales de hidrogramas anuales.

El primer hidrograma, del riachuelo Mill cerca de Belleville, Texas, tiene un régimen perenne o de flujo continuo característico de climas húmedos. Los picos, que se originan por las tormentas, se conocen como *escorrentía directa* o *flujo rápido*, mientras que el flujo con pocas variaciones en los períodos sin lluvias se llama *flujo base*. El volumen total de flujo bajo el hidrograma anual es la *capacidad de la cuenca*. La mayor parte de la capacidad de la cuenca proviene del flujo base para un río con flujo perenne, lo cual indica que una gran proporción de la lluvia se infiltra en la cuenca y alcanza el río como flujo subsuperficial.

El segundo hidrograma, del río Frío cerca de Uvalde, Texas, es un ejemplo de un río *efímero* en un clima árido. Existen largos períodos durante los cuales el río está seco. La mayor parte de la lluvia se convierte en escorrentía directa y se presenta muy poca infiltración. En este caso la capacidad de la cuenca es el resultado de la escorrentía directa de tormentas grandes.

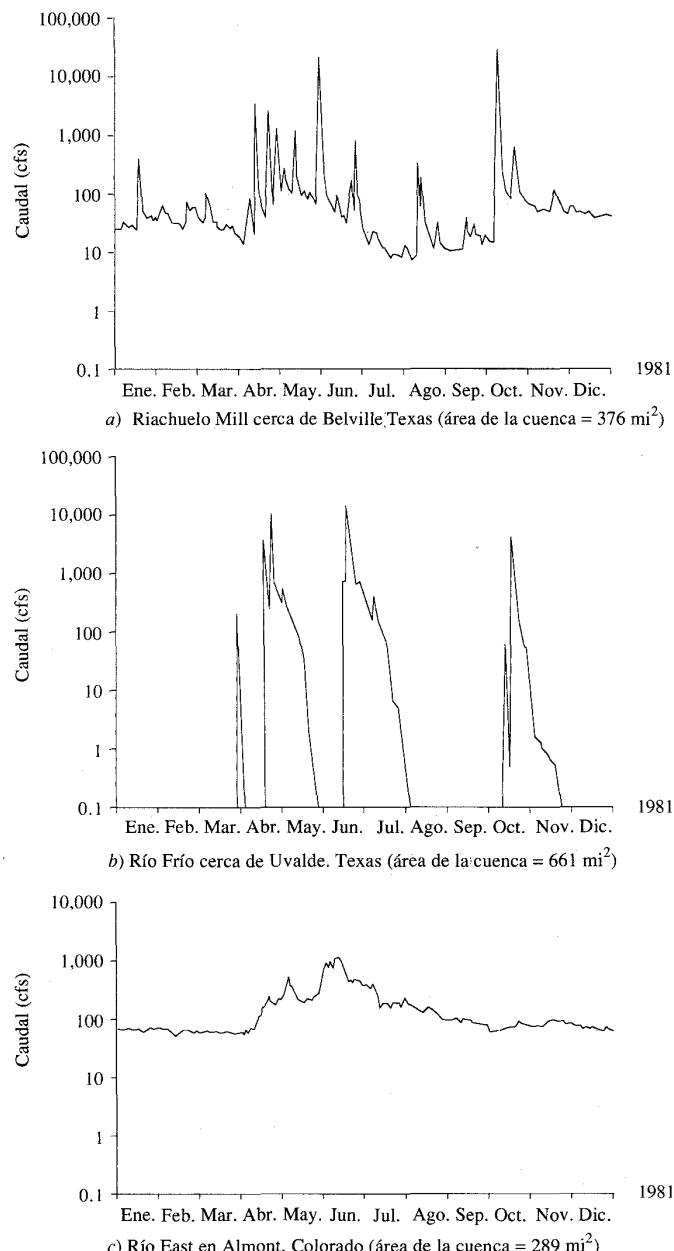
El tercer hidrograma, del río East cerca de Almont, Colorado, es típico de un río que se alimenta por el derretimiento de nieve. La parte principal de la capacidad de la cuenca ocurre en la primavera y a comienzos del verano debido a dicho derretimiento. El gran volumen de agua que se almacena en la nieve, en conjunto con su permanente salida, crean un hidrograma anual que varía en forma más suave a lo largo del año que los de las corrientes perennes o efímeras que se ilustran.

Hidrograma de tormenta

El estudio de los hidrogramas anuales muestra que los picos de crecientes se producen en forma poco frecuente y son el resultado de la lluvia por sí sola o acompañada por el derretimiento de nieve. La figura 5.2.2 muestra cuatro componentes de un hidrograma de caudal durante una tormenta. Antes de que comience la lluvia en forma intensa, el flujo base está disminuyendo gradualmente (segmento AB). La escorrentía directa empieza en B, alcanza su pico en C y termina en D. Luego sigue el segmento DE en el cual nuevamente empieza la recesión normal del flujo base.

Separación del flujo base

Se han sugerido varias técnicas para separar el flujo base de la escorrentía directa. Una de las más antiguas es la *curva de abatimiento normal* descrita por Horton

**FIGURA 5.2.1**

Hidrogramas de caudal anuales para 1981 en tres estaciones de medición diferentes para ilustrar los principales tipos de regímenes hidrológicos: a) río perenne, b) río efímero, c) río alimentado por derretimiento de nieve. (Información dada por el U.S. Geological Survey).

AGUA SUPERFICIAL

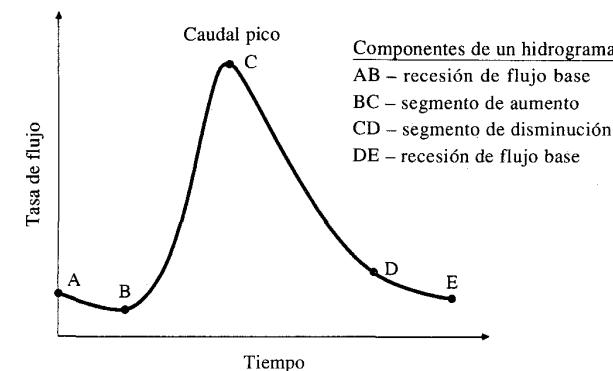


FIGURA 5.2.2
Componentes de un hidrograma de caudal durante una tormenta.

(1933). La curva de abatimiento normal, o *curva maestra de recesión de flujo base*, es una gráfica característica de las recessiones de flujo que se calcula superponiendo muchas de las curvas de recessión que se observan en una corriente dada. Usualmente las curvas de recessión toman la forma del decaimiento exponencial:

$$Q(t) = Q_0 e^{-(t-t_0)/k} \quad (5.2.1)$$

donde Q_0 es el flujo en el tiempo t_0 y k es la constante de decaimiento exponencial que tiene dimensiones de tiempo (Singh y Stall, 1971). La ecuación (5.2.1) se linealiza al representar gráficamente el logaritmo de $Q(t)$ contra el tiempo en una escala lineal. En Northland, Nueva Zelanda, un valor típico para k es 6×10^{-3} días, el cual corresponde a una "vida media" de 116 días (Martin, 1973). La vida media es el tiempo necesario para que el flujo base receda a un punto donde $Q(t)/Q_0 = 0.5$. El concepto subyacente en la ecuación (5.2.1) es el de un *embalse lineal*, en el cual la tasa de salida de caudal en un momento dado es proporcional al almacenamiento en ese mismo momento (véase la sección 8.5):

$$S(t) = kQ(t) \quad (5.2.2)$$

Notando los períodos de tiempo en los cuales el hidrograma del caudal coincide con la curva de recessión normal de flujo base, se pueden identificar los puntos donde empieza y termina la escorrentía directa (B y D en la figura 5.2.2). Entre estos puntos la escorrentía directa y el flujo base pueden separarse utilizando varios métodos.

Algunos métodos alternativos para la separación del flujo base son: a) el método de la línea recta, b) el método de flujo base fijo y c) el método de la pendiente variable. Estos métodos se ilustran en la figura 5.2.3.

El *método de la línea recta* consiste en dibujar una línea horizontal desde el punto en el cual empieza la escorrentía directa superficial hasta la intersección con el segmento de recessión. Este método es aplicable a las corrientes efímeras. Una mejora a este análisis consiste en usar una línea inclinada para conectar el punto de inicio de la escorrentía superficial con el punto en el segmento de recessión del hidrograma en el cual se reinicia el flujo base. Para cuencas pequeñas cubiertas por

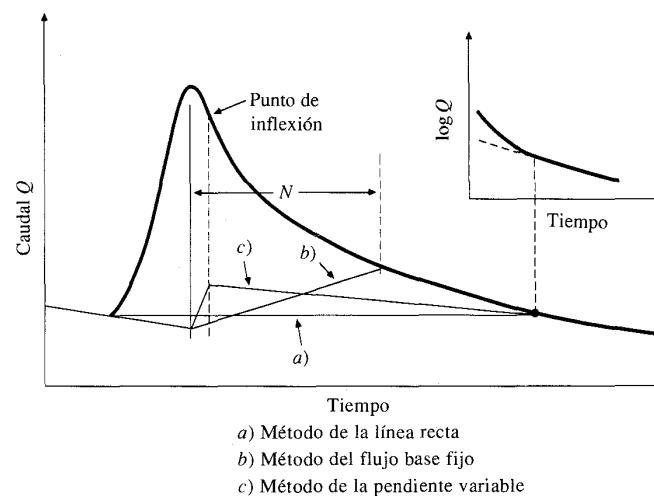


FIGURA 5.2.3

Técnicas de separación de flujo base.

vegetación en regiones húmedas, Hewlett y Hibbert (1967) sugirieron que puede suponerse que el flujo base dentro de una tormenta se incrementa a una tasa de $0.0055 \text{ l/s} \cdot \text{ha} \cdot \text{h}$ ($0.05 \text{ cfs}/\text{mi}^2\text{h}$).

En el *método de flujo base fijo* se supone que la escorrentía superficial termina en un tiempo fijo N después del pico del hidrograma. El flujo base antes de que empiece la escorrentía superficial se proyecta hacia adelante hasta el momento del pico. Luego se utiliza una línea recta para conectar esta proyección en el momento del pico con el punto en el segmento de recesión en el tiempo N después del pico.

En el *método de la pendiente variable* la curva de flujo base antes de que se inicie la escorrentía superficial se extrapola hacia adelante hasta alcanzar el tiempo de pico de caudal, y la curva de flujo base después de que ha cesado la escorrentía superficial se extrapola hacia atrás hasta el momento del punto de inflexión en el segmento de recesión. Luego se utiliza una línea recta para conectar los extremos de las líneas que se extrapolan.

5.3 EXCESO DE PRECIPITACIÓN Y ESCORRENTÍA DIRECTA

El *exceso de precipitación*, o precipitación efectiva, es la precipitación que no se retiene en la superficie terrestre y tampoco se infiltra en el suelo. Después de fluir a través de la superficie de la cuenca, el exceso de precipitación se convierte en *escorrentía directa* a la salida de la cuenca bajo la suposición de flujo superficial hortiano. Las gráficas de exceso de precipitación contra el tiempo o *hietograma de exceso de precipitación* (ERH, por sus siglas en inglés) es un componente clave para el estudio de las relaciones lluvia-escorrentía. La diferencia entre el hietograma de lluvia total que se observa y el hietograma de exceso de precipitación se conoce

como *abstracciones* o *pérdidas*. Las pérdidas son primordialmente agua absorbida por infiltración con algo de intercepción y almacenamiento superficial.

El hietograma de exceso de precipitación puede calcularse a partir del hietograma de precipitación en una o dos formas, dependiendo de si existe o no información de caudales disponible para la tormenta. En esta sección se supone que existe información de caudales. Las secciones 5.4 y 5.5 muestran cómo se calculan las abstracciones cuando no existe información disponible de caudales.

Supóngase que los hietogramas de precipitación y de caudales se encuentran disponibles, que el flujo base se separa de los caudales para producir el hidrograma de escorrentía directa y que es necesario determinar el hietograma del exceso de precipitación. Los parámetros de las ecuaciones de infiltración pueden calcularse utilizando técnicas de optimización tales como programación no lineal (Unver y Mays, 1984), pero estas técnicas son complejas. Existe un método alternativo más simple, llamado el índice ϕ . El índice ϕ es la tasa constante de abstracciones (pulg/h o cm/h) que produciría un hietograma de exceso de precipitación (ERH) con una profundidad total igual a la profundidad de escorrentía directa r_d sobre la cuenca. El valor de ϕ se calcula seleccionando un intervalo de tiempo de longitud Δt , juzgando el número de intervalos M de lluvia que realmente contribuyen a la escorrentía directa, restando $\phi\Delta t$ de la precipitación que se observa en cada intervalo, y ajustando los valores de ϕ y M tantas veces como sea necesario para que las profundidades de escorrentía directa y de exceso de precipitación sean iguales:

$$r_d = \sum_{m=1}^{M} (R_m - \phi\Delta t) \quad (5.3.1)$$

donde R_m es la precipitación que se observa (pulg) en el intervalo de tiempo m .

Ejemplo 5.3.1 Determine el hidrograma de escorrentía directa, el índice ϕ y el hietograma del exceso de precipitación utilizando la información de precipitación y caudales que se da en la tabla 5.3.1. El área de la cuenca es 7.03 mi^2 .

Solución. La información de precipitación promedio en la cuenca dada en la columna 2 de la tabla 5.3.1 se obtuvo tomando los promedios ponderados de Thiessen para la información de precipitación de dos pluviómetros en la cuenca. (Idealmente, se debería haber usado información de más pluviómetros). Para la precipitación se utiliza la representación de información por pulso con un intervalo de tiempo de $\Delta t = 1/2 \text{ h}$, luego, cada uno de los valores que se muestran en la columna 2 es la precipitación incremental que ocurrió durante la media hora previa al tiempo mostrado. La información de caudal se registró como información por muestrario; el valor que se muestra en la columna 3 es el del caudal que se registró en ese instante. La información observada de precipitación y caudal se grafica en la figura 5.3.1, en la cual puede verse que la precipitación previa a las 9:30 p.m. produjo un pequeño caudal en la corriente (aproximadamente 400 cfs) y que la escorrentía directa ocurrió después de la precipitación intensa entre las 9:30 y las 11:30 p.m.

El cálculo del hietograma de precipitación efectiva y el hidrograma de escorrentía directa utiliza el siguiente procedimiento:

Paso 1. Estimación del flujo base. Se selecciona una tasa constante de flujo base de 400 cfs.

TABLA 5.3.1

Información adaptada de lluvia y caudal de la tormenta del 24 al 25 de mayo de 1981 en el riachuelo Shoal en Northwest Park, Austin, Texas.

	Observado			Histograma de exceso de lluvia (ERH) (pulg)	Hidrograma de escorrentía directa (DRH) (cfs)	
Tiempo	L/lluvia (pulg)		Tiempo			
Columna:	1	2	3	4	5	6
24 Mayo	8:30 p.m.		203			
	9:00	0.15	246			
	9:30	0.26	283			
	10:00	1.33	828	1	1.06	428
	10:30	2.20	2,323	2	1.93	1,923
	11:00	2.08	5,697	3	1.81	5,297
	11:30	0.20	9,531	4		9,131
25 Mayo	12:00 a.m.	0.09	11,025	5		10,625
	12:30		8,234	6		7,834
	1:00		4,321	7		3,921
	1:30		2,246	8		1,846
	2:00		1,802	9		1,402
	2:30		1,230	10		830
	3:00		713	11		313
	3:30		394			
	4:00		354	Total	4.80	43,550
	4:30		303			

Exceso de lluvia = Lluvia observada - abstracciones (0.27 pulg cada media hora)

Escorrentía directa = Caudal observado - flujo base (400 cfs)

Paso 2. Cálculo del hidrograma de escorrentía directa (DRH, por sus siglas en inglés). El DRH, en la columna 6 de la tabla 5.3.1, se calcula utilizando el método de la línea recta, restando los 400 cfs de flujo base del caudal observado (columna 3). Desde el momento del primer periodo de escorrentía directa diferente de 0, empezando a las 9:30 p.m., se marcan 11 intervalos de tiempo de media hora en la columna 4.

Paso 3. Cálculo del volumen V_d y de la profundidad r_d de escorrentía directa.

$$\begin{aligned}
 V_d &= \sum_{n=1}^{11} Q_n \Delta t \\
 &= 43,550 \text{ cfs} \times 1/2 \text{ h} \\
 &= 43,550 \frac{\text{pies}^3}{\text{s}} \times \frac{3,600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \times \frac{1}{2} \text{ h} \\
 &= 7.839 \times 10^7 \text{ pies}^3
 \end{aligned}$$

$$r_d = \frac{V_d}{\text{área de la cuenca}}$$

AGUA SUPERFICIAL

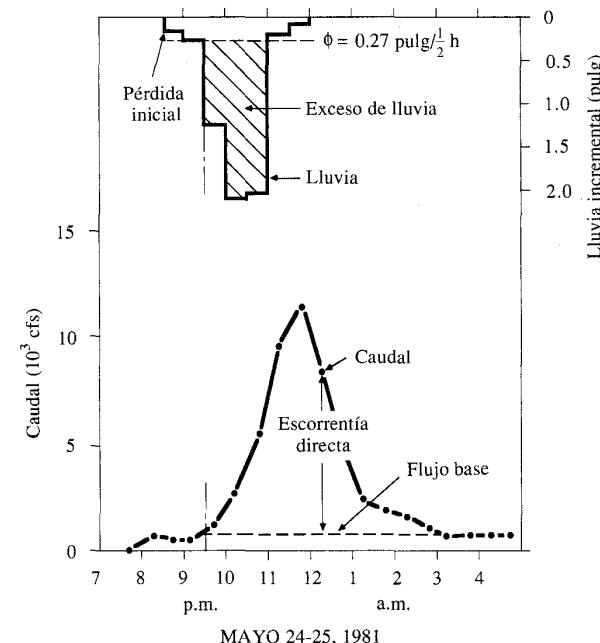


FIGURA 5.3.1

Lluvia y escorrentía de la tormenta del 24 al 25 de mayo de 1981 en el riachuelo Shoal en Northwest Park, Austin, Texas.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{7.839 \times 10^7 \text{ pies}^3}{7.03 \text{ mi}^2 \times 5,280^2 \text{ pies}^2/\text{mi}^2} \\
 &= 0.400 \text{ pies} \\
 &= 4.80 \text{ pulg}
 \end{aligned}$$

Paso 4. Estimación de la tasa de abstracciones de lluvia que se originan por infiltración y almacenamiento superficial en la cuenca. Cualquier precipitación anterior al inicio de la escorrentía directa se toma como una *abstracción inicial*, (por ejemplo, la precipitación anterior a las 9:30 p.m. de la tabla 5.3.1). La tasa de abstracción ϕ , y M , el número de pulsos diferentes de cero de escorrentía en exceso, se encuentran por métodos de ensayo y error.

- Si $M = 1$, se selecciona el mayor pulso de precipitación, $R_m = 2.20$ pulg, y se sustituye en la ecuación (5.3.1) utilizando $r_d = 4.80$ pulg y $\Delta t = 0.5$ h, para luego resolver utilizando valores de prueba de ϕ :

$$r_d = \sum_{m=1}^M (R_m - \phi \Delta t)$$

$$4.80 = (2.20 - \phi \times 0.5)$$

$$\phi = -5.20 \text{ pulg/h}$$

lo cual no es posible físicamente.

2. Si $M = 2$, se selecciona el periodo de una hora que tenga la mayor precipitación (entre las 10:00 y las 11:00 p.m.) y se sustituye en (5.3.1) para encontrar mediante ensayo y error un nuevo valor de ϕ .

$$r_d = \sum_{m=1}^M (R_m - \phi \Delta t)$$

$$4.80 = (2.20 + 2.08 - \phi \times 2 \times 0.5)$$

$$\phi = -0.52 \text{ pulg/h}$$

lo cual nuevamente es imposible.

3. Si $M = 3$, se selecciona el periodo de $1\frac{1}{2}$ horas el cual tiene pulsos de 1.33, 2.20 y 2.08 pulg, y la información se sustituye en (5.3.1):

$$r_d = \sum_{m=1}^M (R_m - \phi \Delta t)$$

$$4.80 = (1.33 + 2.20 + 2.08 - \phi \times 3 \times 0.5)$$

$$\phi = 0.54 \text{ pulg/h}$$

Este valor de ϕ es satisfactorio porque da $\phi \Delta t = 0.27$ pulg, el cual es mayor que todos los pulsos de precipitación de la columna 2 por fuera de los tres que supuestamente contribuyen a la escorrentía directa.

Paso 5. Cálculo del hietograma de exceso de precipitación. Las ordenadas (columna 5) se calculan sustrayendo $\phi \Delta t = 0.27$ pulg de las ordenadas del hietograma de precipitación observada (columna 2), despreciando todos los intervalos en los cuales la profundidad de precipitación observada es menor que $\phi \Delta t$. En este ejemplo, la duración de exceso de precipitación es 1.5 h (9:30 a 11:00 p.m.). La profundidad de exceso de precipitación se observa para asegurar que es igual a r_d (total de la columna 5 = 4.80 pulg). La porción de exceso de hietograma de precipitación observada se encuentra sombreada con líneas en la figura 5.3.1.

Coeficientes de escorrentía

Las abstracciones también pueden utilizarse por medio de los *coeficientes de escorrentía*. La definición más común de un coeficiente de escorrentía es que éste es la relación entre la tasa pico de escorrentía directa y la intensidad promedio de precipitación en una tormenta. Debido a la alta variabilidad de la intensidad de precipitación, este valor es difícil de determinar utilizando la información observada. Un coeficiente de escorrentía también puede definirse como la relación entre la escorrentía y la precipitación sobre un periodo de tiempo dado. Estos coeficientes se

aplican comúnmente a precipitación y escorrentía de una tormenta, pero también pueden utilizarse para información de precipitación y caudales mensuales o anuales. Si $\sum_{m=1}^M R_m$ es la precipitación total y r_d la correspondiente profundidad de escorrentía, entonces el coeficiente de escorrentía puede definirse como:

$$C = \frac{r_d}{\sum_{m=1}^M R_m} \quad (5.3.2)$$

Ejemplo 5.3.2 Determine el coeficiente de escorrentía para la tormenta del ejemplo 5.3.1.

Solución. Considerando solamente la precipitación que ocurre después del inicio de la escorrentía directa (9:30 p.m.):

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M R_m &= 1.33 + 2.20 + 2.08 + 0.20 + 0.09 \\ &= 5.90 \text{ pulg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{r_d}{\sum_{m=1}^M R_m} \\ &= \frac{4.80}{5.90} \\ &= 0.81 \end{aligned}$$

5.4 ABSTRACCIONES UTILIZANDO ECUACIONES DE INFILTRACIÓN

Las abstracciones incluyen la *intercepción* de precipitación por la vegetación del terreno, el *almacenamiento en depresiones* en la superficie del suelo a medida que el agua se acumula en hundimientos en la superficie, e *infiltración* de agua en el suelo. Las abstracciones por intercepción y almacenamiento en depresiones se estiman con base en la naturaleza de la vegetación y de la superficie del terreno o se suponen despreciables en una tormenta grande.

En la sección previa, la tasa de abstracciones de una lluvia se determinó usando un hidrograma de caudal conocido. En la mayor parte de los problemas hidrológicos, el hidrograma de caudal no se encuentra disponible y las abstracciones tienen que determinarse calculando la infiltración y teniendo en cuenta separadamente las otras formas de abstracción, como intercepción y detención o almacenamiento en depresiones. En esta sección se supone que todas las abstracciones surgen de la infiltración y se desarrolla un método para determinar el tiempo de encharcamiento y la infiltración bajo una lluvia de intensidad variable con base en la ecuación de

infiltración de Green-Ampt. Algunas relaciones equivalentes para utilizarse en las ecuaciones de Horton y Philip se presentan en la tabla 5.4.1. El problema que se considera es: dado un hietograma de precipitación que se define utilizando una representación de información por pulso, y dados unos parámetros para una ecuación de infiltración, determinar el tiempo de encharcamiento, la infiltración después que ocurre el encharcamiento y el hietograma de exceso de precipitación.

Los principios básicos que se utilizan en la sección 4.4 para determinar el tiempo de encharcamiento bajo una precipitación de intensidad constante también se utilizan aquí: en ausencia de encharcamiento, la infiltración que se acumula se calcula utilizando la precipitación acumulada; la tasa de infiltración potencial en un momento dado se calcula con la infiltración acumulada hasta ese momento; y el encharcamiento ocurre cuando la tasa de infiltración potencial es menor o igual a la intensidad de la precipitación.

Considérese un intervalo de tiempo desde t hasta $t + \Delta t$. La intensidad de lluvia durante este intervalo se denota como i , y es constante a través del intervalo. La tasa de infiltración potencial y la infiltración acumulada al inicio del intervalo son f_t y F_t , respectivamente, y los valores correspondientes al final del intervalo son $f_{t+\Delta t}$, y $F_{t+\Delta t}$. Se supone que F_t se conoce a partir de las condiciones iniciales dadas o de un cálculo anterior.

En la figura 5.4.1 se muestra un diagrama de flujo para determinar el tiempo de encharcamiento. Existen tres casos que deben tenerse en cuenta: 1) el encharcamiento ocurre dentro del intervalo; 2) no existe encharcamiento dentro del intervalo; y 3) el encharcamiento empieza en algún momento del intervalo. La tasa de infiltración siempre está descendiendo o permanece constante en el tiempo, luego una vez que el encharcamiento se establece bajo una intensidad de lluvia dada, éste continuará. Por consiguiente, el encharcamiento no puede cesar en la mitad de un intervalo sino solamente al final, cuando el valor de la intensidad de lluvia cambia.

Siguiendo el diagrama de flujo, el primer paso es calcular la tasa de infiltración potencial actual f_t a partir del valor conocido de infiltración acumulada F_t . Para el método de Green-Ampt, se utiliza

$$f_t = K \left(\frac{\psi \Delta \theta}{F_t} + 1 \right) \quad (5.4.1)$$

El resultado f_t se compara con la intensidad de lluvia i . Si f_t es menor o igual a i , ocurre el caso 1) y existe encharcamiento dentro del intervalo. En este caso, para la ecuación de Green-Ampt, la infiltración acumulada al final del intervalo $F_{t+\Delta t}$, se calcula utilizando

$$F_{t+\Delta t} - F_t = \psi \Delta \theta \ln \left[\frac{F_{t+\Delta t} + \psi \Delta \theta}{F_t + \psi \Delta \theta} \right] = K \Delta t \quad (5.4.2)$$

Esta ecuación se deduce en una forma similar a la que se muestra en la sección 4.4 para la ecuación (4.4.5).

Los casos 2) y 3) tienen $f_t > i$, y no ocurre encharcamiento al principio del intervalo. Si se supone que esto permanece en el intervalo, entonces la tasa de infil-

TABLA 5.4.1
Ecuaciones para calcular la infiltración en el encharcamiento y durante él

Ecuación	Ecuación de Green-Ampt	Ecuación de Horton	Ecuación de Philip
1) Infiltración acumulada $F_{t+\Delta t}$	$F_{t+\Delta t} = F_t + K \Delta t + \psi \Delta \theta \ln \left[\frac{F_{t+\Delta t} + \psi \Delta \theta}{F_t + \psi \Delta \theta} \right]$	$F_{t+\Delta t} = F_t + f_c \Delta t + (f_t - f_c) \frac{(1 - e^{-k \Delta t})}{k}$	$F_{t+\Delta t} = F_t + K + S \left(\frac{S + \sqrt{S^2 + 4KF_{t+\Delta t}}}{4F_{t+\Delta t}} \right)^{1/2} + S \left[\Delta t + \frac{S^2}{4(f_t - K)^2} \right]^{1/2}$
2) Tasa de infiltración $f_{t+\Delta t}$	$f_{t+\Delta t} = f_t - k(F_{t+\Delta t} - F_t - f_c \Delta t)$	$f_{t+\Delta t} = f_t - K(F_{t+\Delta t} - F_t - f_c \Delta t)$	$f_{t+\Delta t} = f_o - i_t + f_c \ln \left(\frac{f_o - f_c}{i_t - f_c} \right)$
3) Infiltración acumulada en el encharcamiento F_p	$F_p = \frac{K \psi \Delta \theta}{i_t - K}$	$F_p = \frac{S^2(i_t - K/2)}{2(i_t - K)^2}$	$(i_t > K)$

tracción es i_t y un valor tentativo para la infiltración acumulada al final del intervalo es

$$F'_{t+\Delta t} = F_t + i_t \Delta t \quad (5.4.3)$$

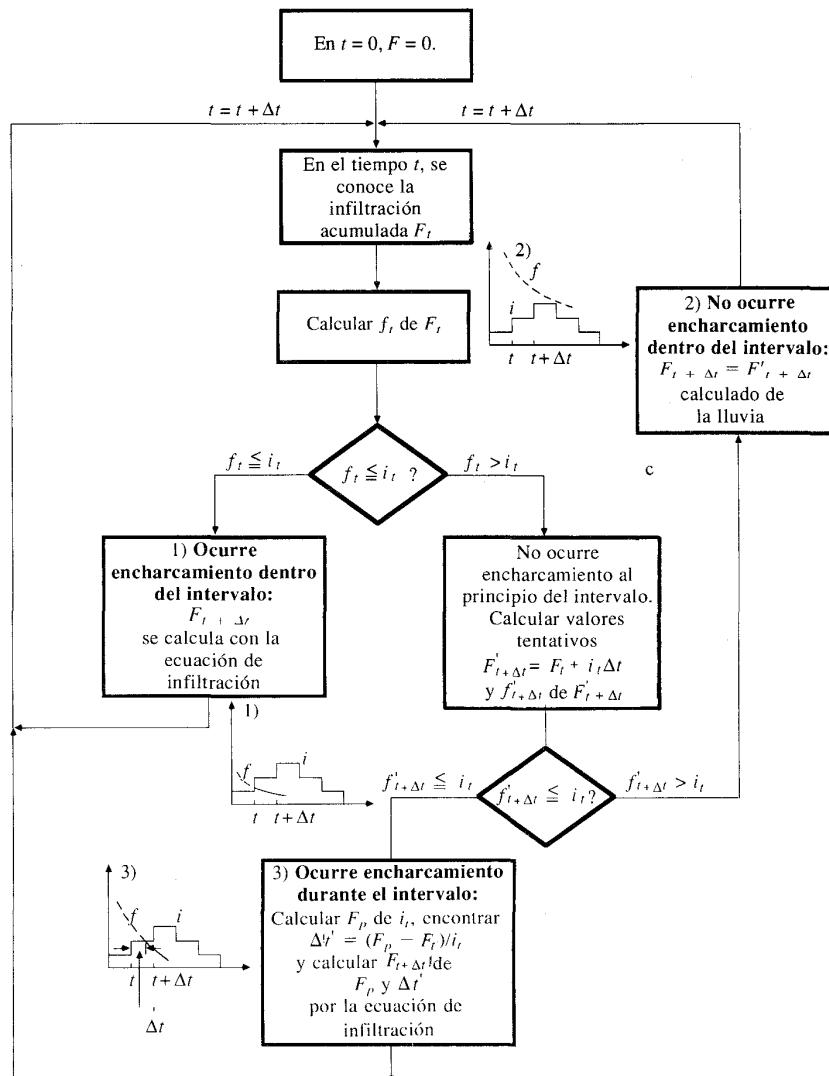


FIGURA 5.4.1

Diagrama de flujo para calcular el tiempo de infiltración y encharcamiento bajo una lluvia de intensidad variable.

AGUA SUPERFICIAL

En seguida, se calcula una tasa de infiltración correspondiente $f'_{t+\Delta t}$ de $F'_{t+\Delta t}$. Si $f'_{t+\Delta t}$ es mayor que i_t , ocurre el caso 2) y no existe encharcamiento dentro del intervalo. Luego $F_{t+\Delta t} = F'_{t+\Delta t}$ y el problema está resuelto para este intervalo.

Si $f'_{t+\Delta t}$ es menor o igual a i_t , ocurre encharcamiento durante el intervalo (caso 3). La infiltración acumulada F_p en el momento del encharcamiento se encuentra al establecer $f_t = i_t$ y $F_t = F_p$ en (5.4.1) y resolver F_p para dar, en la ecuación de Green-Ampt,

$$F_p = \frac{K\psi \Delta \theta}{i_t - K} \quad (5.4.4)$$

El tiempo de encharcamiento es entonces $t + \Delta t'$, donde

$$\Delta t' = \frac{F_p - F_t}{i_t} \quad (5.4.5)$$

y la infiltración acumulada $F_{t + \Delta t}$ se encuentra sustituyendo $F_t = F_p$ y $\Delta t = \Delta t - \Delta t'$ en ecuación (5.4.2). Los valores del exceso de precipitación se calculan restando la infiltración acumulada de la precipitación acumulada y luego tomando diferencias sucesivas de los valores resultantes.

Ejemplo 5.4.1 Un histograma de precipitación se da en las columnas 1 y 2 de la tabla 5.4.2. Si esta lluvia cae en un suelo de marga arenosa con un valor de saturación efectiva inicial del 40%, determine el histograma de exceso de precipitación.

Solución. De la tabla 4.3.1, para un suelo de marga arenosa, $K = 1.09 \text{ cm/h}$, $\psi = 11.01 \text{ cm}$ y $\theta_e = 0.412$. De la ecuación (4.3.10)

$$\begin{aligned} \Delta \theta &= (1 - \theta_e) \theta_e \\ &= (1 - 0.4)(0.412) \\ &= 0.247 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \psi \Delta \theta &= 0.247 \times 11.01 \\ &= 2.72 \text{ cm} \end{aligned}$$

El intervalo de tiempo en la tabla 5.4.2 es $\Delta t = 10 \text{ min} = 0.167 \text{ h}$. La columna 3 de la tabla muestra las profundidades de precipitación acumuladas que se hallan al sumar los valores incrementales en la columna 2. El histograma de precipitación y el de precipitación acumulada se encuentran en la figura 5.4.2. La intensidad de precipitación de la columna 4 se halla al dividir la columna 2 por Δt . Por ejemplo, durante el primer intervalo de tiempo, ocurren 0.18 cm de precipitación, luego $i_t = 0.18/0.167 = 1.08 \text{ cm/h}$ como se muestra. Inicialmente, $F = 0$, luego $f = \infty$ de (5.4.1) y el encharcamiento no ocurre en el tiempo 0. Por tanto F en el tiempo de 10 min se calcula al utilizar (5.4.3), luego: $F'_{t + \Delta t} = F_t + i_t \Delta t = 0 + 0.18 = 0.18 \text{ cm}$. El valor correspondiente de $f'_{t + \Delta t}$ es, de (5.4.1),

$$f'_{t + \Delta t} = K \left(\frac{\psi \Delta \theta}{F'_{t + \Delta t}} + 1 \right)$$

$$= 1.09 \left(\frac{2.72}{0.18} + 1 \right)$$

$$= 17.57 \text{ cm/h}$$

tal como se muestra en la columna 5 de la tabla. Este valor es mayor que i_t ; por consiguiente, no ocurre encharcamiento durante este intervalo y la infiltración acumulada es igual a la lluvia acumulada tal como se muestra en la columna 6. Entonces el encharcamiento no ocurre hasta los 60 minutos de precipitación, pero en el minuto 60,

$$f_t = K \left(\frac{\psi \Delta \theta}{F_t} + 1 \right)$$

$$= 1.09 \left(\frac{2.72}{1.77} + 1 \right)$$

$$= 2.77 \text{ cm/h}$$

el cual es menor que $i_t = 3.84 \text{ cm/h}$ para el intervalo desde los 60 a los 70 minutos, luego el encharcamiento se inicia en el minuto 60 [véase la figura 5.4.2a)].

Durante el periodo de encharcamiento, (5.4.2) se utiliza para calcular la infiltración. El valor de $F_{t+\Delta t}$ en el minuto 70 está dado por

$$F_{t+\Delta t} - F_t - \psi \Delta \theta \ln \left[\frac{F_{t+\Delta t} + \psi \Delta \theta}{F_t + \psi \Delta \theta} \right] = K \Delta t$$

$$F_{t+\Delta t} - 1.77 - 2.72 \ln \left[\frac{F_{t+\Delta t} + 2.72}{1.77 + 2.72} \right] = 1.09 \times 0.167$$

$$F_{t+\Delta t} = 1.95 + 2.72 \ln \left(\frac{F_{t+\Delta t} + 2.72}{4.49} \right)$$

o

lo cual se resuelve por el método de aproximaciones sucesivas para encontrar $F_{t+\Delta t} = 2.21 \text{ cm}$ tal como se muestra en la columna 6 de la tabla 5.4.2. El exceso de precipitación acumulada (columna 7) se calcula restando la infiltración acumulada (columna 6) de la precipitación acumulada (columna 3). Y los valores de exceso de precipitación de la columna 8 se encuentran tomando las diferencias sucesivas de los valores de precipitación acumulada. El encharcamiento cesa en el minuto 140 cuando la intensidad de la lluvia cae por debajo de la tasa de infiltración potencial. Despues del minuto 140 la infiltración acumulada se calcula utilizando la precipitación en (5.4.3). Por ejemplo, en el minuto 150 $F_{t+\Delta t} = F_t + i_t \Delta t = 4.53 + 0.28 = 4.81 \text{ pulg}$ tal como se muestra en la columna 6.

En la figura 5.4.2 se muestra la precipitación total de 11.37 cm que se distribuye como una abstracción inicial de 1.77 cm (infiltración acumulada en el tiempo de encharcamiento), una abstracción continuada de 3.64 cm (5.41 cm de infiltración total – 1.77 cm de abstracción inicial), y un exceso de precipitación de 5.96 cm.

TABLA 5.4.2
Cálculo del hietograma de exceso de precipitación utilizando la ecuación de infiltración de Green-Ampt (ejemplo 5.4.1)

Columna:	1	2	3	4	5	6	7	8
	Tiempo (min)	Incremental (cm)	Acumulada (cm)	Intensidad (cm/h)	Tasa (cm/h)	Infiltración (cm)	Acumulada (cm)	Exceso de precipitación incremental (cm)
0			0.00	1.08			0.00	
10	0.18	0.18	1.26	1.26	17.57	0.18		
20	0.21	0.39	1.56	1.56	8.70	0.39		
30	0.26	0.65	1.92	1.92	5.65	0.65		
40	0.32	0.97	2.22	2.22	4.15	0.97		
50	0.37	1.34	2.58	2.58	3.30	1.34		
60	0.43	1.77	3.84	3.84	2.77	1.77	0.00	
70	0.64	2.41	6.84	6.84	2.43	2.21	0.20	0.20
80	1.14	3.55	19.08	19.08	2.23	2.59	0.96	0.76
90	3.18	6.73	9.90	9.90	2.09	2.95	3.78	2.82
100	1.65	8.38	4.86	4.86	1.99	3.29	5.09	1.31
110	0.81	9.19	3.12	3.12	1.91	3.62	5.57	0.48
120	0.52	9.71	2.52	2.52	1.84	3.93	5.78	0.21
130	0.42	10.13	2.16	2.16	1.79	4.24	5.90	0.12
140	0.36	10.49	1.68	1.68	1.74	4.53	5.96	0.06
150	0.28	10.77	1.44	1.44	1.71	4.81		
160	0.24	11.01	1.14	1.14	1.68	5.05		
170	0.19	11.20	1.02	1.02	1.66	5.24		
180	0.17	11.37	1.64	1.64	1.64	5.41		

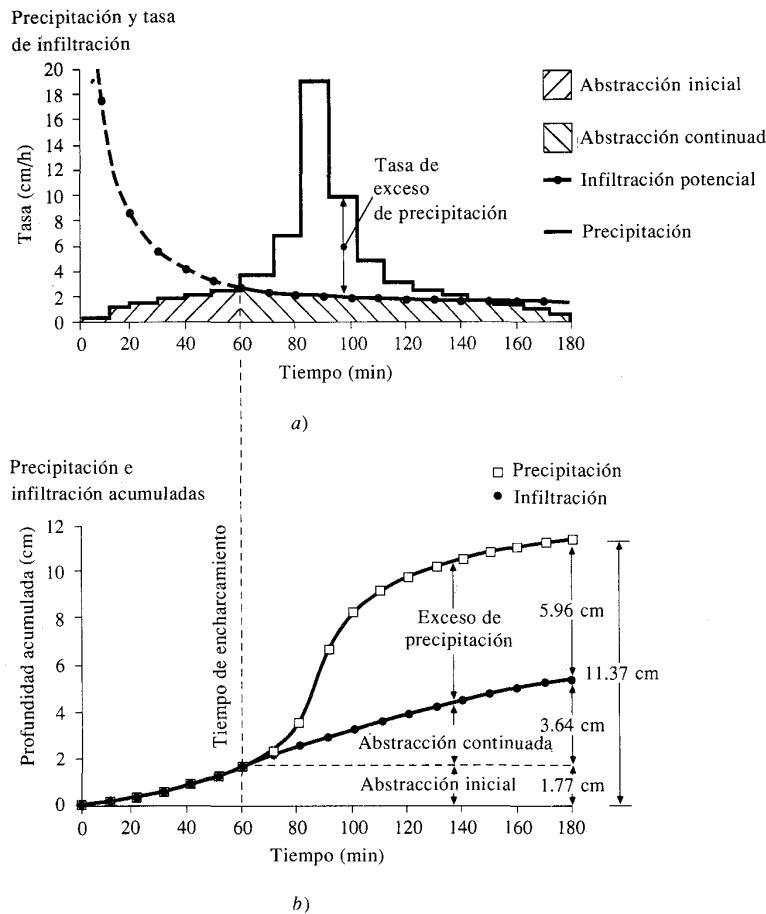


FIGURA 5.4.2
Infiltración y exceso de precipitación bajo lluvia de intensidad variable (ejemplo 5.4.1).

5.5 MÉTODO SCS PARA ABSTRACCIONES

El Soil Conservation Service (1972) desarrolló un método para calcular las abstracciones de la precipitación de una tormenta. Para la tormenta como un todo, la profundidad de exceso de precipitación o escorrentía directa P_e es siempre menor o igual a la profundidad de precipitación P ; de manera similar, después de que la escorrentía se inicia, la profundidad adicional del agua retenida en la cuenca F_a es menor o igual a alguna retención potencial máxima S (véase la figura 5.5.1). Existe una cierta cantidad de precipitación I_a (abstracción inicial antes del encaramiento) para la cual no ocurrirá escorrentía, luego la escorrentía potencial es $P - I_a$. La

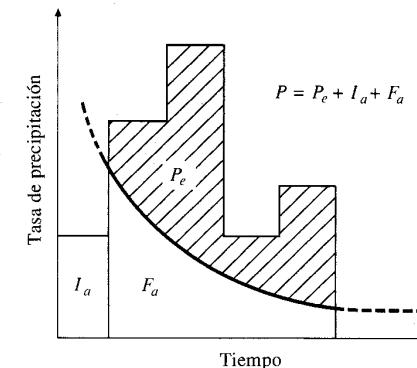


FIGURA 5.5.1
Variables en el método de abstracciones de precipitación del SCS: I_a = abstracción inicial, P_e = exceso de precipitación, F_a = abstracción continua, P = precipitación total.

hipótesis del método del SCS consiste en que las relaciones de las dos cantidades reales y las dos cantidades potenciales son iguales, es decir,

$$\frac{F_a}{S} = \frac{P_e}{P - I_a} \quad (5.5.1)$$

Del principio de continuidad

$$P = P_e + I_a + F_a \quad (5.5.2)$$

Combinando (5.5.1) y (5.5.2) y resolviendo para P_e se encuentra

$$P_e = \frac{(P - I_a)^2}{P - I_a + S} \quad (5.5.3)$$

la cual es la ecuación básica para el cálculo de la profundidad de exceso de precipitación o escorrentía directa de una tormenta utilizando el método SCS.

Al estudiar los resultados obtenidos para muchas cuencas experimentales pequeñas, se desarrolló una relación empírica,

$$I_a = 0.2S \quad (5.5.4)$$

Con base en esto

$$P_e = \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S} \quad (5.5.5)$$

Al representar en gráficas la información de P y P_e para muchas cuencas, el SCS encontró curvas como las que se muestran en la figura 5.5.2. Para estandarizar estas curvas, se define un número adimensional de curva CN, tal que $0 \leq CN \leq 100$. Para superficies impermeables y superficies de agua $CN = 100$; para superficies naturales $CN < 100$. Como una ilustración, el evento de precipitación del ejemplo 5.3.2 tiene $P_e = 4.80$ pulg y $P = 5.80$ pulg. De la figura 5.5.2, puede verse que para este evento $CN = 91$.

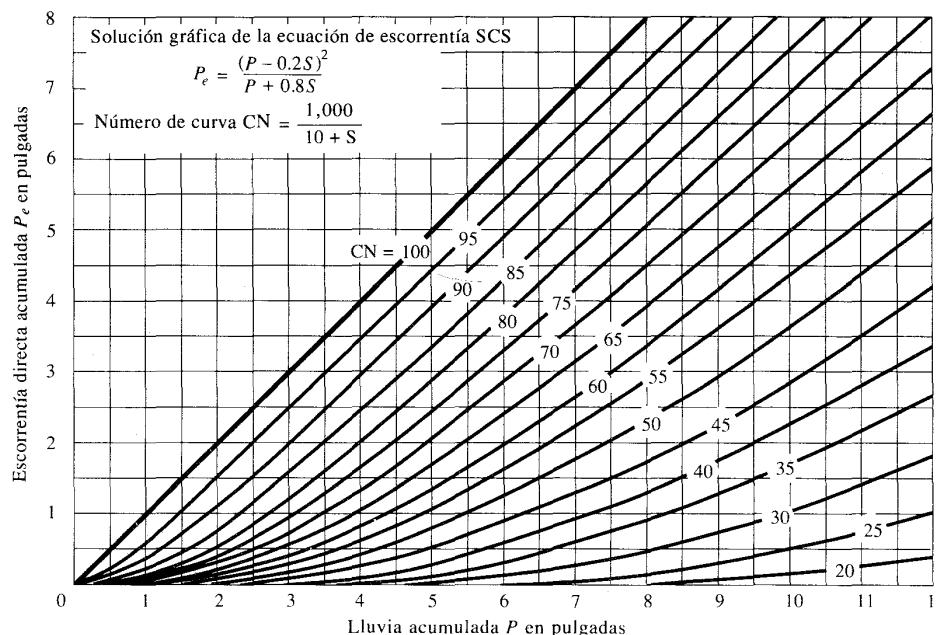


FIGURA 5.5.2

Solución de las ecuaciones de escorrentía del SCS. (Fuente: Soil Conservation Service, 1972, figura 10.1, p. 10.21).

El número de curva y S se relacionan por

$$S = \frac{1,000}{CN} - 10 \quad (5.5.6)$$

donde S está en pulgadas. Los números de curva que se muestran en la figura 5.5.2 se aplican para *condiciones antecedentes de humedad* (AMC, por sus siglas en inglés) normales (AMC II). Para condiciones secas (AMC I) o condiciones húmedas (AMC III), los números de curva equivalentes pueden calcularse por

$$CN(I) = \frac{4.2CN(II)}{10 - 0.058CN(II)} \quad (5.5.7)$$

y

$$CN(III) = \frac{23CN(II)}{10 + 0.13CN(II)} \quad (5.5.8)$$

TABLA 5.5.1
Clasificación de clases antecedentes de humedad (AMC) para el método de abstracciones de lluvia del SCS

Grupo AMC	Lluvia antecedente total de 5 días (pulg)	
	Estación inactiva	Estación de crecimiento
I	Menor que 0.5	Menor que 1.4
II	0.5 a 1.1	1.4 a 2.1
III	Sobre 1.1	Sobre 2.1

(Fuente: Soil Conservation Service, 1972, tabla 4.2, p. 4.12).

En la tabla 5.5.1 se muestra el rango para las condiciones antecedentes de humedad para cada clase.

Los números de curva han sido tabulados por el Soil Conservation Service con base en el tipo de suelo y el uso de la tierra. Se definen cuatro grupos de suelos:

Grupo A: Arena profunda, suelos profundos depositados por el viento, limos agregados.

Grupo B: Suelos poco profundos depositados por el viento, marga arenosa.

Grupo C: Margas arcillosas, margas arenosas poco profundas, suelos con bajo contenido orgánico y suelos con altos contenidos de arcilla.

Grupo D: Suelos que se expanden significativamente cuando se mojan, arcillas altamente plásticas y ciertos suelos salinos.

Los valores de CN para varios tipos de uso de la tierra en estos tipos de suelos se dan en la tabla 5.5.2. Para una cuenca hecha de varios tipos de suelos y con diferentes usos de la tierra, se puede calcular un CN compuesto.

Ejemplo 5.5.1 (Tomado de Soil Conservation Service, 1975). Calcule la escorrentía que se origina por una lluvia de 5 pulgadas en una cuenca de 1,000 acres. El grupo hidrológico de suelo es de 50% el Grupo B y 50% el Grupo C que se intercalan a lo largo de la cuenca. Se supone una condición antecedente de humedad II. El uso de la tierra es:

40% de área residencial que es impermeable en un 30%.
 12% de área residencial que es impermeable en un 65%.

18% de caminos pavimentados con cunetas y alcantarillados de aguas lluvias
 16% de área abierta con un 50% con una cubierta aceptable de pastos y un 50% con una buena cubierta de pastos
 14% de parqueaderos, plazas, colegios y similares (toda impermeable)

Solución. Se calcula el número de curva ponderado utilizando la tabla 5.5.2

TABLA 5.5.2

Números de curva de escorrentía para usos selectos de tierra agrícola, suburbana y urbana (condiciones antecedentes de humedad II, $I_a = 0.2S$)

Descripción del uso de la tierra	Grupo hidrológico del suelo			
	A	B	C	D
Tierra cultivada ¹ : sin tratamientos de conservación	72	81	88	91
con tratamientos de conservación	62	71	78	81
Pastizales: condiciones pobres	68	79	86	89
condiciones óptimas	39	61	74	80
Vegas de ríos: condiciones óptimas	30	58	71	78
Bosques: troncos delgados, cubierta pobre, sin hierbas,	45	66	77	83
cubierta buena ²	25	55	70	77
Áreas abiertas, césped, parques, campos de golf, cementerios, etc.				
óptimas condiciones: cubierta de pasto en el 75% o más	39	61	74	80
condiciones aceptables: cubierta de pasto en el 50 al 75%	49	69	79	84
Áreas comerciales de negocios (85% impermeables)	89	92	94	95
Distritos industriales (72% impermeables)	81	88	91	93
Residencial ³ :				
Tamaño promedio del lote Porcentaje promedio impermeable ⁴				
1/8 acre o menos	65	77	85	90
1/4 acre	38	61	75	83
1/3 acre	30	57	72	81
1/2 acre	25	54	70	80
1 acre	20	51	68	79
Parqueaderos pavimentados, techos, accesos, etc. ⁵	98	98	98	98
Calles y carreteras:				
Pavimentados con cunetas y alcantarillados ⁵	98	98	98	98
grava	76	85	89	91
tierra	72	82	87	89

1 Para una descripción más detallada de los números de curva para usos agrícolas de la tierra, remitirse a Soil Conservation Service, 1972, Cap. 9

2 Una buena cubierta está protegida del pastizaje, y los desechos del retiro de la cubierta del suelo.

3 Los números de curva se calculan suponiendo que la escorrentía desde las casas y de los accesos se dirige hacia la calle, con un mínimo del agua del techo dirigida hacia el césped donde puede ocurrir infiltración adicional.

4 Las áreas permeables restantes (césped) se consideran como pastizales en buena condición para estos números de curva.

5 En algunos países con climas más cálidos se puede utilizar 95 como número de curva.

Uso de la tierra	Grupo hidrológico de suelo		
	%	CN	Producto
Residencial (30% impermeable)	20	72	1,440
Residencial (65% impermeable)	6	85	510
Carreteras	9	98	882
Terreno abierto: Buena cubierta	4	61	244
Aceptable cubierta	4	69	276
Parqueaderos	7	98	686
	50	4,038	50
			4,340

Luego,

$$CN \text{ Ponderado} = \frac{4,038 + 4,340}{100} = 83.8$$

$$S = \frac{1,000}{CN} - 10$$

$$= \frac{1,000}{83.8} - 10 = 1.93 \text{ pulg}$$

$$P_e = \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S} = \frac{(5 - 0.2 \times 1.93)^2}{5 + 0.8 \times 1.93} = 3.25 \text{ pulg}$$

Ejemplo 5.5.2 Calcule de nuevo la escorrentía en esta cuenca si son aplicables las condiciones antecedentes de humedad III.

Solución. Encuentre el número de curva para AMC III equivalente a CN = 83.8 bajo AMC II aplicando la ecuación (5.5.8):

$$CN(III) = \frac{23CN(II)}{10 + 0.13CN(II)} = \frac{23 \times 83.8}{10 + 0.13 \times 83.8} = 92.3$$

Luego,

$$S = \frac{1,000}{CN} - 10 = \frac{1,000}{92.3} - 10 = 0.83 \text{ pulg}$$

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S} \\
 &= \frac{(5 - 0.2 \times 0.83)^2}{5 + 0.8 \times 0.83} \\
 &= 4.13 \text{ pulg}
 \end{aligned}$$

El cambio en la escorrentía que se origina por el cambio de las condiciones antecedentes de humedad es $4.13 - 3.25 = 0.88$ pulg, un incremento del 27%.

Efectos de la urbanización

Durante los últimos 15 a 20 años, los hidrólogos se han interesado por los efectos de la urbanización. Los primeros trabajos en hidrología urbana se relacionaban con los efectos de la urbanización en el potencial de inundaciones en pequeñas cuencas urbanas. Los efectos de la urbanización en los hidrogramas de crecientes incluyen incrementos en los volúmenes totales de escorrentía y en los caudales picos, tal como se muestra en la figura 5.5.3. En general, los mayores cambios en los caudales en las cuencas urbanas se deben a lo siguiente:

1. El volumen de agua disponible para la escorrentía aumenta debido al incremento de las zonas impermeables, producto de los parqueaderos, las calles y los techos, que reducen la cantidad de infiltración.
2. Los cambios en la eficiencia hidráulica asociados con canales artificiales, cuvetas y sistemas de recolección de drenaje de tormentas, aumentan la velocidad del flujo y la magnitud de los picos de creciente.

El método SCS para análisis de lluvia-escorrentía puede aplicarse para determinar el incremento en la cantidad de escorrentía que se origina por la urbanización.

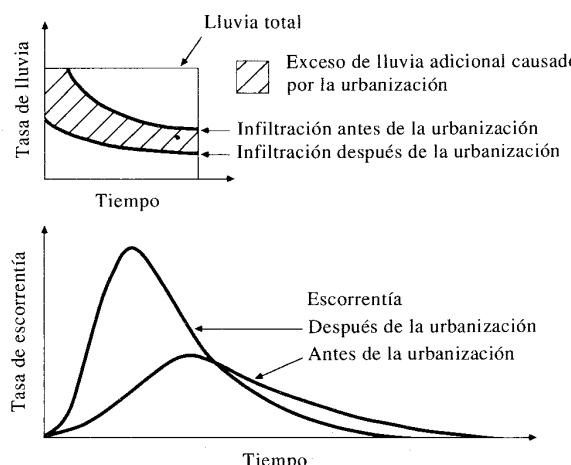


FIGURA 5.5.3
Efecto de la urbanización en la escorrentía de tormentas.

Ejemplo 5.5.3 Calcule la escorrentía de una lluvia de 5 pulgadas en una cuenca de 1,000 acres. El suelo es 50% Grupo B y 50% Grupo C. Suponga condiciones antecedentes de humedad II. El uso de la tierra consta de áreas abiertas con cubiertas aceptables de pasto antes de la urbanización; después de la urbanización el uso es como en el ejemplo 5.5.1. ¿Cuánta escorrentía adicional se origina por la urbanización?

Solución. Los números de curva para áreas abiertas con cubiertas aceptables de pasto son CN = 69 para el Grupo B y 79 para el Grupo C, luego el número de curva promedio para la cuenca es CN = $(69 + 79)/2 = 74$. De (5.5.6), $S = (1,000/74) - 10 = 3.51$ pulg. El exceso de precipitación o escorrentía directa P_e se calcula de (5.5.5) con $P = 50$ pulg:

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S} \\
 &= \frac{(5.0 - 0.2 \times 3.51)^2}{5.0 + 0.8 \times 3.51} \\
 &= 2.37 \text{ pulg (antes de la urbanización)}
 \end{aligned}$$

El ejemplo 5.5.1 muestra que después de la urbanización $P_e = 3.25$ pulg, luego el impacto de la urbanización es causar $3.25 - 2.37 = 0.88$ pulg de escorrentía adicional para esta tormenta, un incremento del 27%.

Distribución temporal de las abstracciones SCS

Hasta este momento, solamente se han calculado las profundidades de exceso de precipitación o escorrentía directa durante una tormenta. Extendiendo el método anterior, puede calcularse la distribución temporal de las abstracciones F_a en una tormenta. Utilizando las ecuaciones (5.5.1) y (5.5.2) y resolviendo para F_a ,

$$F_a = \frac{S(P - I_a)}{P - I_a + S} \quad P \geq I_a \quad (5.5.9)$$

Diferenciando, y notando que I_a y S son constantes,

$$\frac{dF_a}{dt} = \frac{S^2 dP/dt}{(P - I_a + S)^2} \quad (5.5.10)$$

A medida que $P \rightarrow \infty$, $(dF_a/dt) \rightarrow 0$ tal como se requiere, pero la presencia de dP/dt (intensidad de lluvia) en el numerador significa que a medida que la intensidad de lluvia se incrementa, la tasa de retención de agua en la cuenca tiende a incrementarse. Esta propiedad del método SCS puede carecer de una base física fuerte (Morel-Seytoux y Verdin, 1981).

En la práctica, las abstracciones que se acumulan y el exceso de precipitación pueden determinarse ya sea de (5.5.9) o de (5.5.5).

Ejemplo 5.5.4 Ocurre una tormenta en una cuenca tal como se muestra en la columna 2 de la tabla 5.5.3. El valor de CN es 80 y se aplica una condición antecedente de humedad II. Calcule las abstracciones que se acumulan y el hietograma de exceso de precipitación.

Solución. Para $CN = 80$, $S = (1,000/80) - 10 = 2.50$ pulg; $I_a = 0.2S = 0.5$ pulg. La abstracción inicial absorbe toda la lluvia hasta $P = 0.5$ pulg. Esto incluye las 0.2 pulg de lluvia que ocurren durante la primera hora y 0.3 pulg de lluvia que cae durante la segunda hora. Para $P > 0.5$ pulg, la abstracción continuada F_a se calcula con (5.5.9):

$$\begin{aligned} F_a &= \frac{S(P - I_a)}{P - I_a + S} \\ &= \frac{2.50(P - 0.5)}{P - 0.5 + 2.50} \\ &= \frac{2.50(P - 0.5)}{P + 2.0} \end{aligned}$$

Por ejemplo, después de dos horas, la precipitación que se acumula es $P = 0.90$ pulg, luego

$$F_a = \frac{2.50(0.9 - 0.5)}{0.9 + 2.0} = 0.34 \text{ pulg}$$

tal como se muestra en la columna 4 de la tabla. El exceso de precipitación es lo que queda después de las abstracciones inicial y continuada. De (5.5.2)

$$\begin{aligned} P_e &= P - I_a - F_a \\ &= 0.90 - 0.50 - 0.34 = 0.06 \text{ pulg} \end{aligned}$$

tal como se muestra en la columna 5. El histograma de exceso de precipitación se determina tomando la diferencia de valores sucesivos de P_e (columna 6).

TABLA 5.5.3
Cálculo de las abstracciones y del histograma de exceso de lluvia por el método SCS (ejemplo 5.5.4)

Columna:	1	2	3	4	5	6
	Lluvia acumulada	Abstracciones acumuladas	Exceso de lluvia acumulado P_e		Histograma de exceso de lluvia (pulg)	
Tiempo (h)	P (pulg)	I_a	F_a			
0	0	0	—	0	0	
1	0.20	0.20	—	0	0.06	
2	0.90	0.50	0.34	0.06	0.12	
3	1.27	0.50	0.59	0.18	0.58	
4	2.31	0.50	1.05	0.76	1.83	
5	4.65	0.50	1.56	2.59	0.56	
6	5.29	0.50	1.64	3.15	0.06	
7	5.36	0.50	1.65	3.21		

5.6 PROFUNDIDAD DE FLUJO Y VELOCIDAD

El flujo de agua sobre la superficie de una cuenca es un proceso complejo que varía en las tres dimensiones espaciales y en el tiempo. Comienza cuando el agua almacenada en la superficie adquiere una profundidad suficiente para sobrepasar las fuerzas de retención superficial y empieza a fluir. Se pueden distinguir dos tipos básicos de flujo: el flujo superficial y el flujo en canal. El flujo (escorrentía) superficial es una capa delgada que fluye a lo largo de una superficie ancha. El flujo en canal es una corriente más angosta que fluye en una trayectoria confinada. El capítulo 2 mostró las leyes físicas aplicables a estos dos tipos de flujo. En una cuenca natural el flujo superficial es el primer mecanismo de flujo, pero éste puede persistir solamente durante unas cortas distancias (hasta unos 100 pies) antes de que las irregularidades en la superficie de la cuenca concentren el flujo en canales tortuosos. Gradualmente, los flujos de estos pequeños canales se combinan para producir flujos en canales claramente reconocibles, los cuales se acumulan aguas abajo para formar el flujo de la corriente en la salida de la cuenca.

El flujo de agua superficial está gobernado por los principios de continuidad y de *momentum*. La aplicación de estos principios a flujos no permanentes tridimensionales en la superficie de una cuenca sólo es posible en condiciones muy simplificadas. Por tanto generalmente se suponen flujos unidimensionales o bidimensionales.

Flujo superficial

El flujo superficial es una lámina delgada que ocurre en la parte superior de las pendientes antes de que el flujo se concentre en canales reconocibles. La figura 5.6.1 muestra el flujo a lo largo de un plano uniforme en el cual la lluvia cae con una intensidad i y se presenta una infiltración a una tasa f . Transcurre tiempo suficiente desde el inicio de la lluvia, de tal manera que todos los flujos son permanentes. El plano tiene ancho unitario y longitud L_0 , y se inclina a un ángulo θ con respecto a la horizontal, con pendiente $S_0 = \tan \theta$.

Continuidad. La ecuación de continuidad (2.2.5) para un flujo permanente de densidad constante es

$$\int \int_{\text{s.c.}} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (5.6.1)$$

La entrada al volumen de control que se origina por la lluvia es $iL_0 \cos \theta$, y la salida es $fL_0 \cos \theta$ debido a la infiltración más Vy a causa del flujo superficial. La profundidad y se mide perpendicularmente al fondo y la velocidad V paralela al fondo. Entonces la ecuación de continuidad se escribe como

$$\int \int_{\text{s.c.}} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = fL_0 \cos \theta + Vy - iL_0 \cos \theta = 0$$

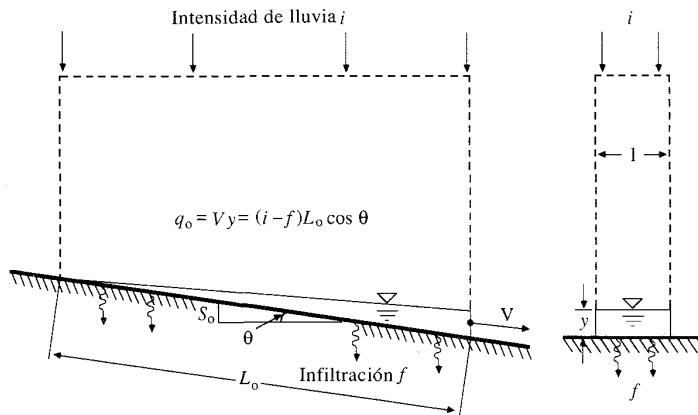


FIGURA 5.6.1
Flujo permanente en un plano uniforme bajo lluvia.

El caudal por unidad de ancho, q_0 , está dado por

$$q_0 = Vy = (i - f)L_0 \cos \theta \quad (5.6.2)$$

Momentum. Para un flujo laminar uniforme a lo largo de un plano inclinado, se puede demostrar (Roberson y Crowe, 1985) que la velocidad promedio V está dada por

$$V = \frac{gS_0y^2}{3\nu} \quad (5.6.3)$$

donde g es la aceleración de la gravedad y ν es la viscosidad cinemática del fluido. Para flujo uniforme, $S_0 = S_f = h/L$, y (5.6.3) puede reordenarse para resultar

$$h_f = \frac{24\nu}{V_y} \frac{L}{4y} \frac{V^2}{2g} \quad (5.6.4)$$

la cual tiene la misma forma de la ecuación de Darcy-Weisbach (2.5.1) para resistencia al flujo

$$h_f = f \frac{L}{4R} \frac{V^2}{2g} \quad (5.6.5)$$

con un factor de fricción $f = 96/Re$ en el cual el número de Reynolds es $Re = 4VR/\nu$ y el radio hidráulico es $R = y$. Para un flujo en láminas por unidad de ancho, $R = \text{área } /(\text{perímetro mojado}) = y \times 1/1 = y$, tal como se requiere. El flujo permanece laminar siempre y cuando $Re \leq 2,000$.

Para un flujo laminar en láminas bajo lluvia, el factor de fricción se incrementa con la intensidad de lluvia. Si se supone que f tiene la forma de C_L/Re , donde C_L es un coeficiente de resistencia, los experimentos que se efectuaron en la Universidad de Illinois (Chow y Yen, 1976) arrojaron

$$C_L = 96 + 108i^{0.4} \quad (5.6.6)$$

donde i es la intensidad de lluvia en pulgadas por hora.

Resolviendo la ecuación (5.6.5) para y y utilizando $h_f/L = S_0$ para flujo uniforme, se encuentra

$$y = \frac{fV^2}{8gS_0} \quad (5.6.7)$$

luego se sustituye V utilizando $q_0 = Vy$ de (5.6.2) y resulta

$$y = \left(\frac{fq_0^2}{8gS_0} \right)^{1/3} \quad (5.6.8)$$

que especifica la profundidad de flujo en láminas en un plano uniforme.

Ejemplo 5.6.1 Una lluvia de intensidad de 1 pulg/h cae sobre un plano uniforme, liso e impermeable de 100 pies de largo y con una pendiente del 5%. Calcule el caudal por unidad de ancho, la profundidad y la velocidad en el punto más bajo del plano. Utilice $\nu = 1.2 \times 10^{-5}$ pies²/s.

Solución. El caudal por unidad de ancho está dado por (5.6.2) con $i = 1 \text{ pulg/h} = 2.32 \times 10^{-5}$ pies/s y $f = 0$. El ángulo $\theta = \tan^{-1}(S_0) = \tan^{-1}(0.05) = 2.86^\circ$, luego $\cos \theta = 0.999$.

$$\begin{aligned} q_0 &= (i - f)L_0 \cos \theta \\ &= (2.32 \times 10^{-5} - 0) \times 100 \times 0.999 \\ &= 2.31 \times 10^{-3} \text{ pies}^2/\text{s} \end{aligned}$$

El número de Reynolds es

$$\begin{aligned} Re &= \frac{4Vy}{\nu} \\ &= \frac{4q_0}{\nu} \\ &= \frac{4 \times 2.31 \times 10^{-3}}{1.2 \times 10^{-5}} \\ &= 770 \end{aligned}$$

luego el flujo es laminar. El coeficiente de resistencia C_L está dado por (5.6.6):

$$\begin{aligned} C_L &= 96 + 108i^{0.4} \\ &= 96 + 108(1)^{0.4} \\ &= 204 \end{aligned}$$

El factor de fricción es $f = C_L/Re = 204/770 = 0.265$ y la profundidad del flujo se calcula utilizando la ecuación (5.6.8),

$$\begin{aligned} y &= \left(\frac{f q_0^2}{8g S_0} \right)^{1/3} \\ &= \left[\frac{0.265 \times (2.31 \times 10^{-3})^2}{8 \times 32.2 \times 0.05} \right]^{1/3} \\ &= 0.0048 \text{ pies (0.06 pulg)} \end{aligned}$$

La velocidad V está dada por

$$\begin{aligned} V &= \frac{q_0}{y} \\ &= 2.31 \times 10^{-3} / 0.0048 \\ &= 0.48 \text{ pies/s} \end{aligned}$$

Estudios de campo del flujo superficial (Emmett, 1978) indican que el flujo es laminar pero que la resistencia al flujo es alrededor de 10 veces mayor que la de estudios de laboratorio realizados en planos uniformes. El incremento en la resistencia al flujo se origina principalmente por la no uniformidad de la topografía y la vegetación superficial. La ecuación (5.6.8) puede reescribirse en una forma más general

$$y = \alpha q_0^m \quad (5.6.9)$$

Para flujo laminar $m = 2/3$ y $\alpha = (f/8gS_0)^{1/3}$. Los estudios de Emmett indican que el factor de fricción de Darcy-Weisbach f está en el rango 20-200 para flujo superficial en condiciones de campo.

Cuando el flujo se vuelve turbulento, el factor de fricción se independiza del número de Reynolds y empieza a depender sólo de la rugosidad de la superficie. En este caso, la ecuación de Manning (2.5.7) es aplicable para describir el flujo:

$$V = \frac{1.49}{n} R^{2/3} S_f^{1/2} \quad (5.6.10)$$

con $R = y$, $S_f = S_0$ para flujo uniforme y $q_0 = Vy$. Esta ecuación puede resolverse para y donde resulta

$$y = \left(\frac{n q_0}{1.49 S_0^{1/2}} \right)^{3/5} \quad (5.6.11)$$

la cual tiene la forma general de (5.6.9) con $\alpha = (n/1.49S_0^{1/2})^{3/5}$ y $m = 3/5$. Para las unidades del SI $\alpha = n^{0.6}/S_0^{0.3}$.

Ejemplo 5.6.2 Calcule la profundidad de flujo y la velocidad de un caudal de 2.31×10^{-3} cfs/pie (ancho) sobre césped con un factor de fricción de Darcy-Weisbach $f = 75$ y una pendiente de 5%. Utilice $v = 1.2 \times 10^{-5}$ pies²/s.

Solución. El número de Reynolds es $Re = 4q_0/v = 4 \times 2.31 \times 10^{-3}/1.2 \times 10^{-5} = 770$ (flujo laminar) y $\alpha = (f/8gS_0)^{1/3} = (75/(8 \times 32.2 \times 0.05))^{1/3} = 1.80$. De (5.6.9) con $m = 2/3$

$$\begin{aligned} y &= \alpha q_0^m \\ &= 1.80(2.31 \times 10^{-3})^{2/3} \\ &= 0.031 \text{ pies (0.4 pulg)} \end{aligned}$$

La velocidad es $V = q_0/y = 2.31 \times 10^{-3}/0.031 = 0.075$ pies/s. Como puede notarse, este flujo es más profundo y más lento que el flujo del plano liso del ejemplo 5.6.1.

Ejemplo 5.6.3 Calcule el caudal por unidad de ancho, la profundidad y la velocidad al final de un tramo de asfalto de 200 pies, con pendiente 0.02, sujeto a una lluvia de 10 pulg/h, con un coeficiente n de Manning de 0.015 y una viscosidad cinemática v de 1.2×10^{-5} pies²/s.

Solución. El caudal por unidad de ancho está dado por la ecuación (5.6.2) con $i = 10$ pulg/h = 2.32×10^{-4} pies/s, $f = 0$ y $\theta = \tan^{-1}(0.02) = 1.15^\circ$, para el cual $\cos \theta = 1.00$:

$$\begin{aligned} q_0 &= (i - f)L_0 \cos \theta \\ &= 2.32 \times 10^{-4} \times 200 \times 1.00 \\ &= 0.0464 \text{ cfs/pie} \end{aligned}$$

El número de Reynolds es $Re = 4q_0/v = 4 \times 0.0464/(1.2 \times 10^{-5}) = 15,333$, luego el flujo es turbulento. La profundidad de flujo está dada por la ecuación (5.6.9) con $\alpha = (n/1.49S_0^{1/2})^{3/5} = [0.015/(1.49 \times 0.02^{1/2})]^{3/5} = 0.205$ y $m = 0.6$:

$$\begin{aligned} y &= \alpha q_0^m \\ &= 0.205 \times (0.0464)^{0.6} \\ &= 0.032 \text{ pies (0.4 pulg)} \end{aligned}$$

También,

$$\begin{aligned} V &= \frac{q_0}{y} \\ &= \frac{0.0464}{0.032} \\ &= 1.43 \text{ pies/s} \end{aligned}$$

Flujo en canales

El paso de flujo superficial hacia un canal puede verse como un flujo lateral, de la misma manera que los anteriores ejemplos consideran la precipitación como un flujo lateral hacia la superficie de la cuenca.

Considérese un canal de longitud L_c que es alimentado por el flujo superficial desde un plano tal como se muestra en la figura 5.6.2. El flujo superficial tiene un caudal q_0 por unidad de ancho, luego el caudal que llega al canal es $Q = q_0 L_c$. Para calcular la profundidad y la velocidad en varios puntos a lo largo del canal, es necesaria una solución iterativa de la ecuación de Manning. La ecuación de Manning es

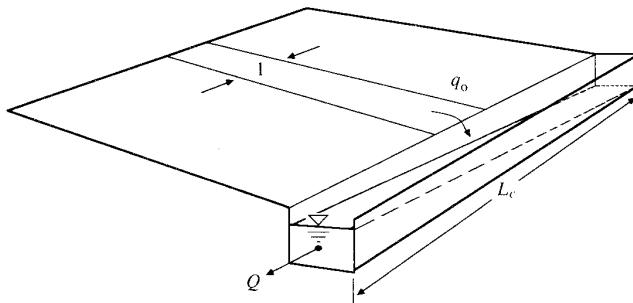


FIGURA 5.6.2
Flujo superficial desde un plano hacia un canal.

$$Q = \frac{1.49}{n} S_0^{1/2} A R^{2/3} \quad (5.6.12)$$

Solución de la ecuación de Manning utilizando el método de Newton

No existe una solución analítica general de la ecuación de Manning para determinar la profundidad de flujo dada una tasa de flujo, debido a que el área A y el radio hidráulico R pueden ser funciones complejas de la profundidad. El método de Newton puede aplicarse iterativamente para dar una solución numérica. Supóngase que se selecciona la profundidad y_j en la iteración j y que se calcula una tasa de flujo Q_j a partir de (5.6.12), utilizando el área y el radio hidráulico correspondientes a y_j . Este Q_j se compara con el flujo real Q ; el objetivo es seleccionar y de tal manera que el error

$$f(y_j) = Q_j - Q \quad (5.6.13)$$

sea aceptablemente pequeño. El gradiente de f con respecto a y es

$$\frac{df}{dy_j} = \frac{dQ_j}{dy_j} \quad (5.6.14)$$

debido a que Q es una constante. Por consiguiente, suponiendo que el coeficiente n de Manning es constante,

$$\begin{aligned} \left(\frac{df}{dy} \right)_j &= \left(\frac{1.49}{n} S_0^{1/2} A_j R_j^{2/3} \right) / dy_j \\ &= \frac{1.49}{n} S_0^{1/2} \left(\frac{2AR^{-1/3}}{3} \frac{dR}{dy} + R^{2/3} \frac{dA}{dy} \right)_j \end{aligned} \quad (5.6.15)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1.49}{n} S_0^{1/2} A_j R_j^{2/3} \left(\frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \right)_j \\ &= Q_j \left(\frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \right)_j \end{aligned}$$

donde el subíndice j por fuera de los paréntesis indica que sus contenidos se evalúan para $y = y_j$.

La expresión para gradiente es útil en el método de Newton, donde, dada una alternativa de y_j, y_{j+1} , se escoge para satisfacer

$$\left(\frac{df}{dy} \right)_j = \frac{0 - f(y_j)}{y_{j+1} - y_j} \quad (5.6.16)$$

Este valor y_{j+1} es el valor de y , en una gráfica de f vs. y , donde la tangente a la curva en $y = y_j$ interseca al eje horizontal, tal como se ilustra en la figura 5.6.3.

Resolviendo (5.6.16) para y_{j+1} ,

$$y_{j+1} = y_j - \frac{f(y_j)}{(df/dy)_j} \quad (5.6.17)$$

que es la ecuación fundamental del método de Newton. Las iteraciones se continúan hasta que no exista un cambio significativo en y ; esto ocurre cuando el error $f(y)$ es bastante cercano a cero.

Sustituyendo en (5.6.17) a partir de las ecuaciones (5.6.13) y (5.6.15) resulta la ecuación del método de Newton para resolver la ecuación de Manning:

$$y_{j+1} = y_j - \frac{1 - Q/Q_j}{\left(\frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \right)_j} \quad (5.6.18)$$

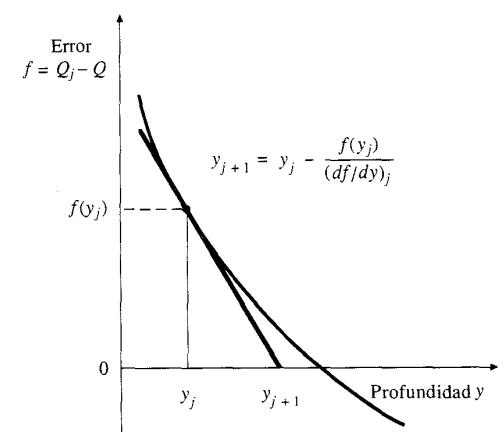


FIGURA 5.6.3
El método de Newton extrapoló la tangente de la función de error en la profundidad actual y_j para obtener la profundidad y_{j+1} para la siguiente iteración.

Para un canal rectangular $A = B_w y$ y $R = B_w y / (B_w + 2y)$ donde B_w es el ancho del canal; después de alguna manipulación, (5.6.18) se convierte en

$$y_{j+1} = y_j - \frac{1 - Q/Q_j}{\left(\frac{5B_w + 6y_j}{3y_j(B_w + 2y_j)} \right)}$$

Algunos valores para la función de forma del canal $[(2/3R)(dR/dy) + (1/A)(dA/dy)]$ para otras secciones transversales se establecen en la tabla 5.6.1.

Ejemplo 5.6.4 Calcule la profundidad de flujo en un canal rectangular de 2 pies de ancho que tiene $n = 0.015$, $S_0 = 0.025$ y $Q = 9.26$ cfs.

Solución.

$$\begin{aligned} Q_j &= \frac{1.49}{n} S_0^{1/2} \frac{(B_w y_j)^{5/3}}{(B_w + 2y_j)^{2/3}} \\ &= \frac{1.49}{0.015} (0.025)^{1/2} \frac{(2y_j)^{5/3}}{(2 + 2y_j)^{2/3}} \\ &= \frac{31.41 y_j^{5/3}}{(1 + y_j)^{2/3}} \end{aligned} \quad (5.6.19)$$

También,

$$\begin{aligned} \frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} &= \frac{5B_w + 6y_j}{3y_j(B_w + 2y_j)} = \frac{10 + 6y_j}{3y_j(2 + 2y_j)} \\ &= \frac{1.667 + y_j}{y_j(1 + y_j)} \end{aligned}$$

de la ecuación (5.6.18)

$$y_{j+1} = y_j - \frac{(1 - 9.26/Q_j)y_j(1 + y_j)}{1.667 + y_j} \quad (5.6.20)$$

Escogiendo un valor de prueba arbitrario inicial de $y_1 = 1.00$ pie, la solución con tres cifras significativas se encuentra después de tres iteraciones resolviendo sucesivamente (5.6.19) y (5.6.20) para Q_j y y_{j+1} . El resultado es $y = 0.58$ pies.

Iteración j	1	2	3	4
y_j (pies)	1.00	0.601	0.577	0.577
Q_j (cfs)	19.79	9.82	9.26	9.26

Ejemplo 5.6.5 Calcule la velocidad y profundidad de flujo cada 200 pies a lo largo de un canal rectangular de 1,000 pies de largo y 2 pies de ancho, con rugosidad de $n = 0.015$ y pendiente de $S = 0.025$, alimentado por un flujo lateral de 0.00926 cfs/pie.

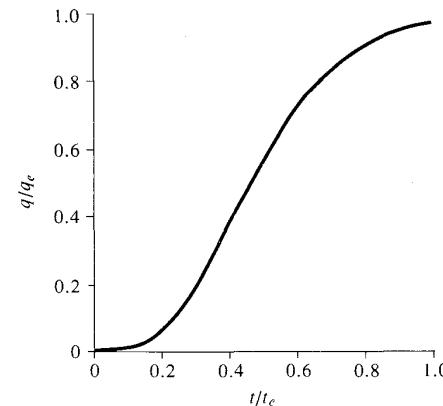


FIGURA 5.6.4
Hidrograma adimensional para flujo superficial. El flujo permanente q_c se obtiene en el tiempo de equilibrio t_c . (Según Izzard, 1946).

Solución. El método del ejemplo 5.6.4 se aplica repetitivamente para calcular y con $Q = 0.00926L$. La velocidad es $V = Q/B_w y = Q/2y$.

Distancia a lo largo del canal, L (pies)	0	200	400	600	800	1,000
Caudal (cfs)	0	1.85	3.70	5.56	7.41	9.26
Profundidad y (pies)	0	0.20	0.31	0.41	0.49	0.58
Velocidad V (pies)	0	4.63	5.97	6.86	7.56	8.02

En esta sección, los ejemplos suponen un flujo permanente en la cuenca. En la realidad, bajo una lluvia de intensidad constante, el flujo permanente de equilibrio se alcanza asintóticamente en la forma que se ilustra en la figura 5.6.4. Luego, el flujo varía tanto en el tiempo como en el espacio en la superficie de la cuenca y en el canal.

5.7 TIEMPO DE TRÁNSITO

El tiempo de tránsito del flujo desde un punto de la cuenca hasta otro puede deducirse a partir de la distancia y la velocidad de flujo. Si dos puntos a lo largo de una corriente están separados por una distancia L , y la velocidad a lo largo de la línea de corriente es $v(l)$ donde l es la distancia a lo largo de la trayectoria, entonces el tiempo de tránsito t está dado por

$$dl = v(l) dt$$

$$\int_0^t dt = \int_0^L \frac{dl}{v(l)} \quad (5.7.1)$$

TABLA 5.6.1
Funciones geométricas para elementos del canal

Sección	Rectángulo	Trapezio	Triángulo	Círculo
Área A	$B_w y$	$(B_w + z)y$	$z y^2$	$\frac{1}{8}(\theta - \operatorname{sen} \theta)d_o^2$
Perímetro mojado P	$B_w + 2y$	$B_w + 2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{1}{2}\theta d_o$	
Radio hidráulico R	$\frac{B_w y}{B_w + 2y}$	$\frac{(B_w + z)y}{B_w + 2y\sqrt{1+z^2}}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	
Ancho superficial B	B_w	$B_w + 2zy$	$2zy$	$\left[\operatorname{sen} \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] d_o$
			o	o
			$2\sqrt{y(d_o - y)}$	
		$\frac{4(2 \operatorname{sen} \theta + 3\theta - 5\theta \cos \theta)}{3d_o(\theta - \operatorname{sen} \theta) \operatorname{sen}(\theta/2)}$	$\frac{8}{3y}$	
			donde $\theta = 2 \cos^{-1} \left(1 - \frac{2y}{d_o} \right)$	
$\frac{2dR}{3R dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy}$	$\frac{5B_w + 6y}{3y(B_w + 2y)}$	$\frac{(B_w + 2zy)(5B_w + 6y\sqrt{1+z^2}) + 4zy^2\sqrt{1+z^2}}{3y(B_w + zy)(B_w + 2y\sqrt{1+z^2})}$		

Fuente: Chow, V. T., *Open-Channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York, 1959, tabla 2.1, p. 21 (con adiciones).

AGUA SUPERFICIAL

o

$$t = \int_0^L \frac{dl}{v(l)} \quad (5.7.2)$$

Si se supone que la velocidad v_i es constante en un incremento de longitud Δl_i , $i = 1, 2, \dots, I$, entonces

$$t = \sum_{i=1}^I \frac{\Delta l_i}{v_i} \quad (5.7.3)$$

Las velocidades que se aplican en la ecuación (5.7.3) pueden calcularse usando los métodos descritos en la sección 5.6, o haciendo referencia a la tabla 5.7.1.

Debido al tiempo de tránsito hasta la salida de la cuenca, solamente parte de ésta puede contribuir al flujo de agua superficial en un momento dado t después del inicio de la precipitación. El crecimiento del área que contribuye puede visualizarse en la figura 5.7.1. Si una lluvia de intensidad constante comienza y continúa indefinidamente, entonces el área rodeada por la línea discontinua designada t_1 contribuiría

TABLA 5.7.1
Velocidades promedio aproximadas en pies/s del flujo de escorrentía para calcular el tiempo de concentración

Descripción del curso de agua	Pendiente en porcentaje			
	0-3	4-7	8-11	12-
No concentrado*				
Bosques	0-1.5	1.5-2.5	2.5-3.25	3.25-
Pastizales	0-2.5	2.5-3.5	3.5-4.25	4.25-
Cultivos	0-3.0	3.0-4.5	4.5-5.5	5.5-
Pavimentos	0-8.5	8.5-13.5	13.5-17	17-
Concentrado**				
Canal de salida – la ecuación de Manning determina la velocidad				
Canal natural no bien definido	0-2	2-4	4-7	7-

* Esta condición usualmente ocurre en las partes superiores de la cuenca antes de que el flujo superficial se acumule en una canal.

** Estos valores varían con el tamaño del canal y otras condiciones. Cuando sea posible, deben hacerse determinaciones más precisas para condiciones particulares mediante la ecuación de velocidad en canales de Manning.

Fuente: Drainage Manual, Texas Highway Department, tabla VII, p. II-28, 1970.

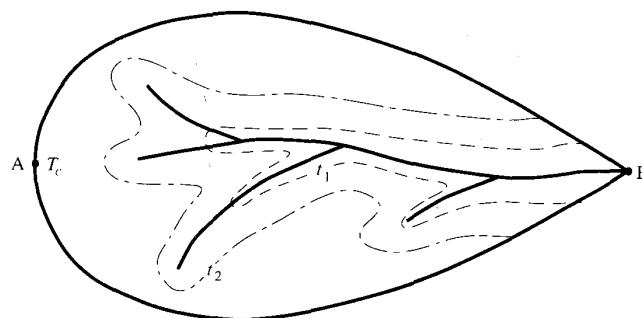


FIGURA 5.7.1

Las isocronas en t_1 y t_2 definen el área contribuyente al flujo a la salida de la cuenca para lluvias de duración t_1 y t_2 . El tiempo de concentración T_c es el tiempo de flujo desde el punto más alejado de la cuenca (A) hasta la salida (B).

rá al flujo superficial a la salida de la cuenca después del tiempo t_1 ; de forma análoga, el área rodeada por la línea designada t_2 contribuirá al flujo superficial después del tiempo t_2 . Las fronteras de estas áreas contribuyentes son líneas de tiempo igual de flujo hacia la salida y se denominan *isocronas*. El tiempo para el cual toda la cuenca empieza a contribuir es el *tiempo de concentración* T_c ; este es el tiempo de flujo desde el punto más alejado hasta la salida de la cuenca.

Ejemplo 5.7.1 Calcule el tiempo de concentración de una cuenca en la cual la trayectoria de flujo más largo cubre 100 pies de pastizales con una pendiente del 5%, luego entra en un canal rectangular de 1,000 pies de largo por 2 pies de ancho, con coeficiente de rugosidad $n = 0.015$ y pendiente del 2.5%, el cual recibe un flujo lateral de 0.00926 cfs/pie.

Solución. De la tabla 5.7.1, los pastizales con pendiente del 5% tienen velocidades de flujo en el rango 2.5-3.5 pies/s. Utilice una velocidad de 3.0 pies/s. El tiempo de tránsito

TABLA 5.7.2

Tiempo de tránsito en un canal (ejemplo 5.7.1)

Distancia a lo largo del canal, l (pies)	0	200	400	600	800	1,000
Δl	200	200	200	200	200	200
Velocidad calculada V (pies/s)	0	4.63	5.97	6.86	7.56	8.02
Velocidad promedio \bar{V} (pies/s)	2.32	5.30	6.42	7.21	7.79	
Tiempo de tránsito $\Delta t = \Delta l/V(s)$	86.2	37.7	31.2	27.7	25.7	$(\Sigma \Delta t = 208.5 \text{ s})$

to a lo largo de los 100 pies de pastizales es $\Delta t = \Delta l/v = 100/3.0 = 33 \text{ s}$. Para el canal rectangular, en el ejemplo 5.6.5 se calcularon las velocidades en intervalos de 200 pies. El tiempo de tránsito para cada intervalo se calcula utilizando la velocidad promedio en dicho intervalo. Por ejemplo, para los primeros 200 pies, $\Delta t = \Delta l/\bar{v} = 200/2.32 = 86.2 \text{ s}$. Esto arroja un tiempo de tránsito total de 208.5 s para el canal, tal como se muestra en la tabla 5.7.2. El tiempo de concentración T_c es la suma de los tiempos de tránsito en el pastizal y en el canal, o $33 + 209 = 242 \text{ s} = 4 \text{ min}$.

5.8 REDES DE RÍOS

En mecánica de fluidos, el estudio de la similaridad de flujos en sistemas de diferente tamaño es una herramienta importante para relacionar los resultados de estudios hechos en modelos de pequeña escala para aplicarlos a prototipos de gran escala. En hidrología, la *geomorfología* de la cuenca, o estudio cuantitativo de la forma del terreno superficial, se utiliza para hacer medidas de similaridad geométrica entre cuencas, especialmente entre sus redes de ríos.

Horton (1945) dio origen al estudio cuantitativo de redes de ríos. Desarrolló un sistema para ordenar las redes de ríos y derivó algunas leyes al relacionar el número y la longitud de los ríos de diferente orden. El sistema de ordenamiento de ríos de Horton, levemente modificada por Strahler (1964), es como sigue:

Los canales reconocibles más pequeños se designan como de orden 1; normalmente estos canales fluyen sólo durante tiempo húmedo.

Cuando dos canales de orden 1 se unen, resulta un canal de orden 2 hacia aguas abajo; en general, cuando dos canales de orden i se unen, resulta un canal de orden $i + 1$.

Cuando un canal de orden bajo se une con un canal de orden mayor, el canal resultante hacia aguas abajo retiene el mayor de los dos órdenes.

El orden de la cuenca de drenaje es el mismo del río a su salida I , el mayor orden en la cuenca.

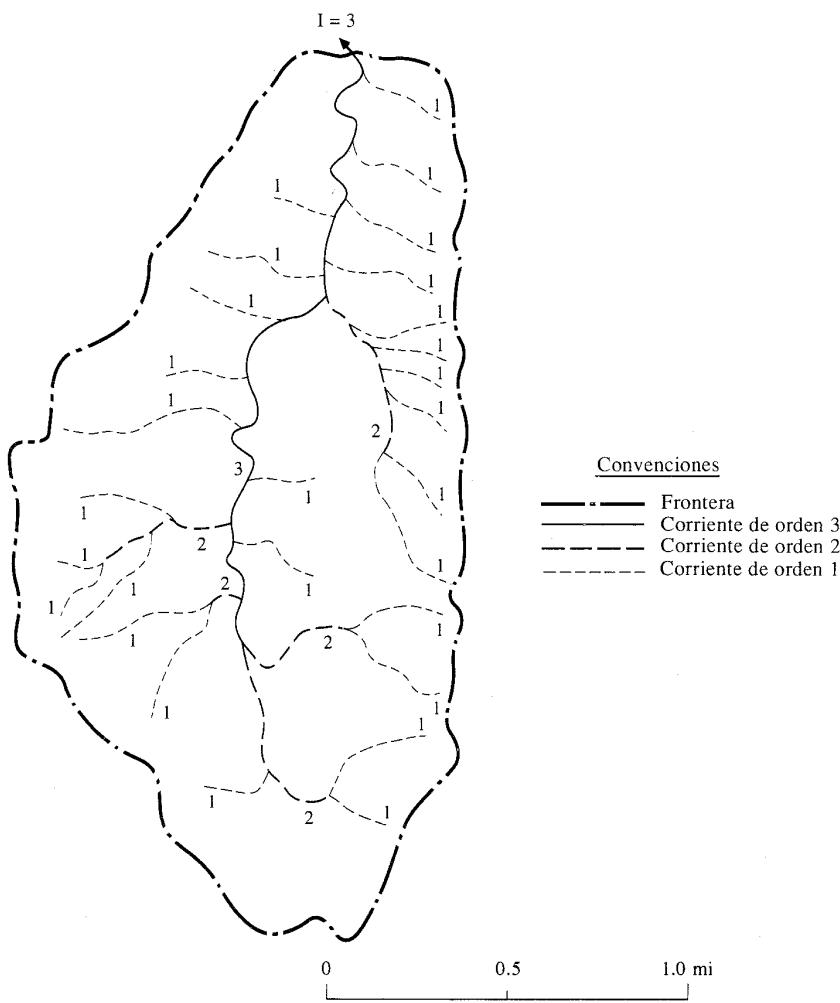
En la figura 5.8.1 se muestra un ejemplo de este sistema de clasificación para una pequeña cuenca en Texas.

Horton (1945) encontró empíricamente que la *relación de bifurcación* R_B , o relación del número N_i de canales de orden i y el número N_{i+1} de canales de orden $i + 1$, es relativamente constante de un orden a otro. Esta es la *ley de Horton de números de ríos*:

$$\frac{N_i}{N_{i+1}} = R_B \quad i = 1, 2, \dots, I-1 \quad (5.8.1)$$

Como ejemplo, en la figura 5.8.1, $N_1 = 28$, $N_2 = 5$ y $N_3 = 1$; luego $N_1/N_2 = 5.6$ y $N_2/N_3 = 5.0$. El valor teórico mínimo para la relación de bifurcación es 2, y los valores se localizan típicamente en el rango 3-5 (Strahler, 1964).

El promedio de longitud de los ríos de cada orden, L_i , puede calcularse midiendo la longitud de cada una de las corrientes. Horton propuso la *ley de longitudes de río* en la cual las longitudes promedio de ríos de órdenes sucesivos están relacionados por medio de la *relación de longitud* R_L :



$$\frac{L_{i+1}}{L_i} = R_L \quad (5.8.2)$$

Utilizando un raciocinio similar, Schumm (1956) propuso la *ley de áreas de ríos* para relacionar las áreas promedio A_i que se drenan por ríos de órdenes sucesivos

$$\frac{A_{i+1}}{A_i} = R_A \quad (5.8.3)$$

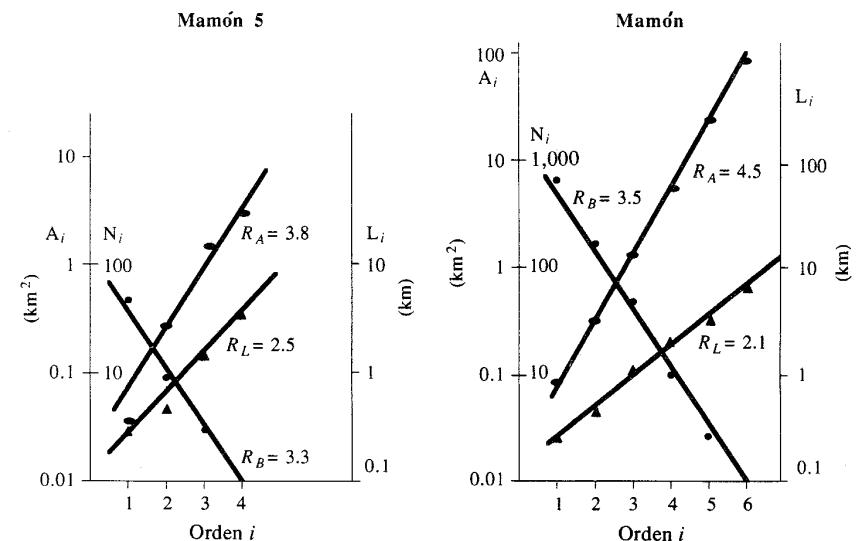
Estas relaciones se calculan graficando los valores de N_i , L_i y A_i en una escala logarítmica contra el orden del río en una escala lineal, tal como se muestra para dos cuencas venezolanas en la figura 5.8.2. Las relaciones R_B , R_L y R_A se calculan utilizando las pendientes de las líneas en estas gráficas. La cuenca Mamón 5 es una subcuenca de la cuenca Mamón (véase la figura 5.8.3). La consistencia de R_B , R_L y R_A , entre las dos cuencas demuestra su similaridad geométrica. Se han realizado estudios para relacionar las características de hidrogramas de creciente con los parámetros de las redes de ríos (Rodríguez-Iturbe y Valdés, 1979; Gupta, Waymire y Wang, 1980; Gupta, Rodríguez-Iturbe y Wood, 1986).

Otros parámetros útiles para análisis hidrológicos son la densidad de drenaje y la longitud de flujo superficial (Smart, 1972). La *densidad de drenaje D* es la relación de la longitud total de canales en una cuenca con respecto a su área

$$D = \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{N_i} L_{ij}}{A_I} \quad (5.8.4)$$

donde L_{ij} es la longitud del río j -ésimo de orden i . Si los ríos se alimentan por flujo superficial hortoniano desde toda su área contribuyente, entonces la longitud promedio de flujo superficial, L_o , se da aproximadamente por

$$L_o = \frac{1}{2D} \quad (5.8.5)$$



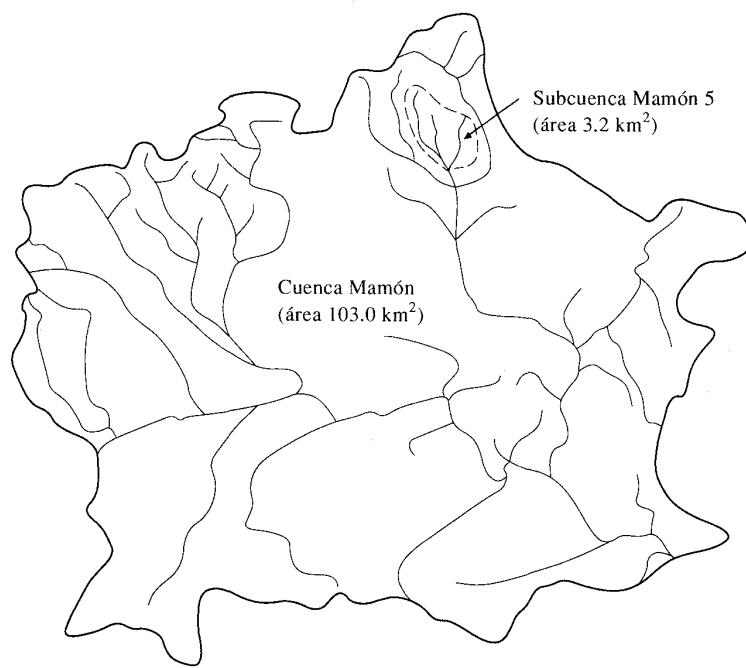


FIGURA 5.8.3

Área de drenaje de la cuenca Mamón en Venezuela. (Fuente: Valdés, Fiallo y Rodríguez-Iturbe, p. 1123, 1979. Copyright de la American Geophysical Union).

Shreve (1966) demostró que las leyes de ríos de Horton resultan de las combinaciones más probables de canales en una red, si se hace el proceso de combinación aleatoria utilizando todas las combinaciones posibles.

REFERENCIAS

- Betson, R. P., What is watershed runoff? *J. Geophys. Res.*, vol. 69, No. 8, pp. 1541-1552, 1964.
 Chow, V. T., *Open-channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York, 1959.
 Chow, V. T., y B. C. Yen, Urban stormwater runoff: determination of volumes and flowrates, report EPA-600/2-76-116, Municipal Environmental Research Laboratory, Office of Research and Development, U. S. Environmental Protection Agency, Cincinnati, Ohio, mayo 1976.
 Dunne, T., T. R. Moore y C. H. Taylor, Recognition and prediction of runoff-producing zones in humid regions, *Hydrol. Sci. Bull.*, vol. 20, No. 3, pp. 305-327, 1975.
 Emmett, W. W., Overland flow, en *Hillslope Hydrology*, ed. por M. J. Kirkby Wiley, New York, pp. 145-176, 1978.
 Freeze, R. A., Role of subsurface flow in generating surface runoff 2. Upstream source areas, *Water Resour. Res.* vol. 8, No. 5, pp. 1272-1283, 1972.
 Freeze, R. A., Streamflow generation, *Rev. Geophys. Space Phys.*, vol. 12, No. 4, pp. 627-647, 1974.
 Gupta, V. K., E. Waymire, C. T. Wang. A representation of an instantaneous unit hydrograph from geomorphology. *Water Resour. Res.*, vol. 16, No. 5, pp. 855-862, 1980.
 Gupta, V. K., I. Rodríguez-Iturbe y E. F. Wood (eds.), *Scale Problems in Hydrology*, D. Reidel, Dordrecht, Holland, 1986.

- Harr, R. D., Water flux in soil and subsoil on a steep forested slope, *J. Hydrol.*, vol. 33, 37-58, 1977.
 Hewlett, J. D., y A. R. Hibbert. Factors affecting the response of small watersheds to precipitation in humid areas, en *Int. Symp. on Forest Hydrology*, ed. por W. E. Sopper y H. W. Lull, Pergamon Press, Oxford, pp. 275-290, 1967.
 Hewlett, J. D., *Principles of Forest Hydrology*, Univ. of Georgia Press, Athens, Ga., 1982.
 Horton, R. E., The role of infiltration in the hydrologic cycle, *Trans. Am. Geophys. Union*, vol. 14, pp. 446-460, 1933.
 Horton, R. E., Erosional development of streams and their drainage basins; hydrophysical approach to quantitative morphology, *Bull. Geol. Soc. Am.*, vol. 56, pp. 275-370, 1945.
 Izzard, C. F., Hydraulics of runoff from developed surfaces, *Proceedings*, 26th Annual Meeting of the Highway Research Board, vol. 26, pp. 129-146, December 1946.
 Martín, G. N., Characterization of simple exponential baseflow recession, *J. Hydrol.* (New Zealand) vol. 12, No. 1, pp. 57-62, 1973.
 Morel-Seytoux, H. J., y J. P. Verdin, Extension of the Soil Conservation Service rainfall runoff methodology for ungaged watersheds, informe No. FHWA/RD-81/060, Federal Highway Administration, Washington, D.C., disponible de National Technical Information Service, Springfield, Va. 22616, 1981.
 Moseley, M. P., Streamflow generation in a forested watershed, *New Zealand, Water Resour. Res.* vol. 15, No. 4, pp. 795-806, 1979.
 Pearce, A. J. y A. I. McKerchar, Upstream generation of storm runoff, in *Physical Hydrology. New Zealand Experience*, ed. por D. L. Murray y P. Ackroyd, New Zealand Hydrological Society, Wellington, New Zealand, pp. 165-192, 1979.
 Pearce, A. J., M. K. Stewart, y M. G. Sklash, Storm runoff generation in humid headwater catchments, 1, Where does the water come from? *Water Resour. Res.*, vol. 22, No. 8, pp. 1263-1272, 1986.
 Ragan, R. M., An experimental investigation of partial area contributions, *Int. Ass. Sci. Hydrol. Publ.* 76, pp. 241-249, 1968.
 Roberson, J. A., y C. T. Crowe, *Engineering fluid mechanics*, 3rd ed., Houghton-Mifflin, Boston, 1985.
 Rodríguez-Iturbe, I., y J. B. Valdés, The geomorphologic structure of hydrologic response, *Water Resour. Res.* vol. 15, No. 6, pp. 1409-1420, 1979.
 Schumm, S. A., Evolution of drainage systems and slopes in badlands at Perth Amboy, New Jersey, *Bull. Geol. Soc. Am.*, vol. 67, pp. 597-646, 1956.
 Shreve, R. L., Statistical law of stream numbers, *J. of Geol.*, vol. 74, pp. 17-37, 1966.
 Singh, K. P., y J. B. Stall, Derivation of baseflow recession curves and parameters, *Water Resour. Res.*, vol. 7, No. 2, pp. 292-303, 1971.
 Smart, J. S., Channel networks, en *Advances in Hydroscience*, ed. por V. T. Chow, Academic Press, Orlando, Fla., vol. 8, pp. 305-346, 1972.
 Soil Conservation Service, Urban hydrology for small watersheds, *tech. rel. No. 55*, U. S. Dept. of Agriculture, Washington, D.C., 1975.
 Soil Conservation Service, National Engineering Handbook, section 4, Hydrology, U. S. Dept. of Agriculture, disponible en U. S. Government Printing Office, Washington, D. C., 1972.
 Strahler, A. N., Quantitative geomorphology of drainage basins and channel networks, section 4-II, en *Handbook of Applied Hydrology*, ed. por V. T. Chow, pp. 4-39, 4-76, McGraw-Hill, New York, 1964.
 Terstriep, M. L., y J. B. Stall. The Illinois urban drainage area simulator, *ILLUDAS, Bull.* 58, Illinois State Water Survey, Urbana, Ill., 1974.
 Unver, O., y L. W. Mays, Optimal determination of loss rate functions and unit hydrographs, *Water Resour. Res.*, vol. 20, No. 2, pp. 203-214, 1984.
 Valdés, J. B., Y. Fiallo y I. Rodríguez-Iturbe. A rainfall-runoff analysis of the geomorphologic IUH, *Water Resour. Res.*, vol. 15, No. 6, pp. 1421-1434, 1979.

PROBLEMAS

- 5.2.1** Si $Q(t) = Q_0 e^{-(t - t_0)/k}$ describe la recesión de un flujo base en un río, demuestre que el almacenamiento $S(t)$ que alimenta el flujo base está dado por $S(t) = kQ(t)$.
- 5.2.2** El flujo base en un río es de 100 cfs el primero de julio y 80 cfs el día 10 del mismo mes. Estudios previos de la recesión del flujo base en este río han demostrado que sigue el modelo de embalse lineal. Si no hay lluvia durante este mes, calcule la tasa de flujo el 31 de julio y el volumen de agua en el almacenamiento subsuperficial el primero y el 31 de julio.

- 5.2.3** El hidrograma de caudal a la salida de una cuenca de drenaje de 300 acres es como se muestra:

Tiempo (h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Caudal (cfs)	102	100	98	220	512	630	460	330	210	150	105	75	60

Determine el flujo base utilizando el método de la línea recta, el método de flujo base fijo y el método de la pendiente variable. Suponga $N = 5$ horas para el método de flujo base fijo.

- 5.3.1** Para la siguiente información de lluvia-escorrentía, determine el índice θ y la curva de infiltración acumulada basada en el índice θ . Determine también el exceso de precipitación acumulada como función del tiempo. Grafique estas curvas. El área de la cuenca es de 0.2 mi^2 .

Tiempo (h)	1	2	3	4	5	6	7
Tasa de lluvia (pulg/h)	1.05	1.28	0.80	0.75	0.70	0.60	0
Escorrentía directa (cfs)	0	30	60	45	30	15	0

- 5.3.2** Determine el hidrograma de escorrentía directa, el índice ϕ y el hietograma de exceso de lluvia para la tormenta que ocurrió el 12 de mayo de 1980, en el riachuelo Shoal, Austin, Texas, para la cual la información de lluvia y caudales está dada en el problema 2.3.2. El área de la cuenca es 7.03 mi^2 .

- 5.4.1** Determine el hietograma de exceso de precipitación para la información que se da en el ejemplo 5.4.1, si la saturación efectiva inicial del suelo es del 60%.

- 5.4.2** Determine el hietograma de exceso de precipitación para la información que se da en el ejemplo 5.4.1, si la lluvia cae en un suelo arcilloso con una saturación efectiva inicial del 40%.

- 5.4.3** Resuelva el ejemplo 5.4.1, si el suelo se describe por la ecuación de Philip con $S = 5 \text{ cm} \cdot \text{h}^{-1/2}$ y $K = 2 \text{ cm/h}$.

- 5.4.4** Resuelva el ejemplo 5.4.1, si el suelo se describe por la ecuación de Horton con $f_0 = 5 \text{ cm/h}$, $f_c = 1 \text{ cm/h}$ y $k = 2 \text{ h}^{-1}$.

- 5.4.5** Utilice el hietograma de precipitación acumulada dado, para una cuenca de $150-\text{km}^2$, con el fin de determinar las abstracciones y el exceso de precipitación aplicando la ecuación de Horton con $f_0 = 40 \text{ mm/h}$, $f_c = 10 \text{ mm/h}$ y $k = 2 \text{ h}^{-1}$. Suponga que un almacenamiento por intercepción de 10 mm se satisface antes de que se inicie la infiltración. Además, determine la profundidad y el volumen de exceso de precipitación y su duración.

Tiempo (h)	1	2	3	4	5	6
Lluvia acumulada (mm)	25	70	115	140	160	180

- 5.4.6** Resuelva el problema 5.4.5 si el suelo se describe por la ecuación de Philip con $S = 50 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1/2}$ y $K = 20 \text{ mm/h}$.

- 5.4.7** Determine el hietograma de exceso de precipitación para el siguiente hietograma de tormenta.

Tiempo (h)	0–0.5	0.5–1.0	1.0–1.5	1.5–2.0
Intensidad de lluvia (pulg/h)	3.0	1.5	1.0	0.5

Puede aplicarse la ecuación de Horton, con $f_0 = 3.0 \text{ pulg/h}$, $f_c = 0.53 \text{ pulg/h}$ y $k = 4.182 \text{ h}^{-1}$. Determine las curvas de infiltración y precipitación acumuladas y representelas graficamente. Igualmente, grafique la tasa de infiltración y el hietograma de exceso de precipitación. ¿Cuál es la profundidad total de exceso de precipitación?

- 5.4.8** Terstriep y Stall (1974) desarrollaron curvas de infiltración estándares para un tipo de césped para cada uno de los grupos hidrológicos de suelos del U.S. Soil Conservation Service. Estas curvas de infiltración estánndar, que se utilizan en el modelo

ILLUDAS (véase el capítulo 15), se basan en la ecuación de Horton con los siguientes parámetros:

SCS Grupo hidrológico del suelo	A	B	C	D
f_c (pulg/h)	1.00	0.50	0.25	0.10
f_o (pulg/h)	10.00	8.00	5.00	3.00
k (h^{-1})	2.00	2.00	2.00	2.00
Almacenamiento en depresiones (pulg)	0.2	0.2	0.2	0.2

Para el siguiente hietograma de tormenta, determine el hietograma del exceso de precipitación, la infiltración acumulada y la profundidad de exceso de lluvia para el suelo del grupo hidrológico A.

Tiempo (h)	0–0.5	0.5–1.0	1.0–1.5	1.5–2.0	2.0–5.0
Tasa de lluvia (pulg/h)	10	5	3	2	0.5

- 5.4.9** Resuelva el problema 5.4.8 para cada uno de los grupos hidrológicos de suelo y compare las profundidades calculadas de exceso de precipitación.

- 5.4.10** Resuelva el problema 5.4.8 para el siguiente hietograma de precipitación.

Tiempo (h)	0–2.0	2.0–4.0	4.0–5.0
Tasa de lluvia (pulg/h)	2	1.5	0.5

- 5.4.11** Demuestre que para infiltración bajo las condiciones de encharcamiento descritas por la ecuación de Green-Ampt, la infiltración que se acumula al final del intervalo de tiempo $F_{t+\Delta t}$, está dada por

$$F_{t+\Delta t} - F_t - \psi \Delta \theta \ln \left[\frac{F_{t+\Delta t} + \psi \Delta \theta}{F_t + \psi \Delta \theta} \right] = K \Delta t$$

- 5.4.12** Deduzca las ecuaciones (1) y (2) en la tabla 5.4.1 para $F_{t+\Delta t}$ y $f_{t+\Delta t}$, respectivamente, en la ecuación de infiltración de Horton.

- 5.4.13** Deduzca las ecuaciones (1) y (2) en la tabla 5.4.1 para $F_t + \Delta t$ y $f_t + \Delta t$ respectivamente, en la ecuación de infiltración de Philip.

- 5.5.1** Determine las abstracciones acumuladas para la tormenta de diseño de 25 años de Austin, Texas, dada a continuación, para los números de curva SCS de 75 y 90. Utilice el método SCS y dibuje estas dos curvas de abstracciones acumuladas en una gráfica. Calcule el exceso de precipitación acumulada contra el tiempo y el hietograma de exceso de precipitación para cada número de curva. Represente en una gráfica los hietogramas de exceso de precipitación para los dos números de curva.

Profundidades de lluvia para tormentas de diseño (pulg)

Minutos	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
10-años	0.070	0.083	0.104	0.126	0.146	0.170	0.250	0.450	1.250	0.650
25-años	0.105	0.122	0.140	0.167	0.173	0.225	0.306	0.510	1.417	0.783
100-años	0.138	0.155	0.168	0.203	0.250	0.332	0.429	0.665	1.700	0.935
Minutos	110	120	130	140	150	160	170	180	Totales	
10-años	0.317	0.203	0.164	0.142	0.112	0.093	0.073	0.067	4.470	
25-años	0.417	0.297	0.192	0.170	0.143	0.126	0.119	0.099	5.511	
100-años	0.513	0.373	0.293	0.243	0.182	0.159	0.147	0.135	7.020	

- 5.5.2** Resuelva el problema 5.5.1 para la tormenta de diseño de 10 años:

- 5.5.3** Resuelva el problema 5.5.1 para la tormenta de diseño de 100 años.

- 5.5.4** a) Calcule la escorrentía originada por una lluvia de 7 pulg en una cuenca de 1,500 acres que tiene grupos hidrológicos de suelos que son 40 por ciento Grupo A, 40% Grupo B y 20% Grupo C, intercalados a lo largo de la cuenca. El uso de la tierra es 90% área residencial, la cual es 30% impermeable, y 10% de caminos pavimentados con cunetas. Suponga condiciones AMC II.

- b) ¿Cuál era la escorrentía para la misma cuenca y el mismo evento de lluvia antes de su urbanización? El uso de la tierra anterior era de pastizales en condiciones pobres.

- 5.5.5** Una cuenca de 200 acres es 40% tierra para cultivos y 60% tierra urbana. El área de agricultura es 40% de área cultivada con tratamientos de conservación, 35% de praderas en buena condición y 25% de bosques con buena cubierta vegetal. El área urbana es residencial: el 60% es de lotes de $\frac{1}{3}$ acre, el 25% es de lotes de $\frac{1}{4}$ acre y el 15% es de calles y caminos con cunetas y alcantarillados de aguas lluvias. El suelo de toda la cuenca pertenece al grupo hidrológico B. Calcule la escorrentía de esta cuenca para una lluvia de 5 pulg. Suponga condiciones AMC II.

- 5.5.6** Resuelva el problema 5.5.5 si la condición de humedad es a) AMC I, y b) AMC III.

- 5.5.7** Para la información de lluvia-escorrentía dada en el problema 5.3.1, utilice el método SCS para abstracciones con el fin de determinar el número de curva SCS representativo para esta cuenca suponiendo AMC II.

- 5.5.8** Considerando la información de lluvia-escorrentía del problema 5.3.1 y utilizando el número de curva determinado en el problema 5.5.7, determine la infiltración acumulada y el exceso de precipitación acumulado como funciones del tiempo. Grafique estas curvas.

- 5.6.1** Calcule la profundidad de flujo uniforme en un canal trapezoidal con $n = 0.025$, $S_0 = 0.0005$ y $Q = 30$ cfs. El ancho de su base es 4 pies y las pendientes laterales son $1:z = 1:3$.

AGUA SUPERFICIAL

- 5.6.2** Calcule la profundidad de flujo uniforme en un canal triangular con $n = 0.025$, $S_0 = 0.0004$, $Q = 10$ cfs y pendientes laterales de $1:z = 1:4$.

- 5.6.3** Una lluvia con intensidad de 3 pulg/h cae sobre un plano uniforme, suave e impermeable que tiene 50 pies de largo y una pendiente del 1%. Calcule el caudal por unidad de ancho, la profundidad y la velocidad de flujo en el extremo inferior del plano. Utilice $v = 1.2 \times 10^{-5}$ pies²/s y $n = 0.015$.

- 5.6.4** Resuelva el problema 5.6.3, si la lluvia tiene una intensidad de 10 pulg/h.

- 5.6.5** Resuelva el problema 5.6.3, si la lluvia cae sobre un pasto con una tasa de infiltración de 0.5 pulg/h y un coeficiente de rugosidad de Darcy-Weisbach $f = 100$.

- 5.7.1** Resuelva el ejemplo 5.7.1, si la longitud del flujo sobre el pastizal es de 50 pies y el canal tiene 500 pies de largo.

- 5.8.1** Determine la relación de longitud R_L para la cuenca del riachuelo Miller en la figura 5.8.1.

- 5.8.2** Determine la densidad de drenaje y la longitud promedio de flujo superficial para la cuenca del riachuelo Miller en la figura 5.8.1.

MEDICIONES HIDROLÓGICAS

Las mediciones hidrológicas se hacen con el fin de obtener información de los procesos hidrológicos. Esta información se utiliza para entender mejor estos procesos y como información de entrada en modelos de simulación hidrológica para diseño, análisis y toma de decisiones. La Década Hidrológica Internacional (1965-1974) fomentó una rápida expansión de la recolección de información hidrológica en todo el mundo, y ahora es una práctica rutinaria el almacenar información hidrológica en computadores y tenerla disponible en formas lefables en máquinas, como en cintas o en discos magnéticos. Estos dos desarrollos, la expansión y la computarización de la información hidrológica, han puesto a disposición de los hidrólogos una gran cantidad de información, la cual permite estudios con mayores detalles y precisión con respecto a años anteriores. Los recientes avances en electrónica permiten que la información se mida y se analice al mismo tiempo que ocurre el evento, con propósitos como la predicción de crecientes y las alertas tempranas de inundaciones. El propósito de este capítulo es estudiar la secuencia de pasos involucrados en la medición hidrológica, desde la observación del proceso hasta la recepción de la información por parte del usuario.

Los procesos hidrológicos varían en el espacio y en el tiempo, y tienen un carácter aleatorio o probabilístico. La precipitación es la fuerza motriz de la fase terrestre del ciclo hidrológico, y la naturaleza aleatoria de la precipitación hace que la predicción de los procesos hidrológicos resultantes (por ejemplo, flujo superficial, evaporación y caudal) para un tiempo futuro siempre esté sujeta a un grado de incertidumbre que es mayor en comparación con la predicción del comportamiento futuro de suelos o estructuras de edificios, por ejemplo. Estas incertidumbres generan el requerimiento de que las mediciones hidrológicas sean observaciones hechas en el lugar de interés o cerca de éste, de tal manera que las conclusiones puedan sacarse directamente de observaciones *in situ*.

6.1 SECUENCIA DE LA MEDICIÓN HIDROLÓGICA

A pesar de que los procesos hidrológicos varían continuamente en el tiempo y en el espacio, estos son usualmente medidos como *muestras puntuales*, es decir, mediciones hechas a través del tiempo en lugares fijos del espacio. Por ejemplo, la lluvia varía continuamente en el espacio de una cuenca, pero un pluviómetro mide la lluvia en un punto específico de la cuenca. La información resultante forma una *serie de tiempo*, la cual puede utilizarse para análisis estadístico.

En años recientes se ha progresado en la medición de *muestras distribuidas* a lo largo de una línea o área en el espacio en un momento específico del tiempo. Por ejemplo, algunos estimativos de la cubierta de nieve en invierno se hacen midiendo desde un aeroplano que vuela sobre el campo de nieve la radiación reflejada por ésta. La información resultante forma una *serie espacial*. Las muestras distribuidas usualmente se miden a cierta distancia del fenómeno que está siendo observado, lo que se denomina *percepción remota*. Sin importar si la información se mide como una serie de tiempo o como una serie espacial, siempre se sigue una secuencia similar.

En la figura 6.1.1 se muestra la secuencia de pasos que se sigue comúnmente para la medición hidrológica, comenzando con el aparato físico que percibe o reacciona al fenómeno físico y terminando con el envío de información al usuario. Estos pasos se describen a continuación.

1. *Percepción*. Un *sensor* es un instrumento que convierte el nivel o intensidad del fenómeno en una señal observable. Por ejemplo, un termómetro de mercurio percibe la temperatura a través de la expansión o contracción del volumen del mercurio dentro de un tubo delgado; un *pluviómetro de almacenamiento* recolecta la lluvia en un tanque o tubo. Los sensores pueden ser *directos* o *indirectos*.

Un sensor directo mide el fenómeno mismo, tal como ocurre en el pluviómetro de almacenamiento; un sensor indirecto mide una variable relacionada con el fenómeno, tal como ocurre en el termómetro de mercurio. Muchas variables hidrológicas se miden indirectamente, incluyendo los caudales, la temperatura y la radiación. En las secciones subsiguientes de este capítulo se discuten los sensores para las principales variables hidrológicas.

2. *Registro*. Un registrador es un aparato o procedimiento que se utiliza para preservar la señal producida por un sensor. El *registro manual* involucra simplemente a un observador que toma notas del sensor para referencias futuras. La mayor parte de la información de lluvia disponible se toma por observadores que leen el nivel en pluviómetros de almacenamiento cada día a una hora fija (por ejemplo 9 a.m.). El *registro automático* requiere un aparato que acepte la señal del sensor y la almacene en una gráfica de papel o en una cinta perforada, o en memorias electrónicas, como discos o cintas magnéticas. Los registros en papel requieren de un sistema mecánico de poleas o palancas para convertir el movimiento del sensor en el movimiento de una pluma sobre la gráfica o de un mecanismo de perforación sobre una cinta de papel. La figura 6.1.2 muestra gráficas hidrológicas en papel y grabadoras de cinta de uso común. Históricamente, las gráficas fueron los primeros registros de uso amplio en hidrología; todavía se utilizan cuando se necesita una imagen visual directa del registro, pero tienen la gran desventaja de que la conversión del registro de la gráfica a una forma computarizada es un procedimiento tedioso, que involucra el seguimiento manual de la línea en la gráfica y la grabación de los puntos donde ésta cambia de dirección. En contraste, los registros de cinta de papel pueden ser leídos directamente por un computador. Las cintas de papel de dieciséis

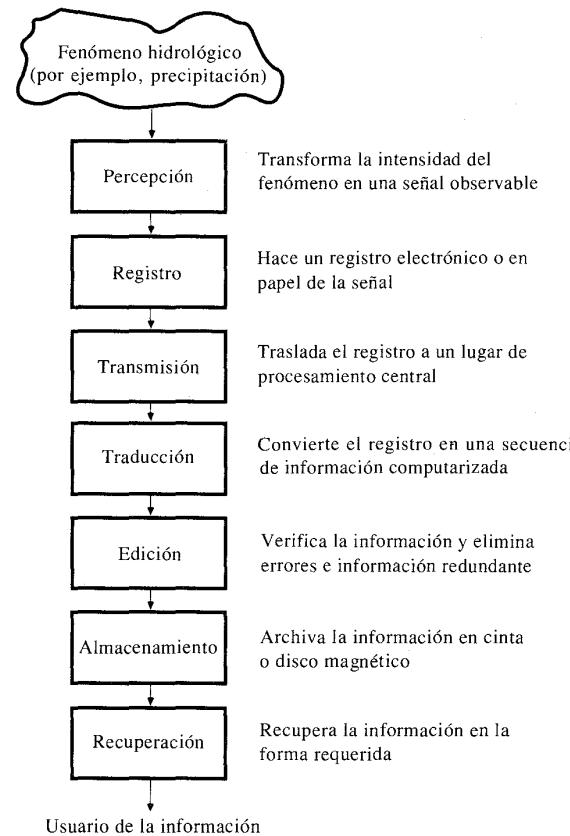


FIGURA 6.1.1
Secuencia de la medición hidrológica.

pistas son actualmente la forma de registro hidrológico automático más difundida, pero se están empezando a adoptar los sistemas de almacenamiento electrónico; puede esperarse que el uso de estos últimos se extienda debido a su conveniencia y a que no necesitan sistemas mecánicos para convertir la señal del sensor al registrador.

3. *Transmisión*. La transmisión es la transferencia de un registro desde un sitio remoto hacia un lugar central. La transmisión puede efectuarse rutinariamente, como en el cambio de una gráfica o cinta en un registrador a intervalos regulares (desde una semana a varios meses de duración) y el transporte de los registros hacia el lugar central. Un área de rápido desarrollo en hidrología es la *transmisión en tiempo real* de la información a través de redes de microondas, satélites o líneas telefónicas. Cuando la información se necesita, el sitio de registro es "encuestado" por el lugar central; el aparato de registro tiene la información almacenada electrónicamente y la envía hacia el sitio central en forma inmediata. Los transmisores de microondas operan con ondas electromagnéticas de longitudes de onda relativamen-

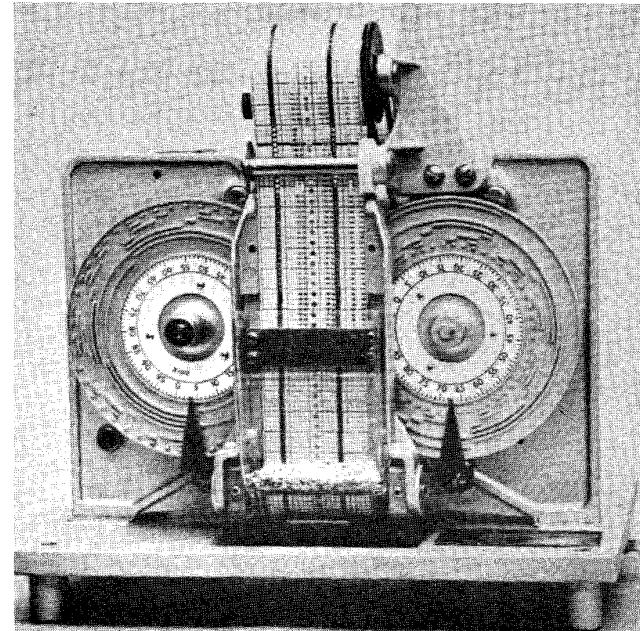
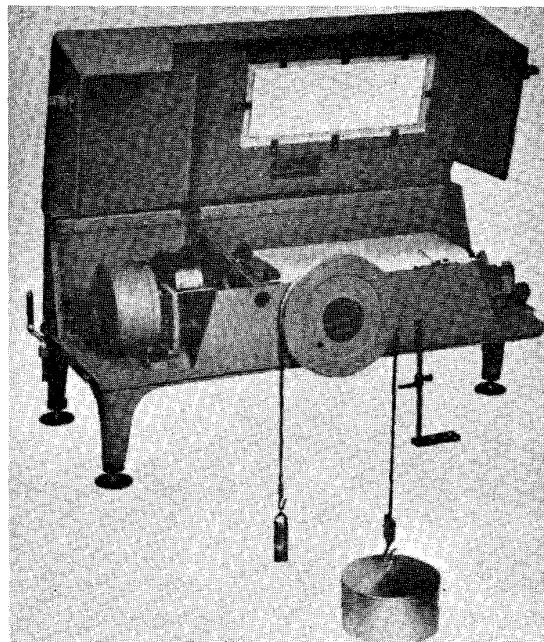


FIGURA 6.1.2 a)

Registrador digital para información hidrológica. El papel de 16 pistas se mueve verticalmente detrás de la platina de metal mostrada en el centro de la fotografía. A intervalos predeterminados (usualmente cada 15 minutos) la platina empuja el papel hacia atrás contra un conjunto de agujas, una para cada pista del papel. Las agujas, a su vez, son empujadas contra dos ruedas dentadas; si la aguja choca con uno de los dientes, perfora un agujero en el papel, de lo contrario el papel queda en blanco. En esta forma se obtiene un patrón de agujeros a través de las 16 pistas, 8 de las cuales se usan para registrar el nivel del fenómeno y 8 para registrar el momento en el cual el agujero fue hecho. Las ruedas dentadas, una para el tiempo y la otra para el nivel del fenómeno, rotan a medida que el tiempo pasa y el nivel del fenómeno cambia. (Fuente: T. J. Buchanan, U. S. Geological Survey. Publicado por primera vez como figura 3 en "Techniques of water-resources investigations of the United States Geological Survey", Libro 3, capítulo A6, U.S. Geological Survey, 1968).

te cortas (10^{-1} a 10^{-3} m) las cuales viajan directamente sobre la superficie terrestre con la ayuda de estaciones repetidoras; la transmisión de información a través de satélite usa ondas de radio (1 a 10^4 m de longitud de onda) las cuales son reflejadas por el satélite cuya posición está fija con relación a la superficie de la Tierra. La transmisión de información a través de microondas y satélites es valiosa para la producción de pronósticos de inundaciones y para permitir acceso continuo a sitios de registro remotos que son difíciles de alcanzar por vía terrestre.

4. *Traducción*. La traducción es la conversión de un registro desde su forma original dada por el instrumento de campo a un registro computarizado para almacenamiento electrónico permanente. Por ejemplo, existen traductores que leen registros en cinta de papel de 16 pistas y producen una señal electrónica en una forma legible por computadores. Las lectoras de casete y los seguidores de gráficas son otros aparatos de este tipo.

**FIGURA 6.1.2 b)**

Registrador de gráficas en papel, unido a un flotador para registrar la variación de nivel de agua. Las subidas y bajadas del flotador mueven horizontalmente la pluma, paralela al frente del contenedor del registrador. El papel es movido hacia atrás del contenedor en forma continua a una velocidad baja, permitiendo que la pluma trace un registro del nivel del agua en función del tiempo. (Fuente: T. J. Buchanan, U. S. Geological Survey).

5. Edición. La edición es el proceso de verificar los registros traducidos al computador con el fin de corregir cualquier error obvio que pueda haber ocurrido durante cualquiera de los pasos previos. Algunos errores comunes incluyen desaciertos en la sincronización automática de las medidas registradas e información perdida en la transmisión y en la traducción, la cual puede ser recuperada analizando directamente el registro hecho en el campo.

6. Almacenamiento. La información editada se almacena en un archivo de información computarizada tal como WATSTORE, operado por el U.S. Geological Survey, o el TNRIS (Texas Natural Resource Information System). Estos archivos contienen muchos millones de datos hidrológicos sistemáticamente compilados en archivos indexados por la localización y secuenciados por el tiempo de la medición.

7. Recuperación. La información puede ser recuperada por parte de los usuarios, ya sea en una forma leíble por un computador, como una cinta magnética o un disco flexible, o una lista en papel.

6.2 MEDICIÓN DEL AGUA ATMOSFÉRICA

Humedad atmosférica

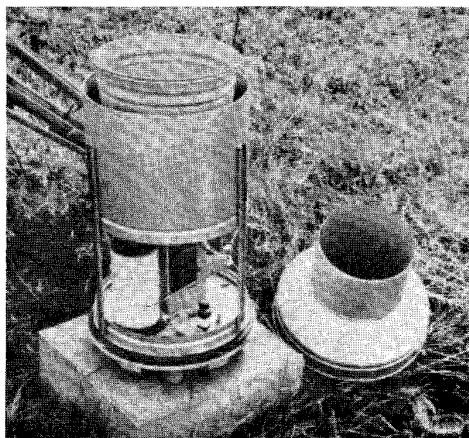
La medición de la humedad en la alta atmósfera se hace utilizando una *radiosonda*, la cual consiste en un globo lleno de helio al cual se incorpora el aparato de registro de temperatura, humedad y presión de aire. El globo es liberado, y a medida que asciende en la atmósfera envía información hacia una estación seguidora. En esta estación el globo es seguido por medio de un radar a medida que asciende, lo cual significa que la velocidad del viento puede medirse a varias elevaciones.

La medida de la humedad atmosférica y de los parámetros climáticos cerca de la superficie del terreno se lleva a cabo en una *estación climática*. Una estación climática comúnmente contiene, dentro de una caja con rejillas, termómetros para la medición de las temperaturas máxima y mínima del aire cada día, y un termómetro de bulbo seco y mojado llamado *higrómetro*, para medir la humedad; cerca se localizan los pluviómetros, y algunas veces un *tanque de evaporación* y un *anemómetro*. Para la medición detallada de variables climáticas se instalan estaciones especiales en el sitio de muestreo, en las cuales la información puede acumularse y enviarse a través de microondas a una estación de registro central tal como se describió previamente. La medida de la radiación se lleva a cabo con un aparato conocido como *radiómetro*, el cual se basa en el principio de que todo cuerpo negro tendrá una temperatura proporcional a la cantidad de radiación que recibe. Midiendo esta temperatura puede deducirse la intensidad de la radiación incidente.

Lluvia

La lluvia se mide utilizando dos tipos de medidores: *medidores sin registro* y *medidores con registro*. Un medidor con registro es un aparato que registra automáticamente la profundidad de lluvia en intervalos tan pequeños como un minuto de duración. Los medidores sin registro se miden manualmente en intervalos de tiempo mayores. Generalmente estos medidores consisten en receptáculos abiertos con lados verticales, en los cuales la profundidad de precipitación se mide usando un cilindro graduado o una vara de medición. Los dos tipos de medidores sin registro son los *medidores estándar* y los *medidores de almacenamiento*. Los medidores estándar se utilizan generalmente para la medición de precipitación diaria y están compuestos por un colector localizado encima de un embudo el cual lleva el agua a un tanque. Medidores de precipitación, para lugares de los cuales sólo se utilizan medidas semanales o mensuales, tienen un diseño similar al del tipo diario pero poseen un tanque con mayor capacidad. Los medidores de almacenamiento se utilizan para medir la lluvia a lo largo de una estación completa, usualmente en áreas remotas y escasamente habitadas. Estos medidores están compuestos de un colector localizado encima de un embudo que conduce el agua a un área de almacenamiento lo suficientemente grande como para contener todo el volumen de lluvia de la estación. Los medidores estándar son los aparatos de medición de información de lluvia más utilizados en hidrología. Muchos miles de estos medidores son leídos por observadores voluntarios y su información es registrada por los servicios climatológicos.

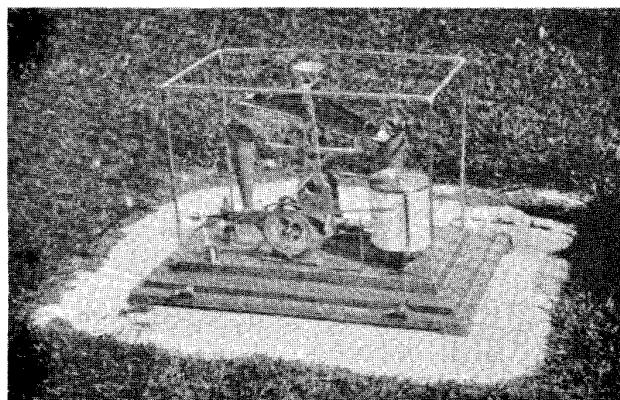
Existen tres tipos de medidores con registro de uso general: el *pluviógrafo de balanza*, el *pluviógrafo de flotador* y el *pluviógrafo de cubeta basculante*. Un pluviógrafo de balanza registra continuamente el peso de un tanque receptor más la

**FIGURA 6.2.1**

Pluviómetro registrador con la cubierta removida. El medidor registra el peso de la precipitación recibida a través de la abertura circular, la cual tiene cuatro pulgadas de diámetro. (Fuente: L. A. Reed, U. S. Geological Survey. Publicado por primera vez como figura 2 en USGS Water Supply Paper 1798-M, 1976).

lluvia acumulada utilizando un mecanismo de resorte o un sistema de balanza (véase la figura 6.2.1). Estos medidores están diseñados para prevenir pérdidas excesivas por evaporación mediante la adición de aceite o cualquier otro material supresor de evaporación para formar una película sobre la superficie. Los pluviógrafos de balanza son muy útiles para los registros de nieve, granizo y mezclas de lluvia y nieve.

Un pluviógrafo de flotador tiene una cámara que a su vez contiene un flotador que sube verticalmente a medida que el nivel de agua en la cámara aumenta. El movimiento vertical del flotador es convertido en el movimiento de una pluma sobre un papel. Con el fin de recolectar toda la lluvia que cae, se utiliza un aparato de tipo sifón para sacar el agua del medidor.

**FIGURA 6.2.2**

Pluviógrafo de cubeta basculante. (Fuente: Ministry of Works and Development, Nueva Zelanda).

Un pluviógrafo de cubeta basculante utiliza dos cubetas (véase la figura 6.2.2). La lluvia primero llena una de las cubetas, la cual se desbalancea dirigiendo el flujo de agua hacia la segunda cubeta. Este movimiento basculante de las cubetas es transmitido hacia el aparato de registro, midiendo la intensidad de la lluvia.

Sin importar si el medidor opera mediante el movimiento vertical de un flotador, la acumulación de peso o el basculamiento de una cubeta, el movimiento puede registrarse. Se rota un papel de tambor o de cinta mediante un reloj electrónico o de cuerda sobre el cual se coloca una pluma cuyo movimiento está unido al del flotador, al del aparato de pesaje o al del sistema de basculamiento de las cubetas. El movimiento del mecanismo también puede convertirse en una señal eléctrica y transmitirse a un receptor distante. Los medidores de lluvia comúnmente tienen un aparato cortaviento construido alrededor de ellos con el fin de minimizar la distorsión en la medición de lluvia causada por el patrón de flujo de viento alrededor del medidor.

El radar puede utilizarse para observar la localización y el movimiento de áreas de precipitación. Algunos tipos de radares pueden dar estimaciones en tasas de lluvia sobre áreas dentro del rango del radar (Organización Meteorológica Mundial, 1981). El radar algunas veces se utiliza para proveer una imagen visual del patrón de tormentas eléctricas productoras de lluvia y es particularmente útil para el seguimiento del movimiento de tornados. La introducción del radar digital a color ha hecho posible la medición de lluvia en tormentas eléctricas distantes con una mayor precisión de lo que era posible anteriormente. El fenómeno del cual depende el radar climático es la reflexión de las microondas emitidas por el transmisor del radar, causada por las gotas de agua en una tormenta. El grado de reflexión se relaciona con la densidad de las gotas y, por consiguiente, con la intensidad de la lluvia.

Nieve

La nieve se registra como parte de la precipitación en los pluviómetros. En las regiones donde existe una cubierta de nieve permanente, la medición de la profundidad y densidad de esta cubierta es importante para predecir la escorrentía que resultará cuando ésta se derrita. Esta medición se lleva a cabo mediante la medición topográfica de los *cursos de nieve*, los cuales son secciones en la cubierta de nieve cuya profundidad se determina utilizando medidores que se han instalado antes de la caída de nieve. La densidad de la nieve puede determinarse perforando un agujero a través de la cubierta de nieve y midiendo la cantidad de agua líquida obtenida de la muestra. Se han desarrollado algunos aparatos automatizados para medir el peso de la nieve por encima de cierto punto en el suelo; éstos incluyen las *almohadillas de nieve*, las cuales miden la presión de la nieve en una almohada plástica llena con un fluido no congelante.

Intercepción

La cantidad de precipitación capturada por la vegetación y los árboles se determina comparando la precipitación en medidores localizados bajo la vegetación con la precipitación registrada en un lugar cercano y abierto. La precipitación detenida por intercepción se disipa como flujo hacia abajo a lo largo de los troncos de los árboles.

les y como evaporación desde la superficie de las hojas. El flujo a lo largo de los tallos de los árboles puede medirse por medio de aparatos de captura alrededor de éstos.

Evaporación

El método más común para medir la evaporación es el tanque de evaporación. Existen varios tipos de tanque de evaporación. Sin embargo, los que se usan en forma más amplia son el tanque U.S. Class A, el tanque U.S.S.R. GGI-3,000 y el tanque de 20 m² (Organización Meteorológica Mundial, 1981). El tanque Class A mide 25.4 cm (10 pulg) de profundidad y 120.67 cm (4 pies) de diámetro y está hecho de metal monel o de hierro galvanizado sin pintar. El tanque se coloca sobre soportes de madera de tal manera que circule aire por debajo de él. El tanque U.S.S.R. GGI-3,000 es un tanque de 61.8 cm de diámetro con una base cónica hecha en lámina de hierro galvanizado. El área superficial es de 0.3 m²; el tanque tiene 60 cm de profundidad cerca de la pared y 68.5 cm de profundidad en el centro. Este tanque se entierra en el suelo con su borde sobresaliendo aproximadamente 7.5 cm por encima del nivel del terreno.

Adicionalmente al tanque, se utilizan otros instrumentos en las estaciones de evaporación: 1) un anemómetro localizado de 1 a 2 metros por encima del tanque, con el fin de determinar el movimiento del viento; 2) un pluviómetro no registrador; 3) un termómetro para medir la temperatura del agua en el tanque; 4) un termómetro para la temperatura del aire o un psicrómetro cuando se desea conocer la temperatura y la humedad del aire.

Midiendo el nivel de agua en el tanque cada día, la cantidad de evaporación que ha ocurrido puede deducirse después de tener en cuenta la precipitación durante ese día. La profundidad del agua en el tanque se mide con una precisión de un centésimo de pulgada utilizando una aguja medidora o adicionando la cantidad de agua necesaria para subir su nivel hasta un punto fijo. La evaporación registrada en el tanque es mayor que aquella que hubiera sido registrada para la misma área sobre una superficie de agua en un lago muy grande. Por esta razón se determinan factores de ajuste o coeficientes de tanque para convertir la información registrada en tanques de evaporación, para que corresponda a la evaporación desde superficies grandes de aguas abiertas. La tabla 6.2.1 muestra los coeficientes de evaporación de tanque para varios lugares.

TABLA 6.2.1
Resumen de coeficientes de tanque (según Linsley, Kohler y Paulhus 1982)

Lugar:	Coeficiente de tanque Class A
Felt Lake, California	0.77
Ft. Collins, Colorado	0.70
Lake Colorado City, Texas	0.72
Lake Elsinora, California	0.77
Lake Hefner, Oklahoma	0.69
Lake Okeechobee, Florida	0.81
Red Bluff Res., Texas	0.68

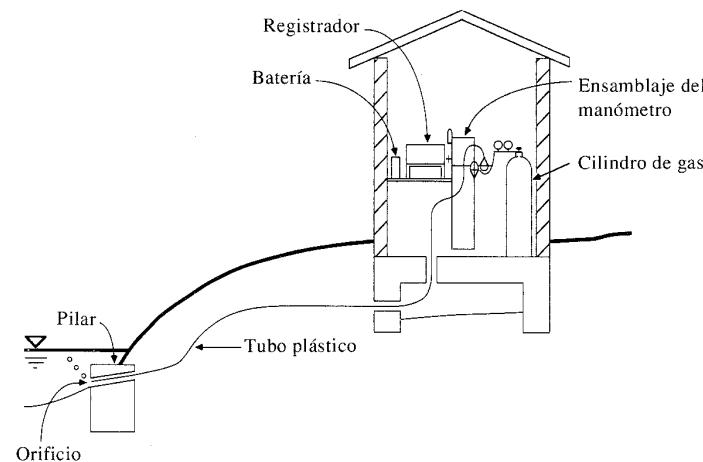


FIGURA 6.3.1 a)

Medición del nivel del agua utilizando un registrador de burbuja. El nivel del agua se mide como la presión en la corriente de burbujas de gas usando un manómetro de mercurio. (Fuente: Rantz, et al., vol. 1, figura 31, p. 52, 1982).

Evapotranspiración

La evapotranspiración o evaporación desde la superficie terrestre más la transpiración a través de las hojas de las plantas puede medirse utilizando *lisímetros*. Un lisímetro es un tanque lleno, de suelo, en el cual se planta vegetación semejante a la cubierta vegetal circundante. La cantidad de evapotranspiración desde el lisímetro se mide teniendo en cuenta el balance hídrico de todas las entradas y salidas de humedad. En el lisímetro se mide la precipitación, el drenaje a través de su fondo y los cambios en el contenido de humedad del suelo. La cantidad de evapotranspiración es la necesaria para completar el balance de agua.

6.3 MEDICIÓN DEL AGUA SUPERFICIAL

Nivel de superficie del agua

Las mediciones de nivel de superficie del agua incluyen niveles picos (de elevación máxima de crecientes) y niveles como función del tiempo. Estas mediciones pueden hacerse en forma manual o automática. Los *medidores de nivel máximo o máximos* se utilizan para obtener un registro del nivel máximo de creciente en lugares donde no existen medidores registradores o limnímetros. Un medidor de nivel máximo está compuesto por una *mira* o escala situada dentro de un tubo que tiene pequeños agujeros que permiten la entrada de agua. Dentro del tubo se coloca una pequeña cantidad de corcho, el cual flota a medida que el agua sube y se adhiere a la mira o escala en el nivel de agua máximo.

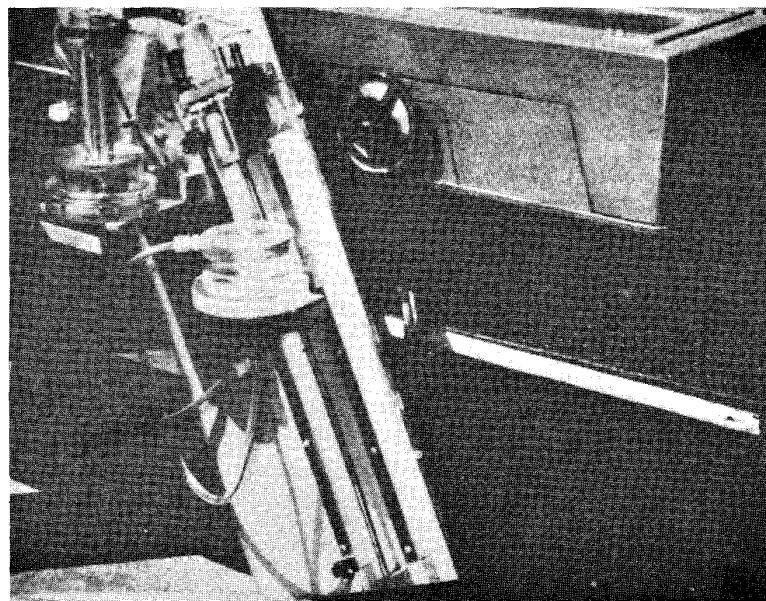


FIGURA 6.3.1 b)

Manómetro de mercurio utilizado para medir la presión del gas en el registrador de nivel del agua. A medida que el nivel del agua y la presión del gas cambian, un motor eléctrico mueve un par de cables sensores hacia arriba o hacia abajo para seguir el movimiento de la superficie de mercurio. (Fuente: G. N. Mesnier, U. S. Geological Survey, USGS Water Supp. Pap. 1669-Z, Figura 7, 1963).

Las observaciones manuales del nivel del agua se hacen utilizando miras, las cuales son tablas graduadas que se colocan cerca de la superficie del agua, o utilizando aparatos de sondeo que señalan el nivel que alcanza la superficie del agua, tales como un peso en un alambre suspendido desde un puente sobre la superficie de un río.

Registros automáticos de nivel de agua se hacen aproximadamente en 10,000 lugares en los Estados Unidos; el medidor más ampliamente usado es el *medidor de burbuja* [véase la figura 6.3.1 a)]. Un medidor de burbuja mide el nivel del agua bombeando en forma continua una corriente de gas (usualmente dióxido de carbono) en el agua. La presión requerida para empujar continuamente la corriente de gas por debajo de la superficie de agua es una medida de la profundidad del agua por encima de la boquilla de la corriente de burbujas. Esta presión se mide utilizando un manómetro situado en la caseta de medición [véase la figura 6.3.1 b)]. Los registros continuos de niveles de agua se mantienen para calcular los caudales. El nivel de agua en una corriente en cualquier momento se conoce como la *altura de estación*.

Velocidad de flujo

La velocidad de flujo en un río puede medirse utilizando un *correntómetro*. Los correntómetros son artefactos provistos de una hélice que se coloca en el flujo, en los

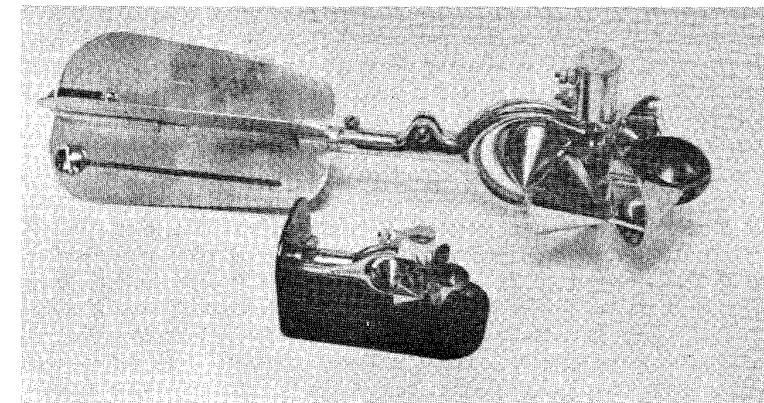


FIGURA 6.3.2

Correntómetros para medir la velocidad del agua. El más pequeño, montado sobre la base al frente, se une a una barra vertical y se usa cuando el vadeo es posible. El más grande, en la parte de atrás, se suspende de un cable y se utiliza para medir velocidades en ríos más profundos desde un puente o un bote. Ambos correntómetros se basan en el hecho de que la velocidad de rotación de las copas es proporcional a la velocidad del flujo. El operador sujetá cables eléctricos a los dos tornillos en el eje vertical que sostiene las copas. Cada vez que las copas completan una rotación, en el eje se cierra un contacto y el operador oye un click en los auriculares a los cuales llegan los cables. Contando el número de estas señales audibles en un intervalo de tiempo dado (por ejemplo, 40 segundos), se determina la velocidad. (Fuente: T. J. Buchanan, U. S. Geological Survey. Publicado por primera vez como figura 4 en "Techniques of water-resources investigations of the United States Geological Survey", Libro 3, capítulo A8, U. S. Geological Survey, 1969).

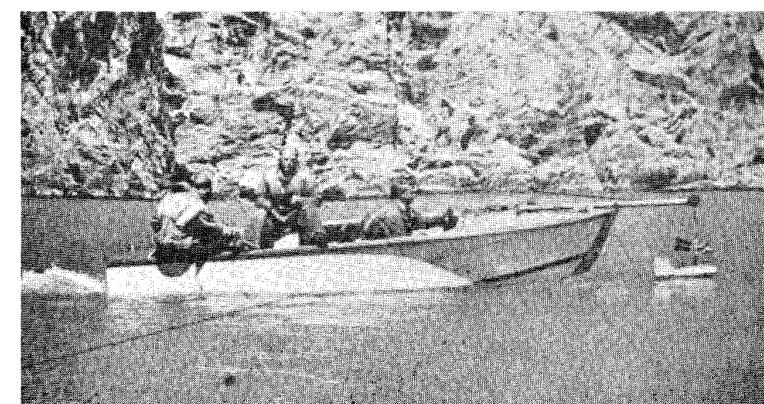


FIGURA 6.3.3

Correntómetro suspendido desde la proa de un bote. (Fuente: Ministry of Works and Development, Nueva Zelanda).

que la velocidad de rotación de la hélice y la velocidad del flujo son proporcionales (véase la figura 6.3.2). El correntómetro puede sostenerse con la mano en el flujo de una corriente pequeña, tenerse suspendido desde un puente o desde una tarabita en una corriente más grande, o bajarse desde la proa de un bote (véase la figura 6.3.3). La velocidad de flujo varía con la profundidad en una corriente tal como se muestra en la figura 6.3.4. La figura 6.3.5 muestra las *isovelas* (líneas de igual velocidad) para secciones del río Kaskaskia en Illinois. La velocidad crece desde 0 en el lecho a un máximo cerca de la superficie, con un valor promedio de alrededor de 0.6 de la profundidad. Una práctica estándar del U.S. Geological Survey es medir la velocidad a 0.2 y 0.8 de la profundidad cuando ésta es mayor de 2 pies, y promediar las dos velocidades para determinar la velocidad media de la sección vertical. Para ríos poco profundos y en ríos profundos cerca de las bancas donde las profundidades son menores de 2 pies, la medición de velocidad se hace a 0.6 de la profundidad. En algunas ocasiones es deseable conocer el tiempo de tránsito del flujo desde un lugar a otro localizado a cierta distancia aguas abajo, tal vez unos cuantos días en tiempo de flujo. Para esto se utiliza un cuerpo flotante el cual es movido por el agua aproximadamente a su velocidad promedio.

Las mediciones de velocidad también se efectúan con base en sensores electromagnéticos. El medidor de flujo de velocidad modificada (VMFM, según sus siglas en inglés) es un instrumento para la medición de velocidad basado en esos principios (Marsh-McBirney, 1979). El medidor portable mostrado en la figura 6.3.6 tiene un sistema electrónico de estado sólido contenido en una pequeña caja, un sensor electromagnético y un cable conector. El sensor se coloca en la misma vara utilizada para los correntómetros tipo hélice y la vara se sostiene con la mano para hacer las mediciones de velocidad. Cuando el sensor se sumerge en agua que fluye, un campo magnético dentro del sensor se altera debido al flujo de agua, creando una variación de voltaje, la cual se mide por electrodos incluidos en el sensor. La amplitud de la variación de voltaje es proporcional a la velocidad del agua. La variación de voltaje es transmitida a través del cable hacia un sistema de procesador electrónico, el cual automáticamente promedia las medidas de velocidad pun-

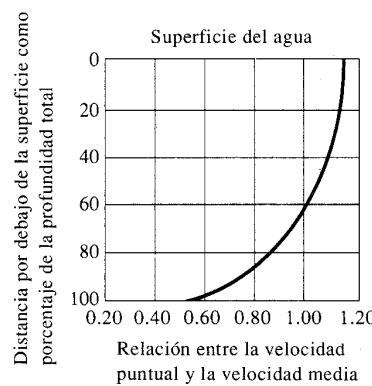


FIGURA 6.3.4
Variación vertical típica de la velocidad de flujo en un río. (Fuente: Rantz, et al., vol. 1, figura 88, p. 133, 1982).

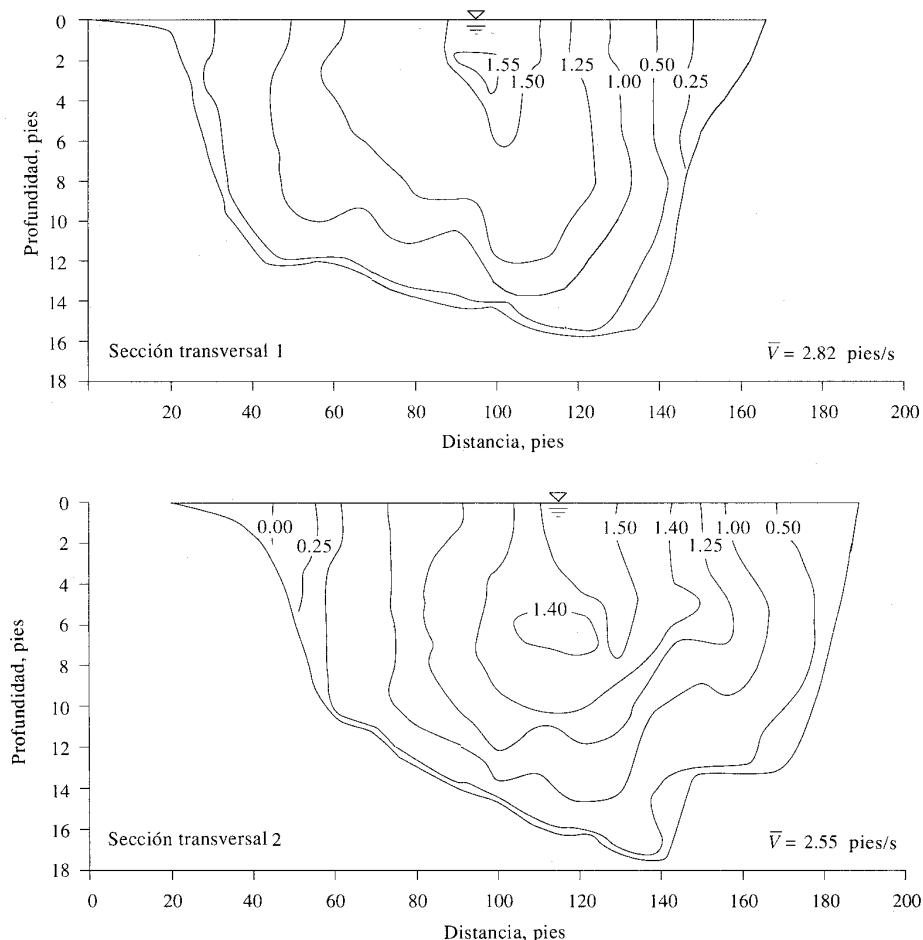


FIGURA 6.3.5

Perfiles de velocidad en secciones del río Kaskaskia, Illinois. Estos perfiles están basados en información de velocidad puntual las cuales fueron convertidas en velocidades adimensionales dividiendo las velocidades puntuales por la velocidad media de la sección. Las velocidades adimensionales se utilizaron para dibujar las isovelas (líneas de igual velocidad). El caudal para las isovelas mostradas fue de 4,000 cfs. (Fuente: Bhownik, 1979. Utilizada con autorización).

tual hechas en diferentes lugares de la sección transversal de la corriente. El sensor también monitorea la profundidad de agua utilizando un medidor de burbuja y el procesador integra las mediciones de velocidad y profundidad para producir información de caudales. Este medidor también puede utilizarse para medir flujos en alcantarillados y otros tipos de canales abiertos.

**FIGURA 6.3.6**

Medidor VMFM (Velocity Modified Flow Measurement). (Cortesía de Marsh-McBirney, Inc., 1987. Utilizada con autorización).

Caudales

El caudal no se registra directamente, a pesar de que esta variable es tal vez la más importante en los estudios hidrológicos. En lugar de esto, se registra el nivel de agua y el caudal se deduce por medio de una *curva de calibración** (Riggs, 1985). La curva de calibración se desarrolla utilizando un conjunto de mediciones de caudal y de altura de estación en la corriente, medidas que deben hacerse a lo largo de un periodo de meses o de años de tal manera que se obtenga una relación precisa entre el flujo volumétrico o caudal, y la altura de estación en un sitio de medición.

CÁLCULO DEL CAUDAL. El caudal en un río se calcula utilizando las mediciones de velocidad y profundidad. Una línea de marcación se extiende a través de la corriente. A intervalos regulares a lo largo de la línea, se mide la profundidad del agua utilizando una barra calibrada o bajando una cuerda con contrapeso desde la superficie hasta el lecho del río, y luego se mide la velocidad utilizando un correntímetro. El caudal en una sección transversal de área A se encuentra con

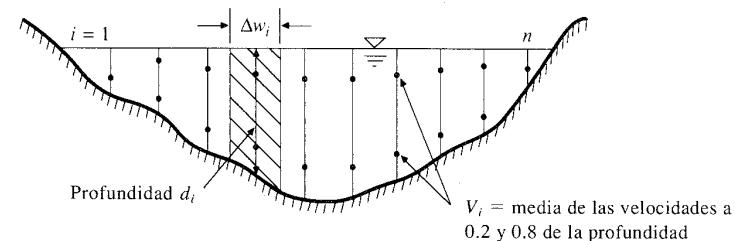
$$Q = \iint_A \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (6.3.1)$$

en donde la integral se approxima sumando los caudales incrementales calculados para cada medición i , $i = 1, 2, \dots, n$, de velocidad V_i y profundidad d_i (véase la figura

* *N. del T.:* Rating Curve: Curva de calibración. También puede usarse curva de caudal.

6.3.7). Las mediciones representan valores promedio a lo largo de un ancho Δw_i de la corriente, luego el caudal se calcula como

$$Q = \sum_{i=1}^n V_i d_i \Delta w_i \quad (6.3.2)$$

**FIGURA 6.3.7**

Cálculo del caudal utilizando la información de un aforo.

Ejemplo 6.3.1 A distancias conocidas desde un punto inicial en la banca de un río, las velocidades y profundidades medidas en el río se encuentran en la tabla 6.3.1. Calcule el caudal correspondiente en este lugar.

Solución. Cada una de las mediciones representa las condiciones hasta la mitad del camino entre esta medición y las mediciones adyacentes a cada lado. Por ejemplo, las primeras tres mediciones fueron hechas a 0,12 y 32 pies desde el punto inicial, luego $\Delta w_2 = [(32 - 12)/2] + [(12 - 0)/2] = 16.0$ pies. El incremento correspondiente de área es $d_2 \Delta w_2 = 3.1 \times 16.0 = 49.6$ pies², y el caudal incremental resultante es $V_2 d_2 \Delta w_2 = 0.37 \times 49.6 = 18.4$ pies³/s. Las otras áreas de caudales incrementales se calculan en forma similar tal como se muestra en la tabla 6.3.1, luego se suman para encontrar el caudal $Q = 3,061$ pies³/s y el área total de la sección transversal $A = 1,693$ pies². La velocidad promedio en esta sección transversal es $V = Q/A = 3,061/1,693 = 1.81$ pies/s.

Existen métodos indirectos para efectuar la medición de caudales que no requieren el uso de correntímetros o de registros de nivel de agua. Estos incluyen el *método de medición con tinta* en el cual una cantidad conocida de tinta se inyecta en el flujo en un lugar aguas arriba y se mide a alguna distancia aguas abajo cuando se ha mezclado completamente en el agua. Comparando las concentraciones de tinta en el sitio de aguas abajo con la masa de tinta inyectada en el sitio de aguas arriba, puede deducirse el caudal. Este método es particularmente útil para corrientes pedregosas de ríos de montaña, donde la tinta se mezcla rápidamente y las mediciones por otros métodos son difíciles.

CURVA DE CALIBRACIÓN. La curva de calibración se construye graficando mediciones sucesivas de caudal y altura de estación en una gráfica tal como la que

TABLA 6.3.1
Cálculo del caudal utilizando la información de un aforo

Número de medición <i>i</i>	Distancia desde el punto inicial (pies)	Ancho Δw (pies)	Profundidad media d (pies)	Velocidad media V (pies/s)	Área $d\Delta w$ (pies ²)	Caudal $Vd\Delta w$ (cfs)
1	0	6.0	0.0	0.00	4.7	0.0
2	12	16.0	3.1	0.37	49.6	18.4
3	32	20.0	4.4	0.87	88.0	76.6
4	52	20.0	4.6	1.09	92.0	100.3
5	72	20.0	5.7	1.34	114.0	152.8
6	92	20.0	4.5	0.71	90.0	63.9
7	112	20.0	4.4	0.87	88.0	76.6
8	132	20.0	5.4	1.42	108.0	153.4
9	152	17.5	6.1	2.03	106.8	216.7
10	167	15.0	5.8	2.22	87.0	193.1
11	182	15.0	5.7	2.51	85.5	214.6
12	197	15.0	5.1	3.06	76.5	234.1
13	212	15.0	6.0	3.12	90.0	280.8
14	227	15.0	6.5	2.96	97.5	288.6
15	242	15.0	7.2	2.62	108.0	283.0
16	257	15.0	7.2	2.04	108.0	220.3
17	272	15.0	8.2	1.56	123.0	191.9
18	287	15.0	5.5	2.04	82.5	168.3
19	302	15.0	3.6	1.57	54.0	84.8
20	317	11.5	3.2	1.18	36.8	43.4
21	325	4.0	0.0	0.00	3.2	0.0
Total		325.0		1,693.0	3,061.4	

La información fue suministrada por el U.S. Geological Survey de un aforo hecho en el río Colorado en Austin, el 5 de octubre de 1983.

se muestra en la figura 6.3.8. Esta curva se utiliza para convertir registros de nivel de agua en caudales. La curva de calibración debe revisarse periódicamente para asegurar que la relación entre el caudal y altura de estación ha permanecido constante; la socavación del lecho de la corriente o el depósito de sedimentos en ésta pueden causar cambios en la curva de calibración, de tal manera que el mismo registro de altura de estación produzca un caudal diferente.

La relación entre el nivel de agua y el caudal en un lugar dado puede ser mantenida en forma consistente construyendo un dispositivo especial para el control de flujo en la corriente, como un vertedero de cresta delgada o una canaleta.

6.4 MEDICIÓN DEL AGUA SUBSUPERFICIAL

Humedad del suelo

La cantidad de humedad en el suelo puede determinarse tomando una muestra de éste y secándolo en un horno. Al comparar el peso del material de muestra antes y

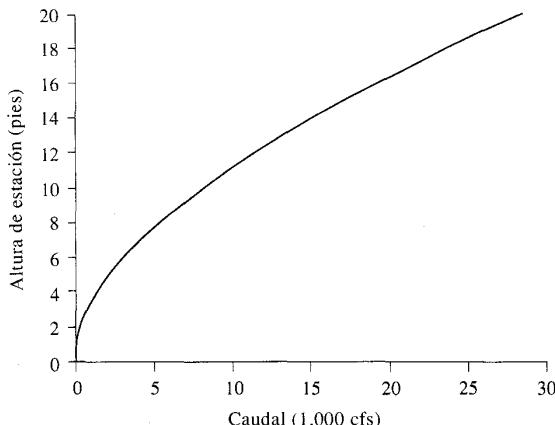


FIGURA 6.3.8

Curva y tabla de calibración para el río Colorado en Austin, Texas, aplicable desde octubre de 1974 hasta julio de 1982. (Fuente: U. S. Geological Survey, Austin, Texas).

después del secado y medir su volumen, puede determinarse el contenido de humedad del suelo. Se han desarrollado algunos aparatos registradores, los cuales registran directamente la humedad del suelo en campo, particularmente para estudios de irrigación. Estos incluyen los *bloques de yeso* y las *sondas de neutrón*. Las sondas de neutrón se basan en la reflexión de neutrones, emitidos por un aparato insertado en un agujero en el suelo, debida a la humedad en el suelo circundante, donde el grado de reflexión de los neutrones es proporcional al contenido de humedad (Shaw, 1983).

Infiltración

Las mediciones de infiltración se hacen utilizando un *infiltrómetro de anillo*, el cual es un anillo metálico de aproximadamente dos pies de diámetro, que se entierra en el suelo; el agua se coloca dentro del anillo y sus niveles se registran a intervalos

regulares de tiempo a medida que recede. Esto permite la construcción de la curva de infiltración acumulada, y a partir de ésta puede calcularse la tasa de infiltración como función del tiempo. Algunas veces se añade un segundo anillo por fuera del primero, en el cual el agua se mantiene a un nivel constante, de tal manera que la infiltración desde el anillo interno vaya verticalmente hacia abajo en el suelo. En algunos casos las mediciones de infiltración pueden hacerse utilizando trazadores en la superficie del suelo y extraerse por medio de sondas localizadas por debajo de la superficie.

Agua subterránea

El nivel del agua en la zona de flujo saturado o zona de agua subterránea se determina utilizando pozos de observación. Un pozo de observación tiene un mecanismo de flotador de tal manera que el movimiento vertical del agua en el pozo se transmite por medio de un sistema de poleas al lugar del registro en la superficie. Algunos aparatos que bajan al pozo una sonda conectada a un cable para determinar el nivel del agua, pueden utilizarse para obtener mediciones instantáneas. La velocidad del flujo del agua subterránea también puede determinarse por medio de trazadores, incluyendo sal común. Una cierta cantidad de trazador se introduce en un pozo aguas arriba, y luego se registra el tiempo necesario para que un pulso del trazador alcance un cierto lugar aguas abajo. Esta es la *velocidad real*, no la velocidad aparente o velocidad de Darcy. Tales medidas también sirven para determinar la cantidad de dispersión de contaminantes introducidos en el agua subterránea.

6.5 SISTEMAS DE MEDICIÓN HIDROLÓGICA

Sistemas de monitoreo de hidrología urbana

Las investigaciones de agua lluvia en zonas urbanas requieren sistemas de recolección de información e instrumentación bien diseñados, tanto para la cantidad como para la calidad del agua. Además de las mediciones convencionales de precipitación y caudales, pueden utilizarse algunos instrumentos elaborados que emplean tecnología de microprocesadores para recolectar y registrar información de lugares remotos tales como drenajes subterráneos de aguas lluvias.

En la figura 6.5.1 se muestra un paquete de instrumentación conocido como el *sistema de monitoreo de hidrología urbana* el cual es usado por el U.S. Geological Survey para investigaciones de aguas lluvias en zonas urbanas (Jennings, 1982). Es este sistema está diseñado para recolectar información cuantitativa y cualitativa de lluvia y de escorrentía. Fue diseñado específicamente para medir caudales en alcantarillados subterráneos de aguas lluvias utilizando una concreción de flujo como control de caudal. El sistema se compone de cinco partes: la unidad de control de sistemas, pluviómetros, muestreadores atmosféricos, sensor de nivel y muestreador de calidad de agua.

La unidad de control de sistema es un microprocesador que registra información en un lugar central, controla un aparato automático de muestreo de agua, registra mediciones de lluvia a través de líneas telefónicas y monitorea continuamente el nivel del agua en los alcantarillados. La unidad de control opera en forma de "estar listo" (*standby*) entre tormentas, de tal manera que solamente se recolecta infor-

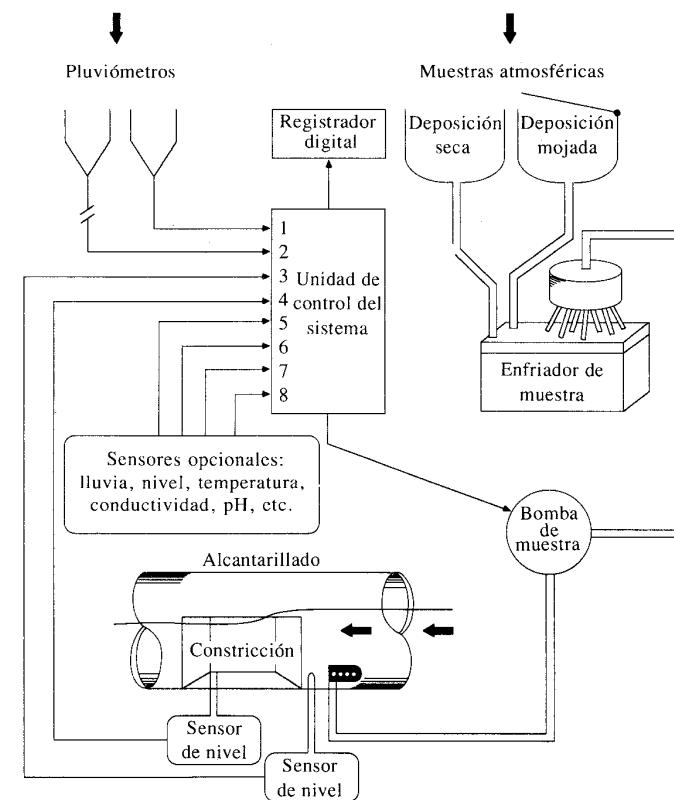


FIGURA 6.5.1

Instalación típica de un sistema de monitoreo de hidrología urbana del U. S. Geological Survey.
(Fuente: Jennings, 1982. Utilizada con autorización)

mación si existe lluvia. Los pluviómetros tienen orificios de 8 pulg de diámetro y un mecanismo de cubeta basculante acoplado a un interruptor de mercurio. Las cubetas están calibradas para bascular después de cada 0.01 pulg de lluvia.

El muestreador atmosférico se utiliza para recolectar muestras de los constituyentes atmosféricos que afectan la calidad del agua, como los requeridos para estudios de lluvia ácida. Se utilizan dos colectores rectangulares, uno para muestrear la lluvia y el otro para muestrear la deposición seca de polvo y otros constituyentes entre eventos de lluvia. También se toman muestras de calidad de agua de los alcantarillados de aguas lluvias utilizando muestreadores automáticos de bombas. Las muestras se almacenan en una nevera que mantiene la temperatura del agua aproximadamente a 5°C.

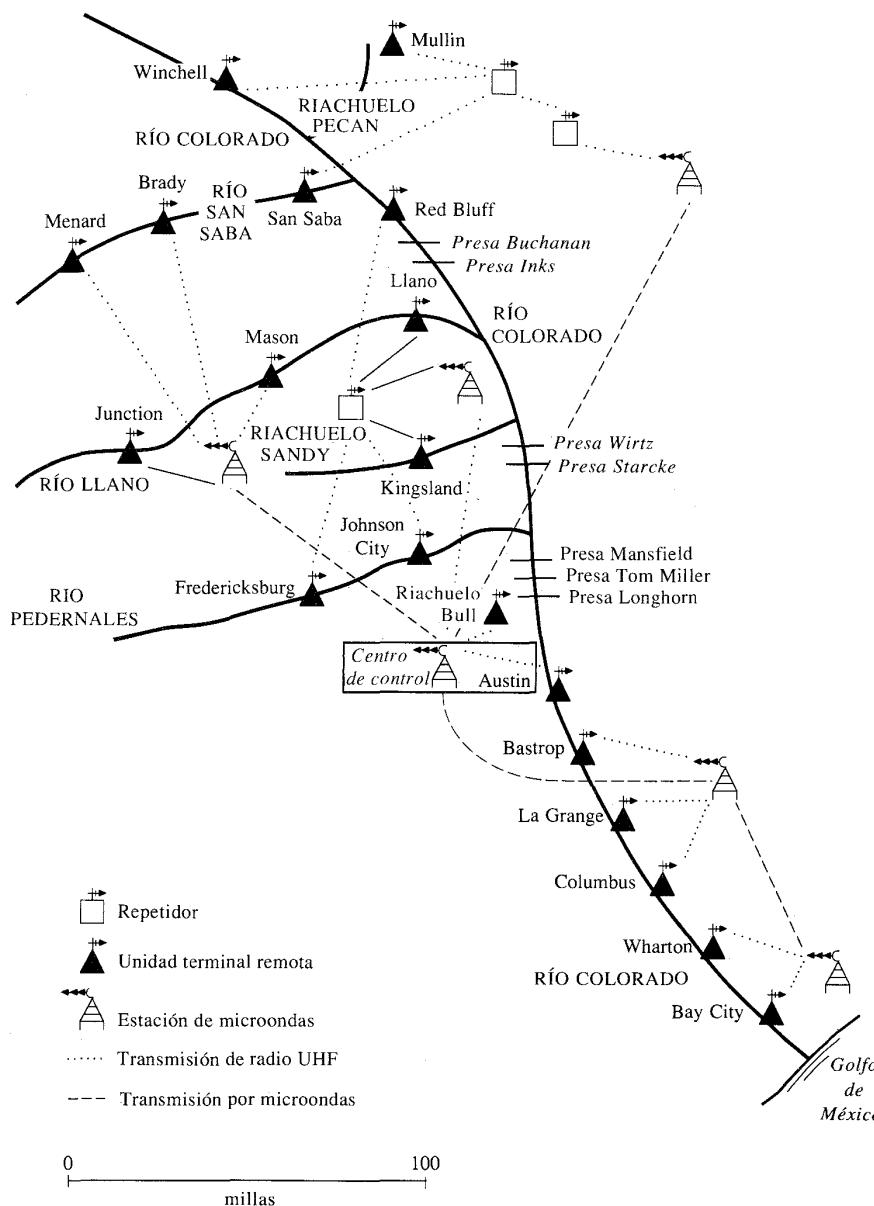


FIGURA 6.5.2

Red de transmisión de información en tiempo real en el bajo río Colorado, Texas. La información de nivel de agua y lluvia se transmite en forma automática al centro de control en Austin cada 3 horas con el fin de asesorar las descargas desde los embalses. Durante las crecientes, la información se actualiza cada 15 minutos.

Sistemas de recolección de información en tiempo real para sistemas ríos-lagos

La recolección y transmisión de información en tiempo real puede usarse para prever crecientes en grandes sistemas ríos-lagos que cubren miles de millas cuadradas, tal como se muestra en la figura 6.5.2 para el río Colorado bajo en el centro de Texas. El sistema de recolección de información utilizado en ese sitio se conoce como el sistema de adquisición de información hidrometeorológica (Hydromet, EG&G Washington Analytical Services Center, Inc., 1981) y se utiliza para dar información a un modelo de pronóstico de crecientes existente (véase la sección 15.5). Esta información es de dos tipos: a) elevaciones del nivel de agua en varios sitios del sistema río-lago, y b) lluvia en una red de pluviómetros para las aguas de drenaje alrededor de los lagos. El sistema Hydromet consiste en a) estaciones de adquisición de información meteorológica del tipo unidad terminal remota (RTU, por sus siglas en inglés) instaladas en los lugares de aforo de ríos del N.S. Geologi-

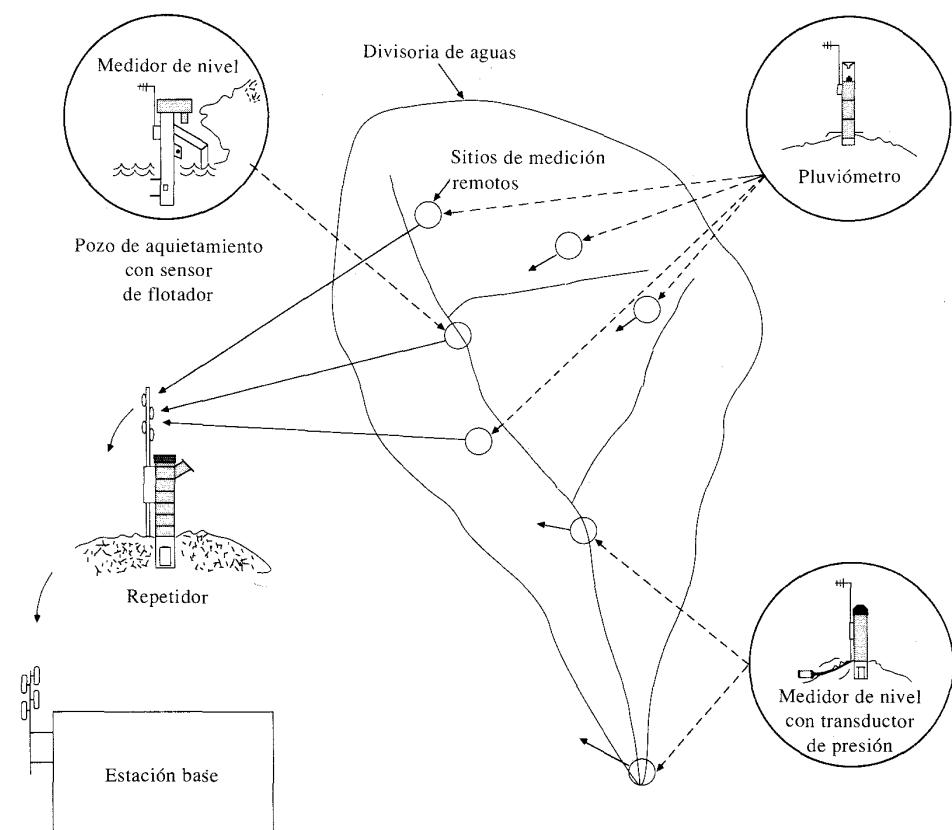


FIGURA 6.5.3

Ejemplo de un sistema de alerta temprana contra crecientes para áreas urbanas.

cal Survey, b) unidades de interfase de microondas a radio UHF del tipo unidad terminal de microondas (MTU, por sus siglas en inglés) localizadas en lugares repetidores de microondas, los cuales convierten las señales de radio en señales de microondas, y c) una estación central de control localizada en el centro de control de operaciones en Austin, Texas, la cual recibe información de las estaciones repetidoras de microondas. El sistema está diseñado para adquirir en forma automática información sobre nivel de ríos e información meteorológica desde cada RTU, para enviar la información cuando se requiera hacia la estación central a través del sistema de radio UHF/microondas, para determinar el caudal en cada sitio usando tablas de calibración almacenadas en la memoria del sistema central, para proporcionar la información recolectada en cada sitio y para mantener un archivo histórico de información de cada sitio al cual puede tener acceso el operador local, un computador o una terminal remota de línea telefónica. El sistema también funciona como una red de alarma de crecientes autoinformante.

Sistemas de alerta temprana para inundaciones en áreas urbanas

Debido al potencial de ocurrencia de crecientes rápidas severas y la consecuente pérdida de vidas en muchas áreas urbanas a través del mundo, se han construido y puesto en ejecución *sistemas de alerta temprana de crecientes*. Estos (véase la figura 6.5.3) son sistemas de reporte de eventos en tiempo real que están compuestos por sitios de medición remotos, con estaciones repetidoras de radio para transmitir la información a una estación base. El sistema total se usa para recolectar, transportar y analizar la información, para luego hacer pronósticos de inundación con el fin de maximizar el tiempo de aviso a los ocupantes de la planicie de inundación. Tales sistemas se han instalado en Austin y Houston, Texas, y en muchos otros lugares (Sierra/Misco, Inc., 1986).

Cada una de las estaciones remotas (véase la figura 6.5.4) tiene un pluviómetro de cubeta basculante, el cual genera una entrada digital a un transmisor cada vez que 1 mm de lluvia pasa a través del embudo. Cada vez que una de las cubetas bascula, se hace una transmisión a la estación base. Cada pluviómetro es completamente autocontenido y consiste en un tubo vertical cilíndrico que actúa como cubierta para el pluviómetro, el montaje de la antena, la batería y los circuitos electrónicos.

Algunas estaciones remotas tienen tanto medidores de lluvia como de caudal. Las estaciones remotas pueden incluir un pozo de arietamiento o un transductor de presiones medidor de nivel de agua similar al ilustrado en la figura 6.5.5. El transductor de presión mide los cambios en el nivel de agua por encima del orificio del sensor de presión. El transductor electrónico de presión diferencial compensa en forma automática los efectos debidos a cambios en temperatura y en presión barométrica con una precisión del 1% en el rango de medidas. Las estaciones repetidoras automáticas, localizadas entre las estaciones remotas y la estación base, reciben la información desde las estaciones remotas, verifican la validez de la información y la transmiten hasta la estación base.

Las señales de radio recibidas son transformadas desde su forma análoga de radio a un formato digital y luego son enviadas al computador de la estación base a través de un puerto de comunicaciones. Después de que se ha verificado la calidad de la información, ésta se ordena y se archiva ya sea en un medio de disco duro o de disco flexible. Una vez que el archivo de información se completa, ésta puede utilizarse o guardarse para análisis posterior.

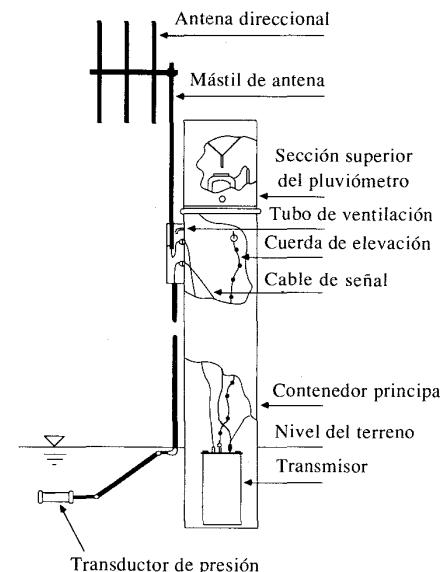


FIGURA 6.5.4

Estación remota que combina medidores de precipitación y de caudal. (Cortesía de Sierra/Misco, Inc. 1986. Utilizada con autorización)

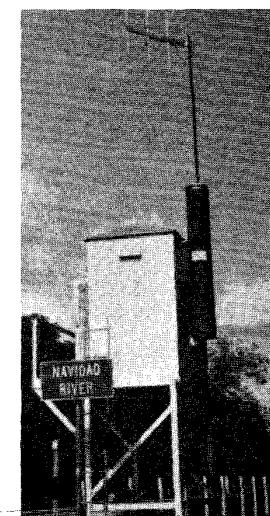


FIGURA 6.5.5

Medidor auto-reportante de nivel de agua y lluvia en el río Navidad, Texas. (Cortesía de Sierra/Misco, Inc., 1986. Utilizada con autorización).

La estación base tiene un *software* de manejo de información que puede controlar hasta 700 sensores con suficiente almacenamiento en línea para guardar información de lluvia durante un período de tres años. Puede cubrir 12 sistemas de ríos individuales, cada uno con 25 puntos posibles de pronóstico; cada punto de pronóstico puede recibir información suministrada hasta por 10 fuentes diferentes. En cada uno de estos puntos de pronóstico individuales pueden simularse diferentes escenarios futuros de lluvia y añadirse opciones para el control de bombas, compuertas, mapas de control, alarmas remotas y alertas de voz sintetizada (Sierra/Misco, Inc., 1986).

6.6 MEDICIÓN DE CARACTERÍSTICAS FISIOGRÁFICAS

En estudios hidrológicos en los cuales a veces no se tiene disponible información medida, por ejemplo en un análisis de lluvia-escorrentía, las características de la escorrentía se estiman utilizando las características fisiográficas. La información fisiográfica de una cuenca puede obtenerse a partir de mapas de descripción de uso de suelo, mapas de suelo, mapas geológicos, mapas topográficos y fotografías aéreas. La siguiente lista de 22 factores recolectada por la USGS-EPA National Urban Studies Program (Jennings, 1982) es un inventario típico de características fisiográficas:

1. Área total de drenaje en millas cuadradas (excluyendo las áreas no contribuyentes).
2. Área impermeable como porcentaje del área de drenaje.
3. Área impermeable efectiva como porcentaje del área de drenaje. Se incluyen solamente superficies impermeables conectadas directamente a un tubo de alcantarillado o cualquier otro sistema de conducción de aguas lluvias.
4. Pendiente promedio de la cuenca, en pies por milla, determinada promediando las pendientes del terreno en 50 o más puntos igualmente espaciados utilizando el mejor mapa topográfico disponible.
5. Pendiente de conducción principal, en pies por milla, medida en puntos localizados al 10 y 85% de la distancia desde la estación de medición hasta la divisoria de aguas a lo largo del canal de conducción principal.
6. Permeabilidad del horizonte A del perfil de suelo, en pulgadas por hora.
7. Capacidad promedio de humedad del suelo en los horizontes A, B y C, en pulgadas de agua por pulgadas de suelo.
8. pH del agua en el horizonte A del suelo.
9. Grupo hidrológico del suelo (A, B, C o D) de acuerdo con la metodología del U.S. Soil Conservation Service.
10. Densidad de la población en número de personas por milla cuadrada.
11. Densidad de calles, en millas de ruta por milla cuadrada (rutas de 12 pies aproximadamente).
12. Uso del terreno en la cuenca como porcentaje del área de drenaje incluyendo: a) uso rural y pastizales, b) uso agrícola, c) uso residencial de baja densidad (1/2 a 2 acres por vivienda), d) uso residencial de densidad media (3 a 8 viviendas por acre), e) uso residencial de alta densidad (9 o más viviendas por acre), f) uso comercial, g) uso industrial, h) área en construcción (superficie sin protección), i) tierra vacía, j) pantanos y k) áreas de parqueo.
13. Almacenamiento por detención en acre-pies de almacenamiento.

14. Porcentaje de la cuenca aguas arriba del almacenamiento por detención.
15. Porcentaje del área drenada por un sistema de alcantarillado de aguas lluvias.
16. Porcentaje de calles con drenaje de cuneta y canal.
17. Porcentaje de calles con drenaje de cuneta y sumidero.
18. Precipitación media anual, en pulgadas (largo plazo).
19. Intensidad de lluvia con una frecuencia de diez años y duración de una hora en pulgadas por hora (largo plazo).
20. Cantidad media anual de constituyentes para calidad de agua en la escorrentía, en libras por acre.
21. Cantidad media anual de constituyentes en la precipitación, en libras por acre.
22. Cantidad media anual de constituyentes en deposiciones secas, en libras por acre.

Esta información se emplea en la modelación de cantidad de agua y características de calidad de cuencas urbanas, de tal manera que las conclusiones sacadas de estudios de campo puedan extenderse a otros lugares.

REFERENCIAS

- Bhowmik, N., *Hydraulics of flow in the Kaskaskia River, Illinois. Report of Investigation 91*, Illinois State Water Survey, Urbana, Ill., 1979.
- EG&G Washington Analytical Services Center, Inc., *Lower Colorado River Authority Software User's Manual*, Albuquerque, N. Mex., diciembre, 1981.
- Jennings, M.E., Data collection and instrumentation in *Urban Stormwater Hydrology*, ed. por D.F. Kibler, Water Resources Monograph 7, American Geophysical Union, pp. 189-217, Washington, D.C., 1982.
- Linsley, R.K., M.A. Kohler, y J. L. H. Paulhus, *Hydrology for Engineers*, McGraw-Hill, New York, 1982.
- Marsh-McBirney, Inc., The UMFM flowmeter, Product brochure, Gaithersburg, Md., 1979.
- Rantz, S. E., et al., Measurement and computation of streamflow, vol. 1, Measurement of stage and discharge, *Water Supply Paper 2175*, U.S. Geological Survey, 1982.
- Riggs, H. C., *Streamflow Characteristics*, Elsevier, Amsterdam, Holland, 1985.
- Shaw, E. M., *Hidrology in Practice*, Van Nostrand Reinhold (UK), Wokingham, England, 1983.
- Sierra/Misco, Inc., Flood early warning system for city of Austin, Texas, Berkeley, Calif., 1986.
- U.S. Geological Survey, *National Handbook of Recommended Methods for Water-data Acquisition*, Office of Water Data Coordination, U. S. Geological Survey, Reston, Va., 1977.
- World Meteorological Organization, *Guide to Hydrological Practices*, vol. 1: *Data Acquisition and Processing*, Report no. 168, Geneva, Switzerland, 4th ed., 1981.

PROBLEMAS

- 6.3.1** Una medición de caudales hecha en el río Colorado en Austin, Texas, el 11 de junio de 1981, arrojó los siguientes resultados. Calcule el caudal en pies³/s.

Distancia desde la banca (pies)	0	30	60	80	100	120	140	160
Profundidad (pies)	0	18.5	21.5	22.5	23.0	22.5	22.5	22.0
Velocidad (pies/s)	0	0.55	1.70	3.00	3.06	2.91	3.20	3.36
Distancia	180	200	220	240	260	280	300	320
Profundidad	22.0	23.0	22.0	22.5	23.0	22.8	21.5	19.2
Velocidad	3.44	2.70	2.61	2.15	1.94	1.67	1.44	1.54
Distancia	360	380	410	450	470	520	570	615*
Profundidad	14.7	12.0	11.4	9.0	5.0	2.6	1.3	0
Velocidad	1.10	1.52	1.02	0.60	0.40	0.33	0.29	0

- 6.3.2** Elabore una gráfica de velocidad vs. distancia hasta la banca para la información dada en el problema 6.3.1. Elabore una gráfica de velocidad vs. profundidad de flujo.
- 6.3.3** La altura de lámina de agua observada durante una medición de caudal en el río Colorado en Austin es de 11.25 pies. Si el caudal medido fue 9,730 pies³/s, calcule la diferencia en porcentaje entre el caudal dado por la curva de calibración (véase la figura 6.3.8) y el caudal obtenido en esta medición.
- 6.3.4** La pendiente de fondo del canal del río Colorado en Austin es 0.03%. Determine, para la información dada en el ejemplo 6.3.1, cuál es el valor del coeficiente *n* de Manning que daría los mismos caudales de la información mostrada.
- 6.3.5** Una medición de caudal en el río Colorado en Austin, Texas, hecha el 16 de junio de 1981, arrojó los siguientes resultados. Calcule el caudal en pies³/s.

Distancia desde la banca (pies)	0	35	55	75	95	115	135	155
Profundidad (pies)	0	18.0	19.0	21.0	20.5	18.5	18.2	19.5
Velocidad (pies/s)	0	0.60	2.00	3.22	3.64	3.74	4.42	3.49
Distancia	175	195	215	235	255	275	295	
Profundidad	20.0	21.5	21.5	21.5	22.0	21.5	20.5	
Velocidad	5.02	4.75	4.92	4.44	3.94	2.93	2.80	
Distancia	325	355	385	425	465	525	575	
Profundidad	17.0	13.5	10.6	9.0	6.1	2.0	0	
Velocidad	2.80	1.52	1.72	0.95	0.50	0.39	0	

- 6.3.6** Si la pendiente del fondo del canal es 0.0003, determine el valor del *n* de Manning que daría el mismo caudal en el valor encontrado en el problema 6.3.5.
- 6.3.7** La altura del nivel de agua observada durante la medición de caudal del problema 6.3.5 fue 19.70 pies por encima del *datum*. La curva de calibración para este sitio se muestra en la figura 6.3.8. Calcule la diferencia en porcentaje entre el caudal encontrado en la curva de calibración para este nivel de agua y el valor encontrado en el problema 6.3.5.

CAPÍTULO

7

HIDROGRAMA UNITARIO

En los capítulos previos de este libro se han descrito las leyes físicas que rigen la operación de sistemas hidrológicos y se han desarrollado ecuaciones de trabajo para determinar el flujo en los sistemas de agua atmosférico, subsuperficial y superficial. El teorema de transporte de Reynolds aplicado a un volumen de control ofrece los medios matemáticos para expresar en forma consistente las diferentes leyes físicas aplicables. Se debe recordar que el principio del volumen de control no necesita una descripción de la dinámica interna del flujo dentro del volumen de control; todo lo que se requiere es el conocimiento de las entradas y salidas del volumen de control y las leyes físicas que regulan su interacción.

En el capítulo 1, se presentó una clasificación en árbol (véase la figura 1.4.1), para distinguir los diferentes tipos de modelos de sistemas hidrológicos, de acuerdo con la forma en que cada uno manejaba la aleatoriedad y la variabilidad en el espacio y en el tiempo de los procesos hidrológicos involucrados. Hasta esta parte del libro, la mayoría de las ecuaciones de trabajo desarrolladas lo han sido para el tipo de modelo más simple mostrado en ese diagrama, es decir, un modelo determinístico (sin aleatoriedad) agregado (un punto en el espacio) y de flujo permanente (el flujo no cambia con el tiempo). Este capítulo desarrolla el tema de modelos determinísticos agregados de flujo no permanente; los capítulos subsiguientes (8 al 12) cubren un rango de modelos en el árbol de clasificación de izquierda a derecha. Cuando es posible, se hace uso del conocimiento de las leyes físicas que rigen el sistema. Adicionalmente a esto, algunos métodos traídos de otros campos del conocimiento tales como el análisis de sistemas lineales, la optimización y la estadística aplicada se emplean para analizar variables de entrada y salida de sistemas hidrológicos.

En el desarrollo de estos modelos, el concepto de volumen de control permanece, tal como fue introducido en el capítulo 1: "Un volumen o estructura en el espacio, rodeado por una frontera, el cual acepta agua y otras entradas, opera internamente en ellas y las produce como salidas". En este capítulo se analiza la interacción entre lluvia y escorrentía en una cuenca, tomando la cuenca como un sistema agregado lineal.

7.1 MODELO DE SISTEMA HIDROLÓGICO GENERAL

La cantidad de agua almacenada en un sistema hidrológico, S , puede relacionarse con las tasas de flujo de entrada I y de flujo de salida Q por medio de la ecuación integral de continuidad (2.2.4):

$$\frac{dS}{dt} = I - Q \quad (7.1.1)$$

Supóngase que el agua se almacena en un sistema hidrológico, como un embalse (véase la figura 7.1.1), en el cual la cantidad de almacenamiento aumenta y disminuye con el tiempo en respuesta a I y Q y sus tasas de cambio con respecto al tiempo: $dI/dt, d^2I/dt^2, \dots, dQ/dt, d^2Q/dt^2, \dots$. Entonces, la cantidad de almacenamiento en cualquier momento puede expresarse por una *función de almacenamiento* como:

$$S = f\left(I, \frac{dI}{dt}, \frac{d^2I}{dt^2}, \dots, Q, \frac{dQ}{dt}, \frac{d^2Q}{dt^2}, \dots\right) \quad (7.1.2)$$

La función f está determinada por la naturaleza del sistema hidrológico que se examina. Por ejemplo, el embalse lineal introducido en el capítulo 5 como un modelo para el flujo base en corrientes relaciona el almacenamiento y el flujo de salida como $S = kQ$, en donde k es una constante.

La ecuación de continuidad (7.1.1) y la ecuación de función de almacenamiento (7.1.2) deben resolverse simultáneamente de tal manera que la salida Q pueda calcularse dada una entrada I , donde I y Q son funciones del tiempo. Esto puede hacerse de dos formas: diferenciando la función de almacenamiento y sustituyendo el resultado para dS/dt en (7.1.1), y luego resolviendo la ecuación diferencial resultante en I y Q por integración; o aplicando el método de las diferencias finitas directamente a las ecuaciones (7.1.1) y (7.1.2) para resolverlas recursivamente en puntos discretos en el tiempo. En este capítulo se utiliza la primera aproximación o aproximación integral, y en el capítulo 8 se utiliza la segunda aproximación o aproximación diferencial.

Sistema lineal en tiempo continuo

Para que la función de almacenamiento describa un *sistema lineal*, debe expresarse como una ecuación lineal con coeficientes constantes. La ecuación (7.1.2) puede escribirse

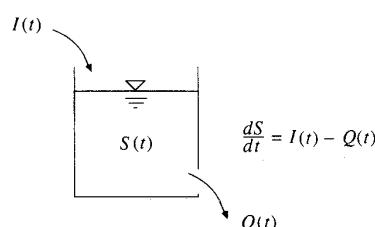


FIGURA 7.1.1
Continuidad del agua almacenada en un sistema hidrológico.

$$S = a_1Q + a_2\frac{dQ}{dt} + a_3\frac{d^2Q}{dt^2} + \dots + a_n\frac{d^{n-1}Q}{dt^{n-1}} \quad (7.1.3)$$

$$+ b_1I + b_2\frac{dI}{dt} + b_3\frac{d^2I}{dt^2} + \dots + b_m\frac{d^{m-1}I}{dt^{m-1}}$$

en la cual $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m$ son constantes y las derivadas de orden superior a aquellas mostradas se desprecian. Los coeficientes constantes también convierten al sistema en *invariante en el tiempo*, de tal manera que la forma en que el sistema procesa la información de entrada y salida no cambia con el tiempo.

Diferenciando la ecuación (7.1.3) y sustituyendo el resultado para dS/dt en la ecuación (7.1.1) se obtiene

$$a_n\frac{d^nQ}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}Q}{dt^{n-1}} + \dots + a_2\frac{d^2Q}{dt^2} + a_1\frac{dQ}{dt} + Q = \\ I - b_1\frac{dI}{dt} - b_2\frac{d^2I}{dt^2} - \dots - b_{m-1}\frac{d^{m-1}I}{dt^{m-1}} - b_m\frac{d^mI}{dt^m} \quad (7.1.4)$$

que puede reescribirse en una forma más compacta

$$N(D)Q = M(D)I \quad (7.1.5)$$

donde $D = d/dt$ y $N(D)$ y $M(D)$ son los operadores diferenciales

$$N(D) = a_n\frac{d^n}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + a_1\frac{d}{dt} + 1$$

y

$$M(D) = -b_m\frac{d^m}{dt^m} - b_{m-1}\frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} - \dots - b_1\frac{d}{dt} + 1$$

Resolviendo (7.1.5) para Q arroja el siguiente resultado

$$Q(t) = \frac{M(D)}{N(D)}I(t) \quad (7.1.6)$$

La función $M(D)/N(D)$ se conoce como la *función de transferencia* del sistema, que describe la respuesta de la salida a una secuencia de entrada dada.

La ecuación (7.1.4) fue presentada por Chow y Kulandaiswamy (1971) como el modelo general del sistema hidrológico. Describe un sistema agregado debido a que contiene derivadas con respecto al tiempo únicamente y ninguna dimensión espacial. Chow y Kulandaiswamy demostraron que muchos de los modelos propuestos previamente para sistemas hidrológicos agregados eran casos especiales de este modelo general. Por ejemplo, para un embalse lineal, la función de almacenamiento (7.1.3) tiene $a_1 = k$ y todos los demás coeficientes iguales a cero, luego (7.1.4) se convierte en

$$k \frac{dQ}{dt} + Q = I \quad (7.1.7)$$

7.2 FUNCIONES RESPUESTA EN SISTEMAS LINEALES

La solución de la ecuación (7.1.6) para la función de transferencia de sistemas hidrológicos sigue dos principios básicos para las operaciones de sistemas lineales, que se deducen de métodos para la solución de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes (Kreyszig, 1968):

- Si una solución $f(Q)$ se multiplica por una constante c , la función resultante $cf(Q)$ es también una solución (*principio de proporcionalidad*).
- Si dos soluciones $f_1(Q)$ y $f_2(Q)$ de una ecuación se suman, la función resultante $f_1(Q) + f_2(Q)$ es también una solución de la ecuación (*principio de aditividad o superposición*).

La solución particular adoptada depende de la *función de entrada* $N(D)I$ y de las *condiciones iniciales* especificadas o valores de las variables de salida en $t = 0$.

Función impulso respuesta

La respuesta de un sistema lineal se caracteriza únicamente por su *función impulso respuesta*. Si un sistema recibe una entrada unitaria aplicada instantáneamente (un impulso unitario) en el tiempo τ , la respuesta del sistema en un tiempo posterior t está descrita por la función de respuesta de impulso unitario $u(t - \tau)$; $t - \tau$ es el tiempo de retardo desde que se aplicó el impulso [véase la figura 7.2.1a)]. La respuesta de una cuerda de guitarra cuando es pulsada es un ejemplo de una respuesta a un impulso; otro es la respuesta del amortiguador de un carro después de que la rueda pasa por encima de un hueco. Si el embalse de almacenamiento de la figura 7.1.1 está vacío inicialmente, y se llena en forma instantánea con una cantidad unitaria de agua, la función de caudal de salida resultante $Q(t)$ es la función impulso respuesta.

Siguiendo los dos principios de la operación de sistemas lineales citados anteriormente, si se aplican dos impulsos, uno de 3 unidades en el tiempo τ_1 y otro de 2 unidades en el tiempo τ_2 , la respuesta del sistema será $3u(t - \tau_1) + 2u(t - \tau_2)$, tal como se muestra en la figura 7.2.1b). En forma análoga, una entrada continua puede tratarse como la suma de impulsos infinitesimales. La cantidad de entrada que llega al sistema entre los tiempos τ y $\tau + d\tau$ es $I(\tau)d\tau$. Por ejemplo, si $I(\tau)$ es la intensidad de precipitación en pulgadas por hora y $d\tau$ es un intervalo de tiempo infinitesimal medido en horas, entonces $I(\tau)d\tau$ es la profundidad de precipitación en pulgadas que entra al sistema durante este intervalo. La escorrentía directa que ocurre en el tiempo posterior $t - \tau$ como resultado de esta entrada es $I(\tau)u(t - \tau)d\tau$. La respuesta para la función completa de entrada $I(\tau)$ puede obtenerse integrando la respuesta a sus impulsos constituyentes:

$$Q(t) = \int_0^t I(\tau)u(t - \tau) d\tau \quad (7.2.1)$$

Esta expresión, llamada la *integral de convolución*, es la ecuación fundamental para la solución de sistemas lineales en una escala continua de tiempo. La figura 7.2.2 ilustra el proceso de suma de respuesta para la integral de convolución.

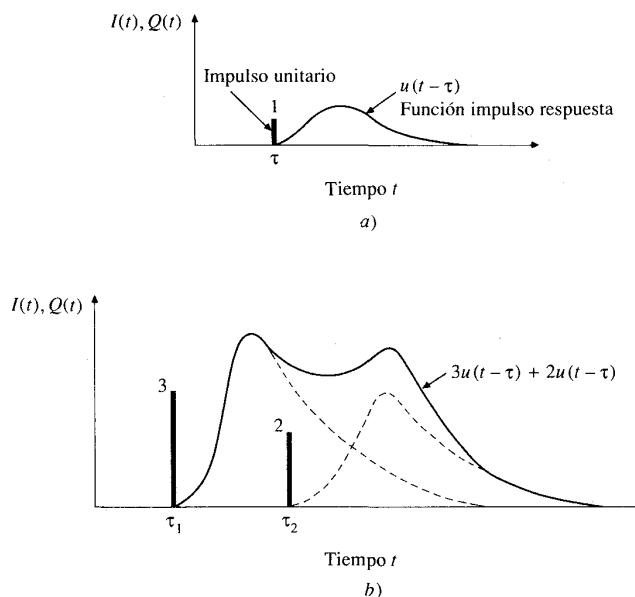


FIGURA 7.2.1

Respuestas de un sistema lineal a entradas de impulsos. a) Función respuesta-impulso unitario. b) La respuesta a dos impulsos se encuentra sumando las funciones respuesta individuales.

Para la mayoría de las aplicaciones hidrológicas se necesitan soluciones en intervalos discretos de tiempo, debido a que la entrada se especifica como una función discreta del tiempo, tal como un histograma de exceso de lluvia. Para manejar ese tipo de entradas se necesitan dos funciones adicionales, la función respuesta de paso unitario y la función respuesta de pulso unitario, tal como se muestra en la figura 7.2.3.

Función respuesta de paso

Una *entrada de paso unitario* es una entrada que pasa de la tasa 0 a 1 en el tiempo 0 y continúa indefinidamente a esa tasa [véase la figura 7.2.3b)]. La salida del sistema, o su *función respuesta de paso unitario* $g(t)$, se encuentra de (7.2.1) con $I(\tau) = 1$ para $\tau \geq 0$, como

$$Q(t) = g(t) = \int_0^t u(t - \tau) d\tau \quad (7.2.2)$$

Si en la ecuación (7.2.2) se hace la sustitución $l = t - \tau$, entonces $d\tau = -dl$, el límite $\tau = t$ se convierte en $l = t - t = 0$, y el límite $\tau = 0$ se convierte en $l = t - 0 = t$. Luego,

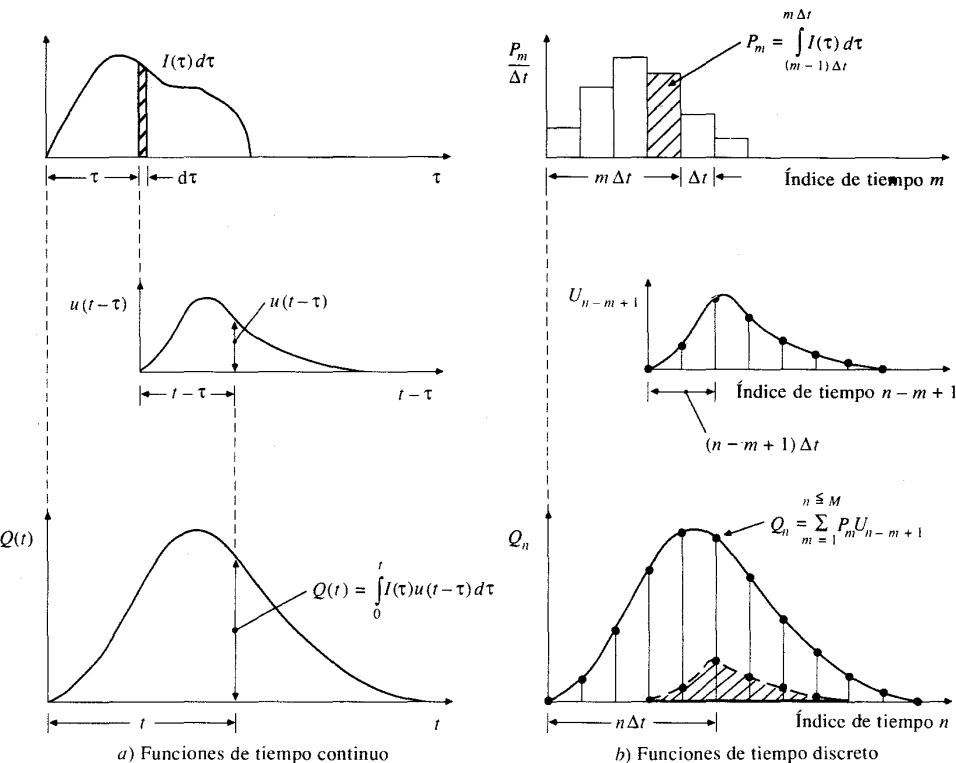


FIGURA 7.2.2
Relación entre convoluciones continuas y discretas.

$$g(t) = - \int_t^0 u(l) dl$$

0

$$g(t) = \int_0^t u(l) dl \quad (7.2.3)$$

Es decir, el valor de la función respuesta de paso unitario $g(t)$ en el tiempo t es igual a la integral de la función impulso respuesta hasta ese momento, tal como se muestra en la figura 7.2.3a) y b).

Función respuesta de pulso

Una *entrada de pulso unitario* es una entrada unitaria que ocurre con una duración Δt . La tasa es $I(\tau) = 1/\Delta t$, $0 \leq \tau \leq \Delta t$ y cero en cualquier otro lugar. La función

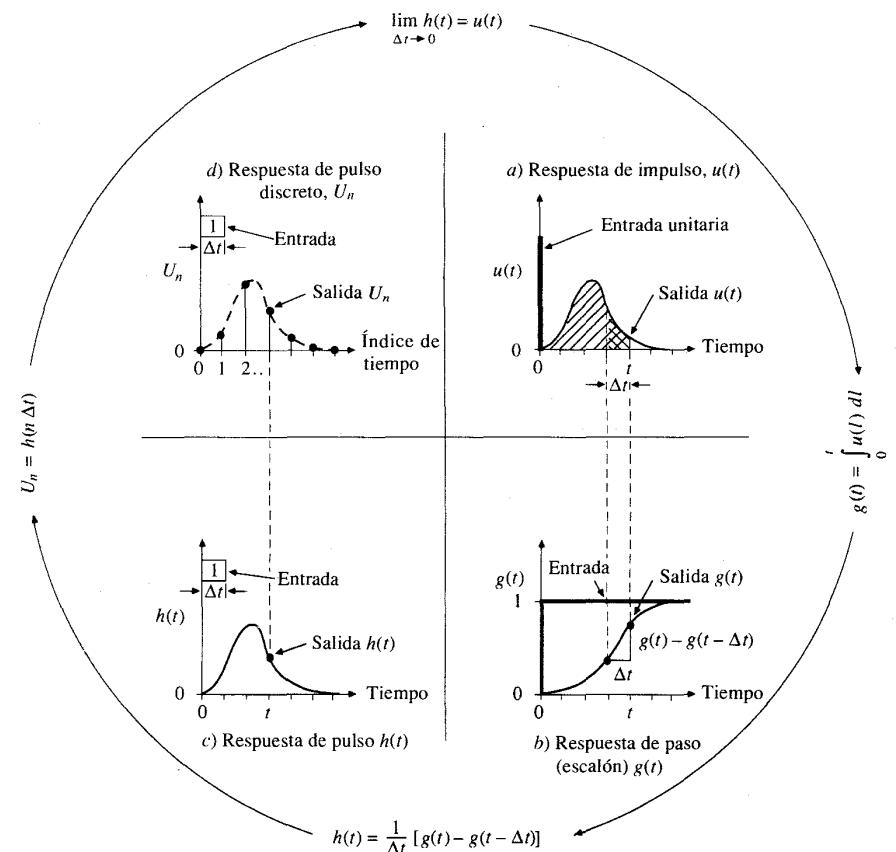


FIGURA 7.2.3
Funciones respuesta de un sistema lineal. Las funciones respuesta en a), b) y c) están en un dominio de tiempo continuo y aquella en d) en un dominio de tiempo discreto.

respuesta de pulso unitario producida por esta entrada puede encontrarse utilizando los dos principios para sistemas lineales citados anteriormente. Primero, debido al principio de proporcionalidad, la respuesta a una entrada de paso unitario de tasa $1/\Delta t$ que empieza en el tiempo 0 es $(1/\Delta t)g(t)$. Si una entrada de paso unitario similar empieza en el tiempo Δt en lugar del tiempo 0, su función respuesta se retardará en el tiempo un intervalo Δt y tendrá un valor en el tiempo t igual a $(1/\Delta t)g(t - \Delta t)$. Luego, usando el principio de superposición, la respuesta a una entrada de pulso unitario de duración Δt se encuentra restando la respuesta a una entrada de paso con tasa $1/\Delta t$ que empieza en el tiempo Δt de la respuesta a una entrada de paso con la misma tasa que empieza en tiempo 0, de tal manera que la *función respuesta de pulso unitario* $h(t)$ es

$$h(t) = \frac{1}{\Delta t} [g(t) - g(t - \Delta t)] \quad (7.2.4)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\Delta t} \left[\int_0^t u(l) dl - \int_0^{t-\Delta t} u(l) dl \right] \\ &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t u(l) dl \end{aligned} \quad (7.2.5)$$

Como se muestra en la figura 7.2.3, $g(t) - g(t - \Delta t)$ representa el área bajo la función impulso respuesta entre $t - \Delta t$ y t , y $h(t)$ representa la pendiente de la función respuesta de paso unitario $g(t)$ entre estos dos puntos del tiempo.

Ejemplo 7.2.1 Determine las funciones respuesta de impulso, paso y pulso de un embalse lineal con almacenamiento constante $k(S = kQ)$.

Solución. La ecuación de continuidad (7.1.1) es

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - Q(t)$$

y diferenciando la función de almacenamiento $S = kQ$ resulta $dS/dt = kdQ/dt$, luego

$$k \frac{dQ}{dt} = I(t) - Q(t)$$

o

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{k} Q(t) = \frac{1}{k} I(t)$$

Esta es una ecuación diferencial lineal de primer orden y puede ser resuelta multiplicando ambos lados de la ecuación por el *factor integrante* $e^{t/k}$:

$$e^{t/k} \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{k} e^{t/k} Q(t) = \frac{1}{k} e^{t/k} I(t)$$

de tal manera que los dos términos en la parte izquierda de la ecuación pueden combinarse como

$$\frac{d}{dt}(Qe^{t/k}) = \frac{1}{k} e^{t/k} I(t)$$

Integrando con las condiciones iniciales $Q = Q_0$ en $t = 0$

$$\int_{Q_0, 0}^{Q(t), t} d(Qe^{t/k}) = \int_0^t \frac{1}{k} e^{\tau/k} I(\tau) d\tau$$

donde τ es una variable auxiliar de tiempo en la integración. Resolviendo,

$$Q(t)e^{t/k} - Q_0 = \int_0^t \frac{1}{k} e^{\tau/k} I(\tau) d\tau$$

y reordenando

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/k} + \int_0^t \frac{1}{k} e^{-(t-\tau)/k} I(\tau) d\tau$$

Al comparar esta ecuación con la integral de convolución (7.2.1), puede verse que las dos ecuaciones son iguales siempre que $Q_0 = 0$ y

$$u(t - \tau) = \frac{1}{k} e^{-(t-\tau)/k}$$

Luego si l se define como el tiempo de retardo $t - \tau$, la función impulso respuesta de un embalse lineal es

$$u(l) = \frac{1}{k} e^{-l/k}$$

El requerimiento de que $Q_0 = 0$ implica que el sistema parte del reposo cuando se aplica la integral de convolución.

La respuesta de paso (escalón) unitario está dada por (7.2.3):

$$\begin{aligned} g(t) &= \int_0^t u(l) dl \\ &= \int_0^t \frac{1}{k} e^{-l/k} dl \\ &= [-e^{-l/k}]_0^t \\ &= 1 - e^{-t/k} \end{aligned}$$

La respuesta de pulso unitario está dada por (7.2.4):

$$h(t) = \frac{1}{\Delta t} [g(t) - g(t - \Delta t)]$$

1. Para $0 \leq t \leq \Delta t$, $g(t - \Delta t) = 0$, luego

$$h(t) = \frac{1}{\Delta t} g(t) = \frac{1}{\Delta t} (1 - e^{-t/k})$$

2. Para $t > \Delta t$,

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{1}{\Delta t} [1 - e^{-t/k} - (1 - e^{-(t-\Delta t)/k})] \\ &= \frac{e^{-t/k}}{\Delta t} (e^{\Delta t/k} - 1) \end{aligned}$$

Las funciones respuesta de impulso y de paso de un embalse lineal con $k = 3$ h están graficadas en la figura 7.2.4, en conjunto con la función respuesta de pulso para $\Delta t = 2$ h.

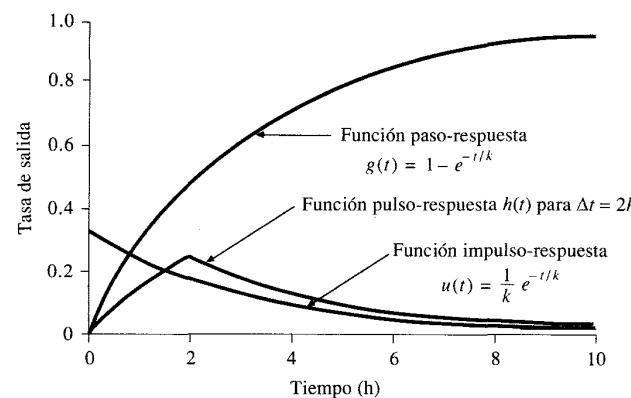


FIGURA 7.2.4

Funciones respuesta de un embalse lineal con $k = 3$ h. La función respuesta de pulso es para una entrada por pulso de 2 horas de duración (del ejemplo 7.2.1).

Sistema lineal en tiempo discreto

Las funciones respuesta de impulso, paso (escalón) y pulso se han definido en un dominio de tiempo continuo. Ahora se deja que el dominio de tiempo se parte en intervalos discretos de duración Δt . Como se mostró en la sección 2.3, existen dos formas de representar una función continua del tiempo en un dominio de tiempo discreto, es decir, como un *sistema de información por pulso* o un *sistema de información por muestra*. El sistema de información por pulso se utiliza para la precipitación y el valor de su función de entrada discreta para el m -ésimo intervalo de tiempo es

$$P_m = \int_{(m-1)\Delta t}^{m\Delta t} I(\tau) dt \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (7.2.6)$$

P_m es la profundidad de precipitación que cae durante el intervalo de tiempo (cm , pulgadas o centímetros). El sistema de información por muestra se utiliza para caudales y escorrentía directa, de tal manera que el valor de la salida del sistema en el n -ésimo intervalo de tiempo ($t = n\Delta t$) es

$$Q_n = Q(n\Delta t) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (7.2.7)$$

Q_n es el valor instantáneo de la tasa de flujo al final de n -ésimo intervalo de tiempo (en cfs o m^3/s). Luego las variables de entrada y salida de un sistema de cuenca se registran con dimensiones diferentes y usan representaciones discretas de informa-

ción diferentes. El efecto de un pulso de entrada de duración Δt que empieza en el tiempo $(m-1)\Delta t$ sobre la salida en el tiempo $t = n\Delta t$ se mide utilizando el valor de la función de respuesta de pulso unitario $h[t - (m-1)\Delta t] = h[n\Delta t - (m-1)\Delta t] = h[(n-m+1)\Delta t]$, dado, siguiendo la ecuación (7.2.5), como

$$h[(n-m+1)\Delta t] = \frac{1}{\Delta t} \int_{(n-m)\Delta t}^{(n-m+1)\Delta t} u(l) dl \quad (7.2.8)$$

En un dominio de tiempo discreto, la función de entrada es una serie de M pulsos de tasa constante: para el pulso m , $I(\tau) = P_m/\Delta t$ para $(m-1)\Delta t \leq \tau \leq m\Delta t$. $I(\tau) = 0$ para $\tau > M\Delta t$. Considérese el caso cuando se está calculando la salida después de que han cesado todas las entradas, es decir, en $t = n\Delta t > M\Delta t$ [véase la figura 7.2.2b)]. La contribución a la salida de cada uno de los M pulsos de entrada puede encontrarse separando la integral de convolución (7.2.1) en $t = n\Delta t$ en M partes:

$$\begin{aligned} Q_n &= \int_0^{n\Delta t} I(\tau)u(n\Delta t - \tau)d\tau \\ &= \frac{P_1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} u(n\Delta t - \tau)d\tau + \frac{P_2}{\Delta t} \int_{\Delta t}^{2\Delta t} u(n\Delta t - \tau)d\tau + \dots \\ &\quad + \frac{P_m}{\Delta t} \int_{(m-1)\Delta t}^{m\Delta t} u(n\Delta t - \tau)d\tau + \dots + \frac{P_M}{\Delta t} \int_{(M-1)\Delta t}^{M\Delta t} u(n\Delta t - \tau)d\tau \end{aligned} \quad (7.2.9)$$

donde los términos $P_m/\Delta t$, $m = 1, 2, \dots, M$, pueden sacarse de las integrales porque son constantes.

En cada una de estas integrales se hace la sustitución $l = n\Delta t - \tau$ luego $d\tau = -dl$, el límite $\tau = (m-1)\Delta t$ se convierte en $l = n\Delta t - (m-1)\Delta t = (n-m+1)\Delta t$, y el límite $\tau = m\Delta t$ se convierte en $l = (n-m)\Delta t$. La m -ésima integral en (7.2.9) se escribe como

$$\begin{aligned} \frac{P_m}{\Delta t} \int_{(m-1)\Delta t}^{m\Delta t} u(n\Delta t - \tau)d\tau &= \frac{P_m}{\Delta t} \int_{(n-m+1)\Delta t}^{(n-m)\Delta t} -u(l)dl \\ &= \frac{P_m}{\Delta t} \int_{(n-m)\Delta t}^{(n-m+1)\Delta t} u(l)dl \\ &= P_m h[(n-m+1)\Delta t] \end{aligned} \quad (7.2.10)$$

sustituyendo de (7.2.7). Despues de hacer estas sustituciones en (7.2.9),

$$\begin{aligned} Q_n &= P_1 h[(n\Delta t)] + P_2 h[(n-1)\Delta t] + \dots \\ &\quad + P_m h[(n-m+1)\Delta t] + \dots \\ &\quad + P_M h[(n-M+1)\Delta t] \end{aligned} \quad (7.2.11)$$

la cual es una ecuación de convolución con entrada P_m en pulsos y salida Q_n como una función temporal de información por muestra.

Función respuesta de pulso discreto

Tal como se muestra en la figura 7.2.3d), la función respuesta de pulso continuo $h(t)$ puede representarse en un dominio de tiempo discreto como una función de información por muestra U , donde

$$U_{n-m+1} = h[(n - m + 1)\Delta t] \quad (7.2.12)$$

De donde $U_n = h[n\Delta t]$, $U_{n-1} = h[(n - 1)\Delta t]$, ..., y $U_{n-M+1} = h[(n - M + 1)\Delta t]$. Sustituyendo en (7.2.11) la versión en tiempo discreto de la integral de convolución es

$$\begin{aligned} Q_n &= P_1 U_n + P_2 U_{n-1} + \dots + P_m U_{n-m+1} + \dots + P_M U_{n-M+1} \\ &= \sum_{m=1}^M P_m U_{n-m+1} \end{aligned} \quad (7.2.13)$$

La ecuación (7.2.13) es válida siempre que $n \geq M$; si $n < M$, entonces en (7.2.9) sólo tendría que tenerse en cuenta los primeros n pulsos de entrada, debido a que éstos son los únicos pulsos que pueden influir en la salida hasta el tiempo $n\Delta t$. En este caso, (7.2.13) se reescribe como

$$Q_n = \sum_{m=1}^n P_m U_{n-m+1} \quad (7.2.14)$$

Combinando (7.2.13) y (7.2.14) se llega al resultado final

$$Q_n = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U_{n-m+1} \quad (7.2.15)$$

que es la *ecuación de convolución discreta* para un sistema lineal. La notación $n \leq M$ como el límite superior de la sumatoria muestra que los términos se suman para $m = 1, 2, \dots, n$ siempre que $n \leq M$, pero para $n > M$, la sumatoria se limita a $m = 1, 2, \dots, M$.

Como un ejemplo, supóngase que hay $M = 3$ pulsos de entrada: P_1 , P_2 y P_3 . Para el primer intervalo de tiempo ($n = 1$), existe solamente un término en la convolución, aquél para $m = 1$;

$$Q_1 = P_1 U_{1-1+1} = P_1 U_1$$

Para $n = 2$, existen dos términos que corresponden a $m = 1, 2$:

$$Q_2 = P_1 U_{2-1+1} + P_2 U_{2-2+1} = P_1 U_2 + P_2 U_1$$

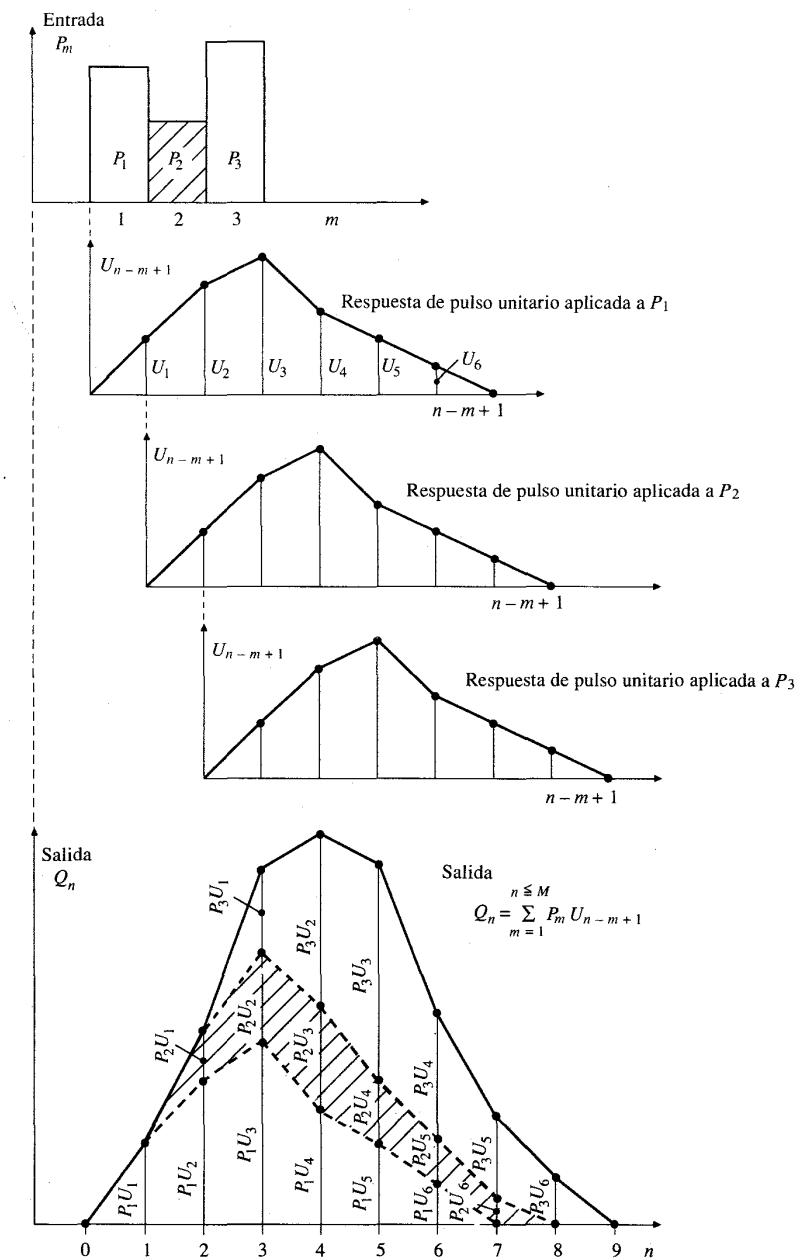


FIGURA 7.2.5
Aplicación de la ecuación de convolución discreta a la salida de un sistema lineal.

Para $n = 3$, existen tres términos:

$$Q_3 = P_1 U_{3-1+1} + P_2 U_{3-2+1} + P_3 U_{3-3+1} = P_1 U_3 + P_2 U_2 + P_3 U_1$$

Y para $n = 4, 5, \dots$ sigue habiendo sólo tres términos:

$$Q_n = P_1 U_n + P_2 U_{n-1} + P_3 U_{n-2}$$

Los resultados de este cálculo se muestran en forma de diagrama en la figura 7.2.5. La suma de los subíndices en cada término de la parte derecha de la sumatoria es siempre mayor en una unidad que el subíndice de Q .

En el ejemplo mostrado en el diagrama, existen 3 pulsos de entrada y 6 términos diferentes de cero en la función respuesta de pulso U , luego existen $3 + 6 - 1 = 8$ términos diferentes de cero en la función de salida Q . Los valores de la salida para los tres períodos finales son:

$$Q_6 = P_1 U_6 + P_2 U_5 + P_3 U_4$$

$$Q_7 = P_2 U_6 + P_3 U_5$$

$$Q_8 = P_3 U_6$$

Q_n y P_m se expresan en dimensiones diferentes y U tiene dimensiones que son la relación de las dimensiones de Q_n y P_m para hacer a (7.2.15) dimensionalmente consistente. Por ejemplo, si P_m está medida en pulgadas y Q_n en cfs, entonces las dimensiones de U son cfs/pulg, que puede interpretarse como cfs de salida por cada pulg de entrada.

7.3 EL HIDROGRAMA UNITARIO

El hidrograma unitario es la función respuesta de pulso unitario para un sistema hidrológico lineal. Propuesto por primera vez por Sherman (1932), el hidrograma unitario (conocido originalmente como *gráfica unitaria*) de una cuenca, se define como el hidrograma de escorrentía directa (DRH, por sus siglas en inglés) resultante de 1 pulg (usualmente tomado como 1 cm en unidades del SI) de exceso de lluvia generado uniformemente sobre el área de drenaje a una tasa constante a lo largo de una duración efectiva. Originalmente, Sherman utilizó la palabra "unitario" para denotar un tiempo unitario, pero desde entonces se ha interpretado frecuentemente como una profundidad unitaria de exceso de lluvia. Sherman clasificó la escorrentía en escorrentía superficial y escorrentía de agua subterránea, y definió el hidrograma unitario para ser usado únicamente con la escorrentía superficial. Los métodos para calcular el exceso de lluvia y la escorrentía directa a partir de la información observada de lluvia y de caudal se presentan en el capítulo 5.

El hidrograma unitario es un modelo lineal simple que puede usarse para deducir el hidrograma resultante de cualquier cantidad de exceso de lluvia. Las siguientes suposiciones básicas son inherentes en este modelo:

1. El exceso de precipitación tiene una intensidad constante dentro de la duración efectiva.

2. El exceso de precipitación está uniformemente distribuido a través de toda el área de drenaje.
3. El tiempo base de DRH (la duración de la escorrentía directa) resultante de un exceso de lluvia de una duración dada es constante.
4. Las ordenadas de todos los DRH de una base de tiempo común son directamente proporcionales a la cantidad total de escorrentía directa representada por cada hidrograma.
5. Para una cuenca dada, el hidrograma resultante de un exceso de lluvia dado refleja las características no cambiantes de la cuenca.

En condiciones naturales, dichas suposiciones no se satisfacen en forma perfecta. Sin embargo, cuando la información hidrológica que va a utilizarse se selecciona cuidadosamente de tal manera que llegue a cumplir en forma aproximada dichas suposiciones, los resultados obtenidos por el modelo de hidrograma unitario generalmente son aceptables para propósitos prácticos (Heerdegen, 1974). A pesar de que el modelo fue desarrollado originalmente para cuencas grandes, se ha encontrado que puede aplicarse a cuencas pequeñas desde menos de 0.5 hectáreas hasta 25 km^2 (aproximadamente 1 acre por 10 mi^2). En algunos casos no puede usarse el modelo debido a que una o más de las suposiciones no son satisfechas ni siquiera en forma aproximada. Por ejemplo, se considera que el modelo es inaplicable a la escorrentía originada por la nieve o el hielo.

Con relación a la suposición 1), las tormentas seleccionadas para el análisis deben ser de corta duración, debido a que es más probable que éstas produzcan una tasa de exceso de lluvia intensa y aproximadamente constante, arrojando un hidrograma bien definido, con pico único y de tiempo base corto.

Con relación a la suposición 2), el hidrograma unitario puede volverse inaplicable cuando el área de drenaje es demasiado grande para ser cubierta por una lluvia distribuida aproximadamente en forma uniforme. En tales casos, el área debe dividirse y cada subárea analizarse para tormentas que cubran toda la subárea.

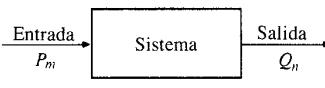
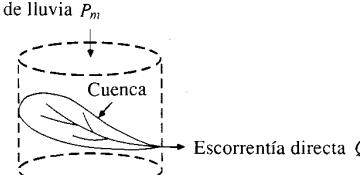
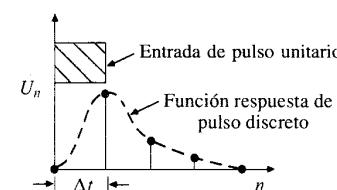
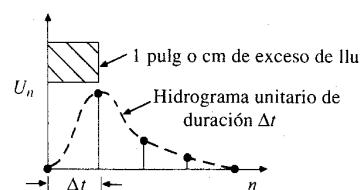
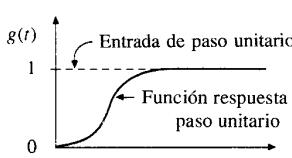
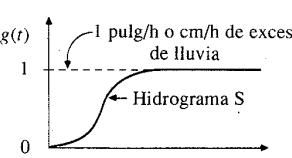
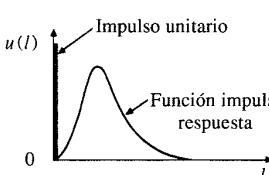
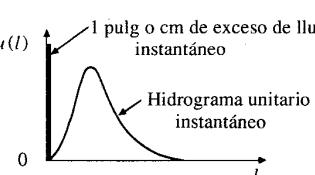
Con relación a la suposición 3), el tiempo base del hidrograma de escorrentía directa (DRH) es generalmente incierto, pero depende del método de separación de flujo base (véase la sección 5.2). Usualmente el tiempo base es corto si se considera que la escorrentía directa solamente incluye la escorrentía superficial, pero es largo si la escorrentía directa también incluye la escorrentía subsuperficial.

Con relación a la suposición 4), los principios de superposición y proporcionalidad se suponen válidos, de tal manera que las ordenadas Q_n del DRH pueden calcularse utilizando la ecuación (7.2.15). La información hidrológica real no es verdaderamente lineal; cuando se aplica (7.2.15) a ésta, el hidrograma resultante es solamente una aproximación, que es satisfactoria en muchos casos prácticos.

Con relación a la suposición 5), el hidrograma unitario se considera único para una cuenca dada e invariable con respecto al tiempo. Este es el *principio de invarianza temporal*, el cual, junto con los principios de superposición y proporcionalidad es fundamental para el modelo del hidrograma unitario. Los hidrogramas unitarios se aplican solamente cuando las condiciones del canal permanecen sin cambio y las cuencas no tienen almacenamientos apreciables. Esta condición se viola cuando el área de drenaje contiene muchos embalses, o cuando las crecientes fluyen por las planicies de inundación, produciendo así considerable almacenamiento.

Los principios del análisis de sistemas lineales forman la base del método del hidrograma unitario. La tabla 7.3.1 muestra una comparación entre los conceptos de

TABLA 7.3.1
Comparación de los conceptos de sistema lineal e hidrograma unitario

Sistema lineal		Hidrograma unitario
1.		1. Exceso de lluvia P_m
	$Q_n = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U_{n-m+1}$	
2.		2. 
3.		3. 
4.		4. 
5.	El sistema parte del reposo.	5. El hidrograma de escorrentía directa empieza en cero. Toda la lluvia previa es absorbida por la cuenca (abstracción inicial o pérdida).
6.	El sistema es lineal.	6. El hidrograma de escorrentía directa se calcula utilizando principios de proporcionalidad y superposición.
7.	La función de transferencia tiene coeficientes constantes.	7. La respuesta de la cuenca es invariante en el tiempo, sin cambios de una tormenta a otra.
8.	El sistema obedece continuidad.	8. Las profundidades totales de exceso de lluvia y escorrentía directa son iguales.
	$\frac{dS}{dt} = I(t) - Q(t)$	$\sum_n Q_n = \sum_m P_m$

sistema lineal y los correspondientes conceptos de hidrograma unitario. En hidrología, la función respuesta de paso es comúnmente denominada el *hidrograma S* y la función respuesta de impulso se denomina el *hidrograma unitario instantáneo*, el cual es la respuesta hipotética a una profundidad unitaria de exceso de precipitación depositada instantáneamente en toda la superficie de la cuenca.

7.4 DEDUCCIÓN DEL HIDROGRAMA UNITARIO

La ecuación de convolución discreta (7.2.15) permite el cálculo de la escorrentía directa Q_n dado un exceso de lluvia P_m y el hidrograma unitario U_{n-m+1}

$$Q_n = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U_{n-m+1} \quad (7.4.1)$$

El proceso inverso, llamado *deconvolución*, es necesario para deducir un hidrograma unitario dado una información de P_m y Q_n . Supóngase que existen M pulsos de exceso de lluvia y N pulsos de escorrentía directa en la tormenta considerada; luego pueden escribirse N ecuaciones para Q_n , $n = 1, 2, \dots, N$, en términos de $N - M + 1$ valores desconocidos del hidrograma unitario, tal como se muestra en la tabla 7.4.1.

Si Q_n y P_m son conocidos y se requiere U_{n-m+1} , el conjunto de ecuaciones en la tabla 7.4.1 está *sobredeterminado*, debido a que existen más ecuaciones (N) que incógnitas ($N - M + 1$).

Ejemplo 7.4.1 Halle el hidrograma unitario de media hora utilizando el hietograma de exceso de lluvia y el hidrograma de escorrentía directa dados en la tabla 7.4.2 (éstos se dedujeron en el ejemplo 5.3.1).

Solución. El hietograma de exceso de lluvia y el hidrograma de escorrentía directa de la tabla 7.4.2 tienen respectivamente $M = 3$ y $N = 11$ pulsos. Por tanto, el número de pulsos en el hidrograma unitario es $N - M + 1 = 11 - 3 + 1 = 9$. Sustituyendo las ordenadas de los hietograma e hidrograma mencionados en las ecuaciones de la tabla 7.4.1 se lle-

TABLA 7.4.1

Conjunto de ecuaciones para la convolución de tiempo discreto $Q_n = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U_{n-m+1}; n = 1, 2, \dots, N$

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= P_1 U_1 \\
 Q_2 &= P_2 U_1 + P_1 U_2 \\
 Q_3 &= P_3 U_1 + P_2 U_2 + P_1 U_3 \\
 &\dots \\
 Q_M &= P_M U_1 + P_{M-1} U_2 + \dots + P_1 U_M \\
 Q_{M+1} &= 0 + P_M U_2 + \dots + P_2 U_M + P_1 U_{M+1} \\
 &\dots \\
 Q_{N-1} &= 0 + 0 + \dots + 0 + 0 + \dots + P_M U_{N-M} + P_{M-1} U_{N-M+1} \\
 Q_N &= 0 + 0 + \dots + 0 + 0 + \dots + 0 + P_M U_{N-M+1}
 \end{aligned}$$

ga a un conjunto de 11 ecuaciones simultáneas. Estas ecuaciones pueden resolverse por *eliminación gausiana* para dar las ordenadas del hidrograma unitario. La eliminación gausiana consiste en aislar cada una de las variables desconocidas y resolverlas sucesivamente. En este caso las ecuaciones pueden resolverse desde arriba hacia abajo, trabajando solamente con las ecuaciones que contienen el primer pulso P_1 , comenzando con

$$U_1 = \frac{Q_1}{P_1} = \frac{428}{1.06} = 404 \text{ cfs/pulg}$$

$$U_2 = \frac{Q_2 - P_2 U_1}{P_1} = \frac{1,923 - 1.93 \times 404}{1.06} = 1,079 \text{ cfs/pulg}$$

$$\begin{aligned} U_3 &= \frac{Q_3 - P_3 U_1 - P_2 U_2}{P_1} \\ &= \frac{5,297 - 1.81 \times 404 - 1.93 \times 1,079}{1.06} = 2.343 \text{ cfs/pulg} \end{aligned}$$

y de manera similar para las demás ordenadas

$$U_4 = \frac{9,131 - 1.81 \times 1,079 - 1.93 \times 2,343}{1.06} = 2,506 \text{ cfs/pulg}$$

$$U_5 = \frac{10,625 - 1.81 \times 2,343 - 1.93 \times 2,506}{1.06} = 1,460 \text{ cfs/pulg}$$

$$U_6 = \frac{7,834 - 1.81 \times 2,506 - 1.93 \times 1,460}{1.06} = 453 \text{ cfs/pulg}$$

$$U_7 = \frac{3,921 - 1.81 \times 1,460 - 1.93 \times 453}{1.06} = 381 \text{ cfs/pulg}$$

$$U_8 = \frac{1,846 - 1.81 \times 453 - 1.93 \times 381}{1.06} = 274 \text{ cfs/pulg}$$

$$U_9 = \frac{1,402 - 1.81 \times 381 - 1.93 \times 274}{1.06} = 173 \text{ cfs/pulg}$$

TABLA 7.4.2
Hietograma de exceso de lluvia e hidrograma de escorrentía directa para el ejemplo 7.4.1

Tiempo (1/2 h)	Exceso de lluvia (pulg)	Escorrentía directa (cfs)
1	1.06	428
2	1.93	1,923
3	1.81	5,297
4		9,131
5		10,625
6		7,834
7		3,921
8		1,846
9		1,402
10		830
11		313

TABLA 7.4.3**Hidrograma unitario deducido en el ejemplo 7.4.1**

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_n (cfs/pulg)	404	1,079	2,343	2,506	1,460	453	381	274	173

El hidrograma unitario deducido se muestra en la tabla 7.4.3. Otras soluciones pueden obtenerse en forma similar utilizando otros pulsos de lluvia. La profundidad de escorrentía directa en el hidrograma unitario puede comprobarse y se encontraría que es igual a 1.00 pulg tal como se requiere. En casos en los que el hidrograma unitario deducido no cumpla este requerimiento, las ordenadas deben ajustarse proporcionalmente de tal manera que la escorrentía directa sea 1 pulg (o 1 cm).

En general los hidrogramas unitarios obtenidos mediante la solución del conjunto de ecuaciones en la tabla 7.4.1 para diferentes pulsos de lluvia no son idénticos. Para obtener una solución única puede utilizarse un *método de aproximaciones sucesivas* (Collins, 1939), el cual involucra cuatro pasos: 1) suponer un hidrograma unitario y aplicarlo a todos los bloques de exceso de lluvia del hietograma con excepción del más grande; 2) restar el hidrograma resultante del DRH real y reducir el residuo a términos del hidrograma unitario; 3) calcular un promedio ponderado del hidrograma unitario supuesto y el hidrograma unitario residual, y usarlo como una aproximación revisada para la siguiente prueba; 4) repetir los tres pasos previos hasta que el hidrograma unitario residual no difiera por más de una cantidad permisible del hidrograma supuesto.

El hidrograma unitario resultante puede mostrar algunas variaciones erráticas e inclusive puede tener valores negativos. Si esto ocurre, puede ajustarse una curva suave a las ordenadas para producir una aproximación al hidrograma unitario. La variación errática en el hidrograma unitario puede deberse a la no linealidad en la relación lluvia efectiva-escorrentía directa para la cuenca, y aun si esta relación es verdaderamente lineal, la información observada puede no reflejar este hecho adecuadamente. Además, las tormentas reales no son siempre uniformes en el tiempo y en el espacio, tal como se requiere en la teoría, aun si el hietograma de exceso de precipitación se divide en pulsos de corta duración.

7.5 APlicación DEL HIDROGRAMA UNITARIO

Una vez que se ha determinado el hidrograma unitario, puede utilizarse para encontrar los hidrogramas de escorrentía directa y de caudal. Se selecciona un hietograma de lluvia, se estiman las abstracciones y se calcula el hietograma de exceso de lluvia tal como se describe en la sección 5.4. El intervalo de tiempo utilizado para definir las ordenadas del hietograma de exceso de lluvia debe ser el mismo que el especificado para el hidrograma unitario. La ecuación discreta de convolución

$$Q_n = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U_{n-m+1} \quad (7.5.1)$$

puede utilizarse para encontrar el hidrograma de escorrentía directa. Sumando un flujo base estimado al hidrograma de escorrentía directa se obtiene el hidrograma de caudal.

Ejemplo 7.5.1 Calcule el hidrograma de caudal para una tormenta de 6 pulg de exceso de lluvia, con 2 pulg en la primera media hora, 3 pulg en la segunda media hora y 1 pulg en la tercera media hora. Utilice el hidrograma unitario de media hora calculado en el ejemplo 7.4.1 y suponga que el flujo base es constante e igual a 500 cfs a través de la creciente. Compruebe que la profundidad total de escorrentía directa es igual al total de exceso de precipitación (área de la cuenca = 7.03 mi²).

Solución. El cálculo del hidrograma de escorrentía directa por convolución se muestra en la tabla 7.5.1. Las ordenadas del hidrograma unitario de la tabla 7.4.3 están colocadas en la parte superior de la tabla y las profundidades de exceso de precipitación están colocadas hacia abajo en el lado izquierdo. El tiempo está dividido en intervalos de $\Delta t = 0.5$ h. Para el primer intervalo de tiempo, $n = 1$ en la ecuación (7.5.1), y

$$\begin{aligned} Q_1 &= P_1 U_1 \\ &= 2.00 \times 404 \\ &= 808 \text{ cfs} \end{aligned}$$

Para el segundo intervalo de tiempo,

$$\begin{aligned} Q_2 &= P_2 U_1 + P_1 U_2 \\ &= 3.00 \times 404 + 2.00 \times 1,079 \\ &= 1,212 + 2,158 \\ &= 3,370 \text{ cfs} \end{aligned}$$

TABLA 7.5.1
Cálculo del hidrograma de escorrentía directa y el hidrograma de caudales para el ejemplo 7.5.1

Tiempo ($\frac{1}{2}$ -h)	Exceso de precipitac. (pulg)	Ordenadas de hidrograma unitario (cfs/pulg)									Esco- rrentía directa (cfs)	Caudal* (cfs)
		1 404	2 1,079	3 2,343	4 2,506	5 1,460	6 453	7 381	8 274	9 173		
n = 1	2,00	808									808	1,308
2	3,00	1,212	2,158								3,370	3,870
3	1,00	404	3,237	4,686							8,327	8,827
4		1,079	7,029	5,012							13,120	13,620
5			2,343	7,518	2,920						12,781	13,281
6				2,506	4,380	906					7,792	8,292
7					1,460	1,359	762				3,581	4,081
8						453	1,143	548			2,144	2,644
9							381	822	346		1,549	2,049
10								274	519	793		1,293
11									173	173		673
											Total 54,438	

* Flujo base = 500 cfs

tal como se muestra en la tabla. Para el tercer intervalo de tiempo,

$$\begin{aligned} Q_3 &= P_3 U_1 + P_2 U_2 + P_1 U_3 \\ &= 1.00 \times 404 + 3.00 \times 1,079 + 2.00 \times 2,343 \\ &= 404 + 3,237 + 4,686 \\ &= 8,327 \text{ cfs} \end{aligned}$$

Los cálculos para $n = 4, 5, \dots$, se siguen en la misma forma tal como se muestra en la tabla 7.5.1, y gráficamente en la figura 7.5.1. El volumen total de escorrentía directa es

$$\begin{aligned} V_d &= \sum_{n=1}^N Q_n \Delta t \\ &= 54,438 \times 0.5 \text{ cfs} \cdot \text{h} \\ &= 54,438 \times 0.5 \frac{\text{pies}^3 \cdot \text{h}}{\text{s}} \times \frac{3,600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \\ &= 9.80 \times 10^7 \text{ pies}^3 \end{aligned}$$

y la profundidad correspondiente de escorrentía directa se encuentra dividiendo por el área de la cuenca $A = 7.03 \text{ mi}^2 = 7.03 \times 5,280^2 \text{ pies}^2 = 1.96 \times 10^8 \text{ pies}^2$:

$$\begin{aligned} r_d &= \frac{V_d}{A} \\ &= \frac{9.80 \times 10^7}{1.96 \times 10^8} \text{ pies} \\ &= 0.500 \text{ pies} \\ &= 6.00 \text{ pulg} \end{aligned}$$

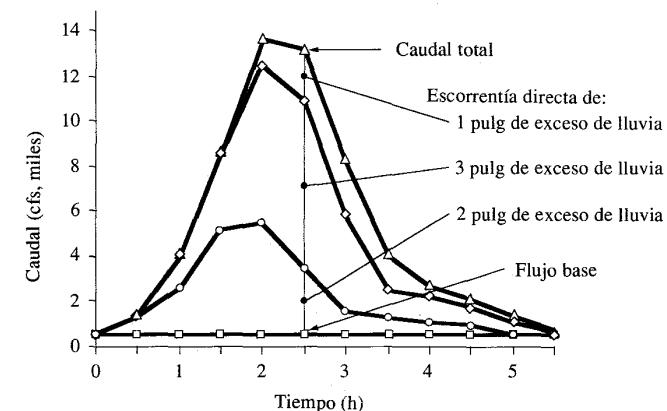


FIGURA 7.5.1

Hidrograma de caudal para una tormenta con pulsos de exceso de lluvia de duración de 0.5 h y magnitud de 2 pulg, 3 pulg y 1 pulg, respectivamente. Caudal total = flujo base + escorrentía directa (ejemplo 7.5.1).

la cual es igual a la profundidad total de exceso de precipitación tal como se requiere. El hidrograma de caudal se encuentra sumando los 500 cfs del flujo base al hidrograma de escorrentía directa, tal como se muestra en la parte derecha de la tabla 7.5.1 y gráficamente en la figura 7.5.1.

7.6 CÁLCULO MATRICIAL DEL HIDROGRAMA UNITARIO

La deconvolución puede utilizarse para deducir el hidrograma unitario a partir de un hidrograma multipico complejo, pero la posibilidad de errores o la no linealidad en la información es mayor que aquella para un hidrograma de pico único. Pueden utilizarse ajustes de mínimos cuadrados o algún método de optimización para minimizar el error en el ajuste del hidrograma de escorrentía directa. La aplicación de estas técnicas se facilita expresando la ecuación (7.4.1) por medio de matrices:

$$\begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ P_M & P_{M-1} & P_{M-2} & \dots & P_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & P_M & P_{M-1} & \dots & P_2 & P_1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & P_M & P_{M-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & P_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_{N-M+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \vdots \\ Q_M \\ Q_{M+1} \\ \vdots \\ Q_{N-1} \\ Q_N \end{bmatrix} \quad (7.6.1)$$

o

$$[P][U] = [Q] \quad (7.6.2)$$

Dados $[P]$ y $[Q]$, usualmente no existe solución para $[U]$ que satisfaga todas las N ecuaciones (7.6.1). Suponga que se da una solución $[U]$ que arroja un \hat{Q} estimado del DRH como

$$[P][U] = \hat{Q} \quad (7.6.3a)$$

o

$$\hat{Q}_n = P_n U_1 + P_{n-1} U_2 + \dots + P_{n-M+1} U_M \quad n = 1, \dots, N \quad (7.6.3b)$$

que satisface todas las ecuaciones. Se busca una solución que minimice el error $[Q] - [\hat{Q}]$ entre los DRH observado y estimado.

Solución por regresión lineal

La solución por regresión lineal produce el error de mínimos cuadrados entre $[Q]$ y $[\hat{Q}]$ (Snyder, 1955). Para resolver la ecuación (7.6.2) para $[U]$, se reduce la matriz rectangular $[P]$ a una matriz cuadrada $[Z]$ multiplicando ambos lados por la matriz transpuesta de $[P]$, denotada por $[P]^T$, la cual se forma intercambiando las filas y columnas de $[P]$. Luego, ambos lados se multiplican por la matriz inversa $[Z]^{-1}$ de la matriz $[Z]$, para dar

$$[U] = [Z]^{-1}[P]^T[Q] \quad (7.6.4)$$

donde $[Z] = [P]^T[P]$. Sin embargo, no es fácil determinar la solución utilizando este método, porque los diversos valores repetidos y ceros en $[P]$ generan dificultades en la inversión de $[Z]$ (Bree, 1978). Newton y Vinyard (1967) y Singh (1976) propusieron algunos métodos alternativos para obtener la solución de mínimos cuadrados, pero éstos no aseguraban que todas las ordenadas del hidrograma unitario fueran no negativas.

Solución por programación lineal

La programación lineal es un método alternativo para resolver $[U]$ en la ecuación (7.6.2) que minimiza el valor absoluto del error entre $[Q]$ y $[\hat{Q}]$ y también asegura que todos los valores de $[U]$ sean no negativos (Eagleson, Mejía y March, 1966; Deininger, 1969; Singh, 1976; Mays y Coles, 1980).

El modelo general de programación lineal se establece en la forma de una función objetivo lineal que debe ser optimizada (maximizada o minimizada), sujeta a unas ecuaciones de restricción (restricciones) lineales. La programación lineal proporciona un método para comparar todas las soluciones posibles que satisfagan las restricciones y obtener la solución que optimiza la función objetivo (Hillier y Lieberman, 1974; Bradley, Hax y Magnanti, 1977).

Ejemplo 7.6.1 Desarrolle un programa lineal para resolver la ecuación (7.6.2) para el hidrograma unitario dados el ERH P_m , $m = 1, 2, \dots, M$ y el DRH Q_n , $n = 1, 2, \dots, N$.

Solución. El objetivo es minimizar $\sum_{n=1}^N |\epsilon_n|$ donde $\epsilon_n = Q_n - \hat{Q}_n$. La programación

lineal requiere que todas las variables sean no negativas; para llevar a cabo esta tarea, ϵ_n se parte en dos componentes, una desviación positiva θ_n y una desviación negativa β_n . En el caso donde $\epsilon_n > 0$, es decir, cuando la escorrentía directa observada Q_n es mayor que el valor calculado \hat{Q}_n , $\theta_n = \epsilon_n$ y $\beta_n = 0$; donde $\epsilon_n < 0$, $\beta_n = -\epsilon_n$ y $\theta_n = 0$ (véase la figura 7.6.1). Si $\epsilon_n = 0$ entonces $\theta_n = \beta_n = 0$ también. Luego la solución debe cumplir

$$Q_n = \hat{Q}_n - \beta_n + \theta_n \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (7.6.5)$$

y el objetivo es

$$\text{minimizar} \sum_{n=1}^N (\theta_n + \beta_n) \quad (7.6.6)$$

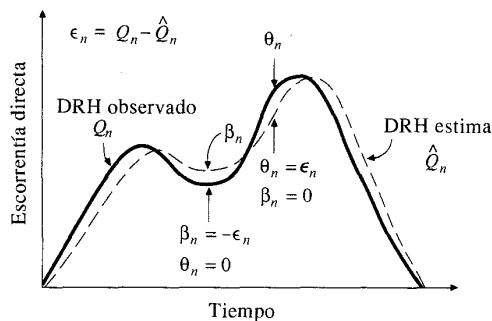


FIGURA 7.6.1
La desviación ϵ_n entre hidrogramas de escorrentía directa observados y estimados es la suma de una desviación positiva θ_n y una desviación negativa β_n para solución por programación lineal.

Las restricciones (7.6.5) pueden escribirse como

$$[\hat{Q}_n] + [\theta_n] - [\beta_n] = [Q_n] \quad (7.6.7)$$

o, expandiendo como en la ecuación (7.6.3b),

$$P_n U_1 + P_{n-1} U_2 + \dots + P_{n-M+1} U_M + \theta_n - \beta_n = Q_n \quad n = 1, \dots, N \quad (7.6.8)$$

Para asegurar que el hidrograma unitario representa una unidad de escorrentía directa se debe añadir otra ecuación de restricción:

$$\sum_{m=1}^M U_m = K \quad (7.6.9)$$

donde K es una constante que convierte las unidades del ERH en las unidades del DRH. Las ecuaciones (7.6.6) a (7.6.9) constituyen un programa lineal con *variables de decisión* (o incógnitas) U_m , θ_n y β_n que pueden resolverse utilizando programas estándares de programación lineal para producir el hidrograma unitario. La programación lineal requiere que todas las variables de decisión sean no negativas, asegurando así que las ordenadas del hidrograma unitario sean no negativas.

El método de programación lineal desarrollado en el ejemplo 7.6.1 no se limita a la aplicación a una sola tormenta. Varios ERH y sus correspondientes DRH pueden utilizarse en conjunto como si fueran un solo evento y utilizarse para encontrar un *hidrograma unitario compuesto* que represente mejor la respuesta de la cuenca a ese conjunto de tormentas. El análisis multitormenta también puede llevarse a cabo usando el método de los mínimos cuadrados (Diskin y Boneh, 1975; Mawdsley y Tagg, 1981).

En la determinación del hidrograma unitario a partir de hidrogramas complejos, las abstracciones son una fuente de error importante; a pesar de que usualmente se supone constante, la tasa de pérdidas es realmente una función variable en el tiempo cuyo valor se afecta por el contenido de humedad en la cuenca antes de la tormenta y por el patrón de la tormenta misma. Diferentes suposiciones de los patrones de pérdidas resultan en hidrogramas unitarios diferentes. Newton y Vinyard

(1967) tuvieron en cuenta los errores en la tasa de pérdida ajustando iterativamente las ordenadas del ERH lo mismo que aquellas del hidrograma unitario con el fin de minimizar el error en el DRH. Mays y Taur (1982) utilizaron programación no lineal para determinar simultáneamente la tasa de pérdida para cada periodo de tormenta y las ordenadas del hidrograma unitario compuesto para un evento multitormenta. Unver y Mays (1984) extendieron este método de programación no lineal para determinar los parámetros óptimos de las funciones de tasa de pérdida y el hidrograma unitario compuesto.

7.7 HIDROGRAMA UNITARIO SINTÉTICO

El hidrograma unitario desarrollado a partir de la información de lluvia y de caudal en una cuenca se aplica solamente para la cuenca y para el punto de la corriente donde se midió la información de caudales. Los procedimientos de hidrograma unitario sintético se utilizan para desarrollar hidrogramas unitarios para otros puntos en la corriente dentro de la misma cuenca o para cuencas adyacentes de carácter similar. Existen tres tipos de hidrogramas unitarios sintéticos: 1) aquellos que relacionan las características del hidrograma (tasa de flujo pico, flujo base, etc.) con las características de la cuenca (Snyder, 1938; Gray, 1961), 2) aquellos basados en hidrogramas unitarios adimensionales (Soil Conservation Service, 1972), y 3) aquellos basados en modelos de almacenamiento en la cuenca (Clark, 1943). Los tipos 1) y 2) se describen aquí y el tipo 3) en el capítulo 8.

Hidrograma unitario sintético de Snyder

En un estudio de cuencas localizadas principalmente en los montes Apalaches de los Estados Unidos y con tamaños que variaban desde cerca de 10 hasta 10,000 mi^2 (30 a 30,000 km^2), Snyder (1938) encontró relaciones sintéticas para algunas características de un *hidrograma unitario estándar* [véase la figura 7.7.1a]. Algunas rela-

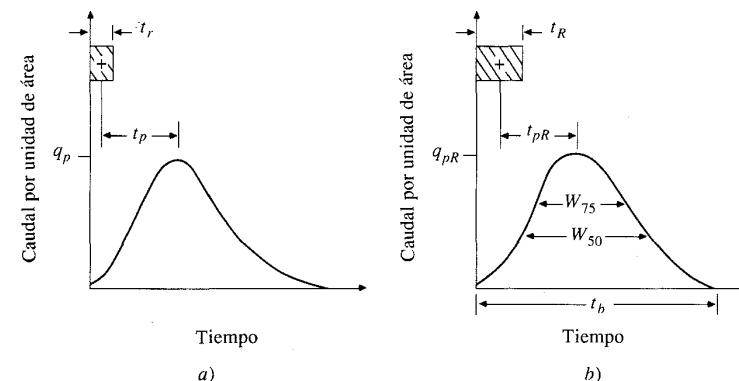


FIGURA 7.7.1
Hidrograma unitario sintético de Snyder. a) Hidrograma unitario estándar ($t_p = 5.5t_R$). b) Hidrograma unitario requerido ($t_{pR} \neq 5.5t_R$).

ciones del mismo tipo fueron encontradas más tarde (U.S. Army Corps of Engineers, 1959). Estas relaciones, en una forma modificada, están dadas más adelante. A partir de las relaciones, pueden calcularse cinco características de un hidrograma unitario requerido [véase la figura 7.7.1b] para una duración de exceso de lluvia dada: el caudal pico por unidad de área de la cuenca, q_{pR} , el retardo de cuenca, t_{pR} (diferencia de tiempo entre el centroide del histograma de exceso de lluvia y el pico del hidrograma unitario), el tiempo base t_b , y los anchos W (en unidades de tiempo) del hidrograma unitario al 50 y 75% del caudal pico. Utilizando estas características puede dibujarse el hidrograma unitario requerido. Las variables se ilustran en la figura 7.7.1.

Snyder definió el hidrograma unitario estándar como aquel cuya duración de lluvia t_r está relacionada con el retardo de cuenca t_p por

$$t_p = 5.5t_r \quad (7.7.1)$$

Para un hidrograma unitario estándar encontró que:

- El retardo de cuenca es

$$t_p = C_1 C_t (LL_c)^{0.3} \quad (7.7.2)$$

donde t_p está en horas, L es la longitud de la corriente principal en kilómetros (o millas) desde la salida de la cuenca hasta la divisoria de aguas arriba, L_c es la distancia en kilómetros (millas) desde la salida de la cuenca hasta el punto de la corriente más cercano al centroide del área de la cuenca, $C_1 = 0.75$ (1.0 para el sistema inglés de unidades) y C_t es un coeficiente basado en cuencas instrumentadas en la misma región.

- El caudal pico por unidad de área de drenaje en $\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{km}^2$ (cfs/mi^2) del hidrograma unitario estándar es

$$q_p = \frac{C_2 C_p}{t_p} \quad (7.7.3)$$

donde $C_2 = 2.75$ (640 para el sistema inglés de unidades) y C_p es un coeficiente basado en cuencas instrumentadas en la misma región.

Para calcular C_t y C_p de una cuenca instrumentada, los valores de L y L_c se miden utilizando un mapa de la cuenca. A partir de un hidrograma unitario deducido en la cuenca se obtienen los valores de su duración efectiva t_R en horas, su tiempo de retardo en la cuenca t_{pR} en horas y su caudal pico por unidad de área de drenaje, q_{pR} , en $\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{cm}$ ($\text{cfs}/\text{mi}^2 \cdot \text{pulg}$ para el sistema inglés de unidades). Si $t_{pR} = 5.5 t_R$, entonces $t_R = t_R$, $t_{pR} = t_p$ y $q_{pR} = q_p$, y C_t y C_p se calculan utilizando las ecuaciones (7.7.2) y (7.7.3). Si t_{pR} es muy diferente de $5.5t_R$, el retardo de cuenca estándar es

$$t_p = t_{pR} + \frac{t_r - t_R}{4} \quad (7.7.4)$$

y las ecuaciones (7.7.1) y (7.7.4) se resuelven simultáneamente para encontrar t_r y t_p . Luego se calculan los valores de C_t y C_p de (7.7.2) y (7.7.3) con $q_{pR} = q_p$ y $t_{pR} = t_p$.

Cuando una cuenca no instrumentada parece ser similar a una cuenca instrumentada, los coeficientes C_t y C_p para la cuenca instrumentada pueden utilizarse en las ecuaciones anteriores para deducir el hidrograma unitario sintético requerido para la cuenca no instrumentada.

- La relación entre q_p y el caudal pico por unidad de área de drenaje q_{pR} del hidrograma unitario requerido es

$$q_{pR} = \frac{q_p t_p}{t_{pR}} \quad (7.7.5)$$

- El tiempo base t_b en horas del hidrograma unitario puede determinarse utilizando el hecho de que el área bajo el hidrograma unitario es equivalente a una escorrentía directa de 1 cm (1 pulg en el sistema inglés de unidades). Suponiendo una forma triangular para el hidrograma unitario, el tiempo base puede estimarse por

$$t_b = \frac{C_3}{q_{pR}} \quad (7.7.6)$$

donde $C_3 = 5.56$ (1,290 para el sistema inglés de unidades).

- El ancho en horas de un hidrograma unitario a un caudal igual a cierto porcentaje del caudal pico q_{pR} está dado por

$$W = C_w q_{pR}^{-1.08} \quad (7.7.7)$$

donde $C_w = 1.22$ (440 para el sistema inglés de unidades) para un ancho del 75% y 2.14 (770 para el sistema inglés de unidades) para un ancho de 50%. Usualmente un tercio de este ancho se distribuye antes del momento en que ocurre el pico del hidrograma unitario y dos tercios después de dicho pico.

Ejemplo 7.7.1 Utilizando el mapa de una cuenca dada, se miden las siguientes cantidades: $L = 150 \text{ km}$, $L_c = 75 \text{ km}$ y área de drenaje = $3,500 \text{ km}^2$. A partir del hidrograma unitario deducido para la cuenca, se determina lo siguiente: $t_R = 12 \text{ h}$, $t_{pR} = 34 \text{ h}$ y caudal pico = $157.5 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{cm}$. Determine los coeficientes C_t y C_p para el hidrograma unitario sintético de la cuenca.

Solución. De la información dada, $5.5t_R = 66 \text{ h}$, lo cual es bastante diferente de t_{pR} (34 h). La ecuación (7.7.4) da

$$\begin{aligned} t_p &= t_{pR} + \frac{t_r - t_R}{4} \\ &= 34 + \frac{t_r - 12}{4} \end{aligned} \quad (7.7.8)$$

Resolviendo simultáneamente (7.7.1) y (7.7.8) se obtiene $t_r = 5.9 \text{ h}$ y $t_p = 32.5 \text{ h}$. Para calcular C_t , utilice (7.7.2):

$$t_p = C_1 C_t (L L_c)^{0.3}$$

$$32.5 = 0.75 C_t (150 \times 75)^{0.3}$$

$$C_t = 2.65$$

El caudal pico por unidad de área es $q_{pR} = 157.5/3,500 = 0.045 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{cm}$. El coeficiente C_p se calcula mediante la ecuación (7.7.3) con $q_p = q_{pR}$ y $t_p = t_{pR}$:

$$q_{pR} = \frac{C_2 C_p}{t_{pR}}$$

$$0.045 = \frac{2.75 C_p}{34.0}$$

$$C_p = 0.56$$

Ejemplo 7.7.2 Calcule el hidrograma unitario sintético de seis horas para una cuenca que tiene un área de drenaje de $2,500 \text{ km}^2$ con $L = 100 \text{ km}$ y $L_c = 50 \text{ km}$. Esta cuenca es una subárea de drenaje de la cuenca del ejemplo 7.7.1.

Solución. Los valores $C_t = 2.64$ y $C_p = 0.56$ determinados en el ejemplo 7.7.1 también pueden utilizarse para esta cuenca. Luego la ecuación (7.7.2) da $t_p = 0.75 \times 2.64 \times (100 \times 50)^{0.3} = 25.5 \text{ h}$, y (7.7.1) da $t_r = 25.5/5.5 = 4.64 \text{ h}$. Para un hidrograma unitario de seis horas, $t_R = 6 \text{ h}$ y la ecuación (7.7.4) da $t_{pR} = t_p - (t_r - t_R)/4 = 25.5 -$

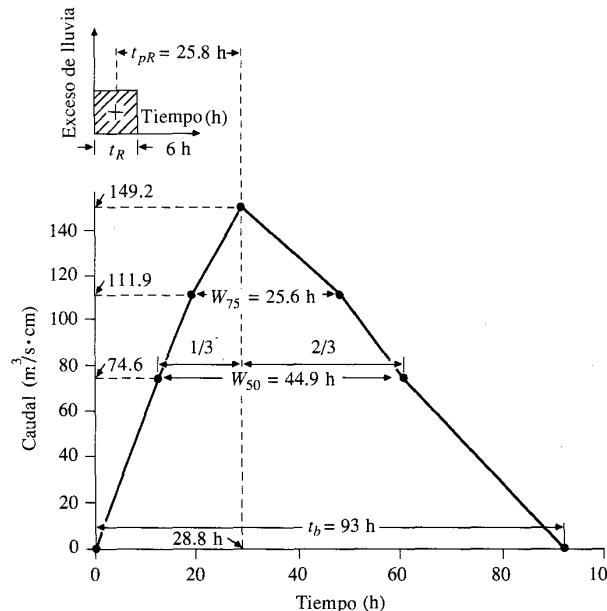


FIGURA 7.7.2
Hidrograma unitario sintético calculado por el método de Snyder en el ejemplo 7.7.2.

$(4.64 - 6)/4 = 25.8 \text{ h}$. La ecuación (7.7.3) da $q_p = 2.75 \times 0.56/25.5 = 0.0604 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{cm}$ y (7.7.5) da $q_{pR} = 0.0604 \times 25.5/25.8 = 0.0597 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{cm}$; el caudal pico es $0.0597 \times 2,500 = 149.2 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{cm}$. Los anchos del hidrograma están dados por la ecuación (7.7.7). Al 75% del caudal pico, $W = 1.22 q_{pR}^{-1.08} = 1.22 \times 0.0597^{-1.08} = 25.6 \text{ h}$. Un cálculo similar da $W = 44.9 \text{ h}$ al 50% del pico. El tiempo base, dado por la ecuación (7.7.6), es $t_b = 5.56/q_{pR} = 5.56/0.0597 = 93 \text{ h}$. Luego se dibuja el hidrograma, como en la figura 7.7.2 y se verifica para asegurar que representa una profundidad de escorrentía directa de 1 cm.

Una innovación adicional en el uso del método de Snyder ha sido la regionalización de los parámetros del hidrograma unitario. Espey, Altman y Graves (1977) desarrollaron un conjunto de ecuaciones generalizadas para la construcción de hidrogramas unitarios de 10 minutos, utilizando un estudio de 41 cuencas con tamaños en el rango de 0.014 a 15 mi^2 , y con porcentajes de impermeabilidad entre el 2 y el 100%. De las 41 cuencas, 16 se localizan en Texas, 9 en Carolina del Norte, 6 en Kentucky, 4 en Indiana, 2 en Colorado y Mississippi y 1 en Tennessee y Pensilvania. Las ecuaciones son:

$$T_p = 3.1 L^{0.23} S^{-0.25} I^{-0.18} \Phi^{1.57} \quad (7.7.9)$$

$$Q_p = 31.62 \times 10^3 A^{0.96} T_p^{-1.07} \quad (7.7.10)$$

$$T_B = 125.89 \times 10^3 A Q_p^{-0.95} \quad (7.7.11)$$

$$W_{50} = 16.22 \times 10^3 A^{0.93} Q_p^{-0.92} \quad (7.7.12)$$

$$W_{75} = 3.24 \times 10^3 A^{0.79} Q_p^{-0.78} \quad (7.7.13)$$

donde

L = la distancia total (en pies) a lo largo del canal principal desde el punto considerado hasta la divisoria de aguas, aguas arriba

S = la pendiente del canal principal (en pies por pie), definida por $H/0.8L$, donde H es la diferencia de elevación entre A y B. A es el punto en el

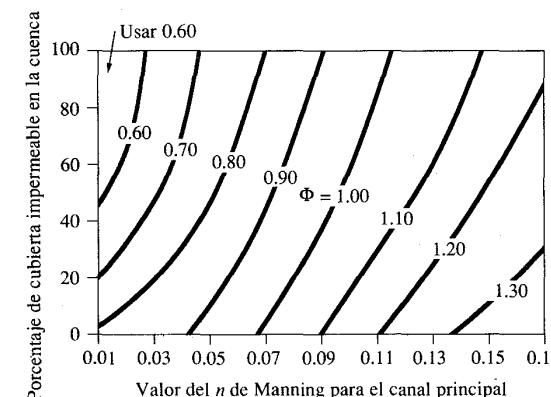


FIGURA 7.7.3
Factor de conducción de cuenca Φ como función de la rugosidad del canal y de la impermeabilidad de la cuenca. (Adaptada con autorización de Espey, Altman y Graves, 1977).

fondo del canal a una distancia de $0.2L$ aguas abajo de la divisoria de aguas de la cuenca; B es un punto en el fondo del canal en el punto considerado aguas abajo

I = el área impermeable dentro de la cuenca (en porcentaje), supuesta igual al 5% para una cuenca no desarrollada

Φ = el factor de conducción adimensional para la cuenca, el cual es una función del porcentaje de impermeabilidad y de la rugosidad (véase la figura 7.7.3)

A = el área de drenaje de la cuenca (en millas cuadradas)

T_p = el tiempo de ocurrencia del pico para el hidrograma unitario medido desde el principio de la escorrentía (en minutos)

Q_p = el caudal pico en el hidrograma unitario (en cfs/pulg)

T_B = el tiempo base en el hidrograma unitario (en minutos)

W_{50} = el ancho del hidrograma al 50% de Q_p (en minutos)

W_{75} = el ancho al 75% de Q_p (en minutos)

Hidrograma adimensional SCS

El hidrograma adimensional SCS es un hidrograma unitario sintético en el cual el caudal se expresa por la relación del caudal q con respecto al caudal pico q_p y el tiempo por la relación del tiempo t con respecto al tiempo de ocurrencia del pico en el hidrograma unitario, T_p . Dados el caudal pico y el tiempo de retardo para la duración de exceso de precipitación, el hidrograma unitario puede estimarse a partir del hidrograma sintético adimensional para la cuenca dada. La figura 7.7.4a) muestra uno de estos hidrogramas adimensionales, preparado utilizando los hidrogramas unitarios para una variedad de cuencas. Los valores de q_p y T_p pueden estimarse utilizando un modelo simplificado de un hidrograma unitario triangular tal como se muestra en la figura 7.7.4b), en donde el tiempo está dado en horas y el caudal en $\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{cm}$ (o cfs/pulg) (Soil Conservation Service, 1972).

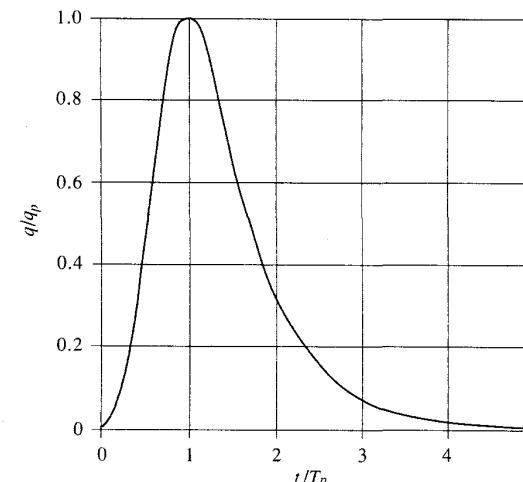
Con base en la revisión de un gran número de hidrogramas unitarios, el Soil Conservation Service sugiere que el tiempo de recepción puede aproximarse como $1.67 T_p$. Como el área bajo el hidrograma unitario debería ser igual a una escorrentía directa de 1 cm (o 1 pulg), puede demostrarse que

$$q_p = \frac{CA}{T_p} \quad (7.7.14)$$

donde $C = 2.08$ (483.4 en el sistema inglés de unidades) y A es el área de drenaje en kilómetros cuadrados (millas cuadradas).

Adicionalmente, un estudio de los hidrogramas unitarios de muchas cuencas rurales grandes y pequeñas indica que el tiempo de retardo $t_p = 0.6 T_c$, donde T_c es el tiempo de concentración de la cuenca. Como se muestra en la figura 7.7.4b), el tiempo de ocurrencia del pico T_p puede expresarse en términos del tiempo de retardo t_p y de la duración de la lluvia efectiva t_r

$$T_p = \frac{t_r}{2} + t_p \quad (7.7.15)$$



a)

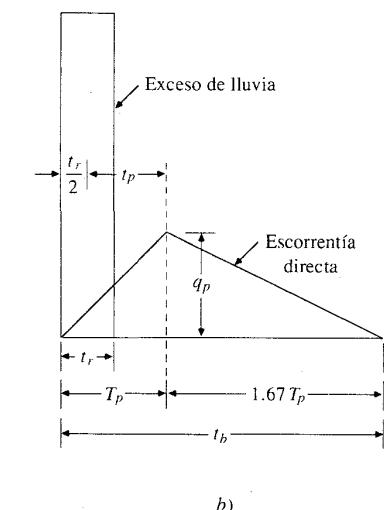


FIGURA 7.7.4

Hidrogramas unitarios sintéticos del Soil Conservation Service. a) Hidrograma adimensional y b) hidrograma unitario triangular. (Fuente: Soil Conservation Service, 1972).

Ejemplo 7.7.3 Construya un hidrograma unitario SCS de 10 minutos para una cuenca con un área de 3.0 km^2 y un tiempo de concentración de 1.25 h.

Solución. La duración $t_r = 10 \text{ min} = 0.166 \text{ h}$, el tiempo de retardo $t_p = 0.6 T_c = 0.6 \times 1.25 = 0.75 \text{ h}$ y el tiempo de ocurrencia del pico $T_p = t_r/2 + t_p = 0.166/2 + 0.75 = 0.833 \text{ h}$. De la ecuación (7.7.14) $q_p = 2.08 \times 3.0/0.833 = 7.49 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{cm}$. El hidrograma adimensional de la figura 7.7.4 puede convertirse a las dimensiones requeridas multiplicando los valores del eje horizontal por T_p y los del eje vertical por q_p . Alternativamente, el hidrograma unitario triangular puede graficarse con $t_b = 2.67 T_p = 2.22 \text{ h}$. Se verifica que la profundidad de escorrentía directa es igual a 1 cm.

7.8 HIDROGRAMAS UNITARIOS PARA DIFERENTES DURACIONES DE LLUVIA

Cuando se encuentra disponible un hidrograma unitario para un exceso de lluvia dado, pueden deducirse los hidrogramas unitarios para otras duraciones. Si las otras duraciones son múltiplos enteros de la duración dada, el nuevo hidrograma unitario puede calcularse fácilmente aplicando los principios de superposición y proporcionalidad. Sin embargo, puede utilizarse un método general de deducción aplicable a hidrogramas unitarios de cualquier duración requerida, con base en el principio de superposición. Este es el *método del hidrograma S*.

El hidrograma S teórico es aquel que resulta de un exceso de lluvia continuo a una tasa constante de 1 cm/h (o 1 pulg/h) durante un periodo indefinido. Es la fun-

ción de respuesta de paso unitario para un sistema de cuenca. La curva adopta una forma de S deformada y sus ordenadas finalmente se aproximan a la tasa de exceso de lluvia en el tiempo de equilibrio. Esta función de respuesta de paso $g(t)$ puede deducirse de una función de respuesta de pulso unitario $h(t)$ del hidrograma unitario, tal como sigue.

De la ecuación (7.2.4), la respuesta en el tiempo t a un pulso unitario de duración Δt que empieza en el tiempo 0 es

$$h(t) = \frac{1}{\Delta t} [g(t) - g(t - \Delta t)] \quad (7.8.1)$$

En forma similar, la respuesta en el tiempo t a un pulso unitario que empieza en el tiempo Δt es igual a $h(t - \Delta t)$, es decir, $h(t)$ retardada Δt unidades de tiempo:

$$h(t - \Delta t) = \frac{1}{\Delta t} [g(t - \Delta t) - g(t - 2\Delta t)] \quad (7.8.2)$$

y la respuesta en el tiempo t a un tercer pulso unitario que empieza en el tiempo $2\Delta t$ es

$$h(t - 2\Delta t) = \frac{1}{\Delta t} [g(t - 2\Delta t) - g(t - 3\Delta t)] \quad (7.8.3)$$

Continuando este proceso indefinidamente, sumando las ecuaciones resultantes y reordenando, se obtiene la función de respuesta de paso unitario, o hidrograma S, tal como se muestra en la figura 7.8.1a):

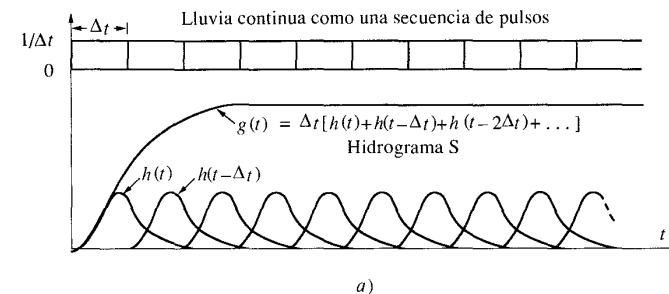
$$g(t) = \Delta t [h(t) + h(t - \Delta t) + h(t - 2\Delta t) + \dots] \quad (7.8.4)$$

donde la suma se multiplica por Δt de tal manera que $g(t)$ corresponda a una tasa de entrada de 1, en lugar de $1/\Delta t$ como se utilizó para cada uno de los pulsos unitarios.

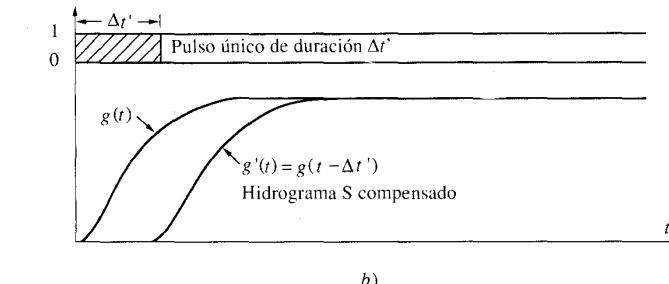
Teóricamente, el hidrograma S derivado de esta manera debería ser una curva suave, debido a que se supone que el exceso de precipitación de entrada tiene una tasa constante y continua. Sin embargo, el proceso de suma producirá una forma ondulatoria, si existen errores en las abstracciones de lluvia o en la separación de flujo base, o si la duración real del exceso de lluvia no es la duración deducida para el hidrograma unitario. Una duración que produce ondulación mínima puede encontrarse mediante procesos de prueba y error. La ondulación de la curva también puede originarse por una distribución temporal y de área no uniforme de la lluvia; adicionalmente, cuando la información natural no es lineal, las oscilaciones inestables del sistema resultante pueden producir ordenadas negativas. En tales casos, debe utilizarse una técnica de optimización para obtener un hidrograma unitario más suave.

Una vez que el hidrograma S ha sido construido, el hidrograma unitario para una duración dada puede deducirse como sigue: Se avanza, o compensa, la posición del hidrograma S un periodo igual a la duración deseada $\Delta t'$ y se llama a este hidrograma S el hidrograma S compensado, $g'(t)$ [véase la figura 7.8.1b)], definido por

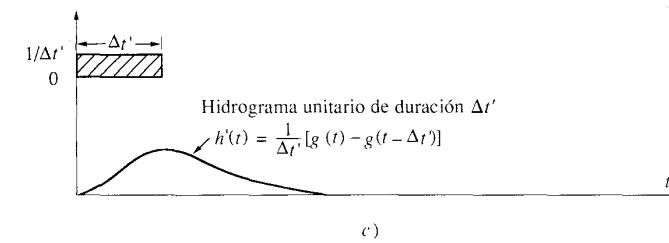
$$g'(t) = g(t - \Delta t') \quad (7.8.5)$$



a)



b)



c)

FIGURA 7.8.1

Uso del hidrograma S para encontrar un hidrograma unitario de duración $\Delta t'$ a partir de un hidrograma unitario de duración Δt .

La diferencia entre las ordenadas del hidrograma S original y el hidrograma S compensado, divididas por $\Delta t'$, da el hidrograma unitario deseado [véase la figura 7.8.1c]):

$$h'(t) = \frac{1}{\Delta t'} [g(t) - g(t - \Delta t')] \quad (7.8.6)$$

Ejemplo 7.8.1 Utilice el hidrograma unitario de 0.5 horas de la tabla 7.4.3 (del ejemplo 7.4.1) para producir el hidrograma S y el hidrograma unitario de 1.5 h para esta cuenca.

TABLA 7.8.1
Cálculo de un hidrograma unitario de 1.5 h por el método del hidrograma S
(ejemplo 7.8.1)

1 Tiempo <i>t</i> (h)	2 Hidrograma unitario de 0.5-h <i>h</i> (<i>t</i>) (cfs/pulg)	3 Hidrograma S <i>g</i> (<i>t</i>) (cfs)	4 Hidrograma S retardado <i>g</i> (<i>t</i> − Δ <i>t'</i>) (cfs)	5 Hidrograma unitario de 1.5 h <i>h'</i> (<i>t</i>) (cfs/pulg)
0.5	404	202	0	135
1.0	1,079	742	0	495
1.5	2,343	1,913	0	1,275
2.0	2,506	3,166	202	1,976
2.5	1,460	3,896	742	2,103
3.0	453	4,123	1,913	1,473
3.5	381	4,313	3,166	765
4.0	274	4,450	3,896	369
4.5	173	4,537	4,123	276
5.0	0	4,537	4,313	149
5.5	0	4,537	4,450	58
6.0	0	4,537	4,537	0

Solución. El hidrograma unitario de 0.5 h se muestra en la columna 2 de la tabla 7.8.1. El hidrograma S se encuentra al utilizar (7.8.4) con Δ*t* = 0.5 h. Para *t* = 0.5 h, *g*(*t*) = Δ*t**h*(*t*) = 0.5 × 404 = 202 cfs; para *t* = 1 h, *g*(*t*) = Δ*t*[*h*(*t*) + *h*(*t* − 0.5)] = 0.5 × (1,079 + 404) = 742 cfs; para *t* = 1.5 h, *g*(*t*) = Δ*t*[*h*(*t*) + *h*(*t* − 0.5) + *h*(*t* − 1.0)] = 0.5 × (2,343 + 1,079 + 404) = 1,913 cfs; y así sucesivamente, tal como se muestra en la columna 3 de la tabla 7.8.1. El hidrograma S se compensa Δ*t'* = 1.5 h (columna 4) para dar *g*(*t* − Δ*t'*), y la diferencia se divide por Δ*t'* para dar el hidrograma unitario de 1.5 h, *h'*(*t*) (columna 5). Por ejemplo, para *t* = 2.0 h, *h*(*t*) = (3,166 − 202)/1.5 = 1,976 cfs/pulg.

Hidrograma unitario instantáneo

Si el exceso de lluvia es una cantidad unitaria y su duración es infinitesimal, el hidrograma resultante es una función impulso respuesta (véase la sección 7.2) que se denomina el hidrograma unitario instantáneo (IUH, por sus siglas en inglés). Para un IUH, el exceso de lluvia se aplica al área de drenaje en el tiempo cero. Por supuesto, este es solamente un concepto teórico el cual no puede utilizarse en cuencas reales, pero es útil porque el IUH caracteriza la respuesta de la cuenca a lluvia sin referencia a la duración de ésta. Por consiguiente, el IUH puede relacionarse con la geomorfología de la cuenca (Rodríguez-Iturbe y Valdés, 1979; Gupta, Waymire y Wang, 1980).

La integral de convolución (7.2.1) es

$$Q(t) = \int_0^t u(t - \tau) I(\tau) d\tau \quad (7.8.7)$$

Si las cantidades *I*(*τ*) y *Q*(*t*) tienen las mismas dimensiones, las ordenadas del IUH deben tener dimensiones de [T⁻¹]. Las propiedades del IUH son las siguientes, con *l* = *t* − *τ*

$$\begin{aligned} 0 \leq u(l) &\leq \text{algún valor pico positivo} & \text{para } l > 0 \\ u(l) &= 0 & \text{para } l \leq 0 \\ u(l) &\rightarrow 0 & \text{cuando } l \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (7.8.8)$$

$$\int_0^\infty u(l) dl = 1 \quad \text{y} \quad \int_0^\infty u(l) l dl = t_L$$

La cantidad *t_L* es el tiempo de retardo del IUH. Puede demostrarse que *t_L* es el intervalo de tiempo entre el centroide del hidrograma de exceso de lluvia y el centroide del hidrograma de escorrentía directa. Nótese la diferencia entre *t_L* y la variable *t_p* utilizada para el tiempo de retardo en hidrogramas unitarios sintéticos; *t_p* mide el tiempo desde el centroide del hidrograma de exceso de lluvia hasta el pico, no hasta el centroide, del hidrograma de escorrentía directa. La forma ideal de un IUH tal como se describió anteriormente semeja aquella de un hidrograma con un pico único de escorrentía directa; sin embargo, un IUH puede tener ordenadas negativas y ondulatorias.

Existen varios métodos para determinar un IUH de un ERH y un DRH. Como una aproximación, la ordenada del IUH en el tiempo *t* se iguala a la pendiente en el tiempo *t* de un hidrograma S construido para una intensidad de exceso de lluvia de profundidad unitaria por unidad de tiempo. Este procedimiento se basa en el hecho de que el hidrograma S es una curva integral del IUH; esto es, su ordenada en el tiempo *t* es igual a la integral de área bajo el IUH desde 0 hasta *t*. El IUH obtenido de esta manera es generalmente una aproximación porque la pendiente de un hidrograma S es difícil de medir en forma exacta.

El IUH puede determinarse utilizando varios métodos de inversión matemática, como por ejemplo, funciones ortogonales como las series de Fourier (O'Donnell, 1960) o funciones de Laguerre (Dooge, 1973); transformadas integrales como la transformada de Laplace (Chow, 1964), la transformada de Fourier (Blank, Delleur y Giorgini, 1971) y la transformada Z (Bree, 1978); y la modelación matemática relacionada con la geomorfología de la cuenca (véase la sección 8.5).

REFERENCIAS

- Blank, D., J. W. Delleur, y A. Giorgini, Oscillatory kernel functions in linear hydrologic models, *Water Resour. Res.*, vol. 7, No. 5, pp. 1102-1117, 1971.
- Bradley, S. P., A. C. Hax y T. L. Magnanti, *Applied Mathematical Programming*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1977.
- Bree, T., The stability of parameter estimation in the general linear model, *J. Hydrol.*, vol. 37, No. 1/2, pp. 47-66, 1978.
- Chow, V. T., Runoff, en *Handbook of Applied Hydrology*, sec. 14, pp. 14-24 a 14-27, McGraw Hill, New York, 1964.
- Chow, V. T., y V. C. Kulandaiswamy, General hydrologic system model, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 97, No. HY6, pp. 791-804, 1971.
- Clark, C. O., Storage and the unit hydrograph, *Proc. Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 9, pp. 1333-1360, 1943.
- Collins, W. T., Runoff distribution graphs from precipitation occurring in more than one time unit, *Civ. Eng.*, vol. 9, No. 9, pp. 559-561, 1939.
- Deininger, R. A., Linear programming for hydrologic analyses, *Water Resour. Res.*, vol. 5, No. 5, pp. 1105-1109, 1969.

- Diskin, M. H. y A. Boneh. Determination of an optimal IUH for linear time invariant systems from the multi-storm records. *J. Hydrol.*, vol. 24, pp. 57-76, 1975.
- Dooge, J. C. I. Linear theory of hydrologic systems. *Tech. Bull. No. 1468, Agric. Res. Serv.*, pp. 117-124, octubre, U. S. Department of Agriculture, Washington, D. C., 1973.
- Eagleson, P. S. R. Mejia-R., y F. March, Computation of optimum realizable unit hydrographs. *Water Resour. Res.*, vol. 2, No. 4, pp. 755-764, 1966.
- Espey, W. H., Jr., D. G. Altman, y C. B. Graves, Nomographs for ten-minute unit hydrographs for small urban watersheds, *Tech. Memo. No. 32, Urban Water Resources Research Prog.* Am. Soc. Civ. Eng., New York, Dic. 1977.
- Gray, D. M. Synthetic unit hydrographs for small watersheds, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 87, No. HY4, pp. 33-54, 1961.
- Gupta, V. E., E. Waymire, y C. T. Wang. A representation of an instantaneous unit hydrograph from geomorphology, *Water Resour. Res.*, vol. 16, No. 5, pp. 855-862, 1980.
- Heerdegen, R. G., The unit hydrograph: a satisfactory model of watershed response? *Water Resour. Bul.*, vol. 10, No. 6, pp. 1143-1161, 1974.
- Hillier, F. S., y G. J. Lieberman, *Operations Research*. 2a. ed., Holden Day Inc., San Francisco, Calif., 1974.
- Kreyszig, E., *Advanced Engineering Mathematics*. Wiley, New York, 1968.
- Linsley, R. K., M. A. Kohler, y J. L. H. Paulhus, *Hydrology for engineers*. 3a. ed., McGraw-Hill, New York, 1982.
- Mawdsley, J. A. y A. F. Tagg, Identification of unit hydrographs from multi-event analysis, *J. Hydrol.*, vol. 49, No. 3/4, pp. 315-327, 1981.
- Mays, L. W. y S. L. Coles, Optimization of unit hydrograph determination, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 106, No. HY1, pp. 85-97, 1980.
- Mays, L. W. y C. K. Taur, Unit hydrographs via nonlinear programming, *Water Resour. Res.*, vol. 18, No. 4, pp. 744-752, 1982.
- Newton, D. S., y J. W. Vinyard, Computer-determined unit hydrograph from floods, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 93, No. HY5, pp. 219-235, 1967.
- O'Donnell, T., Instantaneous unit hydrograph by harmonic analysis, *Proc. Gen. Ass. Helsinki. IASH*, publ. 51, pp. 546-557, 1960.
- Rodríguez-Iturbe, I., y J. B. Valdés, The geomorphologic structure of hydrologic response, *Water Resour. Res.*, vol. 15, No. 6, pp. 1409-1420, 1979.
- Sherman, L. K., Streamflow from rainfall by the unit-graph method, *Eng. News Rec.*, vol. 108, pp. 501-505, Abril 7, 1932.
- Singh, K. P., Unit hydrographs - a comparative study, *Water Resour. Bul.*, vol. 12, No. 2, pp. 381-392, Abril, 1976.
- Snyder, W. M., Hydrograph analysis by the method of least squares, *Proc. Amer. Soc. Civ. Eng.*, vol. 81, 1-24, 1955.
- Snyder, F. F., Synthetic unit-graphs, *Trans. Am. Geophys. Union*, vol. 19, pp. 447-454, 1938. Soil Conservation Service, Hydrology, sec. 4 del *National Engineering Handbook*. Soil Conservation Service, U. S. Department of Agriculture, Washington, D.C., 1972.
- Unver, O., y L. W. Mays, Optimal determination of loss rate functions and unit hydrographs, *Water Resour. Res.*, vol. 20, No. 2, pp. 203-214, 1984.
- U. S. Army Corps of Engineers, Flood hydrograph analysis and computations, *Engineering and Design Manual, EM 1110-2-1405*, U. S. Government Printing Office, Washington, D.C., Agosto 31, 1959.

BIBLIOGRAFÍA

- Amoroch, J., Discussion of predicting storm runoff on small experimental watersheds by N.E. Minshall, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 87, No. HY2, pp. 185-191, 1961.
- Amoroch, J., Nonlinear hydrologic analysis, en *Advances in Hydroscience*, ed. por V. T. Chow, Academic Press, New York, vol. 9, pp. 203-251, 1973.
- Amoroch, J., y A. Brandstetter, Determination of nonlinear functions in rainfall-runoff processes, *Water Resour. Res.*, vol. 7, No. 1, pp. 1087-1101, 1971.
- Bidwell, V. J., Regression analysis of nonlinear catchment systems, *Water Resour. Res.*, vol. 7, No. 5, pp. 1118-1126, 1971.
- Broome, P. y R. H. Spigel. A linear model of storm runoff from some urban catchments in New Zealand, *J. Hydrol.*, Nueva Zelanda, vol. 21, No. 1, pp. 13-33, 1982.

- Croley, T. E., II Gramma synthetic hydrographs, *J. Hydrol.*, vol. 47, pp. 41-52, 1980.
- Diskin, M. H., On the derivation of linkage equations for Laguerre function coefficients, *J. Hydrol.*, vol. 32, pp. 321-327, 1977.
- Diskin, M. H. y A. Boneh. The kernel function of linear nonstationary surface runoff systems, *Water Resour. Res.*, vol. 10, No. 4, pp. 753-761, 1974.
- Gray, D. M., Synthetic unit hydrographs for small watersheds, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 87, No. HY4, pp. 33-54, 1961.
- Hall, M. J., On the smoothing of oscillations in finite-period unit hydrographs derived by the harmonic method, *Hydrol. Sci. Bull.*, vol. 22, No. 2, pp. 313-324, 1977.
- Hino, M. y K. Nadaoka, Mathematical derivation of linear and nonlinear runoff kernels, *Water Resour. Res.*, vol. 15, No. 4, pp. 918-928, 1979.
- Hossain, A., A. R. Rao, y J. W. Delleur, Estimation of direct runoff from urban watersheds, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 104, No. HY2, pp. 169-188, 1978.
- Jacoby, S., A mathematical model for nonlinear hydrologic systems, *J. Geophys. Res.*, vol. 71, No. 20, pp. 4811-4824, 1966.
- Levin, A. G., Flash flood forecasts with hydrograph separation by individual time intervals, *Sov. Hydrol.*, vol. 18, No. 1, pp. 40-45, 1979.
- Minshall, N. E., Predicting storm runoff on small experimental watersheds, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 86, No. HY8, pp. 17-38, 1960.
- Naef, F., Can we model the rainfall-runoff process today? *Hydrol. Sci. Bull.*, vol. 26, No. 3, pp. 281-289, 1981.
- Neuman, S. P. y G. de Marsily, Identification of linear systems response by parametric programming, *Water Resour. Res.*, vol. 12, No. 2, pp. 253-262, 1976.
- O'Connor, K. M., A discrete linear cascade model for hydrology, *J. Hydrol.*, vol. 29, pp. 203-242, 1976.
- Papazafirou, Z. G., Polynomial approximation of the kernels of closed linear hydrologic systems, *J. Hydrol.*, vol. 27, pp. 319-329, 1975.
- Papazafirou, Z. G., Linear and nonlinear approaches for short-term runoff estimations in time-invariant open hydrologic systems, *J. Hydrol.*, vol. 30, pp. 63-80, 1976.
- Raudkivi, A. J., *Hydrology*, Cap. 7, Pergamon Press, Oxford, 1979.
- Rusin, S. A., Nonstationary model of the transformation of effective precipitation into runoff, *Sov. Hydrol.*, vol. 4, pp. 289-300, 1973.
- Sarma, P. B. S., J. W. Delleur, y A. R. Rao. Comparison of rainfall-runoff models for urban areas, *J. Hydrol.*, vol. 18, pp. 329-347, 1973.
- Viessman, W., Jr., J. W. Knapp, G. L. Lewis, y T. E. Harbaugh, *Introduction to Hydrology*. 2a. ed. Chap. 4, Harper and Row, New York, 1977.
- Zand, S. M. y J. A. Harder. Application of nonlinear system identification to the lower Mekong River, Southeast Asia, *Water Resour. Res.*, vol. 9, No. 2, pp. 290-297, 1973.

PROBLEMAS

- 7.2.1** Un sistema tiene una función respuesta de pulso discreto con ordenadas 0.1, 0.5, 0.3, y 0.1 unidades. Calcule la salida de este sistema si tiene un pulso de entrada de: a) 3 unidades, b) 4 unidades, c) 3 unidades en el primer intervalo de tiempo seguidas por 4 unidades en el segundo.
- 7.2.2** Un sistema tiene la siguiente función respuesta de pulso unitario: 0.27, 0.36, 0.18, 0.09, 0.05, 0.03, 0.01, 0.01. Calcule la salida de este sistema si tiene una entrada de: a) 2 unidades, b) 3 unidades, c) 2 unidades en el primer intervalo de tiempo seguidas por 3 unidades en el segundo intervalo de tiempo.
- 7.2.3** Calcule y grafique la función impulso respuesta $u(t)$, la función respuesta de paso $g(t)$, la función de respuesta de pulso continuo $h(t)$ y la función de respuesta de pulso discreto U_n para un embalse lineal que tiene $k = 1 \text{ h}$ y $\Delta t = 2 \text{ h}$.
- 7.2.4** Una cuenca se modela como un embalse lineal con $k = 1 \text{ h}$. Calcule su función de impulso respuesta y su función de respuesta por pulso para pulsos unitarios de duración de 0.5, 1.0, 1.5 y 2.0 h. Grafique las funciones de respuesta para $0 < t < 6 \text{ h}$.
- 7.2.5** Una cuenca modelada como un embalse lineal con $k = 3 \text{ h}$ recibe 3 pulg de exceso

- de lluvia en las primeras 2 horas de una tormenta y 2 pulg de exceso de lluvia en las siguientes 2 horas. Calcule el hidrograma de escorrentía directa para esta cuenca.
- 7.2.6** Demuestre que el tiempo de retardo t_L entre los centroides del hietograma de exceso de lluvia y el hidrograma de escorrentía directa es igual a la constante de almacenamiento k para una cuenca modelada como un embalse lineal.
- 7.3.1** Una cuenca tiene un área de drenaje de 450 km^2 y su hidrograma unitario de tres horas tiene un caudal pico de $150 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{cm}$. Para el sistema inglés de unidades, ¿cuál es el caudal pico en cfs/pulg del hidrograma unitario de tres horas?
- 7.4.1** El exceso de lluvia y la escorrentía directa registrados para una tormenta son los siguientes:

Tiempo (h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Exceso de lluvia (pulg)	1.0	2.0			1.0				
Escorrentía directa (cfs)	10	120	400	560	500	450	250	100	50

Calcule el hidrograma unitario en una hora.

- 7.4.2** ¿Cuál es el área de la cuenca del problema 7.4.1?
- 7.4.3** Deduzca por deconvolución el hidrograma unitario de seis horas para la siguiente información de una cuenca con un área de drenaje de 216 km^2 , suponiendo una tasa de abstracción de lluvia constante y un flujo base constante de $20 \text{ m}^3/\text{s}$.

Periodo de seis horas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Lluvia (cm)	1.5	3.5	2.5	1.5							
Caudal (m^3/s)	26	71	174	226	173	99	49	33	26	22	21

- 7.4.4** A continuación se presenta el hidrograma de caudales para una tormenta en un área de drenaje de 2.5 mi^2 .

Hora	1	2	3	4	5	6	7
Caudal (cfs)	52	48	44	203	816	1,122	1,138
Hora	8	9	10	11	12	13	
Caudal (cfs)	685	327	158	65	47	34	

- Un exceso de lluvia con intensidad casi uniforme ocurre en forma continua durante las horas 4, 5 y 6. La separación del flujo base se lleva a cabo graficando el logaritmo del caudal contra el tiempo. Durante el inicio de la creciente, el logaritmo de flujo base sigue una línea recta con una pendiente determinada del caudal en las horas 1 a 3. Desde el punto de inflexión del brazo de recesión del hidrograma de caudal (hora 8), el logaritmo del flujo base sigue una línea recta con pendiente determinada por el caudal en las horas 11 a 13. Entre el pico del hidrograma de caudal y el punto de inflexión, el logaritmo del flujo base se supone que varía linealmente. Deduzca el hidrograma unitario de 1 hora por deconvolución.

- 7.4.5** Una tormenta intensa con una intensidad aproximadamente constante y duración de seis horas sobre una cuenca de área de 785 km^2 produjo los siguientes caudales Q en m^3/s :

Hora	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Q	18	21	28	44	70	118	228	342	413	393	334
Q_b	18	20	25	32	40	47	54	61	68	75	79
Hora	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	
Q	270	216	171	138	113	97	84	75	66	59	
Q_b	77	73	69	66	63	60	57	55	52	49	
Hora	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	
Q	54	49	46	42	40	38	36	34	33	33	
Q_b	47	44	42	40	38	37	35	34	33	33	

El flujo base Q_b se ha estimado usando la forma del hidrograma observado. Utilice la deconvolución para determinar el hidrograma unitario de dos horas.

- 7.5.1** Utilice el hidrograma desarrollado en el problema 7.4.3 para calcular el hidrograma de flujo para una tormenta de 12 horas de duración que tiene 2 cm de exceso de lluvia en las primeras seis horas y 3 cm en las siguientes seis horas. Suponga una tasa de flujo base constante de $30 \text{ m}^3/\text{s}$.

- 7.5.2** Utilice el hidrograma unitario de una hora desarrollado en el problema 7.4.4 para calcular el hidrograma de caudal para una tormenta de tres horas con una intensidad de lluvia uniforme de 1.5 pulg/h. Suponga que las abstracciones son constantes con una tasa de 0.5 pulg/h y que el flujo base es igual al determinado en el problema 7.4.4.

- 7.5.3** Utilice el hidrograma unitario de dos horas desarrollado en el problema 7.4.5 para calcular el hidrograma de caudal para una tormenta de cuatro horas en la cual cayeron 5 cm de exceso de lluvia en las primeras dos horas y 6 cm en las siguientes dos horas. Suponga el mismo flujo base que se dio en el problema 7.4.5.

- 7.5.4** El hidrograma unitario de seis horas de una cuenca que tiene un área de drenaje igual a 393 km^2 es como sigue:

Tiempo (h)	0	6	12	18	24	30	36	42
Hidrograma unitario ($\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{cm}$)	0	1.8	30.9	85.6	41.8	14.6	5.5	1.8

Para una tormenta sobre la cuenca que tiene un exceso de lluvia de 5 cm para las primeras seis horas y 15 cm para las siguientes seis horas, calcule el hidrograma de caudal suponiendo un flujo base constante de $100 \text{ m}^3/\text{s}$.

- 7.5.5** El hidrograma unitario de una hora para una cuenca está dado a continuación. Determine la escorrentía para esta cuenca producida por el patrón de tormenta dado. Las abstracciones tienen una tasa constante de 0.3 pulg/h. ¿Cuál es el área de esta cuenca?

Tiempo (h)	1	2	3	4	5	6
Precipitación (pulg)	0.5	1.0	1.5	0.5		
Hidrograma unitario (cfs/pulg)	10	100	200	150	100	50

- 7.5.6** Utilice el mismo hidrograma unitario del problema 7.5.5 y determine el hidrograma de escorrentía directa para una tormenta de dos horas con 1 pulg de exceso de lluvia para la primera hora y 2 para la segunda hora. ¿Cuál es el área de esta cuenca?
- 7.5.7** Una cuenca de uso agrícola se urbanizó en un periodo de 20 años. Un hidrograma unitario triangular se desarrolló para esta cuenca para un exceso de lluvia de duración de una hora. Antes de la urbanización, la tasa promedio de infiltración y otras pérdidas era 0.30 pulg/h y el hidrograma unitario tenía un caudal pico de 400 cfs/pulg a 3 h y un tiempo base de 9 h. Después de la urbanización, debido al incremento en superficies impermeables, la tasa de pérdida bajó a 0.15 pulg/h, el caudal pico del hidrograma unitario se incrementó a 600 cfs/pulg, ocurriendo a 1 h, y el tiempo base se redujo a 6 h. Para una tormenta de dos horas en la cual cayó 1.0 pulg de lluvia en la primera hora y 0.5 en la segunda hora, determine los hidrogramas de escorrentía directa antes y después de la urbanización.
- 7.5.8** Las ordenadas a intervalos de una hora de un hidrograma unitario de una hora son (en cfs/pulg): 269, 538, 807, 645, 484, 323 y 161. Calcule el hidrograma de escorrentía directa para una tormenta de dos horas en la cual ocurre un exceso de lluvia de 4 pulg a una tasa constante. ¿Cuál es el área de la cuenca (mi^2)?
- 7.5.9** El hidrograma unitario triangular de 10 minutos para una cuenca tiene un caudal pico de 100 cfs/pulg en el minuto 40 y una duración total de 100 min. Calcule el hidrograma de caudal para esta cuenca para una tormenta en la cual caen 2 pulg de lluvia en los primeros 10 min y 1 pulg en los segundos 10 minutos, suponiendo que la tasa de pérdidas es $\phi = 0.6 \text{ pulg}/\text{h}$ y la tasa de flujo base es 20 cfs.
- 7.6.1** El 19 y 20 de julio de 1979, la tormenta en la cuenca del riachuelo Shoal en Northwest Park en Austin, Texas, produjo los siguientes valores de lluvia-escorrentía.

Tiempo (h)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
Lluvia (pulg)	1.17	0.32	0.305	0.67	0.545	0.10	0.06
Escorrentía directa (cfs)	11.0	372.0	440.0	506.0	2110.0	1077.0	429.3
Tiempo (h)	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0
Escorrentía directa (cfs)	226.6	119.0	64.7	39.7	28.0	21.7	16.7
Tiempo (h)	7.5	8.0	8.5	9.0			
Escorrentía directa (cfs)	13.3	9.2	9.0	7.3			

Determine el hidrograma unitario de media hora utilizando programación lineal. Suponga que es válida una tasa uniforme de pérdidas. El área de la cuenca es 7.03 mi^2 . Compare el hidrograma unitario con aquel determinado en el ejemplo 7.4.1 para esta cuenca.

- 7.6.2** Una tormenta que ocurrió el 16 de abril de 1977, en la cuenca del riachuelo Shoal en Northwest Park, Austin, Texas, produjo los siguientes valores de lluvia-escorrentía:

Tiempo (h)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
Lluvia (pulg)	0.28	0.12	0.13	0.14	0.18	0.14	0.07		
Escorrentía directa (cfs)	32	67	121	189	279	290	237	160	108
Tiempo (h)	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0
Escorrentía directa (cfs)	72	54	44	33	28	22	20	18	16

- Determine el hidrograma unitario de media hora usando programación lineal. Suponga que es válida una tasa uniforme de pérdidas. El área de la cuenca es 7.03 mi^2 . Compare el hidrograma unitario con el desarrollado en el ejemplo 7.4.1 para esta cuenca.
- 7.6.3** Combine la información de los problemas 7.6.1 y 7.6.2 y calcule un hidrograma unitario compuesto para esta cuenca utilizando programación lineal. Compare el hidrograma unitario compuesto con aquellos determinados para las tormentas individuales.
- 7.6.4** Resuelva el problema 7.6.1 por regresión lineal.
- 7.6.5** Resuelva el problema 7.6.2 por regresión lineal.
- 7.6.6** Resuelva el problema 7.6.3 por regresión lineal.
- 7.7.1** En la ciudad de Austin, Texas, se aplican las ecuaciones generalizadas (7.7.9)-(7.7.13) para determinar los parámetros de hidrogramas unitarios de 10 minutos de duración para cuencas pequeñas. Determine los hidrogramas unitarios de 10 minutos para niveles de impermeabilidad de 10, 40 y 70% en una cuenca que tiene un área de 0.42 mi^2 con un canal principal de longitud de 5,760 pies. El canal principal tiene una pendiente de 0.015 pie/pie tal como se definió en la sección 7.7. Suponga $\Phi = 0.8$. Grafique los tres hidrogramas unitarios en la misma gráfica.
- 7.7.2** Utilizando las ecuaciones de hidrograma unitario de 10 minutos (7.7.9)-(7.7.13), desarrolle el hidrograma unitario para una pequeña cuenca de 0.3 mi^2 de área que tiene un canal principal con pendiente de 0.009 pie/pie. El área del canal principal es de 2,000 pies y el porcentaje de permeabilidad es 25. Después, desarrolle el hidrograma unitario de 10 minutos para la misma cuenca suponiendo que la longitud del canal principal es 6,000 pies. Grafique y compare los dos hidrogramas unitarios. Suponga que $n = 0.05$ para el canal principal.
- 7.7.3** Determine hidrogramas de escorrentía directa usando los dos hidrogramas unitarios de 10 minutos desarrollados en el problema anterior para las cuencas con longitudes de canal principal de 2,000 pies y de 6,000 pies. Considere una tormenta que tiene una precipitación de 1.2 pulgadas distribuida uniformemente sobre los primeros 30 minutos y de 1.5 pulgadas en los siguientes 30 minutos. Las pérdidas por infiltración se determinan usando el método SCS descrito en el capítulo 5 para un número de curva CN = 85.
- 7.7.4** El hidrograma unitario de 10 minutos para una cuenca con 0.86 mi^2 tiene ordenadas de 10 minutos en cfs/pulg de 134, 392, 475, 397, 329, 273, 227, 188, 156, 129, 107, 89, 74, 61, 51, 42, 35, 29, 24, 10, 17, 14, 11, ... Determine el coeficiente de pico C_p para el método de Snyder. La longitud del canal principal es 10,500 pies y $L_c = 6,000$ pies. Determine el coeficiente C_r .
- 7.7.5** Algunas ecuaciones para calcular el tiempo de retardo se han reportado en la literatura técnica. Una de estas ecuaciones, que también considera la pendiente de la cuenca, fue presentada por Linsley, Kohler y Paulhus (1982):
- $$t_p = C_r \left(\frac{LL_c}{\sqrt{S}} \right)^n$$
- Para una pendiente de cuenca de $S = 0.008$ y $n = 0.4$, determine el coeficiente C_r para el hidrograma unitario del problema anterior.
- 7.7.6** Se ha determinado la siguiente información para una cuenca A y su hidrograma unitario de dos horas: área = 100 mi^2 , $L_c = 10 \text{ mi}$, $L = 24 \text{ mi}$, $t_p = 2 \text{ h}$, $t_{pR} = 6 \text{ h}$, $Q_p = 9,750 \text{ cfs/pulg}$, $W_{50} = 4.1 \text{ h}$ y $W_{75} = 2 \text{ h}$. La cuenca B, la cual se supone que es hidrológicamente similar a la cuenca A, tiene las siguientes características: área = 70 mi^2 , $L = 15.6 \text{ mi}$ y $L_c = 9.4 \text{ mi}$. Determine el hidrograma unitario sintético de una hora para la cuenca B.

- 7.7.7 a) Determine los coeficientes C_p y C_i para una cuenca de área 100 mi² con $L = 20$ mi y $L_c = 12$ mi para $t_R = 2$ h y $t_{pR} = 5$ h. El pico del hidrograma unitario es 9.750 cfs/pulg. Suponga que se puede aplicar el hidrograma unitario sintético de Snyder.
b) Determine el hidrograma unitario de dos horas para el área más alta de 70 mi² de la misma cuenca, la cual tiene $L = 12.6$ mi y $L_c = 7.4$ mi. Los valores de W_{75} y W_{50} para el área total de 100 mi² son 2.0 h y 4.2 h, respectivamente.
- 7.7.8 La cuenca del riachuelo Gimlet en Sparland, Illinois, tiene un área de drenaje de 5.42 mi²; la longitud del canal principal es 4.45 mi y la longitud de dicho canal desde la salida de la cuenca a un punto cercano al centro de gravedad de ésta es 2.0 mi. Usando $C_i = 2.0$ y $C_p = 0.625$, determine el hidrograma unitario sintético estándar para esta cuenca. ¿Cuál es la duración estándar? Utilice el método de Snyder para determinar el hidrograma unitario de 30 minutos para esta cuenca.
- 7.7.9 La cuenca del riachuelo Odebolt cerca de Arthur, Ohio, tiene un área de 39.3 mi²; la longitud del canal principal es 18.10 mi y la longitud de dicho canal desde la salida de la cuenca a un punto cercano al centroide de ésta es 6.0 mi. Usando $C_i = 2.0$ y $C_p = 0.625$, determine el hidrograma unitario sintético estándar y el hidrograma unitario de dos horas para esta cuenca.
- 7.7.10 Una cuenca de 8 mi² tiene un tiempo de concentración de 1.0 h. Calcule el hidrograma unitario de 10 minutos para esta cuenca utilizando el método del hidrograma unitario triangular SCS. Determine el hidrograma de escorrentía directa para una tormenta de 20 minutos con 0.6 pulg de exceso de precipitación en los primeros 10 minutos y 0.4 pulg en los segundos 10 minutos.
- 7.7.11 Un hidrograma unitario sintético triangular se desarrolló utilizando el método del Soil Conservation Service, tiene $q_p = 2,900$ cfs/pulg, $T_p = 50$ min y $t_c = 10$ min. Calcule el hidrograma de escorrentía directa para una tormenta de 20 minutos con 0.66 pulg de lluvia en los primeros 10 minutos y 1.70 pulg en los siguientes 10 minutos. La tasa de pérdida de lluvia es $\phi = 0.6$ pulg/h a lo largo de la tormenta.
- 7.8.1 Para la información dada en el problema 7.4.4, utilice la suposición de una intensidad constante de lluvia en las horas 4 a 6 para construir el hidrograma S. Utilice el hidrograma S para calcular los hidrogramas unitarios de una, tres y seis horas.
- 7.8.2 Para la información dada en el problema 7.4.5, use la suposición de una intensidad de lluvia constante para las 6 horas para construir el hidrograma S de esta cuenca. Con base en el hidrograma S, determine los hidrogramas unitarios de 2, 6 y 12 horas para esta cuenca.
- 7.8.3 Las ordenadas de un hidrograma unitario de una hora especificadas en intervalos de una hora son (en cfs/pulg): 45, 60, 22, 8 y 1. Calcule el área de la cuenca, el hidrograma S y el hidrograma unitario de dos horas para esta cuenca.

CAPÍTULO

8

TRÁNSITO AGREGADO DE CRECIENTES

El *tránsito de caudales* es un procedimiento para determinar el tiempo y la magnitud del caudal (es decir, el hidrograma de caudal) en un punto de un curso de agua utilizando hidrogramas conocidos o supuestos en uno o más puntos aguas arriba. Si el flujo es una creciente, el procedimiento se conoce específicamente como *tránsito de crecientes**. En un sentido más amplio, el tránsito de caudales puede considerarse como un análisis para seguir el caudal a través de un sistema hidrológico, dada una entrada. La diferencia entre el tránsito de sistemas *agregados* y *distribuidos* es que en un modelo de sistema agregado, el flujo se calcula como una función del tiempo únicamente en un lugar particular, mientras que en un sistema de tránsito distribuido el flujo se calcula como una función del espacio y el tiempo a través del sistema. El tránsito por métodos de sistemas agregados se conoce algunas veces como *tránsito hidrológico*, y el tránsito por métodos distribuidos se conoce como *tránsito hidráulico*. El tránsito de caudal mediante sistemas distribuidos se describe en los capítulos 9 y 10. Este capítulo se relaciona con el tránsito de sistemas agregados.

8.1 TRÁNSITO DE SISTEMAS AGREGADOS

Para un sistema hidrológico, la entrada $I(t)$, la salida $Q(t)$ y el almacenamiento $S(t)$ se relacionan por la ecuación de continuidad (2.2.4):

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - Q(t) \quad (8.1.1)$$

Si el hidrograma de entrada, $I(t)$, es conocido, la ecuación (8.1.1) no puede resolverse directamente para obtener el hidrograma de salida, $Q(t)$, porque tanto Q como

*N. del R.T. En algunos países se utiliza el término propagación de avenidas.

S son incógnitas. Se necesita una segunda relación, o *función de almacenamiento*, para relacionar S , I y Q ; el acoplamiento de la función de almacenamiento y la ecuación de continuidad proporciona una combinación de las dos ecuaciones y las dos incógnitas que puede resolverse. En general la función de almacenamiento puede escribirse como una función arbitraria de I , Q , y sus derivadas temporales tal como se demostró en la ecuación (7.1.2):

$$S = f\left(I, \frac{dI}{dt}, \frac{d^2I}{dt^2}, \dots, Q, \frac{dQ}{dt}, \frac{d^2Q}{dt^2}, \dots\right) \quad (8.1.2)$$

En el capítulo 7 se resolvieron estas dos ecuaciones diferenciando una forma linealizada de la ecuación (8.1.2), sustituyendo el resultado para dS/dt en la ecuación (8.1.1), y luego integrando la ecuación diferencial resultante para obtener $Q(t)$ como una función de $I(t)$. En este capítulo se aplica un método de solución por diferencias finitas a las dos ecuaciones. El horizonte de tiempo se divide en intervalos finitos y la ecuación de continuidad (8.1.1) se resuelve recursivamente desde un punto del tiempo hasta el siguiente utilizando la función de almacenamiento (8.1.2) para tener en cuenta el valor de almacenamiento en cada punto del tiempo.

La forma específica de la función de almacenamiento a emplearse en este procedimiento depende de la naturaleza del sistema que está siendo analizado. En este capítulo se analizan tres sistemas particulares. Primero, el tránsito a través de embalses utilizando el *método de la piscina nivelada*, en el cual el almacenamiento es una función no lineal de Q solamente:

$$S = f(Q) \quad (8.1.3)$$

y la función $f(Q)$ se determina relacionando el almacenamiento y la salida del embalse con el nivel del agua en éste. Segundo, el almacenamiento se relaciona linealmente con I y Q en el *método de Muskingum* para el tránsito de caudales en canales. Finalmente, se analizan algunos *modelos de embalses lineales* en los cuales (8.1.2) se vuelve una función lineal de Q y de sus derivadas temporales.

La relación entre el caudal de salida y el almacenamiento en un sistema hidrológico tiene una influencia importante en el tránsito de caudales. Esta relación puede ser *invariable* o *variable*, tal como se muestra en la figura 8.1.1. Una función de almacenamiento invariable tiene la forma de la ecuación (8.1.3) y se aplica a un embalse con una superficie de agua horizontal. Tales embalses tienen una piscina que es ancha y profunda comparada con su longitud en la dirección de flujo. La velocidad del flujo en el embalse es muy baja. La relación de almacenamiento invariable requiere la existencia de un caudal fijo de salida del embalse para una elevación de la superficie de agua dada, lo cual significa que las estructuras de salida del embalse deben ser incontroladas o controladas por compuertas que se queden fijas en una posición. Si la posición de las compuertas de control se cambia, el caudal y la elevación de la superficie de agua en la presa cambian, y el efecto se propaga hacia aguas arriba en el embalse para crear una superficie de agua temporalmente pendiente hasta que se establece una nueva elevación de equilibrio de la superficie de agua a través del embalse.

Cuando un embalse tiene una superficie de agua horizontal, su almacenamiento es función de la elevación de la superficie de agua, o profundidad en la piscina.

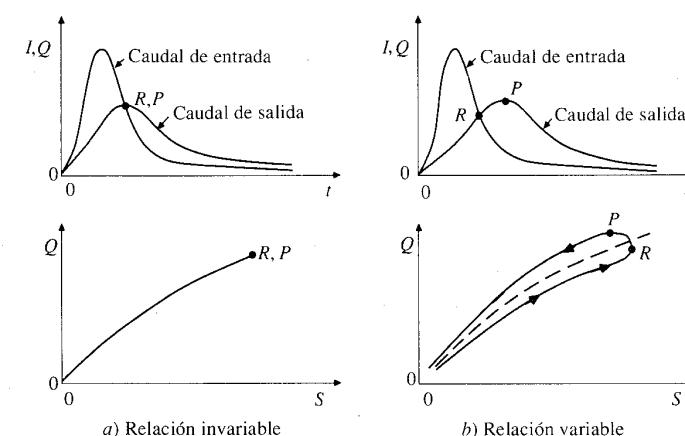


FIGURA 8.1.1
Relaciones entre caudal y almacenamiento.

En forma similar, el caudal de salida es una función de la elevación de la superficie de agua o cabeza sobre la estructura de salida. Combinando estas dos funciones, el almacenamiento en el embalse y el caudal de salida pueden relacionarse para producir una función de almacenamiento invariable y de valor único, $S = f(Q)$, como se muestra en la figura 8.1.1a). Para tales embalses, el pico de salida ocurre cuando el hidrograma de salida interseca el hidrograma de entrada, debido a que el máximo almacenamiento ocurre cuando $dS/dt = I - Q = 0$, y el almacenamiento y el flujo de salida están relacionados por $S = f(Q)$. Esto se indica en la figura 8.1.1a) donde los puntos que denotan el almacenamiento máximo, R , y el máximo flujo de salida, P , coinciden.

Una relación variable almacenamiento-caudal de salida se aplica a embalses largos y angostos y a canales abiertos o corrientes, donde el perfil de la superficie de agua puede ser significativamente curvo debido a efectos de remanso. La cantidad de almacenamiento debida a la curva de remanso depende de la tasa del cambio temporal del flujo a través del sistema. Tal como se muestra en la figura 8.1.1.b), la relación resultante entre el caudal y el almacenamiento del sistema no es más una función con un valor único sino que exhibe una curva usualmente en la forma de un ciclo (*loop*), dependiendo de las características de almacenamiento del sistema. Debido al efecto de retardo causado por la curva de remanso, el pico de caudal de salida ocurre usualmente después del momento en el cual se intersecan los hidrogramas de entrada y de salida, tal como se indica en la figura 8.1.1b), donde los puntos de R y P no coinciden. Si el efecto de curva de remanso no es significativo, el ciclo que se muestra en la figura 8.1.1b) puede reemplazarse por una curva promedio representada por la línea discontinua mostrada. Entonces, los métodos de tránsito de piscina horizontal también pueden aplicarse en forma aproximada para el tránsito con una relación caudal-almacenamiento variable.

La discusión precedente indica que el efecto del almacenamiento es redistribuir el hidrograma moviendo el centroide del hidrograma de entrada hasta el cen-

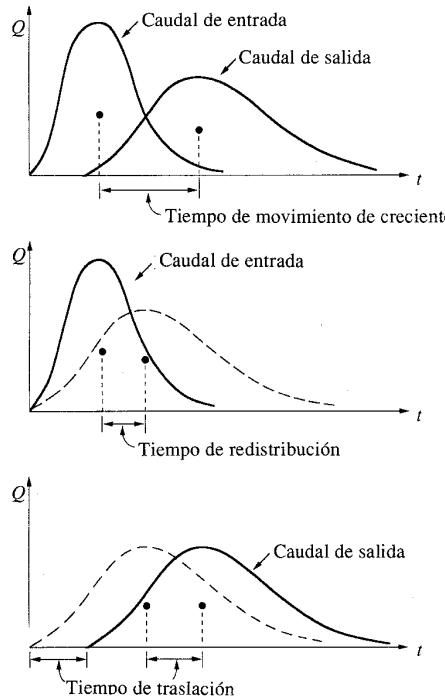


FIGURA 8.1.2
Interpretación conceptual del tiempo de movimiento de crecientes.

troíde del hidrograma de salida en un *tiempo de redistribución*. En canales muy largos, toda la onda de creciente viaja también una distancia considerable y el centroide de su hidrograma también puede moverse en un periodo mayor que el tiempo de redistribución. Este tiempo adicional puede considerarse como el *tiempo de traslación*. Como se muestra en la figura 8.1.2, el *tiempo total de movimiento de la creciente* entre los centroides de los hidrogramas de entrada y salida, es igual a la suma del tiempo de redistribución y del tiempo de traslación. El proceso de redistribución modifica la forma del hidrograma, mientras que el proceso de traslación cambia su posición.

8.2 TRÁNSITO DE PISCINA NIVELADA

El tránsito de piscina nivelada es un procedimiento para calcular el hidrograma de flujo de salida desde un embalse con una superficie de agua horizontal, dado su hidrograma de entrada y sus características de almacenamiento-caudal de salida. Con este propósito se han propuesto cierto número de procedimientos (por ejemplo, Chow, 1951, 1959), y con los avances en la computarización, los procedimientos gráficos se han reemplazado por métodos tabulares o funcionales de tal manera que los procedimientos de cálculo pueden automatizarse.

El horizonte de tiempo se divide en intervalos de duración Δt , indexados por j , es decir, $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, j\Delta t, (j+1)\Delta t, \dots$, y la ecuación de continuidad (8.1.1) se integra sobre cada intervalo de tiempo, como se muestra en la figura 8.2.1. Para el j -ésimo intervalo de tiempo:

$$\int_{S_j}^{S_{j+1}} dS = \int_{j\Delta t}^{(j+1)\Delta t} I(t)dt - \int_{j\Delta t}^{(j+1)\Delta t} Q(t)dt \quad (8.2.1)$$

Los valores del flujo de entrada al inicio y al final del j -ésimo intervalo son I_j e I_{j+1} , respectivamente, y los correspondientes valores del caudal de salida son Q_j y Q_{j+1} . Aquí, tanto el caudal de entrada como el caudal de salida son tasas de flujo medidas como información por muestra, en lugar de que el caudal de entrada sea información por pulso y el caudal de salida sea información por muestra como ocurría con el hidrograma unitario. Si la variación de los caudales de entrada y de salida a lo largo del intervalo es aproximadamente lineal, el cambio en el almacenamiento en el intervalo, $S_{j+1} - S_j$, puede encontrarse reescribiendo (8.2.1) como

$$S_{j+1} - S_j = \frac{I_j + I_{j+1}}{2} \Delta t - \frac{Q_j + Q_{j+1}}{2} \Delta t \quad (8.2.2)$$

Los valores de I_j e I_{j+1} se conocen debido a que han sido preespecificados. Los valores de Q_j y S_j se conocen en el intervalo de tiempo j -ésimo a partir de los

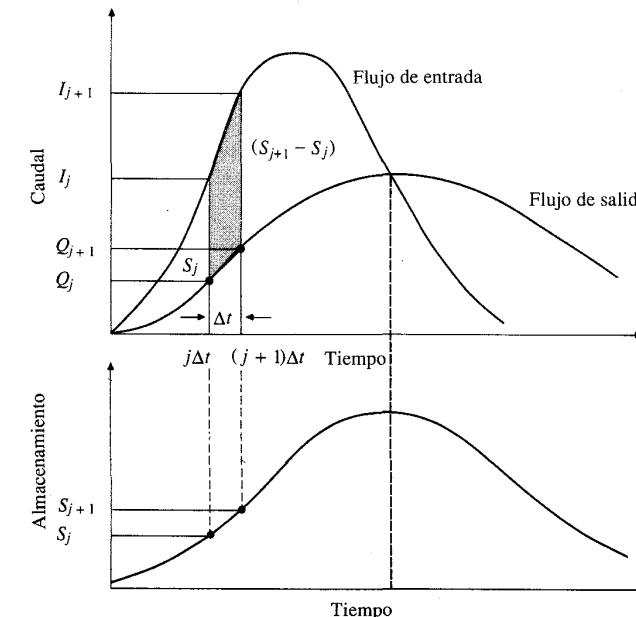


FIGURA 8.2.1
Cambio de almacenamiento durante un periodo de tránsito Δt .

cálculos hechos durante el intervalo de tiempo previo. Por consiguiente, la ecuación (8.2.2) contiene dos incógnitas, Q_{j+1} y S_{j+1} , las cuales pueden aislarse multiplicando (8.2.2) por $2/\Delta t$, y reordenando el resultado para producir:

$$\left(\frac{2S_{j+1}}{\Delta t} + Q_{j+1} \right) = (I_j + I_{j+1}) + \left(\frac{2S_j}{\Delta t} - Q_j \right) \quad (8.2.3)$$

Con el fin de calcular el caudal de salida, Q_{j+1} , a partir de la ecuación (8.2.3), se necesita una función *almacenamiento-caudal de salida* que relacione $2S/\Delta t + Q$ y Q . El método para desarrollar esta función utilizando las relaciones elevación-almacenamiento y elevación-caudal de salida se muestra en la figura 8.2.2. La relación entre la elevación de la superficie de agua y el almacenamiento en el embalse puede determinarse planimetrando mapas topográficos o mediante estudios topográficos de campo. La relación elevación-caudal se deduce de las ecuaciones hidráulicas que relacionan cabeza y caudal, como las que se muestran en la tabla 8.2.1 para varios tipos de vertederos y de estructuras de salida. El valor de Δt se toma como el intervalo de tiempo del hidrograma de caudal de entrada. Para un valor dado de la elevación de la superficie de agua, se determinan los valores de almacenamiento S y del caudal de salida Q [partes a) y b) de la figura 8.2.2], luego se calcula el valor de

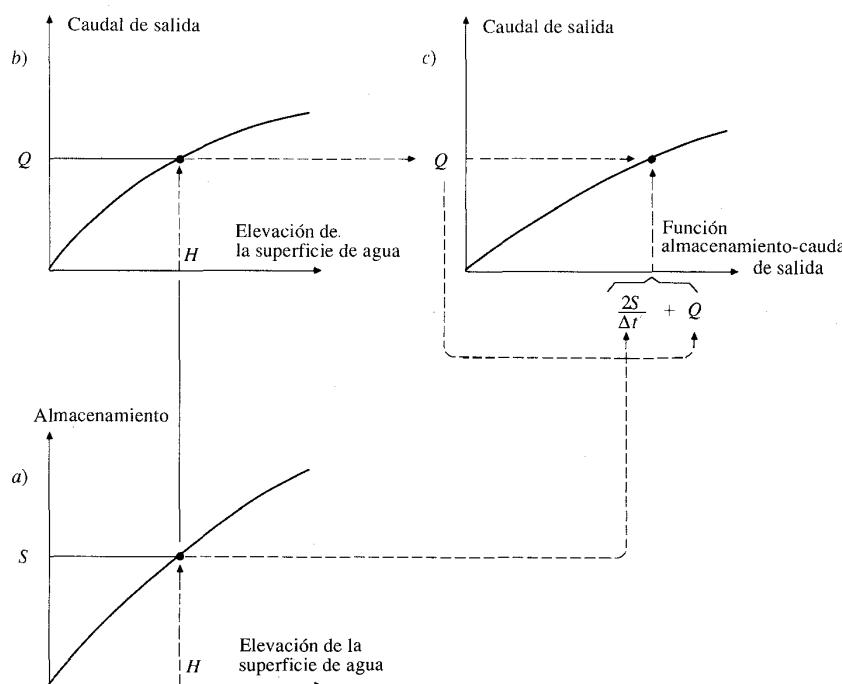


FIGURA 8.2.2

Desarrollo de una función almacenamiento-caudal de salida para tránsito de piscina nivelada con base en las curvas almacenamiento-elevación y elevación-caudal de salida.

TABLA 8.2.1
Ecuaciones de caudal de salida de vertederos

Tipo de vertedero	Ecuación	Notación
Cresta libre no controlada	$Q = CLH^{3/2}$	Q = caudal, cfs C = coeficiente de caudal variable L = longitud efectiva de la cresta H = cabeza total en la cresta incluyendo la cabeza de velocidad de aproximación
Cresta controlada con compuertas	$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2g}CL(H_1^{3/2} - H_2^{3/2})$	H_1 = cabeza total con respecto al fondo de la abertura H_2 = cabeza total con respecto a la parte superior de la abertura C = coeficiente variable con la forma de compuertas y cresta
Vertedero Morning glory	$Q = C_o(2\pi R_s)H^{3/2}$	C_o = coeficiente relacionado con H y R_s R_s = radio de la cresta circular H = cabeza total
Culvert (control sumergido a la entrada)	$Q = C_d WD \sqrt{2gH}$	W = ancho de entrada D = altura de entrada C_d = coeficiente de descarga

Fuente: *Design of Small Dams*. Bureau of Reclamation, U. S. Department of the Interior, 1973.

$2S/\Delta t + Q$ y se dibuja en el eje horizontal de una gráfica con el valor del caudal de salida Q en el eje vertical [parte c) de la figura 8.2.2].

Durante el tránsito de flujo a través del intervalo de tiempo j , todos los términos de la parte derecha de la ecuación (8.2.3) se conocen, luego el valor de $2S_{j+1}/\Delta t + Q_{j+1}$ puede calcularse. El valor correspondiente de Q_{j+1} puede determinarse a partir de la función almacenamiento-caudal de salida $2S/\Delta t + Q$ versus Q , ya sea gráficamente o por interpolación lineal de unos valores dados en forma tabular. Con el fin de organizar la información requerida para el siguiente intervalo de tiempo, el valor de $2S_{j+1}/\Delta t - Q_{j+1}$ se calcula utilizando

$$\left(\frac{2S_{j+1}}{\Delta t} - Q_{j+1} \right) = \left(\frac{2S_{j+1}}{\Delta t} + Q_{j+1} \right) - 2Q_{j+1} \quad (8.2.4)$$

Este cálculo se repite para los subsiguientes períodos de tránsito.

Ejemplo 8.2.1 Un embalse, para la detención de flujo de crecientes, tiene un área horizontal de un acre, lados verticales y un tubo de concreto reforzado de 5 pies de diámetro como su estructura de salida. La relación entre nivel de agua aguas arriba y caudal de salida para el tubo está dada en las columnas 1 y 2 de la tabla 8.2.2. Utilice el método del tránsito de embalse horizontal para calcular los caudales de salida del embalse utilizando el hidrograma de entrada dado en las columnas 2 y 3 de la tabla 8.2.3. Suponga que el embalse está inicialmente vacío.

Solución. El hidrograma de entrada se especifica en intervalos de tiempo de 10 min, luego $\Delta t = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}$. Para todas las elevaciones, el área horizontal de la superficie de agua en el embalse es 1 acre = 43,560 pies², y el almacenamiento se calcula como $43,560 \times (\text{profundidad de agua})$. Por ejemplo, para una profundidad de 0.5 pies, $S = 0.5 \times 43,560 = 21,780 \text{ pies}^3$, tal como se muestra en la columna 3 de la tabla 8.2.2. El valor correspondiente de $2S/\Delta t + Q$ puede determinarse. Para una profundidad de 0.5 pies, el caudal está dado en la columna 2 de la tabla 8.2.2 como 3 cfs, luego la función almacenamiento-caudal de salida tiene un valor de

$$\frac{2S}{\Delta t} + Q = \frac{2 \times 21,780}{600} + 3 = 76 \text{ cfs}$$

TABLA 8.2.2
Desarrollo de la función almacenamiento-caudal de salida para un embalse de detención (ejemplo 8.2.1)

Columna:	1 Elevación H (pies)	2 Caudal Q (cfs)	3 Almacenamiento S (pies) ³	4 $(2S/\Delta t)^* + Q$ (cfs)
	0.0	0	0	0
	0.5	3	21,780	76
	1.0	8	43,560	153
	1.5	17	65,340	235
	2.0	30	87,120	320
	2.5	43	108,900	406
	3.0	60	130,680	496
	3.5	78	152,460	586
	4.0	97	174,240	678
	4.5	117	196,020	770
	5.0	137	217,800	863
	5.5	156	239,580	955
	6.0	173	261,360	1,044
	6.5	190	283,140	1,134
	7.0	205	304,920	1,221
	7.5	218	326,700	1,307
	8.0	231	348,480	1,393
	8.5	242	370,260	1,476
	9.0	253	392,040	1,560
	9.5	264	413,820	1,643
	10.0	275	435,600	1,727

*Intervalo de tiempo $\Delta t = 10 \text{ min}$.

tal como se muestra en la columna 4 de la tabla 8.2.2. La función almacenamiento-caudal de salida se grafica en la figura 8.2.3.

Los cálculos del tránsito de caudal se llevan a cabo aplicando la ecuación (8.2.3). Para el primer intervalo de tiempo, $S_1 = Q_1 = 0$ debido a que el embalse está inicialmente vacío; por tanto $(2S_1/\Delta t - Q_1) = 0$ también. Los valores del caudal de entrada son $I_1 = 0$ e $I_2 = 60 \text{ cfs}$, luego $(I_1 + I_2) = 0 + 60 = 60 \text{ cfs}$. El valor de la función almacenamiento-caudal de salida al final del intervalo de tiempo se calcula utilizando la ecuación (8.2.3) con $j = 1$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2 \right) &= (I_1 + I_2) + \left(\frac{2S_1}{\Delta t} - Q_1 \right) \\ &= 60 + 0 \\ &= 60 \text{ cfs} \end{aligned}$$

El valor de Q_{j+1} se encuentra por interpolación lineal dando $2S_{j+1}/\Delta t + Q_{j+1}$. Si existe un par de variables (x, y) , con pares de valores conocidos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , entonces el valor interpolado de y correspondiente a un valor dado de x en el rango $x_1 \leq x \leq x_2$ es

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1)$$

TABLA 8.2.3

Tránsito de caudal a través de un embalse de detención utilizando el método de piscina nivelada (ejemplo 8.2.1). La secuencia computacional se indica mediante flechas en la tabla.

Columna:	1 Tiempo (min)	2 Tiempo (min)	3 Caudal de entrada (cfs)	4 $I_j + I_{j+1}$ (cfs)	5 $\frac{2S_j}{\Delta t} - Q_j$ (cfs)	6 $\frac{2S_{j+1}}{\Delta t} + Q_{j+1}$ (cfs)	7 Caudal de salida (cfs)
índice <i>j</i>							
1	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	10	60	= 60	60	55.2	60.0	2.4
3	20	120	180	201.1	235.2	17.1	
4	30	180	300	378.9	501.1	61.1	
5	40	240	420	552.6	798.9	123.2	
6	50	300	540	728.2	1,092.6	182.2	
7	60	360	660	927.5	1,388.2	230.3	
8	70	320	680	1,089.0	1,607.5	259.3	
9	80	280	600	1,149.0	1,689.0	270.0	
10	90	240	520	1,134.3	1,669.0	267.4	
11	100	200	440	1,064.4	1,574.3	254.9	
12	110	160	360	954.1	1,424.4	235.2	
13	120	120	280	820.2	1,234.1	206.9	
14	130	80	200	683.3	1,020.2	168.5	
15	140	40	120	555.1	803.3	124.1	
16	150	0	40	435.4	595.1	79.8	
17	160		0	338.2	435.4	48.6	
18	170			272.8	338.2	32.7	
19	180			227.3	272.8	22.8	
20	190			194.9	227.3	16.2	
21	200			169.7	194.9	12.6	
22	210			169.7		9.8	

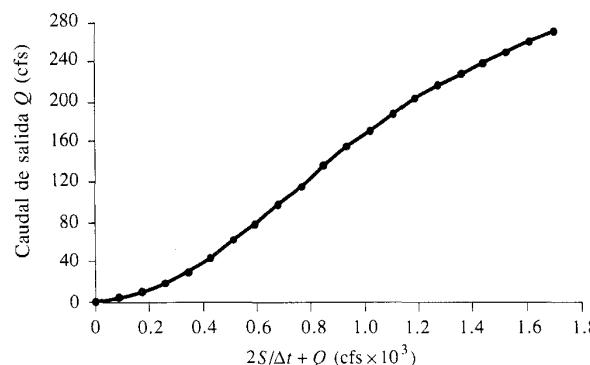


FIGURA 8.2.3
Función almacenamiento-caudal de salida para un embalse de detención (ejemplo 8.2.1).

En este caso, $x = 2S/\Delta t + Q$ y $y = Q$. Dos pares de valores alrededor de $2S/\Delta t + Q = 60$ se seleccionan de la tabla 8.2.2; éstos son $(x_1, y_1) = (0, 0)$ y $(x_2, y_2) = (76, 3)$. El valor de y para $x = 60$ es, por interpolación lineal,

$$\begin{aligned} y &= 0 + \frac{(3 - 0)}{(76 - 0)}(60 - 0) \\ &= 2.4 \text{ cfs} \end{aligned}$$

Luego, $Q_2 = 2.4$ cfs, y el valor de $2S_2/\Delta t - Q_2$ necesario para la siguiente iteración se encuentra usando la ecuación (8.2.4) con $j = 2$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2S_2}{\Delta t} - Q_2\right) &= \left(\frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2\right) - 2Q_2 \\ &= 60 - 2 \times 2.4 \\ &= 55.2 \text{ cfs} \end{aligned}$$

La secuencia de los cálculos previamente descritos se indica con flechas en las primeras dos filas de la tabla 8.2.3.

Procediendo al siguiente intervalo de tiempo, $(I_2 + I_3) = 60 + 120 = 180$ cfs y el tránsito se lleva a cabo con $j = 2$ en (8.2.3).

$$\begin{aligned} \left(\frac{2S_3}{\Delta t} + Q_3\right) &= (I_2 + I_3) + \left(\frac{2S_2}{\Delta t} - Q_2\right) \\ &= 180 + 55.2 \\ &= 235.2 \text{ cfs} \end{aligned}$$

Por interpolación lineal en la tabla 8.2.2, el valor de $Q_3 = 17.1$ cfs y utilizando la ecuación (8.2.4), $2S_3/\Delta t - Q_3 = 201.1$ cfs, tal como se muestra en la tercera fila de la tabla 8.2.3. Los cálculos para intervalos de tiempo subsecuentes se llevan a cabo en la misma

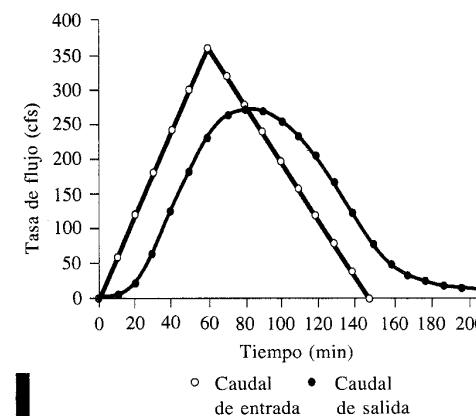


FIGURA 8.2.4
Tránsito de caudal a través de un embalse de detención (ejemplo 8.2.1).

forma, los resultados se tabulan en la tabla 8.2.3 y se grafican en la figura 8.2.4. El pico de caudal de entrada es 360 cfs y ocurre en el minuto 60; el embalse de detención reduce el pico de caudal de salida a 270 cfs y lo demora hasta el minuto 80. Tal como se discutió en la sección 8.1, el caudal de salida se maximiza en el punto donde los caudales de entrada y salida son iguales, debido a que el almacenamiento se maximiza también en este momento y existe una función de valor único que relaciona el almacenamiento y el caudal de salida para un embalse con piscina nivelada.

La máxima profundidad en el embalse de almacenamiento se calcula por interpolación lineal de la tabla 8.2.2 como 9.77 pies correspondiente al caudal pico de 270 cfs. Si esta profundidad es muy grande, o si el caudal de 270 cfs en el tubo de salida de 5 pies también lo es, la estructura de salida o el área superficial del embalse deben agrandarse. Un tamaño equivalente de tubo elíptico o en arco también tendería a bajar la elevación del nivel hídrico aguas arriba.

8.3 MÉTODO DE RUNGE-KUTTA

Un método alternativo para el tránsito de piscina nivelada puede desarrollarse resolviendo las ecuaciones de continuidad por medio de un método numérico tal como el método de Runge-Kutta. El método de Runge-Kutta es más complicado que el método descrito en la sección previa, pero no requiere del cálculo de la función especial de almacenamiento-caudal de salida y está relacionado en una forma más cercana con la hidráulica de flujo a través del embalse. Pueden adoptarse varios esquemas de Runge-Kutta de diferente orden (Carnahan, et al., 1969). Aquí se describe un *esquema de tercer orden*; éste parte cada intervalo de tiempo en tres incrementos y calcula valores sucesivos de la elevación de la superficie del agua y el caudal de salida del embalse para cada incremento.

La ecuación de continuidad se expresa como

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - Q(H) \quad (8.3.1)$$

donde S es el volumen de agua almacenado en el embalse; $I(t)$ es el flujo de entrada al embalse como función del tiempo; y $Q(H)$ es el flujo de salida del embalse, que se determina mediante la cabeza o elevación (H) en el embalse. El cambio en el volumen, dS , debido al cambio en la elevación, dH , puede expresarse como

$$dS = A(H)dH \quad (8.3.2)$$

donde $A(H)$ es el área de la superficie de agua correspondiente a la elevación H . La ecuación de continuidad entonces puede reescribirse como

$$\frac{dH}{dt} = \frac{I(t) - Q(H)}{A(H)} \quad (8.3.3)$$

La solución se extiende hacia adelante utilizando pequeños incrementos de la variable independiente, el tiempo, usando valores conocidos de la variable dependiente H . Para un esquema de tercer orden, existen tres incrementos en cada intervalo de tiempo Δt y se hacen tres aproximaciones sucesivas para el cambio en la cabeza de elevación, dH .

La figura 8.3.1 ilustra cómo se definen los tres valores aproximados ΔH_1 , ΔH_2 y ΔH_3 para el j -ésimo intervalo. La pendiente, dH/dt , aproximada por $\Delta H/\Delta t$, se evalúa primero en (H_j, t_j) luego en $(H_j + \Delta H_1/3, t_j + \Delta t/3)$ y finalmente en $(H_j + 2\Delta H_2/3, t_j + 2\Delta t/3)$. En las ecuaciones,

$$\Delta H_1 = \frac{I(t_j) - Q(H_j)}{A(H_j)} \Delta t \quad (8.3.4a)$$

$$\Delta H_2 = \frac{I(t_j + \frac{\Delta t}{3}) - Q(H_j + \frac{\Delta H_1}{3})}{A(H_j + \frac{\Delta H_1}{3})} \Delta t \quad (8.3.4b)$$

$$\Delta H_3 = \frac{I(t_j + \frac{2\Delta t}{3}) - Q(H_j + \frac{2\Delta H_2}{3})}{A(H_j + \frac{2\Delta H_2}{3})} \Delta t \quad (8.3.4c)$$

El valor de H_{j+1} está dado por

$$H_{j+1} = H_j + \Delta H \quad (8.3.5)$$

donde

$$\Delta H = \frac{\Delta H_1}{4} + \frac{3\Delta H_3}{4} \quad (8.3.6)$$

En la figura 8.3.2 se muestra un diagrama de flujo para el método de tercer orden de Runge-Kutta.

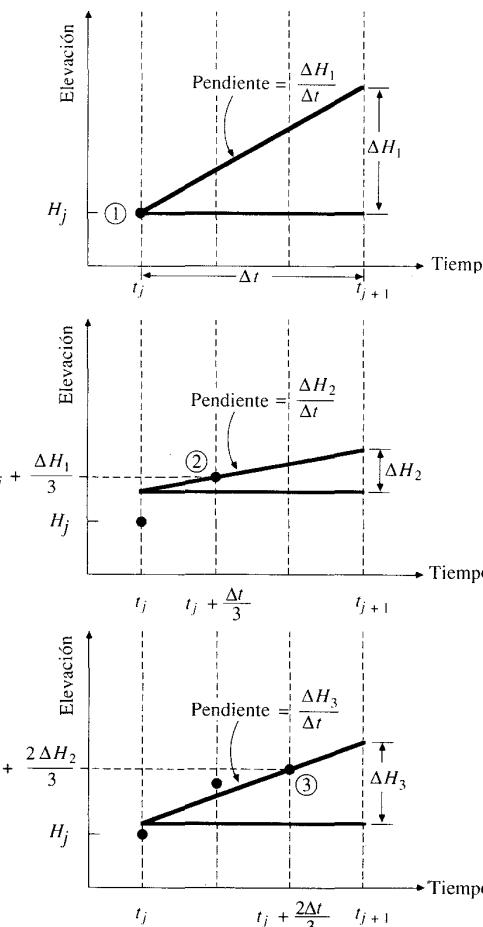


FIGURA 8.3.1
Pasos para definir los incrementos de elevación para el método de Runge-Kutta de tercer orden.

Ejemplo 8.3.1 Utilice el método de Runge-Kutta de tercer orden para llevar a cabo el tránsito a través de un embalse de detención de un acre con paredes verticales, tal como se describió en el ejemplo 8.2.1. La relación elevación-caudal está dada en las columnas 1 y 2 de la tabla 8.2.2 y el hidrograma de entrada en las columnas 1 y 2 de la tabla 8.3.1.

Solución. La función $A(H)$ que relaciona el área de la superficie del agua con la elevación en el embalse es simplemente $A(H) = 43,560$ pies² para todos los valores de H porque el embalse tiene un área base de un acre y lados verticales. Se utiliza un intervalo de tránsito de $\Delta t = 10$ min. El procedimiento comienza con la determinación de $I(0)$, $I(0 + 10/3)$ e $I(0 + (2/3) \times (10))$, los cuales se encuentran mediante interpolación lineal entre los valores de 0 y 60 cfs encontrados en la columna 2 de la tabla 8.3.1; estos son

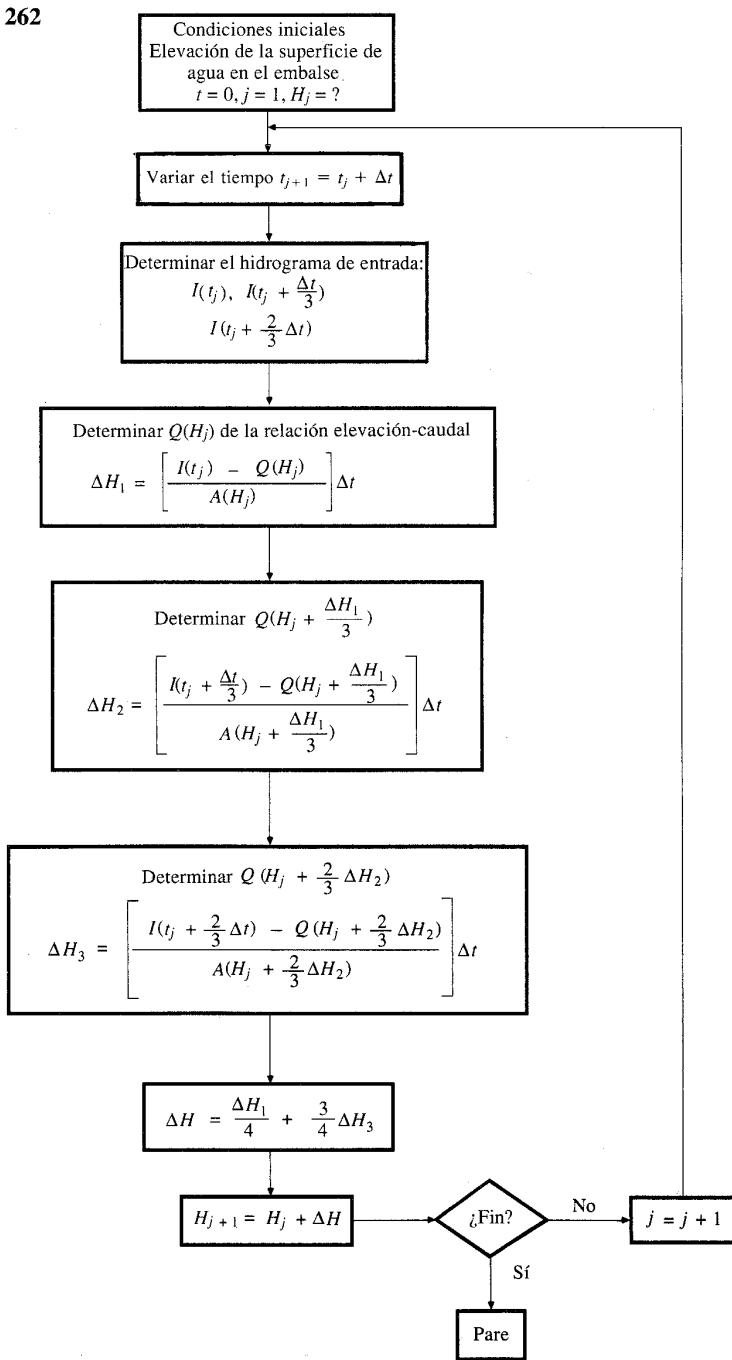


FIGURA 8.3.2
Diagrama de flujo para el tránsito en embalses de detención utilizando la técnica de Runge-Kutta de tercer orden.

TABLA 8.3.1
Tránsito de un hidrograma de caudal de entrada a través de un embalse de detención por el método de Runge-Kutta (ejemplo 8.3.1)

Columna: 1	2	3	4	5	6	7
Tiempo (min)	Caudal de entrada (cfs)	ΔH_1	ΔH_2	ΔH_3 (pies)	Profundidad (pies)	Caudal de salida (cfs)
0	0	-	-	-	0	0
10	60	0	0.28	0.54	0.40	2.4
20	120	0.79	1.04	1.24	1.53	17.9
30	180	1.41	1.51	1.59	3.08	62.8
40	240	1.61	1.62	1.61	4.69	124.5
50	300	1.59	1.58	1.60	6.28	182.6
60	360	1.62	1.66	1.72	7.98	230.4
70	320	1.79	1.42	1.13	9.27	259.0
80	280	0.84	0.57	0.36	9.75	269.5
90	240	0.15	-0.05	-0.21	9.63	266.8
100	200	-0.37	-0.52	-0.63	9.06	254.3
110	160	-0.75	-0.86	-0.94	8.17	234.7
120	120	-1.03	-1.10	-1.14	7.05	206.4
130	80	-1.19	-1.21	-1.21	5.85	167.8
140	40	-1.21	-1.20	-1.18	4.66	123.5
150	0	-1.15	-1.12	-1.11	3.54	80.0

0, 20 y 40 cfs respectivamente. Luego se calcula ΔH_1 utilizando la ecuación (8.3.4a) con $\Delta t = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}$, $A = 43,560 \text{ pies}^2$ e $I(0) = 0 \text{ cfs}$; como el embalse se encuentra inicialmente vacío, $H_j = 0$ y $Q(H_j) = 0$:

$$\begin{aligned}\Delta H_1 &= \frac{I(t_j) - Q(H_j)}{A(H_j)} \Delta t \\ &= \frac{(0 - 0)}{43,560} \times 600 \\ &= 0\end{aligned}$$

Para el siguiente incremento de tiempo, utilizando la ecuación (8.3.4b) con $I(0 + 10/3) = 20 \text{ pies}^3/\text{s}$,

$$\begin{aligned}\Delta H_2 &= \frac{I(t_j + \frac{\Delta t}{3}) - Q(H_j + \frac{\Delta H_1}{3})}{A(H_j + \frac{\Delta H_1}{3})} \Delta t \\ &= \frac{(20 - 0)}{43,560} \times 600 \\ &= 0.28 \text{ pies}\end{aligned}$$

Para el último incremento, $H_j + (2/3)\Delta H_2 = 0 + (2/3)(0.28) = 0.18 \text{ pies}$. Por interpolación lineal en la tabla 8.2.2, $Q(0.18) = 1.10 \text{ cfs}$. Por sustitución en la ecuación (8.3.4c)

$$\begin{aligned}\Delta H_3 &= \frac{I\left(t_j + \frac{2\Delta t}{3}\right) - Q\left(H_j + \frac{2\Delta H_2}{3}\right)}{A\left(H_j + \frac{2\Delta H_2}{3}\right)} \Delta t \\ &= \frac{(40 - 1.10)}{43,560} \times 600 \\ &= 0.54 \text{ pies}\end{aligned}$$

Los valores de ΔH_1 , ΔH_2 y ΔH_3 se encuentran en las columnas 3, 4 y 5 de la tabla 8.3.1. Luego, para el intervalo de tiempo completo de diez minutos, ΔH se calcula utilizando la ecuación (8.3.6):

$$\begin{aligned}\Delta H &= \frac{\Delta H_1}{4} + \frac{3\Delta H_3}{4} \\ &= \frac{0}{4} + \frac{3}{4}(0.54) = 0.40 \text{ pies}\end{aligned}$$

Luego, H en 10 min está dado por $H_2 = H_1 + \Delta H_1 = 0 + 0.40 = 0.40$ pies (columna 6) y el caudal correspondiente para el tubo se interpola de la tabla 8.2.2 como $Q = 2.4$ cfs (columna 7).

Los cálculos de tránsito para períodos subsiguientes siguen el mismo procedimiento, y la solución extendida lo suficientemente lejos para cubrir el pico de caudal de salida, se presenta en la tabla 8.3.1. El resultado es muy similar al obtenido en el ejemplo 8.2.1 utilizando el método de tránsito de piscina nivelada. Igual que antes, el pico de entrada de 360 cfs en el minuto 60 se reduce a 270 cfs en el minuto 80.

8.4 TRÁNSITO HIDROLÓGICO EN RÍOS

El *método de Muskingum* es un método de tránsito hidrológico que se usa comúnmente para manejar relaciones caudal-almacenamiento variables. Este método modela el almacenamiento volumétrico de creciente en un canal de un río mediante la combinación del almacenamiento de cuña y prisma (véase la figura 8.4.1). Durante el avance de la onda de creciente, el caudal de entrada es mayor que el caudal de salida, siendo un almacenamiento de cuña. Durante la recesión, el caudal de salida

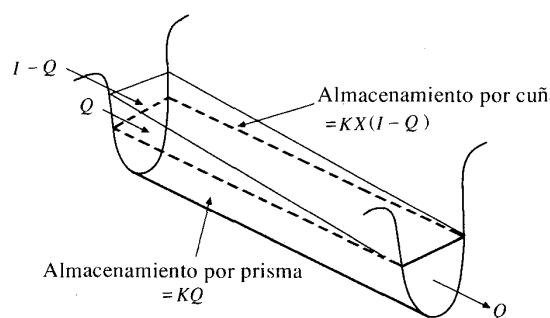


FIGURA 8.4.1
Almacenamientos por prisma
y por cuña en un tramo de un canal.

es mayor que el caudal de entrada resultando en una cuña negativa. Adicionalmente, existe un almacenamiento por *prisma* que está formado por un volumen de sección transversal constante a lo largo de la longitud del canal prismático.

Suponiendo que el área de la sección transversal del flujo de creciente es directamente proporcional al caudal en la sección, el volumen de almacenamiento por prisma es igual a KQ donde K es un coeficiente de proporcionalidad, y el volumen de almacenamiento por cuña es igual a $KX(I - Q)$, donde X es un factor de ponderación dentro del rango $0 \leq X \leq 0.5$. El almacenamiento total es por consiguiente la suma de dos componentes,

$$S = KQ + KX(I - Q) \quad (8.4.1)$$

la cual puede reordenarse para dar la función de almacenamiento para el método de Muskingum

$$S = K[XI + (1 - X)Q] \quad (8.4.2)$$

y representa un modelo lineal para el tránsito de caudales en corrientes.

El valor de X depende de la forma de almacenamiento por cuña modelado. El valor de X varía desde 0 para un almacenamiento tipo embalse hasta 0.5 para una cuña completamente desarrollada. Cuando $X = 0$, no existe cuña y por consiguiente no existe curva de remanso; éste es el caso para un embalse de piscina nivelada. En este caso la ecuación (8.4.2) resulta en un modelo de embalse lineal $S = KQ$. En corrientes naturales, X se encuentra entre 0 y 0.3 con un valor medio cercano a 0.2. No se necesita una gran precisión en la determinación de X debido a que los resultados del método son relativamente insensibles al valor de este parámetro. El parámetro K es el tiempo de tránsito de una onda de creciente a través del tramo de canal. En el capítulo 9 se describe un procedimiento conocido como el método de *Muskingum-Cunge* para determinar los valores de K y X con base en las características del canal y la tasa de flujo en el canal. Para el tránsito hidrológico, los valores de K y X se suponen especificados y constantes para todo el rango de flujo.

Los valores de almacenamiento en el tiempo j y $j + 1$ pueden escribirse, respectivamente, como

$$S_j = K[XI_j + (1 - X)Q_j] \quad (8.4.3)$$

y

$$S_{j+1} = K[XI_{j+1} + (1 - X)Q_{j+1}] \quad (8.4.4)$$

Utilizando las ecuaciones (8.4.3) y (8.4.4), el cambio del almacenamiento durante el intervalo de tiempo Δt (véase la figura 8.2.1) es

$$S_{j+1} - S_j = K\{[XI_{j+1} + (1 - X)Q_{j+1}] - [XI_j + (1 - X)Q_j]\} \quad (8.4.5)$$

El cambio en el almacenamiento también puede expresarse, utilizando la ecuación (8.2.2), como

$$S_{j+1} - S_j = \frac{(I_j + I_{j+1})}{2} \Delta t - \frac{(Q_j + Q_{j+1})}{2} \Delta t \quad (8.4.6)$$

Combinando las ecuaciones (8.4.5) y (8.4.6) y simplificando, se obtiene

$$Q_{j+1} = C_1 I_{j+1} + C_2 I_j + C_3 Q_j \quad (8.4.7)$$

que es la ecuación de tránsito para el método de Muskingum, donde

$$C_1 = \frac{\Delta t - 2KX}{2K(1-X) + \Delta t} \quad (8.4.8)$$

$$C_2 = \frac{\Delta t + 2KX}{2K(1-X) + \Delta t} \quad (8.4.9)$$

$$C_3 = \frac{2K(1-X) - \Delta t}{2K(1-X) + \Delta t} \quad (8.4.10)$$

Nótese que $C_1 + C_2 + C_3 = 1$.

Si se encuentran disponibles hidrogramas de entrada y salida observados para un tramo de río, pueden determinarse los valores de K y X . Suponiendo varios valores de X y utilizando valores conocidos de caudal de entrada y caudal de salida, pueden calcularse valores sucesivos del numerador y denominador para la siguiente expresión para K , deducida de las ecuaciones (8.4.5) y (8.4.6).

$$K = \frac{0.5 \Delta t [(I_{j+1} + I_j) - (Q_{j+1} + Q_j)]}{X(I_{j+1} - I_j) + (1-X)(Q_{j+1} - Q_j)} \quad (8.4.11)$$

Los valores calculados de denominador y de numerador se grafican para cada intervalo de tiempo, con el numerador en la escala vertical y el denominador en la escala horizontal. Esto usualmente produce una gráfica en forma de bucle. El valor de X que produzca el bucle más parecido a una línea única se toma como el valor correcto para ese tramo, y K , de acuerdo con la ecuación (8.4.11), es igual a la pendiente de esa línea. Como K es el tiempo requerido para que la onda de creciente incremental atraviese el tramo, su valor también puede estimarse como el tiempo de tránsito observado del pico de flujo a través del tramo.

Si no se encuentran disponibles los hidrogramas de entrada y de salida para determinar K y X , sus valores pueden estimarse utilizando el método de Muskingum-Cunge descrito en la sección 9.7.

Ejemplo 8.4.1 El hidrograma de entrada para el tramo de un río está dado en las columnas 1 y 2 de la tabla 8.4.1. Determine el hidrograma de flujo de salida para este tramo si $K = 2.3$ h, $X = 0.15$ y $\Delta t = 1$ h. El caudal de salida inicial es 85 pies³/s.

Solución. Se determinan los coeficientes C_1 , C_2 y C_3 utilizando las ecuaciones (8.4.8) a (8.4.10):

$$C_1 = \frac{1 - 2(2.3)(0.15)}{2(2.3)(1 - 0.15) + 1} = \frac{0.31}{4.91} = 0.0631$$

$$C_2 = \frac{1 + 2(2.3)(0.15)}{4.91} = \frac{1.69}{4.91} = 0.3442$$

$$C_3 = \frac{2(2.3)(1 - 0.15) - 1}{4.91} = \frac{2.91}{4.91} = 0.5927$$

Se verifica que la suma de los coeficientes C_1 , C_2 y C_3 sea igual a 1.

$$C_1 + C_2 + C_3 = 0.0631 + 0.3442 + 0.5927 = 1.0000$$

Para el primer intervalo de tiempo, el caudal de salida se determina utilizando los valores para I_1 e I_2 de la tabla 8.4.1, el caudal de salida inicial $Q_1 = 85$ cfs y la ecuación (8.4.7) con $j = 1$.

$$\begin{aligned} Q_2 &= C_1 I_2 + C_2 I_1 + C_3 Q_1 \\ &= 0.0631(137) + 0.3442(93) + 0.5927(85) \\ &= 8.6 + 32.0 + 50.4 \\ &= 91 \text{ cfs} \end{aligned}$$

tal como se muestra en las columnas (3) a (6) de la tabla 8.4.1. Los cálculos para los intervalos de tiempo siguientes usan el mismo procedimiento con $j = 2, 3, \dots$ para producir los resultados mostrados en la tabla 8.4.1. Los hidrogramas de caudal de entrada y de caudal de salida están graficados en la figura 8.4.2. Puede verse que el flujo de salida se retrasa con respecto al flujo de entrada aproximadamente 2.3 h, el cual es el valor de K utilizado en los cálculos y que representa el tiempo de tránsito en el tramo.

TABLA 8.4.1

Tránsito de caudal a través del tramo de un río por el método de Muskingum (ejemplo 8.4.1)

Columna: (1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Periodo de tránsito j (h)	Caudal de entrada I (cfs)	$C_1 I_{j+1}$ ($C_1 = 0.0631$)	$C_2 I_j$ ($C_2 = 0.3442$)	$C_3 Q_j$ ($C_3 = 0.5927$)	Caudal de salida Q (cfs)
1	93				85
2	137	8.6	32.0	50.4	91
3	208	13.1	47.2	54.0	114
4	320	20.2	71.6	67.7	159
5	442	27.9	110.1	94.5	233
6	546	34.5	152.1	137.8	324
7	630	39.8	187.9	192.3	420
8	678	42.8	216.8	248.9	509
9	691	43.6	233.4	301.4	578
10	675	42.6	237.8	342.8	623
11	634	40.0	232.3	369.4	642
12	571	36.0	218.2	380.4	635
13	477	30.1	196.5	376.1	603
14	390	24.6	164.2	357.3	546
15	329	20.8	134.2	323.6	479
16	247	15.6	113.2	283.7	413
17	184	11.6	85.0	244.5	341
18	134	8.5	63.3	202.2	274
19	108	6.8	46.1	162.4	215
20	90	5.7	37.2	127.6	170

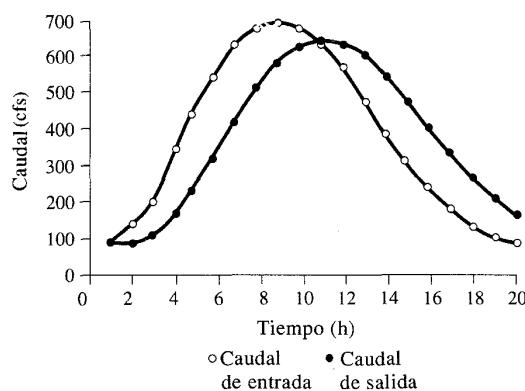


FIGURA 8.4.2
Tránsito de caudal a través del tramo de un río por el método de Muskingum (ejemplo 8.4.1).

8.5 MODELO DE EMBALSE LINEAL

Un *embalse lineal* es aquel cuyo almacenamiento está linealmente relacionado con su caudal de salida mediante una *constante de almacenamiento K*, que tiene dimensiones de tiempo porque S es un volumen mientras que Q es una tasa de flujo.

$$S = kQ \quad (8.5.1)$$

El modelo del embalse lineal puede deducirse del modelo general del sistema hidrológico [véase la ecuación (7.1.6)] haciendo $M(D) = 1$ y permitiendo que $N(D)$ tenga una raíz de $-1/k$ haciendo $N(D) = 1 + kD$. Puede demostrarse en forma adicional que si, en la ecuación (7.1.6), $M(D) = 1$ y $N(D)$ tiene n raíces reales $-1/k_1, -1/k_2, \dots$,

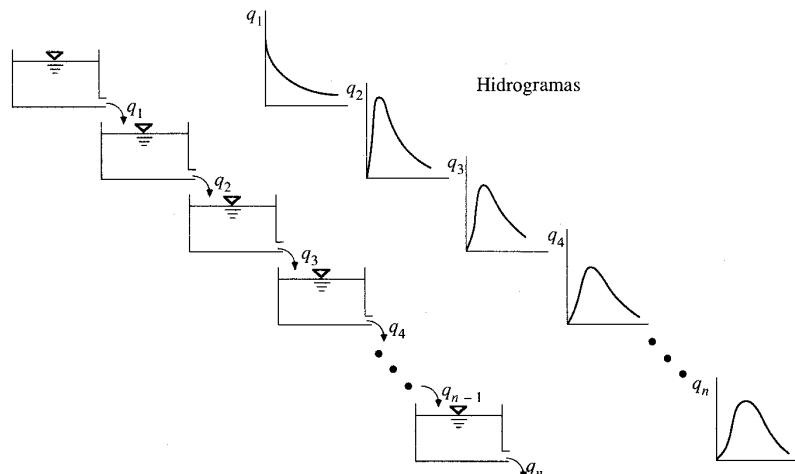


FIGURA 8.5.1
Embalses lineales en serie.

$-1/k_n$, el sistema descrito es una cascada de n embalses lineales en serie, que tiene constantes de almacenamiento k_1, k_2, \dots, k_n respectivamente. El concepto de un embalse lineal fue introducido por primera vez por Zoch (1934, 1936, 1937) en un análisis de la relación entre lluvia y escorrentía. Un embalse lineal único es un caso simplificado del modelo de Muskingum con $X = 0$. Las funciones respuesta de impulso, pulso y paso de un embalse lineal están graficadas en la figura 7.2.4.

Embalses lineales en serie

Una cuenca puede representarse por una serie de n embalses lineales idénticos (véase la figura 8.5.1) cada uno de ellos con la misma constante de almacenamiento k (Nash, 1957). Transitando un flujo de entrada de volumen unitario a través de n embalses lineales, puede deducirse un modelo matemático para el hidrograma unitario instantáneo (IUH, por sus siglas en inglés) de las series. La función impulso respuesta para un embalse lineal fue deducida en el ejemplo (7.2.1) como $u(t - \tau) = (1/k) \exp[-(t - \tau)/k]$. Este será el caudal de salida del primer embalse, y constituye el caudal de entrada para el segundo embalse con τ sustituido por $t - \tau$, es decir, para el segundo embalse $I(\tau) = (1/k) \exp[-(t - \tau)/k]$. La integral de convolución (7.2.1) arroja el caudal de salida para el segundo embalse como

$$\begin{aligned} q_2(t) &= \int_0^t I(\tau)u(t - \tau)d\tau \\ &= \int_0^t \left(\frac{1}{k}\right) e^{-\tau/k} \frac{1}{k} e^{-(t-\tau)/k} d\tau \\ &= \frac{t}{k^2} e^{-t/k} \end{aligned} \quad (8.5.2)$$

Este flujo de salida se usa como el flujo de entrada para el tercer embalse. La continuación de este procedimiento dará el caudal de salida q_n del n -ésimo embalse como

$$u(t) = q_n(t) = \frac{1}{k\Gamma(n)} \left(\frac{t}{k}\right)^{n-1} e^{-t/k} \quad (8.5.3)$$

donde $\Gamma(n) = (n - 1)!$ Cuando n no es un entero, $\Gamma(n)$ puede ser interpolado a partir de tablas para la función gamma (Abramowitz y Stegun, 1965). Esta ecuación expresa el hidrograma unitario instantáneo del modelo propuesto; matemáticamente, es la función de distribución de probabilidad gamma. La integral de la parte derecha de la ecuación sobre t desde cero hasta infinito es igual a 1.

Puede demostrarse que el primero y el segundo momento del IUH alrededor del origen $t = 0$ son respectivamente

$$M_1 = nk \quad (8.5.4)$$

y

$$M_2 = n(n + 1)k^2 \quad (8.5.5)$$

El primer momento, M_{I_1} , representa el tiempo de retardo del centroide del área bajo el IUH. Aplicando el IUH en la integral de convolución para relacionar el hietograma de exceso de lluvia (ERH) con el hidrograma de escorrentía directa (DRH), el principio de linealidad requiere que cada elemento infinitesimal del ERH produzca su correspondiente DRH con el mismo tiempo de retardo. En otras palabras, la diferencia de tiempo entre los centroides de las áreas bajo el ERH y el DRH debe ser igual a M_{I_1} .

Por el método de los momentos, los valores de k y n pueden calcularse de unos ERH y DRH dados, teniendo así un cálculo simple pero aproximado del IUH tal como se expresa por medio de la ecuación (8.5.3). Si M_{I_1} es el primer momento del ERH alrededor del tiempo de origen dividido por la lluvia efectiva total, y M_{Q_1} es el primer momento del DRH alrededor del tiempo de origen dividido por la escorrentía directa total, entonces

$$M_{Q_1} - M_{I_1} = nk \quad (8.5.6)$$

Si M_{I_2} es el segundo momento del ERH alrededor del origen del tiempo dividido por el exceso total de lluvia, y M_{Q_2} es el segundo momento del DRH alrededor del origen del tiempo dividido por el tiempo total de la escorrentía directa, puede demostrarse que

$$M_{Q_2} - M_{I_2} = n(n + 1)k^2 + 2nkM_{I_1} \quad (8.5.7)$$

Como los valores de M_{I_1} , M_{Q_1} , M_{I_2} y M_{Q_2} pueden calcularse de la información hidrológica dada, los valores de n y k pueden calcularse utilizando las ecuaciones (8.5.6) y (8.5.7), determinando el IUH. Debe notarse que los valores de n y k calculados pueden variar algo aun para errores pequeños en los momentos calculados; para mejorar la precisión, deben utilizarse en los cálculos en un pequeño intervalo de tiempo y muchas cifras significativas.

Ejemplo 8.5.1 Dados el ERH y el DRH mostrados en la figura 8.5.2, determine n y k para el IUH.

Solución. Determine los momentos del hietograma de exceso de lluvia y del hidrograma de escorrentía directa. Cada bloque en el ERH y el DRH tiene una duración de 6 h = $6 \times 3,600 = 21,600$ s. La lluvia se ha convertido a unidades de m^3/s multiplicándola por el área de la cuenca para hacerla dimensionalmente consistente con la escorrentía. La suma de las ordenadas en el ERH y en el DRH es $700 \text{ m}^3/\text{s}$, luego el área bajo cada gráfica es $700 \times 6 = 4,200 (\text{m}^3/\text{s}) \cdot \text{h}$.

$$\begin{aligned} M_{I_1} &= \sum \left[\frac{\text{área incremental} \times \text{brazo de momento}}{\text{área total}} \right] \\ &= \frac{6}{4,200} [100 \times 3 + 300 \times 9 + 200 \times 15 + 100 \times 21] \\ &= 11.57 \text{ h} \end{aligned}$$

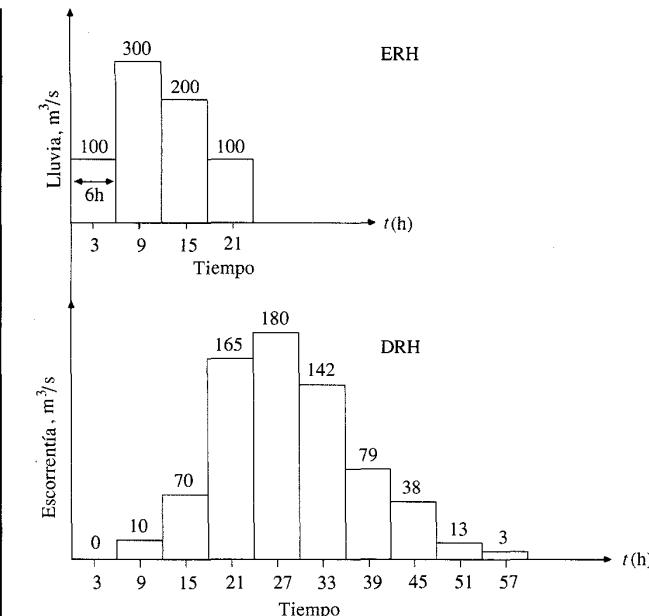


FIGURA 8.5.2

Hietograma de exceso de lluvia (ERH) e hidrograma de escorrentía directa (DRH) para el cálculo de n y k en un modelo de embalse lineal (ejemplo 8.5.1).

El segundo momento de área se calcula utilizando el teorema de los ejes paralelos.

$$\begin{aligned} M_{I_2} &= \left\{ \sum [\text{área incremental} \times (\text{brazo de momento})^2] \right. \\ &\quad \left. + \sum [\text{segundo momento alrededor del centroide para cada incremento}] \right\} / \text{área total} \\ &= \frac{1}{4,200} \left\{ 6[100 \times 3^2 + 300 \times 9^2 + 200 \times 15^2 + 100 \times 21^2] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{12} 6^3 [100 + 300 + 200 + 100] \right\} \\ &= 166.3 \text{ h}^2 \end{aligned}$$

Utilizando un cálculo similar para el hidrograma de escorrentía directa

$$M_{Q_1} = 28.25 \text{ h}$$

$$M_{Q_2} = 882.8 \text{ h}^2$$

Resuelva para nk usando la ecuación (8.5.6):

$$\begin{aligned} nk &= M_{Q_1} - M_{I_1} \\ &= 28.25 - 11.57 \\ &= 16.68 \end{aligned}$$

Resuelva para n y k usando la ecuación (8.5.7)

$$\begin{aligned} M_{Q_2} - M_{I_2} &= n(n+1)k^2 + 2nkM_{I_1} \\ &= n^2k^2 + nk \times k + 2nkM_{I_1} \end{aligned}$$

Luego

$$882.8 - 166.3 = (16.68)^2 + 16.68k + 2 \times 16.68 \times 11.57$$

y resolviendo se obtiene

$$k = 3.14 \text{ h}$$

Por consiguiente

$$\begin{aligned} n &= \frac{16.68}{k} \\ &= \frac{16.68}{3.14} \\ &= 5.31 \end{aligned}$$

Estos valores de n y k pueden sustituirse en la ecuación (8.5.3) para determinar el IUH correspondiente a esta cuenca. Utilizando los métodos descritos en la sección 7.2, puede determinarse el hidrograma unitario correspondiente a una duración específica de lluvia.

Modelos compuestos

En la modelación hidrológica, los embalses lineales también pueden unirse en paralelo. Los embalses lineales pueden utilizarse para modelar el agua subsuperficial en una fase saturada (Kraijenhoff van der Leur, 1958), de la misma manera que en los problemas de aguas superficiales. Diskin et al. (1978) presentaron un modelo en cascada paralela para cuencas urbanas. La entrada al modelo es el histograma de lluvia total, el cual alimenta dos cascadas paralelas de embalses lineales, para las áreas impermeables y permeables de la cuenca, respectivamente. De esta manera se determinan aisladamente los histogramas de exceso de lluvia para las áreas permeables e impermeables, los cuales se usan como entradas a los dos embalses lineales en cascada.

Embalses lineales en serie y en paralelo pueden combinarse para modelar un sistema hidrológico. El uso de embalses lineales en serie representa el efecto de almacenamiento de un sistema hidrológico, que resulta en un desplazamiento en el tiempo de nk entre el centroide del flujo de entrada y el centroide del flujo de salida tal como está dado por la ecuación (8.5.6). Un canal lineal es un canal idealizado en el cual el tiempo requerido para transportar un caudal a través del canal es constante (Chow, 1964). Para modelar el efecto combinado de almacenamiento y trasla-

ción, puede utilizarse el embalse lineal junto con un canal lineal. Se han propuesto otros modelos compuestos más elaborados. Dooge (1959) sugirió una serie alterna de canales lineales y embalses lineales. Para este modelo, el área de drenaje de una cuenca se divide en un cierto número de subáreas, por medio de *isocronas*, las cuales son líneas de tiempo de tránsito constante hacia la salida de la cuenca. Cada subárea se representa por un canal lineal en serie con un embalse lineal. La salida del canal lineal se representa por la porción de un diagrama tiempo-área correspondiente a la subárea. Este flujo de salida, junto con el flujo de salida de las subáreas precedentes, sirve como flujo de entrada al embalse lineal.

También se han desarrollado modelos de embalses lineales aleatorios, en los cuales la constante de almacenamiento k está relacionada con el orden de corriente de Horton (sección 5.8) de la subárea drenada. Considerando la red de ríos y corrientes que drenan una cuenca como una combinación aleatoria de embalses lineales, con el mecanismo de combinación manejado por las leyes de Horton sobre ordenamiento de corrientes, es posible desarrollar un *hidrograma unitario instantáneo geomórfico*, cuya forma se relaciona con el patrón de la corriente en la cuenca (Boyd, et al., 1979; Rodríguez-Iturbe y Valdés, 1979; Gupta, et al., 1980; Gupta, Rodríguez-Iturbe y Wood, 1986).

REFERENCIAS

- Abramowitz, M., y I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New York, 1965. Boyd, M. J., D. H. Pilgrim y I. Cordery, A storage routing model based on catchment geomorphology, *J. Hydrol.*, vol. 42, pp. 209-230. 1979.
- Carnahan, B., H. A. Luther, y J. O. Wilkes, *Applied Numerical Methods*. Wiley, New York, 1969.
- Chow, V. T., A practical procedure of flood routing. *Civ. Eng. and Public Works Rev.*, vol. 46, No. 542, pp. 586-588, agosto 1951.
- Chow, V. T., *Open-channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York, p. 529, 1959.
- Chow, V. T., Runoff, en *Handbook of Applied Hydrology*, sec. 14, pp. 14-30, McGraw-Hill, New York, 1964.
- Diskin, M. H., S. Ince, y K. Oben-Nyarko, Parallel cascades model for urban watersheds, *J. Hyd. Div. Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 104, No. HY2, pp. 261-276, febrero 1978.
- Dooge, J. C. I., A general theory of the unit hydrograph. *J. Geophys. Res.*, vol. 64, No. 1, pp. 241-256, 1959.
- Gupta, V. K., E. Waymire, y C. T. Wang, A representation of an instantaneous unit hydrograph from geomorphology, *Water Resour. Res.*, vol. 16, No. 5, pp. 855-862, 1980.
- Gupta, V. K., I. Rodríguez-Iturbe, y E. F. Wood, *Scale Problems in Hydrology*, D. Reidel, Dordrecht, Holland, 1986.
- Kraijenhoff van der Leur, D. A., A study of non-steady groundwater flow with special reference to a reservoir-coefficient. *De Ingenieur*, vol. 70, No. 19, pp. B87-B94, 1958.
- Nash, J. E., The form of the instantaneous unit hydrograph. IASH publicación No. 45, vol. 3-4, pp. 114-121, 1957.
- Rodríguez-Iturbe, I., y J. B. Valdés. The geomorphological structure of hydrologic response. *Water Resour. Res.*, vol. 15, No. 6, pp. 1409-1420, 1979.
- Zoch, R. T., On the relation between rainfall and stream flow, *Monthly Weather Rev.*, vols. 62, 64, 65: pp. 315-322, 105-121, 135-147; 1934, 1936, 1937, respectivamente.

PROBLEMAS

- 8.2.1** Las características de almacenamiento vs. caudal de salida para un embalse propuesto están dadas a continuación. Calcule la función almacenamiento-caudal de salida $2S/\Delta t + Q$ vs. Q para cada uno de los valores tabulados si $\Delta t = 2$ h. Elabore una gráfica de la función almacenamiento-caudal de salida.

Almacenamiento (10^6 m^3)	75	81	87.5	100	110.2
Caudal de salida (m^3/s)	57	227	519	1,330	2,270

- 8.2.2** Utilice el método de tránsito de piscina nivelada para transitar el hidrograma dado a continuación a través del embalse cuyas características de almacenamiento-caudal de salida están dadas en el problema 8.2.1. ¿Cuáles son el máximo almacenamiento y el máximo caudal de salida del embalse? Suponga que inicialmente el embalse contiene $75 \times 10^6 \text{ m}^3$ de almacenamiento.

Tiempo (h)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Caudal de entrada (m^3/s)	60	100	232	300	520	1,310	1,930	1,460	930	650

- 8.2.3** Resuelva el problema 8.2.2 suponiendo que el almacenamiento inicial en el embalse es $87.5 \times 10^6 \text{ m}^3$.
- 8.2.4** Resuelva el ejemplo 8.2.1 si la profundidad inicial en el embalse es de dos pies. ¿En cuánto aumenta este cambio el nivel máximo del agua en el embalse en comparación con el nivel encontrado en el ejemplo 8.2.1?
- 8.2.5** La capacidad de almacenamiento y la relación cabeza-caudal de salida para un embalse de control de crecientes están dadas en las siguientes tablas. Transite el hidrograma de creciente de diseño dado a continuación a través del embalse hasta el tiempo 6:00. El nivel inicial en el embalse es 3.15 m. Use un intervalo de tránsito de $\Delta t = 15 \text{ min}$.

Nivel (m)	3.15	3.30	3.45	3.60	3.75	3.90	4.05		
Almacenamiento (m^3)	15	49	110	249	569	1,180	2,180		
Caudal (m^3/s)	0	0.21	0.72	1.25	1.89	2.61	3.40		
Nivel	4.08	4.15	4.20	4.27	4.35	4.50			
Almacenamiento	2,440	3,140	4,050	5,380	8,610	18,600			
Caudal	3.57	3.91	4.25	4.62	5.21	6.20			
Tiempo (h:min)	0:00	0:15	0:30	0:45	1:00	1:15	1:30	1:45	2:00
Caudal de entrada (m^3/s)	0	0.04	0.12	0.25	0.53	1.10	3.00	6.12	8.24
Tiempo	2:15	2:30	2:45	3:00	3:15	3:30	3:45	4:00	4:15
Caudal de entrada	9.06	9.20	8.75	8.07	7.36	6.66	5.98	5.32	4.67
Tiempo	4:30	4:45	5:00	5:15	5:30	5:45	6:00		
Caudal de entrada	4.11	3.65	3.29	3.00	2.73	2.49	2.27		

- 8.2.6** Considere un embalse de detención de 2 acres con paredes verticales. El hidrograma de flujo de entrada triangular se incrementa linealmente desde cero hasta un pico de 540 cfs en el minuto 60 y luego decrece linealmente hasta un caudal cero en el minuto 180. Transite el hidrograma de entrada a través del embalse de detención utilizando la curva cabeza-caudal para el vertedero de tubo de 5 pies dado en la tabla 8.2.2. El tubo se localiza en el fondo del embalse. Suponiendo que el embalse está inicialmente vacío, utilice el procedimiento de tránsito de piscina nivelada con un

intervalo de tiempo de 10 minutos para determinar la profundidad máxima en el embalse de detención.

- 8.3.1** Resuelva el problema 8.2.6 utilizando el método de Runge-Kutta de tercer orden con un intervalo de tiempo de 10 minutos, para determinar la profundidad máxima.
- 8.3.2** Escriba un programa de computador para llevar a cabo el tránsito utilizando el método de tercer orden de Runge-Kutta. Luego resuelva el problema 8.3.1.
- 8.3.3** Utilice el método de Runge-Kutta de tercer orden para transitar el hidrograma de entrada dado a continuación a través de un embalse de detención urbano con las siguientes características. Utilice un intervalo de tiempo de 3 minutos para el tránsito.

Elevación sobre el NMDM (pies)	1,000	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050
Área superficial	1	10	15	20	25	30

El embalse de detención tiene un vertedero de conducto de 20 pies² de área con una elevación de la entrada en la cota 1,002 pies y un vertedero de cresta libre de 80 pies de longitud en la cota 1,011 pies. Las ecuaciones del caudal de salida para los vertederos de conductos de cresta libre están dadas en la tabla 8.2.1. Suponga que el vertedero de conducto funciona como un *culvert* controlado en la entrada sumergida con un coeficiente de descarga $C_d = 0.7$, y el vertedero de cresta libre tiene los coeficientes de descarga $C(Q = CLH^{3/2})$ tabulados de la siguiente forma

Cabeza H (pies)	0.0-0.2	0.2-0.4	0.4-0.6	0.6-0.8	0.8-1.0
Coeficiente del vertedero C	2.69	2.72	2.95	2.85	2.98
Cabeza H	1.0-1.2	1.2-1.4	1.4-1.6	1.6-1.8	> 1.8
Coeficiente del vertedero C	3.08	3.20	3.28	3.31	3.35

Hidrograma de entrada

Tiempo (min)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
Caudal de entrada (cfs)	0	60	133	222	321	427	537	650	772
Tiempo	27	30	33	36	39	42	45	48	51
Caudal de entrada	902	1,036	1,174	1,312	1,451	1,536	1,571	1,580	1,568
Tiempo	54	57	60	63	66	69	72	75	78
Caudal de entrada	1,548	1,526	1,509	1,493	1,479	1,464	1,443	1,417	1,384
Tiempo	81	84	87	90	93	96	99	102	105
Caudal de entrada	1,345	1,298	1,244	1,184	1,120	1,051	979	904	827
Tiempo	108	111	114	117	120	123	126	129	132
Caudal de entrada	748	669	588	508	427	373	332	302	278
Tiempo	135	138	141	144	147				
Caudal de entrada	260	246	235	225	217				

- 8.3.4** Resuelva el problema 8.3.3 para intervalos de tiempo de 6 y 12 minutos. Compare los resultados para los intervalos de tiempo de tránsito de 3, 6 y 12 minutos.

- 8.3.5** Escriba un programa de computador para el tránsito a través de embalses de detención utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden desarrollado por Gill (Carnahan et al., 1969). La ecuación de continuidad se aproxima como:

$$\frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{I(t) - Q(H)}{A(H)} = f(t, H)$$

La profundidad desconocida $H_{t+\Delta t}$ en el tiempo $t + \Delta t$, se expresa como

$$H_{t+\Delta t} = H_t + \frac{\Delta t}{6} \left[k_1 + 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) k_2 + 2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) k_3 + k_4 \right]$$

donde

$$k_1 = \left[\frac{I(t) - Q(H_t)}{A(H_t)} \right]$$

$$k_2 = \left[\frac{I\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - Q\left(H_t + \frac{\Delta t}{2} k_1\right)}{A\left(H_t + \frac{\Delta t}{2} k_1\right)} \right]$$

$$k_3 = \frac{I\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - Q(H_1)}{A(H_1)}$$

$$k_4 = \left[\frac{I(t + \Delta t) - Q(H_2)}{A(H_2)} \right]$$

donde

$$H_1 = H_t + \Delta t \left[\left(-0.5 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) k_1 + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) k_2 \right]$$

$$H_2 = H_t - \frac{\Delta t}{\sqrt{2}} k_2 + \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (\Delta t) k_3$$

$A(H)$ se interpola de la relación elevación-superficie de agua.

- 8.3.6** Utilizando el programa de computador escrito en el problema 8.3.5, resuelva el problema 8.3.1.
- 8.3.7** Utilizando el programa de computador escrito en el problema 8.3.5, resuelva el problema 8.3.3.
- 8.3.8** En este problema es necesario determinar la escorrentía de una cuenca particular y transitar el hidrograma de escorrentía a través de un embalse localizado en el extremo de aguas abajo de la cuenca. El embalse tiene las siguientes características almacenamiento-caudal de salida:

Almacenamiento (ac·pie)	0	200	300	400	500	600	700	1,100
Caudal de salida (cfs)	0	2	20	200	300	350	450	1,200

La lluvia es:

Tiempo (h)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
Profundidad de lluvia acumulada (pulg)	0	1.0	3.00	4.00	4.5			

El hidrograma unitario de media hora es:

Tiempo (h)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
Caudal (cfs/pulg)	0	200	500	800	700	600	500	400
Tiempo	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0			
Caudal	300	200	100	500	0			

El índice ϕ de 0.8 pulg/h se utiliza para tener en cuenta las pérdidas. Determine el caudal pico de salida del embalse suponiendo un flujo base cero. ¿Cuál es el área de la cuenca en millas cuadradas?

- 8.4.1** Demuestre que el intervalo entre los centroides del flujo de entrada y del flujo de salida en el método de Muskingum es una constante que tiene dimensiones de tiempo.

- 8.4.2** Suponiendo $K = 24$ h y $X = 0.2$, transite una creciente hipotética que tiene una tasa de flujo constante de 1,000 unidades y dura un día, a través de un embalse cuyo almacenamiento está simulado por la ecuación de Muskingum. Grafique los hidrogramas de flujo de entrada y flujo de salida. Suponga que el flujo de salida inicial es cero.

- 8.4.3** Usando los hidrogramas de flujo de entrada y flujo de salida dados a continuación para un canal, determine K y X .

Tiempo (min)	0	3	6	9	12	15	18	21
Caudal de entrada al canal (cfs)	0	60	120	180	240	300	364	446
Caudal de salida del canal (cfs)	0	0	13	42	81	127	178	231
Tiempo	24	27	30	33	36	39	42	45
Caudal de entrada al canal	530	613	696	776	855	932	948	932
Caudal de salida del canal	293	363	437	514	593	672	757	822
Tiempo	48	51	54	57	60	63	66	69
Caudal de entrada al canal	914	911	921	941	958	975	982	980
Caudal de salida del canal	861	879	888	897	910	924	940	954
Tiempo	72	75	78	81	84	87	90	93
Caudal de entrada al canal	969	951	925	890	852	810	767	717
Caudal de salida del canal	964	968	965	956	938	919	884	851
Tiempo	96	99	102	105	108	111	114	117
Caudal de entrada al canal	668	618	566	514	462	410	359	309
Caudal de salida del canal	812	769	725	677	629	579	528	478
Tiempo	120	123	126	129	132	135	138	141
Caudal de entrada al canal	261	248	238	229	222	216	210	205
Caudal de salida del canal	427	373	332	302	278	260	246	235
Tiempo	144	147						
Caudal de entrada al canal	199	194						
Caudal de salida del canal	225	217						

- 8.4.4** Un tramo de canal tiene una longitud de 4,400 pies y coeficientes de Muskingum $K = 0.24 \text{ h}$ y $X = 0.25$. Transite el siguiente hidrograma de flujo de entrada a través de este tramo. Suponga un flujo de salida inicial de 739 cfs.

Tiempo (h)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Caudal de entrada (cfs)	819	1,012	1,244	1,537	1,948	2,600	5,769
Tiempo	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
Caudal de entrada	12,866	17,929	20,841	21,035	20,557	19,485	14,577
Tiempo	7.0	7.5	8.0				
Caudal de entrada	9,810	6,448	4,558				

- 8.4.5** Una cuenca se divide en dos subáreas A y B. La escorrentía superficial de la subárea A entra en un canal en el punto 1 y fluye hacia el punto 2 donde la escorrentía de la subárea B se adiciona al hidrograma y el flujo combinado transita a través de un embalse. Determine el hidrograma de caudal de salida del embalse, suponiendo que éste está inicialmente vacío. ¿Cuáles son las áreas de las subáreas A y B en millas cuadradas?

El embalse tiene las siguientes características almacenamiento-caudal de salida:

Almacenamiento (ac · pie)	0	220	300	400	500	600	700	1,100
Caudal de salida (cfs)	0	2	20	200	300	350	450	1,200

El canal desde el punto 1 hasta el punto 2 tiene como parámetros de Muskingum $K = 0.5$ horas y $X = 0.25$. La subárea A no se encuentra desarrollada y la subárea B tiene un desarrollo residencial. Como resultado el índice ϕ para la subárea A es 0.8 pulg/h y el índice ϕ para B es 0.2 pulg/h. La tormenta es

Tiempo (h)	0	0.5	1.0	1.5	2.0
Profundidad de lluvia acumulada (pulg)	0	1.0	3.0	4.0	4.5

Los hidrogramas unitarios de media hora para las subáreas A y B son

Tiempo (h)	Hidrograma unitario subárea A (cfs/pulg)	Hidrograma unitario subárea B (cfs/pulg)
0	0	0
0.5	100	200
1.0	200	500
1.5	300	800
2.0	400	700
2.5	350	600
3.0	300	500
3.5	250	400
4.0	200	300
4.5	150	200
5.0	100	100
5.5	50	50
6.0	0	0

TRÁNSITO AGREGADO DE CRECIENTES

- 8.5.1** Para un sistema hidrológico lineal se supone que el almacenamiento en el sistema $S(t)$ es directamente proporcional a la salida $Q(t)$, o $S(t) = kQ(t)$ donde k es una constante de almacenamiento. En la condición inicial la salida es cero. Deduza una ecuación para la salida $Q(t)$ en términos de la entrada $I(t)$ y de la constante de almacenamiento k .
- 8.5.2** ¿Cuál es la dimensión de la constante de almacenamiento en el problema 8.5.1? Tomeno $k = 1$ unidad, construya una curva que muestre la relación entre Q/I y tiempo. Suponga que el caudal de entrada es constante.
- 8.5.3** Suponiendo que la entrada $I(t)$ a un embalse lineal finaliza en t_0 , deduzca una ecuación para la salida para $t > t_0$.
- 8.5.4** Demuestre que el caudal pico del IUH para un sistema hidrológico modelado mediante una serie de n embalses lineales, cada uno con una constante de almacenamiento k , es

$$u(t)_{\max} = \frac{1}{k\Gamma(n)} e^{1-n}(n-1)^{n-1}$$

- 8.5.5** Demuestre que el primero y el segundo momento de área del IUH modelado para una serie de n embalses lineales, cada uno con una constante de almacenamiento k , alrededor del tiempo de origen son

$$M_1 = nk$$

y

$$M_2 = n(n+1)k^2$$

- 8.5.6** Si C_{I_2} , C_{Q_2} y C_2 son los segundos momentos a través de los centroides de áreas de los ERH, DRH e IUH, respectivamente, demuestre que

$$C_{Q_2} = C_{I_2} + C_2$$

- 8.5.7** Si el primero y el segundo momento de área del ERH y del DRH alrededor del tiempo de origen son M_{I_1} , M_{I_2} , M_{Q_1} y M_{Q_2} , respectivamente, demuestre que para n embalses lineales en serie

$$M_{Q_2} - M_{I_2} = n(n+1)k^2 + 2nkM_{I_1}$$

- 8.5.8** Determine el IUH por el método de n embalses lineales para una cuenca con un área de drenaje de 36 km^2 suponiendo abstracciones de 0.5 cm/h y un flujo base constante de $5 \text{ m}^3/\text{s}$. Utilice la siguiente información.

Periodo de 6-h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lluvia cm/h	1.5	3.5	2.5	1.5						
Caudal m^3/s	15	75	170	185	147	84	43	18	8	

- 8.5.9** Determine el IUH para un modelo de sistema hidrológico compuesto de dos embalses lineales con constantes k_1 y k_2 respectivamente a) en serie y b) en paralelo, si las entradas al sistema están divididas entre los embalses de acuerdo con la relación de x a y donde $x + y = 1$. Determine sus centroides.

- 8.5.10** Demuestre que la siguiente expresión es una solución de la ecuación de Muskingum:

$$Q(t) = \frac{1}{1-X} I(0)e^{-t/K(1-X)} - \frac{X}{1-X} I(t)$$

$$+ \frac{1}{K(1-X)^2} \int_0^t e^{-\tau/K(1-X)} I(t-\tau) d\tau$$

con τ igual a la duración de $I(t)$ e $I(0) = Q(0)$. Demuestre que el IUH es

$$u(t) = \frac{1}{K(1-X)^2} e^{-t/K(1-X)} - \frac{X}{1-X} \delta(t)$$

donde $\delta(t)$ es la entrada de impulso unitario, es decir, el límite de $I(\tau)$ a medida que τ se approxima a cero.

CAPÍTULO

9

TRÁNSITO DISTRIBUIDO DE CRECIENTES

El flujo de agua a través del suelo y de los canales en una cuenca es un proceso distribuido porque el caudal, la velocidad y la profundidad varían en el espacio a través de la cuenca. Estimaciones de los caudales o niveles de agua en puntos importantes de sistemas de canales pueden obtenerse utilizando un modelo de *tránsito distribuido de crecientes*. Este tipo de modelos está basado en ecuaciones diferenciales parciales (las ecuaciones de Saint-Venant para flujo unidimensional) que permiten el cálculo de caudal y del nivel de agua como funciones del espacio y del tiempo, en lugar del tiempo únicamente como en los modelos agregados descritos en los capítulos 7 y 8.

El cálculo del nivel de agua de una creciente es necesario porque este nivel delinea la planicie de inundación y determina la altura requerida por estructuras tales como puentes y diques; el cálculo de los caudales de crecientes también es importante, primero porque el caudal determina el nivel del agua, y segundo, porque el diseño de cualquier estructura de almacenamiento de la creciente tal como un embalse de detención o estanque requiere de una estimación del hidrograma de flujo de entrada. Como alternativa al uso de un modelo de tránsito distribuido de crecientes, está el uso de un modelo agregado para calcular el caudal en el lugar deseado y luego calcular el correspondiente nivel de agua suponiendo un flujo permanente no uniforme a lo largo del canal en ese sitio. La ventaja de un modelo de tránsito distribuido de crecientes sobre esta segunda alternativa es que el modelo distribuido calcula el caudal y el nivel de agua simultáneamente y no por separado, de tal manera que el modelo aproxima mejor la naturaleza de flujo no permanente no uniforme propio de la propagación de la creciente en el canal.

Los modelos de tránsito distribuido de crecientes pueden utilizarse para describir la transformación de lluvia en escorrentía en una cuenca para producir el hidrograma de flujo a la salida de ésta, y luego tomar este hidrograma como la información de entrada en el extremo de la corriente aguas arriba de un río o un sistema de tuberías y transitarlo hacia el extremo de la corriente aguas abajo. Los modelos distribuidos también pueden utilizarse para transitar flujos bajos, tales como los caudales de aguas de irrigación a través de un sistema de canales o de ríos. El pro-

ceso real de flujo en todas estas aplicaciones varían en las tres dimensiones espaciales; por ejemplo, la velocidad en un río varía a lo largo y a lo ancho del mismo y también desde la superficie del agua hasta el lecho del río. Sin embargo, para muchas aplicaciones prácticas, las variaciones espaciales de la velocidad a lo ancho del canal y con respecto a la profundidad pueden ignorarse, de tal manera que el proceso de flujo puede aproximarse como si variara solamente en una dimensión espacial, a lo largo del canal o en la dirección de flujo. Las *ecuaciones de Saint-Venant*, desarrolladas por primera vez por Barre de Saint-Venant en 1871, describen el flujo unidimensional no permanente en un canal abierto, que es aplicable en este caso.

9.1 ECUACIONES DE SAINT-VENANT

Las siguientes suposiciones son necesarias para la deducción de las ecuaciones de Saint-Venant:

1. El flujo es unidimensional; la profundidad y la velocidad varían solamente en la dirección longitudinal del canal. Esto implica que la velocidad del agua es constante y que la superficie del agua es horizontal en cualquier sección transversal perpendicular al eje longitudinal del canal.
2. Se supone que el flujo varía gradualmente a lo largo del canal, de tal manera que la presión hidrostática prevalece y las aceleraciones verticales pueden despreciarse (Chow, 1959).
3. El eje longitudinal del canal es aproximadamente una línea recta.
4. La pendiente del fondo del canal es pequeña y el lecho es fijo; es decir, los efectos de socavación y deposición son despreciables.
5. Los coeficientes de resistencia para flujo uniforme permanente turbulento son aplicables de tal forma que relaciones tales como la ecuación de Manning pueden utilizarse para describir los efectos de resistencia.
6. El fluido es incompresible y de densidad constante a lo largo del flujo.

Ecuación de continuidad

La *ecuación de continuidad* para un flujo no permanente de densidad variable a través de un volumen de control puede escribirse como en la ecuación (2.2.1):

$$0 = \frac{d}{dt} \iint_{v.c.} \rho dA + \iint_{s.c.} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (9.1.1)$$

Considérese un volumen de control elemental de longitud dx en un canal. La figura 9.1.1 muestra tres vistas del volumen de control: *a*) una vista en alzada desde el lado (corte longitudinal), *b*) una vista en planta desde arriba, y *c*) una sección transversal del canal. El caudal de entrada en el volumen de control es la suma del caudal Q que entra en el volumen de control desde el extremo de aguas arriba del canal y del *caudal de entrada lateral* q que entra en el volumen de control como flujo distribuido a lo largo de los lados del canal. Las dimensiones de q son las de caudal por unidad de longitud de canal, de tal manera que el caudal de entrada lateral es $q dx$ y la tasa de entrada de masa es

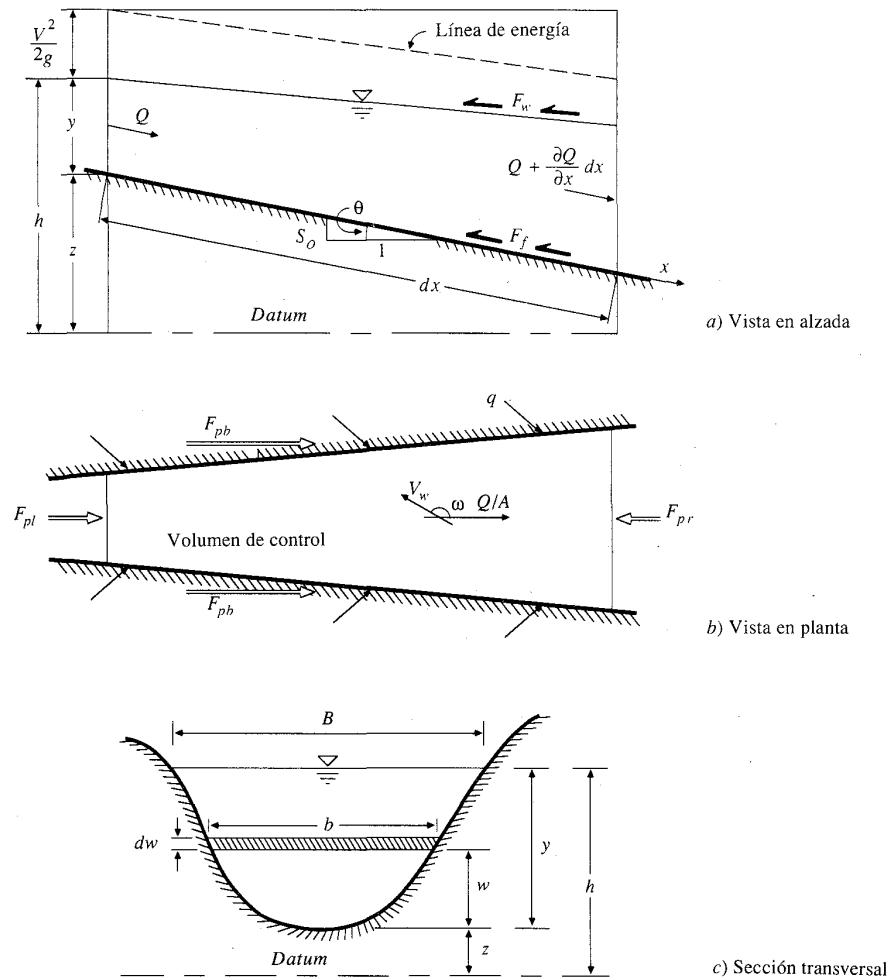


FIGURA 9.1.1
Tramo elemental de un canal para la deducción de las ecuaciones de Saint-Venant.

$$\iint_{\text{entrada}} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = -\rho(Q + q dx) \quad (9.1.2)$$

Es negativa porque los flujos de entrada se consideran como negativos en el teorema de transporte de Reynolds. El flujo de masa hacia afuera del volumen de control es

$$\iint_{\text{salida}} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = \rho \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) \quad (9.1.3)$$

donde $\partial Q/\partial x$ es la tasa de cambio del flujo en el canal con respecto a la distancia. El volumen del elemento de canal es $A dx$, donde A es el área promedio de la sección transversal, luego la tasa de cambio de la masa almacenada dentro del volumen de control es

$$\frac{d}{dt} \int_{v.c.} \int \rho dV = \frac{\partial(\rho Adx)}{\partial t} \quad (9.1.4)$$

donde se usa la derivada parcial porque el volumen de control se define con un tamaño fijo (a pesar de que el nivel del agua puede variar dentro de él). El flujo neto de salida de masa del volumen de control se encuentra al sustituir las ecuaciones (9.1.2) a (9.1.4) en (9.1.1):

$$\frac{\partial(\rho Adx)}{\partial t} - \rho(Q + qdx) + \rho\left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x}dx\right) = 0 \quad (9.1.5)$$

Suponiendo que la densidad del fluido ρ es constante, la ecuación (9.1.5) se simplifica dividiéndola por ρdx y reordenando para producir la *forma conservativa* de la ecuación de continuidad,

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (9.1.6)$$

la cual es aplicable a una sección transversal del canal. Esta ecuación es válida para canales *prismáticos* o *no prismáticos*; un canal prismático es aquel en el cual la forma de la sección transversal no varía a lo largo del canal y la pendiente del lecho es constante.

Para algunos métodos de solución de las ecuaciones de Saint-Venant, se usa la *forma no conservativa* de la ecuación de continuidad, en la cual la velocidad de flujo promedio V es una variable independiente, en lugar de Q . Esta forma de la ecuación de continuidad puede deducirse para un ancho unitario de flujo dentro del canal, despreciando el flujo de entrada lateral, tal como sigue. Para un ancho unitario de flujo $A = y \times 1 = y$ y $Q = VA = Vy$. Sustituyendo en (9.1.6),

$$\frac{\partial(Vy)}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (9.1.7)$$

o

$$V\frac{\partial y}{\partial x} + y\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (9.1.8)$$

Ecuación de momentum

La segunda ley de Newton se escribe de acuerdo con el teorema de transporte de Reynolds como en la ecuación (2.4.1):

$$\Sigma \mathbf{F} = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \int \mathbf{V} \rho dV + \int_{s.c.} \mathbf{V} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (9.1.9)$$

Esta ecuación establece que la suma de las fuerzas aplicadas es igual a la tasa de cambio del *momentum* almacenado dentro del volumen de control más el flujo de salida neto de *momentum* a través de la superficie de control. Esta ecuación, en la forma $\Sigma F = 0$, se aplicó al flujo uniforme permanente en un canal abierto, en el capítulo 2. Aquí se considera un flujo no uniforme no permanente.

FUERZAS. Existen cinco fuerzas que actúan en el volumen de control:

$$\Sigma F = F_g + F_f + F_e + F_w + F_p \quad (9.1.10)$$

donde F_g es la *fuerza gravitacional* a lo largo del canal debida al peso del agua en el volumen de control, F_f es la *fuerza de fricción* a lo largo del lecho y de los lados del volumen de control, F_e es la *fuerza de contracción/expansión* producida por cambios abruptos en la sección transversal del canal, F_w es la *fuerza cortante del viento* en la superficie de agua y F_p es la *fuerza de desbalance de presiones* [véase la figura 9.1.1b)]. Cada una de estas cinco fuerzas se evalúa en los siguientes párrafos.

Gravedad. El volumen de fluido dentro del volumen de control es $A dx$ y su peso es $\rho gAdx$. Para un ángulo de inclinación del canal θ pequeño, $S_0 \approx \tan \theta$ y la fuerza de gravedad está dada por

$$F_g = \rho gAdx \tan \theta \approx \rho gAS_0 dx \quad (9.1.11)$$

donde la pendiente del fondo del canal S_0 es igual a $-\partial z/\partial x$.

Fricción. Las fuerzas de fricción producidas por el esfuerzo cortante a lo largo del lecho y de los lados del volumen de control están dadas por $-\tau_0 P dx$, donde τ_0 es el esfuerzo cortante en el lecho y P es el perímetro mojado. De la ecuación (2.4.9), $\tau_0 = \gamma RS_f = \rho g(A/P)S_f$, luego la fuerza de fricción se escribe como

$$F_f = -\rho gAS_f dx \quad (9.1.12)$$

donde la pendiente de fricción S_f se deduce de las ecuaciones de resistencia tales como la ecuación de Manning.

Contracción/expansión. Las contracciones o expansiones bruscas del canal causan pérdidas de energía a través de corrientes de *eddy* (flujo circulatorio). Tales pérdidas son similares a las pérdidas menores en un sistema de tuberías. La magnitud de las pérdidas de *eddy* se relacionan con el cambio en la cabeza de velocidad $V^2/2g = (Q/A)^2/2g$ a través de la longitud del canal donde se causan las pérdidas. Las fuerzas de arrastre creadas por estas pérdidas de *eddy* están dadas por

$$F_e = -\rho gAS_e dx \quad (9.1.13)$$

donde S_e es la pendiente de pérdidas de *eddy*

$$S_e = \frac{K_e}{2g} \frac{\partial(Q/A)^2}{\partial x} \quad (9.1.14)$$

en la cual K_e es un coeficiente de expansión o contracción adimensional, negativo para una expansión del canal [donde $\partial(Q/A)^2/\partial x$ es negativo] y positivo para una contracción del canal.

Fuerza cortante por viento. La fuerza cortante por viento es causada por la resistencia de fricción entre el viento y la superficie libre del agua y está dada por

$$F_w = \tau_w B dx \quad (9.1.15)$$

donde τ_w es el esfuerzo cortante del viento. El esfuerzo cortante en una frontera de un fluido puede escribirse en forma general como

$$\tau_w = \frac{-\rho C_f |V_r| V_r}{2} \quad (9.1.16)$$

donde V_r es la velocidad del fluido relativa a la frontera, la notación $|V_r|V_r$ se usa para que τ_w actúe en forma opuesta a la dirección de V_r , y C_f es el coeficiente de esfuerzo cortante. Tal como se muestra en la figura 9.1.1b), la velocidad promedio en el agua es Q/A y la velocidad del viento es V_w en una dirección que subtiende un ángulo ω con la velocidad del agua, de tal manera que la velocidad del agua relativa a la del aire es

$$V_r = \frac{Q}{A} - V_w \cos \omega \quad (9.1.17)$$

La fuerza del viento es, teniendo en cuenta lo anterior,

$$\begin{aligned} F_w &= \frac{-\rho C_f |V_r| V_r B dx}{2} \\ &= -W_f B \rho dx \end{aligned} \quad (9.1.18)$$

donde el *factor de corte del viento* W_f es igual a $C_f |V_r|V_r / 2$. Nótese de esta ecuación que la dirección de la fuerza del viento se opondrá a la dirección de flujo del agua.

Presión. Con referencia a la figura 9.1.1b), la fuerza de desbalance de presión es la resultante de la fuerza hidrostática en el lado izquierdo del volumen de control, F_{pl} , la fuerza hidrostática en el lado derecho del volumen de control, F_{pr} , y la fuerza de presión ejercida por las bancas (*taludes*) sobre el volumen de control, F_{pb} :

$$F_p = F_{pl} - F_{pr} + F_{pb} \quad (9.1.19)$$

Tal como se muestra en la figura 9.1.1c), un elemento de fluido de espesor dw con una elevación w medida desde el fondo del canal está sumergido a la profundidad $y - w$, luego la presión hidrostática en el elemento es $\rho g(y - w)$ y la fuerza hidrostática es $\rho g(y - w)b dw$, donde b es el ancho del elemento a través del canal. Por tanto la fuerza hidrostática total en el extremo izquierdo del volumen de control es

$F_{pl} = \int_0^y \rho g(y - w)b dw$

(9.1.20)

La fuerza hidrostática en el extremo derecho del volumen de control es:

$$F_{pr} = \left(F_{pl} + \frac{\partial F_{pl}}{\partial x} dx \right) \quad (9.1.21)$$

donde $\partial F_{pl}/\partial x$ se determina usando la regla de Leibniz para la diferenciación de una integral (Abramowitz y Stegun, 1972):

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{pl}}{\partial x} &= \int_0^y \rho g \frac{\partial y}{\partial x} b dw + \int_0^y \rho g(y - w) \frac{\partial b}{\partial x} dw \\ &= \rho g A \frac{\partial y}{\partial x} + \int_0^y \rho g(y - w) \frac{\partial b}{\partial x} dw \end{aligned} \quad (9.1.22)$$

porque $A = \int_0^y b dw$. La fuerza debida a las bancas del canal se relaciona con la tasa de cambio en el ancho del canal, $\partial b/\partial x$, a través del elemento dx como

$$F_{pb} = \left[\int_0^y \rho g(y - w) \frac{\partial b}{\partial x} dw \right] dx \quad (9.1.23)$$

Sustituyendo la ecuación (9.1.21) en (9.1.19) resulta

$$\begin{aligned} F_p &= F_{pl} - \left(F_{pl} + \frac{\partial F_{pl}}{\partial x} dx \right) + F_{pb} \\ &= -\frac{\partial F_{pl}}{\partial x} dx + F_{pb} \end{aligned} \quad (9.1.24)$$

Ahora, sustituyendo las ecuaciones (9.1.22) y (9.1.23) en (9.1.24) y simplificando, resulta

$$F_p = -\rho g A \frac{\partial y}{\partial x} dx \quad (9.1.25)$$

La suma de las cinco fuerzas en la ecuación (9.1.10) puede expresarse, después de sustituir las ecuaciones (9.1.11), (9.1.12), (9.1.13), (9.1.18) y (9.1.25), como

$$\Sigma F = \rho g A S_o dx - \rho g A S_f dx - \rho g A S_e dx - W_f B \rho dx - \rho g A \frac{\partial y}{\partial x} dx \quad (9.1.26)$$

MOMENTUM. Los dos términos de *momentum* en la parte derecha de la ecuación (9.1.9) representan la tasa de cambio de almacenamiento de *momentum* en el volumen de control y el flujo neto de salida de *momentum* a través de la superficie de control, respectivamente.

Flujo neto de salida de momentum. La tasa de entrada de masa en el volumen de control [ecuación (9.1.2)] es $-\rho(Q + q dx)$, en donde se representa tanto el flujo de entrada de la corriente principal como el flujo de entrada lateral. El *momentum* correspondiente se calcula multiplicando las dos tasas de entrada de masa por sus velocidades respectivas y por un factor de corrección de *momentum* β :

$$\int \int_{\text{entrada}} \mathbf{V} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = -\rho(\beta VQ + \beta v_x q dx) \quad (9.1.27)$$

donde $\rho\beta VQ$ es el *momentum* que entra desde el extremo de aguas arriba del canal, y $\rho\beta v_x q dx$ es el *momentum* que entra en el canal principal con el flujo lateral, que tiene una velocidad v_x en la dirección x . El término β se conoce como el *coeficiente de momentum* o *coeficiente de Boussinesq*; éste tiene en cuenta la no-uniformidad en la distribución de velocidad en la sección transversal del canal al calcular el *momentum*. El valor de β está dado por

$$\beta = \frac{1}{V^2 A} \int \int v^2 dA \quad (9.1.28)$$

donde v es la velocidad a través de un pequeño elemento de área dA en la sección transversal del canal. El valor de β varía desde 1.01 para canales prismáticos rectos hasta 1.33 para ríos que fluyen en valles con llanuras de inundación (Chow, 1959; Henderson, 1966).

El *momentum* que sale del volumen de control es

$$\int \int_{\text{salida}} \mathbf{V} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = \rho \left[\beta VQ + \frac{\partial(\beta VQ)}{\partial x} dx \right] \quad (9.1.29)$$

El flujo neto de salida de *momentum* a través de la superficie de control es la suma de las ecuaciones (9.1.27) y (9.1.29):

$$\begin{aligned} \int \int_{\text{c.s.}} \mathbf{V} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} &= -\rho[\beta VQ + \beta v_x q dx] + \rho \left[\beta VQ + \frac{\partial(\beta VQ)}{\partial x} dx \right] \\ &= -\rho \left[\beta v_x q - \frac{\partial(\beta VQ)}{\partial x} \right] dx \end{aligned} \quad (9.1.30)$$

Almacenamiento de momentum. La tasa de cambio del *momentum* almacenado en el volumen de control se calcula utilizando el hecho de que el volumen de canal elemental es $A dx$, luego su *momentum* es $\rho A dx V$, o $\rho Q dx$, y por consiguiente

$$\frac{d}{dt} \int \int \int_{\text{v.c.}} \mathbf{V} \rho dV = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} dx \quad (9.1.31)$$

Después de sustituir los términos de las fuerzas de (9.1.26) y los términos de *momentum* de (9.1.30) y (9.1.31) en la ecuación de *momentum* (9.1.9), se obtiene

$$\begin{aligned} \rho g A S_0 dx - \rho g A S_f dx - \rho g A S_e dx - W_f B \rho dx - \rho g A \frac{\partial y}{\partial x} dx \\ = -\rho \left[\beta v_x - \frac{\partial(\beta VQ)}{\partial x} \right] dx + \rho \frac{\partial Q}{\partial t} dx \end{aligned} \quad (9.1.32)$$

Dividiendo esta ecuación por ρdx , reemplazando V por Q/A y reordenando se obtiene la forma conservativa de la ecuación de *momentum*:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\beta Q^2/A)}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - S_o + S_f + S_e \right) - \beta q v_x + W_f B = 0 \quad (9.1.33)$$

La profundidad y en la ecuación (9.1.33) puede reemplazarse por la elevación h de la superficie de agua, usando [véase la figura 9.1.1a]:

$$h = y + z \quad (9.1.34)$$

donde z es la elevación del fondo del canal por encima de un *datum* tal como el nivel medio del mar. La derivada de la ecuación (9.1.34) con respecto a la distancia longitudinal a lo largo del canal x es

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \quad (9.1.35)$$

Pero $\partial z / \partial x = -S_0$, luego

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} - S_0 \quad (9.1.36)$$

La ecuación de *momentum* puede expresarse ahora en términos de h usando (9.1.36) en (9.1.33):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\beta Q^2/A)}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial h}{\partial x} + S_f + S_e \right) - \beta q v_x + W_f B = 0 \quad (9.1.37)$$

Las ecuaciones de Saint-Venant (9.1.6) para continuidad y (9.1.37) para *momentum*, son las que rigen el flujo unidimensional no permanente en un canal abierto. El uso de los términos S_f y S_e en (9.1.37), que representan la tasa de pérdida de energía a medida que el flujo pasa a lo largo del canal, ilustra la relación tan cercana entre las consideraciones de energía y *momentum* en la descripción del flujo. Strelkoff (1969) demostró que la ecuación de *momentum* para las ecuaciones de Saint-Venant también podría deducirse de los principios de energía, en lugar de usar la segunda ley de Newton como se hizo aquí.

La forma no conservativa de la ecuación de *momentum* puede deducirse de una manera muy similar a la forma no conservativa de la ecuación de continuidad.

Despreciando las pérdidas de *eddy*, los efectos del esfuerzo cortante por viento y el flujo lateral, la forma no conservativa de la ecuación de *momentum* para un ancho unitario en el flujo es

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \left(\frac{\partial y}{\partial x} - S_o + S_f \right) = 0 \quad (9.1.38)$$

9.2 CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS DE TRÁNSITO DISTRIBUIDO

Las ecuaciones de Saint-Venant tienen varias formas simplificadas, cada una de las cuales define un modelo de tránsito distribuido unidimensional. Las variaciones de las ecuaciones (9.1.6) y (9.1.37) en sus formas conservativas y no conservativas, despreciando flujo lateral, corte por viento y pérdidas de *eddy*, se usan para definir varios modelos de tránsito distribuido de flujos unidimensionales, tal como se muestra en la tabla 9.2.1.

La ecuación de *momentum* consta de términos para los procesos físicos que gobiernan el flujo de *momentum*. Estos términos son: el término de *aceleración local*, el cual describe el cambio en el *momentum* debido al cambio de la velocidad con el tiempo; el término de la *aceleración convectiva*, el cual describe el cambio en el *momentum* debido al cambio de la velocidad a lo largo del canal; el término de

TABLA 9.2.1
Resumen de las ecuaciones de Saint-Venant*

Ecuación de continuidad

Forma conservativa $\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$

Forma no conservativa $V \frac{\partial y}{\partial x} + y \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = 0$

Ecuación de momentum

Forma conservativa

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_o - S_f) = 0$$

Término de aceleración local	Término de aceleración convectiva	Término de fuerza de presión	Término de fuerza gravitacional	Término de fuerza de fricción

Forma no conservativa (elemento de ancho unitario)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_o - S_f) = 0$$

* Despreciando flujo lateral, cortante por viento, pérdidas por corrientes de *eddy* y suponiendo que $\beta = 1$.

fuerza de presión, proporcional al cambio en la profundidad del agua; el término de fuerza gravitacional, proporcional a la pendiente del lecho S_0 y el término de fuerza de fricción, proporcional a la pendiente de fricción S_f . Los términos de aceleración local y convectiva representan el efecto de las fuerzas de inercia en el flujo.

Cuando el nivel del agua o el caudal se cambia en un punto particular de un canal con flujo subcrítico, los efectos de estos cambios se propagan aguas arriba. Estos efectos de remanso pueden incorporarse en los métodos de tránsito distribuido a través de la aceleración local, la aceleración convectiva y los términos de presión. Los métodos de tránsito agregado no se comportan muy bien en la simulación de condiciones de flujo cuando los efectos de curvas de remanso son importantes y la pendiente del río es pequeña, porque estos métodos no tienen mecanismos hidráulicos para describir la propagación aguas arriba de los cambios en el flujo de *momentum*.

Tal como se observa en la tabla 9.2.1, se producen modelos de tránsito distribuido alternativos al utilizar la ecuación de continuidad completa y al eliminar algunos términos de la ecuación de *momentum*. El modelo distribuido más simple es el *modelo de onda cinemática*, el cual no tiene en cuenta los términos de aceleración local, aceleración convectiva y presión en la ecuación de *momentum*; es decir, supone que $S_0 = S_f$ y que las fuerzas de fricción y las fuerzas gravitacionales se balancean unas con otras. El *modelo de onda de difusión* desprecia los términos de aceleración local y aceleración convectiva, pero incorpora el término de presión. El *modelo de onda dinámica* considera todos los términos de aceleración y de presión en la ecuación de *momentum*.

La ecuación de *momentum* también puede escribirse en formas que tienen en cuenta si el flujo es permanente o no permanente y uniforme o no uniforme, tal como se muestra en las ecuaciones (9.2.1). En la ecuación de continuidad $\partial A / \partial t = 0$ para un flujo permanente y el flujo lateral q es cero para un flujo uniforme.

Forma conservativa:

$$-\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{1}{gA} \frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial x} + S_o = S_f \quad (9.2.1a)$$

Forma no-conservativa:

$$-\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial x} + S_o = S_f \quad (9.2.1b)$$

Flujo uniforme, permanente

Flujo no-uniforme, permanente

Flujo no-uniforme, no-permanente

9.3 MOVIMIENTO DE ONDAS

Las ondas cinemáticas dominan el flujo cuando las fuerzas iniciales y de presión no son importantes. Las ondas dinámicas dominan el flujo cuando estas fuerzas son importantes, como en el movimiento de una gran onda de creciente en un río ancho. En una onda cinemática, las fuerzas de gravedad y de fricción están balanceadas de tal manera que el flujo no se acelera apreciablemente. La figura 9.3.1

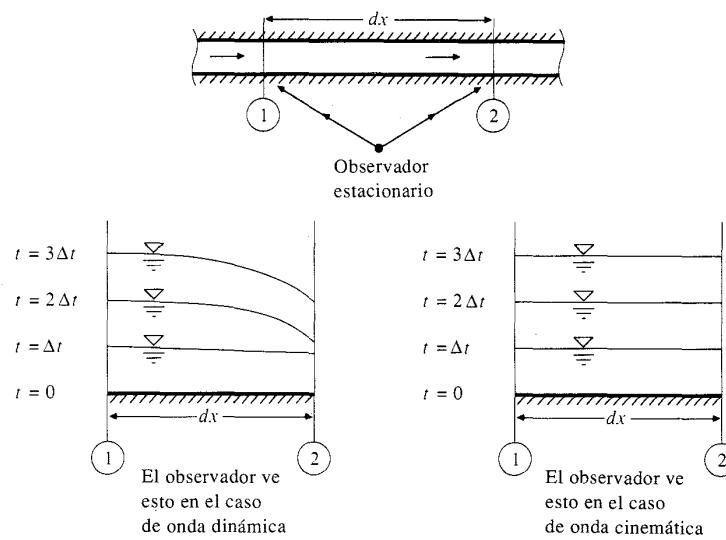


FIGURA 9.3.1
Ondas cinemática y dinámica en un tramo corto de un canal vistas por un observador estacionario.

ilustra la diferencia entre el movimiento de la onda cinemática y la dinámica en un elemento diferencial desde el punto de vista de un observador estacionario en la banca del río. Para una onda cinemática, la línea de energía total es paralela al fondo del canal y el flujo es uniforme y permanente ($S_0 = S_f$) dentro de la longitud diferencial, mientras que para una onda dinámica la línea de energía total y la elevación de la superficie de agua no son paralelas al lecho aun para un elemento diferencial.

Celeridad de la onda cinemática

Una onda es una variación en un flujo, tal como un cambio en el caudal o en la elevación de la superficie del agua, y la *celeridad de onda* es la velocidad con la cual esta variación se mueve a lo largo del canal. La celeridad depende del tipo de onda que se considere y puede ser bien diferente a la velocidad del agua. Para una onda cinemática, los términos de aceleración y de presión en la ecuación de *momentum* son despreciables, luego el movimiento de la onda se describe principalmente por la ecuación de continuidad. El nombre cinemática es entonces aplicable, ya que *cinemática* se refiere al movimiento sin tener en cuenta la influencia de la masa y la fuerza; en *dinámica* se incluyen estas cantidades.

El modelo de onda cinemática se define por medio de las siguientes ecuaciones:

Continuidad:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \quad (9.3.1)$$

Momentum:

$$S_0 = S_f \quad (9.3.2)$$

La ecuación de *momentum* también puede expresarse en la forma:

$$A = \alpha Q^\beta \quad (9.3.3)$$

Por ejemplo, la ecuación de Manning escrita con $S_0 = S_f$ y $R = A/P$ es:

$$Q = \frac{1.49 S_0^{1/2}}{nP^{2/3}} A^{5/3} \quad (9.3.4)$$

la cual puede resolverse para A como

$$A = \left(\frac{nP^{2/3}}{1.49 \sqrt{S_0}} \right)^{3/5} Q^{3/5} \quad (9.3.5)$$

luego $\alpha = [nP^{2/3}/(1.49 \sqrt{S_0})]^{0.6}$ y $\beta = 0.6$ en este caso.

La ecuación (9.3.1) contiene dos variables dependientes, A y Q , pero A puede eliminarse diferenciando la ecuación (9.3.3):

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha \beta Q^{\beta-1} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right) \quad (9.3.6)$$

y sustituyendo para $\partial A/\partial t$ en la ecuación (9.3.1) para obtener

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \alpha \beta Q^{\beta-1} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right) = q \quad (9.3.7)$$

Las ondas cinemáticas resultan de cambios en Q . Un incremento en el flujo, dQ , puede escribirse como

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial x} dx + \frac{\partial Q}{\partial t} dt \quad (9.3.8)$$

Dividiendo esta ecuación por dx y reordenando se llega a:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{dt}{dx} \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{dQ}{dx} \quad (9.3.9)$$

Las ecuaciones (9.3.7) y (9.3.9) son idénticas si

$$\frac{dQ}{dx} = q \quad (9.3.10)$$

y

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\alpha \beta Q^{\beta-1}} \quad (9.3.11)$$

Diferenciando la ecuación (9.3.3) y reordenando se llega a

$$\frac{dQ}{dA} = \frac{1}{\alpha \beta Q^{\beta-1}} \quad (9.3.12)$$

y comparando la ecuación (9.3.11) con (9.3.12), puede verse que

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dQ}{dA} \quad (9.3.13)$$

o

$$c_k = \frac{dQ}{dA} = \frac{dx}{dt} \quad (9.3.14)$$

donde c_k es la celeridad de onda cinemática. Esto implica que un observador moviéndose a una velocidad $dx/dt = c_k$ con el flujo vería que el caudal se incrementa a una tasa de $dQ/dx = q$. Si $q = 0$, el observador vería un caudal constante. Las ecuaciones (9.3.10) y (9.3.14) son las *ecuaciones características* para una onda cinemática, dos ecuaciones diferenciales ordinarias que son matemáticamente equivalentes a las ecuaciones de continuidad y de *momentum*.

La celeridad de onda cinemática también puede expresarse en términos de la profundidad y como

$$c_k = \frac{1}{B} \frac{dQ}{dy} \quad (9.3.15)$$

donde $dA = Bdy$.

Tanto el movimiento de onda cinemática como el movimiento de onda dinámica están presentes en las ondas de crecientes naturales. En muchos casos la pendiente de canal domina la ecuación de *momentum* (9.2.1); por consiguiente, la mayor parte de la onda de creciente se mueve como una onda cinemática. Lighthill y Whitham (1955) demostraron que la velocidad de la parte principal de una creciente natural se aproxima a la velocidad de una onda cinemática. Si los otros términos de *momentum* [$\partial V/\partial t$, $V(\partial V/\partial x)$ y $(1/g)\partial y/\partial x$] no son despreciables, entonces existe un frente de onda dinámica que puede propagarse tanto aguas arriba como aguas abajo desde el cuerpo principal de la onda de creciente, tal como se muestra en la figura 9.3.2. Miller (1984) resume algunos criterios para determinar cuándo se aplica la aproximación de onda cinemática, pero no existe un criterio único y universal para tomar esta decisión.

Tal como se demostró previamente, si una onda es cinemática ($S_f = S_o$) su celeridad varía con dQ/dA . Para la ecuación de Manning, la celeridad de onda se incrementa a medida que Q crece. Como resultado de esto, teóricamente la onda cinemática debería moverse aguas abajo con su rama ascendente volviéndose más empinada. Sin embargo, la onda no se alarga o atenua, de tal manera que no disminuye, y el pico de la creciente permanece con la misma profundidad máxima. A medida que la onda se vuelve más empinada los otros términos de la ecuación de *momentum* se vuelven más importantes y producen dispersión y atenuación. La celeridad de una onda de creciente se diferencia de la celeridad de onda cinemática porque el caudal no es una función de la profundidad únicamente y en la cresta de la onda, Q y y no permanecen constantes.

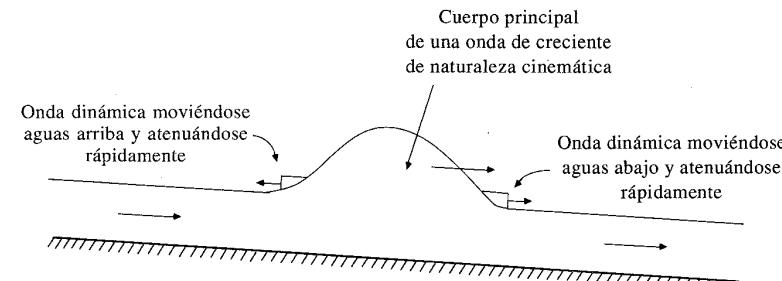


FIGURA 9.3.2
Movimiento de una onda de creciente.

Lighthill y Whitham (1955) ilustraron que el perfil de un frente de onda puede deducirse combinando la ecuación de Chezy (2.5.5)

$$Q = CA \sqrt{RS_f} \quad (9.3.16)$$

con la ecuación de *momentum* (9.2.1b) para producir

$$Q = CA \sqrt{R \left(S_o - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V \partial V}{g \partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \right)} \quad (9.3.17)$$

en la cual C es el coeficiente de Chezy y R es el radio hidráulico.

Celeridad de onda dinámica

La celeridad de la onda dinámica puede encontrarse obteniendo las ecuaciones características de las ecuaciones de Saint-Venant. Empezando con la forma no conservativa de las ecuaciones de Saint-Venant (tabla 9.2.1), puede demostrarse que las ecuaciones características correspondientes son (Henderson, 1966):

$$\frac{dx}{dt} = V \pm c_d \quad (9.3.18)$$

y

$$\frac{d}{dt}(V \pm 2c_d) = g(S_o - S_f) \quad (9.3.19)$$

en la cual c_d es la celeridad de la onda dinámica, dada para un canal rectangular por

$$c_d = \sqrt{gy} \quad (9.3.20)$$

donde y es la profundidad de flujo. Para un canal con sección transversal arbitraria, $c_d = \sqrt{gA/B}$. Esta celeridad c_d mide la velocidad de una onda dinámica con respecto al agua en reposo. Tal como se muestra en la figura 9.3.2, en agua en movimiento existen dos ondas dinámicas, una moviéndose aguas arriba con velo-

ciudad $V - c_d$ y otra moviéndose aguas abajo con velocidad $V + c_d$. Para que la onda de aguas arriba se mueva hacia arriba en el canal se requiere que $V > c_d$, o, en forma equivalente, que el flujo sea subcrítico, ya que $V = \sqrt{gy}$ es la *velocidad crítica* de un flujo en un canal abierto rectangular.

Ejemplo 9.3.1 Un canal rectangular tiene 200 pies de ancho, pendiente de fondo del 1% y rugosidad de Manning de 0.035. Calcule la velocidad del agua V , las celeridades de onda cinemática y dinámica c_k y c_d , y la velocidad de propagación de las ondas dinámicas $V \pm c_d$, en un punto del canal donde el caudal es 5,000 cfs.

Solución. La ecuación de Manning con $R \approx y$, $S_o = S_f$, y canal con ancho B se escribe como

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1.49}{n} S_f^{1/2} A R^{2/3} \\ &= \frac{1.49}{n} S_o^{1/2} (By) y^{2/3} \end{aligned}$$

la cual se resuelve para y como

$$\begin{aligned} y &= \left(\frac{nQ}{1.49 S_o^{1/2} B} \right)^{3/5} \\ &= \left(\frac{0.035 \times 5,000}{1.49 \times 0.01^{1/2} \times 200} \right)^{3/5} \\ &= 2.89 \text{ pies} \end{aligned}$$

Luego, la velocidad del agua es

$$\begin{aligned} V &= \frac{Q}{By} \\ &= \frac{5,000}{200 \times 2.89} \\ &= 8.65 \text{ pies/s} \end{aligned}$$

La celeridad de onda cinemática c_k está dada por la ecuación (9.3.15):

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{B} \frac{dQ}{dy} \\ &= \frac{1}{B} \frac{d}{dy} \left(\frac{1.49 S_o^{1/2} B}{n} y^{5/3} \right) \\ &= \left(\frac{1.49 S_o^{1/2}}{n} \right) \left(\frac{5}{3} \right) y^{2/3} \\ &= \frac{1.49 \times 0.01^{1/2} \times 5 \times (2.89)^{2/3}}{0.035 \times 3} \\ &= 14.4 \text{ pies/s} \end{aligned}$$

La celeridad de onda dinámica es

$$\begin{aligned} c_d &= \sqrt{gy} \\ &= \sqrt{32.2 \times 2.89} \\ &= 9.65 \text{ pies/s} \end{aligned}$$

La velocidad de propagación de la onda dinámica aguas arriba es

$$V - c_d = 8.65 - 9.65 = -1.0 \text{ pies/s}$$

y la de la onda dinámica aguas abajo es

$$V + c_d = 8.65 + 9.65 = 18.3 \text{ pies/s}$$

Interpretando estos resultados con la figura 9.3.2, puede observarse que una onda de creciente que se desplaza con la velocidad de onda cinemática (14.4 pies/s) se moverá aguas abajo en el canal más rápido que la velocidad del agua (8.65 pies/s), mientras que las ondas dinámicas se mueven aguas arriba (-1.0 pies/s) y aguas abajo (18.3 pies/s) al mismo tiempo.

En el evento de que la aproximación $S_o = S_f$ no sea válida, las diferentes velocidades y celeridades pueden calcularse utilizando la ecuación de *momentum* completa para describir S_f como en la ecuación (9.3.17).

9.4 SOLUCIÓN ANALÍTICA PARA LA ONDA CINEMÁTICA

La solución de las ecuaciones de onda cinemática especifica la distribución del flujo como una función de la distancia x a lo largo del canal y del tiempo t . La solución puede obtenerse numéricamente utilizando aproximaciones de diferencias finitas para la ecuación (9.3.7) o analíticamente resolviendo en forma simultánea las ecuaciones características (9.3.10) y (9.3.14). En esta sección se presenta el método analítico para el caso especial cuando el caudal lateral es despreciable; la solución numérica se discute en la sección 9.6.

La solución de $Q(x, t)$ requiere el conocimiento de la *condición inicial* $Q(x, 0)$, o el valor del caudal a lo largo del canal al comienzo de los cálculos, y la *condición de frontera* $Q(0, t)$, el hidrograma de entrada en el extremo de la corriente aguas arriba del canal. El objetivo es determinar el hidrograma del flujo de salida en el extremo de la corriente aguas abajo del canal, $Q(L, t)$ como una función del hidrograma de entrada, de cualquier caudal lateral que ocurra a lo largo de los lados del canal y de la dinámica del flujo en el canal tal como se expresa por las ecuaciones de la onda cinemática.

Si el flujo lateral es despreciable, la ecuación (9.3.10) se reduce a $dQ/dx = 0$, o Q = una constante. Luego, si el caudal se conoce en un lugar del espacio, en un instante del tiempo, este valor del caudal puede propagarse a lo largo del canal con la celeridad de onda cinemática, según:

$$c_k = \frac{dQ}{dx} = \frac{dx}{dt} \quad (9.4.1)$$

La solución puede visualizarse en un plano $x-t$, tal como se muestra en la figura 9.4.1b), donde la distancia se grafica en el eje horizontal y el tiempo en el eje

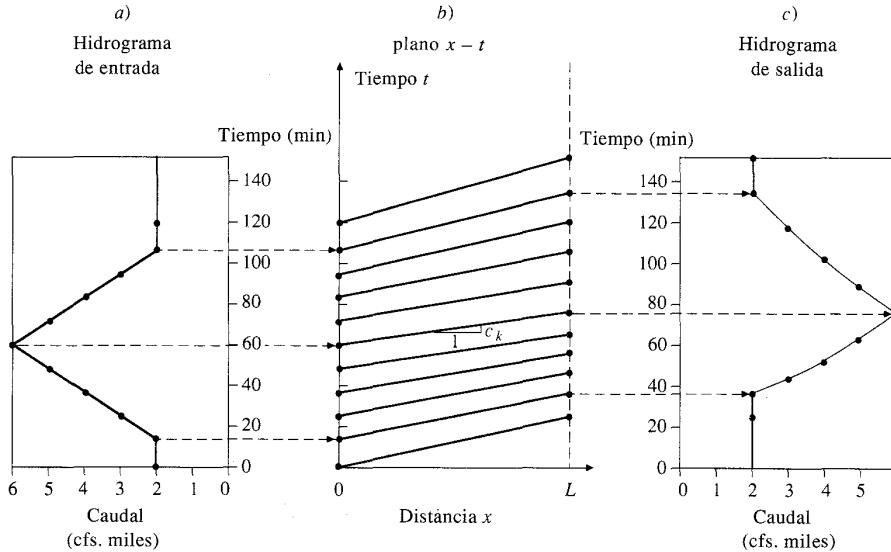


FIGURA 9.4.1
Tránsito de onda cinemática de un hidrograma de caudal a lo largo de un tramo de canal de longitud L utilizando la propagación del flujo a lo largo de líneas características en el plano $x - t$. Si la tasa de flujo fuera graficada en un tercer eje, perpendicular al plano $x - t$ b), entonces el hidrograma de entrada a) es la variación del caudal en el punto $x = 0$ a lo largo del tiempo, el cual aparece doblado hacia la izquierda del plano $x - t$; el hidrograma de salida c) es la variación del caudal en el punto $x = L$ a lo largo del tiempo, el cual aparece doblado hacia la derecha del plano $x - t$ en la figura. Las líneas punteadas indican la propagación de caudales específicos a lo largo de líneas características del plano $x - t$.

vertical. Cada punto en el plano $x - t$ tiene un valor de Q asociado con éste que es el caudal de ese punto del canal en ese instante del tiempo. Estos valores de Q pueden concebirse como si se graficaran en un eje que sale del papel perpendicularmente al plano $x - t$. En particular, el hidrograma de entrada $Q(0, t)$ se muestra en la figura 9.4.1a) doblado hacia la izquierda y el hidrograma de salida $Q(L, t)$ se muestra en la figura 9.4.1c) doblado hacia la derecha del plano $x - t$. Estos dos hidrogramas están conectados por las líneas características mostradas en la parte b) de la figura. Las ecuaciones de estas líneas se encuentran al resolver (9.4.1):

$$\int_0^x dx = \int_{t_0}^t c_k dt$$

$$x = c_k(t - t_0) \quad (9.4.2)$$

o

luego el tiempo en el cual un caudal Q que entra en un canal de longitud L en el tiempo t_0 aparecerá a la salida es

$$t = t_0 + \frac{L}{c_k} \quad (9.4.3)$$

La pendiente de la línea característica es $c_k = dQ/dA$ para el valor particular del caudal que se está considerando. Las líneas mostradas en la figura 9.4.1b) son rectas porque $q = 0$ y Q es constante a lo largo de ellas. Si $q \neq 0$, Q y c_k varían a lo largo de las líneas características haciendo que éstas se vuelvan curvas.

Proceso lluvia-escorrentía

El método de la onda cinemática se ha aplicado para describir el flujo sobre planos, como un modelo del proceso lluvia-escorrentía. En esta aplicación el caudal lateral es igual a la diferencia entre las tasas de lluvia e infiltración y el flujo en el canal se toma como un flujo por unidad de ancho del plano. Las ecuaciones características pueden resolverse analíticamente para simular el hidrograma de salida como respuesta a una lluvia de duración especificada. Acumulando el flujo de muchos de estos planos localizados sobre la cuenca, puede desarrollarse un modelo aproximado para la conversión de lluvia en caudal a la salida de la cuenca.

El modelo de onda cinemática del proceso lluvia-escorrentía ofrece la ventaja, sobre el método del hidrograma unitario, de que es una solución de las ecuaciones físicas que rigen el flujo superficial, pero la solución es solamente para un flujo unidimensional, mientras que el flujo superficial real en la cuenca es bidimensional ya que el agua sigue el contorno superficial del terreno. Como consecuencia, los parámetros de onda cinemática, tales como el coeficiente de rugosidad de Manning, deben ajustarse para producir un hidrograma de salida realista. Eagleson (1970), Overton y Meadows (1976) y Stephenson y Meadows (1986) presentaron información detallada sobre modelos de onda cinemática para el proceso lluvia-escorrentía.

Ejemplo 9.4.1 Un canal rectangular de 200 pies de ancho tiene 15,000 pies de longitud, una pendiente de lecho del 1% y un coeficiente de rugosidad de Manning de 0.035. El hidrograma de entrada al canal está dado en las columnas 1 y 2 de la tabla 9.4.1. Calcule el hidrograma de salida utilizando la solución analítica de las ecuaciones de onda cinemática.

Solución. La celeridad de la onda cinemática para un valor dado del caudal se calcula de la misma manera que la que se muestra en el ejemplo 9.3.1, donde se demostró que para este canal $c_k = 14.4$ pies/s para $Q = 5,000$ cfs. Los valores correspondientes para otros caudales del hidrograma de entrada se muestran en la columna 3 de la tabla 9.4.1. El tiempo de tránsito a lo largo de un tramo de longitud L es L/c_k , luego para $L = 15,000$ pies y $c_k = 14.4$ pies/s, el tiempo de tránsito es $15,000/14.4 = 1,042$ s = 17.4 min, tal como se muestra en la columna 4 de la tabla. El momento cuando este caudal situado en el tramo ascendente del hidrograma llegará a la salida del canal es, por la ecuación (9.4.3) $t = t_0 + L/c_k = 48 + 17.4 = 65.4$ min, tal como se muestra en la columna 5. Los hidrogramas de entrada y de salida para este ejemplo están graficados en la figura 9.4.1. Puede verse que la onda cinemática es una onda de traslación sin atenuación; el caudal máximo de 6,000 cfs no disminuye en su paso a través del canal.

TABLA 9.4.1

Tránsito de un hidrograma de caudal utilizando la solución analítica de la onda cinemática (ejemplo 9.4.1)

Columna	1 Tiempo de entrada (min)	2 Caudal (cfs)	3 Celeridad de onda cinemática (pies/s)	4 Tiempo de tránsito (min)	5 Tiempo de salida* (min)
	0	2,000	10.0	25.1	25.1
	12	2,000	10.0	25.1	37.1
	24	3,000	11.7	21.3	45.3
	36	4,000	13.2	19.0	55.0
	48	5,000	14.4	17.4	65.4
	60	6,000	15.5	16.1	76.1
	72	5,000	14.4	17.4	89.4
	84	4,000	13.2	19.0	103.0
	96	3,000	11.7	21.3	117.3
	108	2,000	10.0	25.1	133.1
	120	2,000	10.0	25.1	145.1

* Tiempo de salida = Tiempo de entrada + Tiempo de tránsito.

9.5 APROXIMACIONES POR DIFERENCIAS FINITAS

Las ecuaciones de Saint-Venant para tránsito distribuido no se pueden solucionar fácilmente por métodos analíticos excepto en algunos casos especiales simples. Son ecuaciones diferenciales parciales que, en general, deben resolverse utilizando métodos numéricos. Los métodos para resolver ecuaciones diferenciales parciales pueden clasificarse como *métodos numéricos directos* y *métodos de las características*. En los métodos directos se formulan ecuaciones de diferencias finitas utilizando las ecuaciones diferenciales parciales originales de continuidad y de *momentum*. Se obtienen entonces soluciones para el caudal y la elevación de la superficie del agua para tiempos y distancias incrementales a lo largo de la corriente o río. En los métodos de las características, las ecuaciones diferenciales parciales se transforman primero a una forma característica, y luego las ecuaciones de las características se resuelven analíticamente, tal como se hizo previamente para la onda cinemática, o usando una representación de diferencias finitas.

En los métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales parciales, los cálculos se llevan a cabo en una malla localizada en el plano $x-t$. La *malla x-t* es una red de puntos definida al tomar incrementos de distancia de longitud Δx e incrementos de tiempo de duración Δt . Tal como se muestra en la figura 9.5.1, los puntos de distancia están indexados por i y los puntos de tiempo están indexados por j . Una *línea de tiempo* es una línea paralela al eje x a través de todos los puntos de distancia en un valor del tiempo dado.

Los esquemas numéricos transforman las ecuaciones diferenciales parciales en un conjunto de ecuaciones algebraicas de diferencias finitas, las cuales pueden ser lineales o no lineales. Las ecuaciones de diferencias finitas representan las deri-

TRÁNSITO DISTRIBUIDO DE CRECIENTES

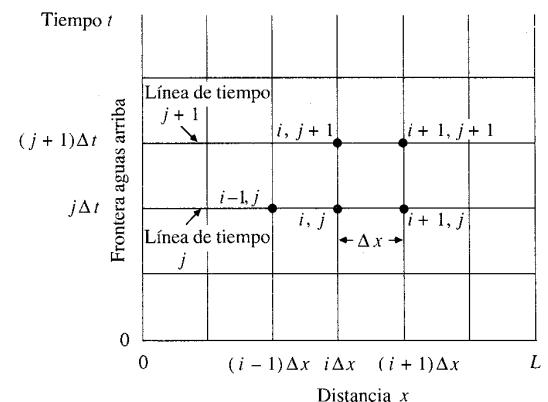


FIGURA 9.5.1

Malla en el plano $x-t$ utilizada para la solución numérica de las ecuaciones de Saint-Venant mediante diferencias finitas.

vadas espaciales y temporales en términos de variables desconocidas tanto en la línea de tiempo actual, $j+1$, como en la línea de tiempo precedente, j , donde todos los valores son conocidos a partir de cálculos previos (véase la figura 9.5.1). La solución de las ecuaciones de Saint-Venant avanza desde una línea de tiempo hacia la siguiente.

Diferencias finitas

Las aproximaciones por diferencias finitas pueden deducirse para una función $u(x)$ tal como se muestra en la figura 9.5.2. Una expansión en series de Taylor de $u(x)$ en $x + \Delta x$ produce

$$u(x + \Delta x) = u(x) + \Delta x u'(x) + \frac{1}{2} \Delta x^2 u''(x) + \frac{1}{6} \Delta x^3 u'''(x) + \dots \quad (9.5.1)$$

donde $u'(x) = \partial u / \partial x$, $u''(x) = \partial^2 u / \partial x^2, \dots$, y así sucesivamente. La expansión en series de Taylor en $x - \Delta x$ es

$$u(x - \Delta x) = u(x) - \Delta x u'(x) + \frac{1}{2} \Delta x^2 u''(x) - \frac{1}{6} \Delta x^3 u'''(x) + \dots \quad (9.5.2)$$

Una aproximación de *diferencia central* usa la diferencia definida restando la ecuación (9.5.2) de (9.5.1).

$$u(x + \Delta x) - u(x - \Delta x) = 2 \Delta x u'(x) + O(\Delta x^3) \quad (9.5.3)$$

donde $O(\Delta x^3)$ representa un residuo que contiene los términos de tercer orden y superiores. Resolviendo para $u'(x)$ y suponiendo que $O(\Delta x^3) \approx 0$ se obtiene

$$u'(x) \approx \frac{u(x + \Delta x) - u(x - \Delta x)}{2 \Delta x}, \quad (9.5.4)$$

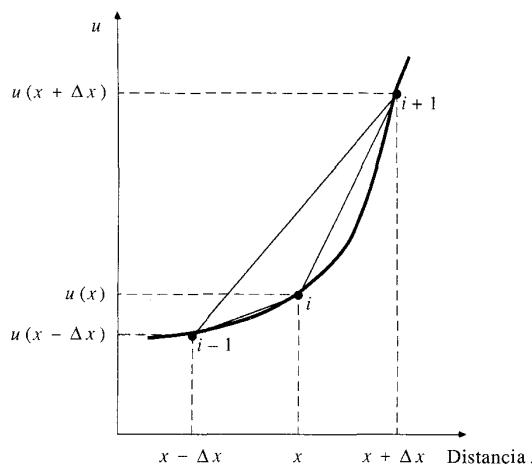


FIGURA 9.5.2
Aproximación por diferencias finitas para la función $u(x)$.

la cual tiene un error de aproximación del orden de Δx^2 . Este error de aproximación, debido a que se ignoran los términos de orden superior, también se conoce como el *error de truncamiento*.

Una aproximación por *diferencia hacia adelante* (progresiva) se define sustrayendo $u(x)$ de (9.5.1):

$$u(x + \Delta x) - u(x) = \Delta x u'(x) + O(\Delta x^2) \quad (9.5.5)$$

Suponiendo que los términos de segundo orden y órdenes superiores son despreciables, y resolviendo para $u'(x)$ se obtiene

$$u'(x) \approx \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} \quad (9.5.6)$$

lo cual tiene un error de aproximación del orden de Δx .

Una aproximación por *diferencia hacia atrás* (regresiva) usa la diferencia definida mediante la resta de (9.5.2) de $u(x)$,

$$u(x) - u(x - \Delta x) = \Delta x u'(x) + O(\Delta x^2) \quad (9.5.7)$$

y resolviendo para $u'(x)$ se obtiene

$$u'(x) \approx \frac{u(x) - u(x - \Delta x)}{\Delta x} \quad (9.5.8)$$

Un método de diferencias finitas puede emplear ya sea un *esquema explícito* o un *esquema implícito* para su solución. La diferencia principal entre estos dos esquemas es que en el método explícito los valores desconocidos se resuelven *secuencialmente* a lo largo de la línea de tiempo desde un punto de distancia hasta el siguiente, mientras que en el método implícito los valores desconocidos en una lí-

nea de tiempo dada se determinan *simultáneamente*. El método explícito es más simple pero puede ser inestable, lo cual significa que se requieren valores pequeños de Δx y Δt para la convergencia del procedimiento numérico. El método explícito es conveniente porque sus resultados están dados en los puntos de la malla y pueden tener en cuenta variaciones pequeñas en la geometría del canal de una sección a otra, pero es menos eficiente que el método implícito y por consiguiente no es apropiado para transitar flujos de crecientes en períodos largos.

El método implícito es más complejo desde el punto de vista matemático, pero con el uso de computadores esto no es un problema serio una vez que el método ha sido programado. El método es estable para pasos de computación grandes con pequeñas pérdidas de exactitud y por consiguiente trabaja en forma más rápida que el método explícito. El método implícito también puede manejar cambios grandes en la geometría del canal de una sección transversal a la siguiente.

Esquema explícito

La representación de diferencias finitas se establece en la malla de puntos en el plano tiempo-distancia mostrado en la figura 9.5.1. Suponiendo que en el tiempo t (línea de tiempo j) las cantidades hidráulicas u se conocen, el problema es determinar la cantidad desconocida en el punto $(i, j+1)$ en el tiempo $t + \Delta t$, es decir, u_i^{j+1} .

El esquema más simple determina las derivadas parciales en el punto $(i, j+1)$ en términos de las cantidades en puntos adyacentes $(i-1, j)$, (i, j) y $(i+1, j)$ usando

$$\frac{\partial u_i^{j+1}}{\partial t} = \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta t} \quad (9.5.9)$$

y

$$\frac{\partial u_i^j}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2 \Delta x} \quad (9.5.10)$$

Se utiliza un esquema de diferencias hacia adelante para la derivada temporal y un esquema de diferencias centrales para la derivada espacial.

Nótese que la derivada espacial se escribe utilizando términos conocidos en la línea de tiempo j . Los esquemas implícitos, por otro lado, usan aproximaciones de diferencias finitas para las derivadas temporal y espacial en términos de la línea de tiempo desconocida $j+1$.

La discretización del plano $x-t$ en una malla para la integración de las ecuaciones de diferencias finitas introduce errores numéricos en los cálculos. Un esquema de diferencias finitas es estable si tales errores no se amplifican durante cálculos sucesivos desde una línea de tiempo hasta la siguiente. La estabilidad numérica de los cálculos depende del tamaño relativo de la red. Una condición necesaria pero no suficiente para la estabilidad de un esquema explícito es la *condición de Courant* (Courant y Friedrichs, 1948). Para las ecuaciones de onda cinemática la condición de Courant es

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x_i}{c_k} \quad (9.5.11)$$

donde c_k es la celeridad de onda cinemática. Para ecuaciones de onda dinámica, c_k se reemplaza por $V + c_d$ en (9.5.11). La condición de Courant requiere que el intervalo de tiempo para cálculo sea menor que el tiempo de tránsito de una onda a lo largo de la distancia Δx_i . Si Δt es muy grande de tal manera que no se satisface la condición de Courant, entonces existe, en efecto, una acumulación o amontonamiento de agua. La condición de Courant no se aplica al esquema implícito.

Con propósitos computacionales en un esquema explícito, Δx se especifica y se mantiene fijo a través de los cálculos, mientras que Δt se determina en cada intervalo de tiempo. Para hacer esto, se calcula un Δt_i que cumpla justamente la condición de Courant en cada punto de la red i en la línea de tiempo j , y se utiliza el menor Δt_i . Debido a que el método explícito es inestable a menos que Δt sea pequeño, algunas veces es aconsejable determinar el mínimo Δt_i en una línea de tiempo j y luego reducirlo en un porcentaje. La condición de Courant no garantiza la estabilidad, y por consiguiente es sólo una guía.

Esquema implícito

Los esquemas implícitos utilizan aproximaciones de diferencias finitas tanto para la derivada temporal como para la espacial en términos de la variable dependiente en la línea de tiempo desconocida. Como un ejemplo simple las derivadas espaciales y temporales pueden escribirse para el punto desconocido $(i+1, j+1)$ como

$$\frac{\partial u_{i+1}^{j+1}}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1}}{\Delta x} \quad (9.5.12)$$

y

$$\frac{\partial u_{i+1}^{j+1}}{\partial t} = \frac{u_{i+1}^{j+1} - u_i^j}{\Delta t} \quad (9.5.13)$$

Este esquema se utiliza en la sección 9.6 para el modelo de onda cinemática. En el capítulo 10 se utiliza un esquema implícito más complejo, conocido como el esquema implícito ponderado de 4 puntos, para el modelo completo de onda dinámica.

9.6 SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ONDA CINEMÁTICA

Tal como se muestra en la ecuación (9.3.7), pueden combinarse las ecuaciones de continuidad y *momentum* de la onda cinemática para producir una ecuación con Q como la única variable dependiente:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \alpha \beta Q^{\beta-1} \frac{\partial Q}{\partial t} = q \quad (9.6.1)$$

El objetivo de la solución numérica es resolver (9.6.1) para $Q(x, t)$ en cada uno de los puntos de la malla $x-t$, dados unos parámetros de canal α y β , el flujo lateral $q(t)$ y las condiciones iniciales y de frontera. En particular, el propósito de la solución es determinar el hidrograma de salida $Q(L, t)$. La solución numérica de la ecuación de la onda cinemática es más flexible que la solución analítica descrita en

la sección 9.4; puede manejar más fácilmente variaciones en las propiedades del canal y en las condiciones iniciales y de frontera, y sirve como una introducción a la solución numérica de la onda dinámica, presentada en el capítulo 10.

Para resolver la ecuación (9.6.1) en forma numérica, las derivadas espaciales y temporales de Q se aproximan en la malla $x-t$ tal como se muestra en la figura 9.6.1. El valor desconocido es Q_{i+1}^{j+1} . Los valores de Q en la j -ésima línea de tiempo se han determinado previamente, lo mismo que Q_i^{j+1} . En esta sección se describen dos esquemas para plantear ecuaciones de diferencias finitas: *un esquema lineal* en el cual Q_{i+1}^{j+1} se calcula como una función lineal de los valores conocidos de Q , y *un esquema no lineal* en el cual la forma en diferencias finitas de (9.6.1) es una ecuación no lineal.

Esquema lineal

Con el fin de plantear las ecuaciones de diferencia finita se usa un método de diferencias hacia atrás. La forma de diferencias finitas de la derivada espacial de Q_{i+1}^{j+1} se encuentra sustituyendo los valores de Q en la $(j+1)$ -ésima línea de tiempo en la ecuación (9.5.12):

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x} \quad (9.6.2)$$

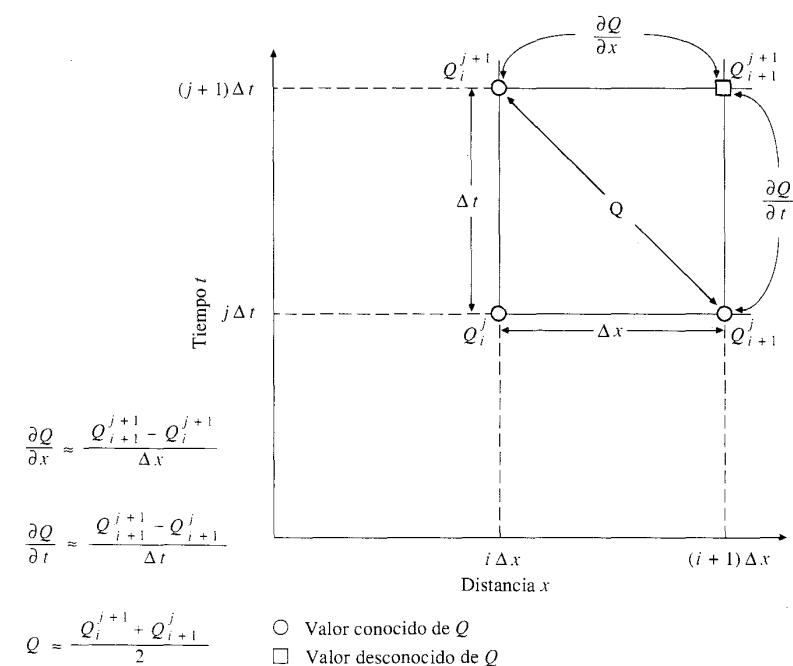


FIGURA 9.6.1

Caja de diferencias finitas para la solución de la ecuación de onda cinemática lineal mostrando las ecuaciones de diferencias finitas.

La forma en diferencias finitas de la derivada temporal se encuentra de manera similar al sustituir los valores de Q en la $(i+1)$ -ésima línea de distancia en la ecuación (9.5.13):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^j}{\Delta t} \quad (9.6.3)$$

Si se utilizara el valor de Q_{i+1}^{j+1} en lugar de Q en el término $\alpha\beta Q^{\beta-1}$ de la ecuación (9.6.1), la ecuación resultante sería no lineal en Q_{i+1}^{j+1} . Para crear una ecuación lineal, el valor de Q usado en el término $\alpha\beta Q^{\beta-1}$ se encuentra al promediar los valores de la diagonal de la caja mostrada en la figura 9.6.1:

$$Q \approx \frac{Q_{i+1}^j + Q_i^{j+1}}{2} \quad (9.6.4)$$

El valor del caudal lateral q se encuentra promediando los valores en la $(i+1)$ -ésima línea de distancia (se supone que éstos están dados en el problema):

$$q \approx \frac{q_{i+1}^{j+1} + q_i^j}{2} \quad (9.6.5)$$

Sustituyendo las ecuaciones (9.6.2) a (9.6.5) en (9.6.1) se obtiene la forma de diferencias finitas de la onda cinemática lineal:

$$\frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^j}{\Delta x} + \alpha\beta \left(\frac{Q_{i+1}^j + Q_i^{j+1}}{2} \right)^{\beta-1} \left(\frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^j}{\Delta t} \right) = \frac{q_{i+1}^{j+1} + q_i^j}{2} \quad (9.6.6)$$

Esta ecuación, resuelta para la incógnita Q_{i+1}^{j+1} , es

$$Q_{i+1}^{j+1} = \frac{\left[\frac{\Delta t}{\Delta x} Q_i^j + \alpha\beta Q_{i+1}^j \left(\frac{Q_{i+1}^j + Q_i^{j+1}}{2} \right)^{\beta-1} + \Delta t \left(\frac{q_{i+1}^{j+1} + q_i^j}{2} \right) \right]}{\left[\frac{\Delta t}{\Delta x} + \alpha\beta \left(\frac{Q_{i+1}^j + Q_i^{j+1}}{2} \right)^{\beta-1} \right]} \quad (9.6.7)$$

En la figura 9.6.2 se muestra un diagrama de flujo para el tránsito de onda cinemática utilizando este esquema. Q se escogió como la variable dependiente debido a que se obtienen menores errores relativos que cuando se considera el área de la sección transversal A como la variable dependiente (Henderson, 1966). Esto se demuestra tomando el logaritmo de (9.3.3):

$$\ln A = \ln \alpha + \beta \ln Q \quad (9.6.8)$$

y diferenciando:

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{1}{\beta} \left(\frac{dA}{A} \right) \quad (9.6.9)$$

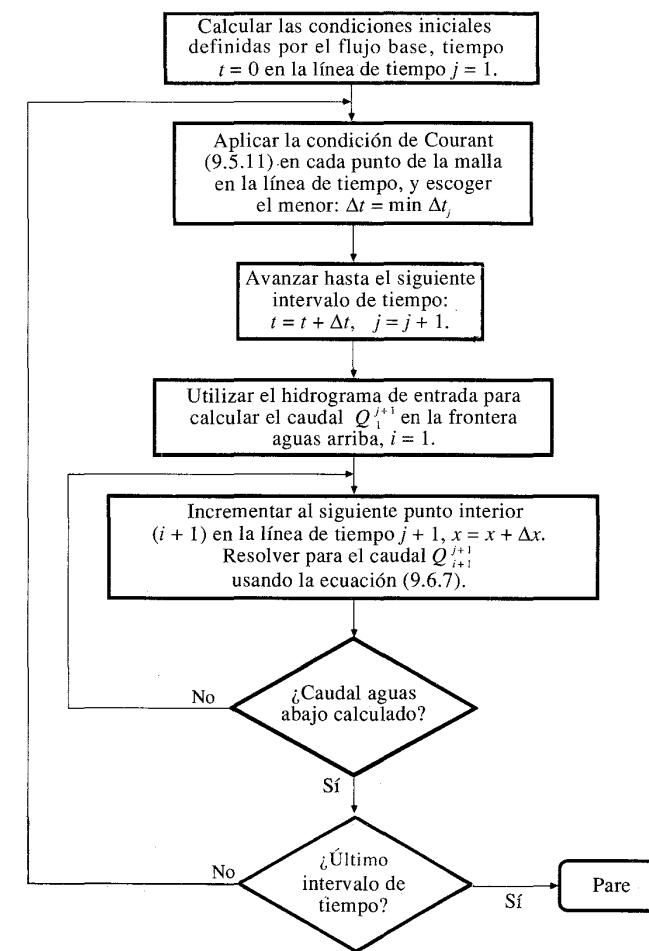


FIGURA 9.6.2
Diagrama de flujo para el cálculo de onda cinemática.

para definir la relación entre los errores relativos dA/A y dQ/Q . Utilizando ya sea la ecuación de Manning o la ecuación de Darcy-Weisbach, β es generalmente menor que 1, lo cual implica que el error de estimación del caudal aumentaría en la relación $1/\beta$ si la variable dependiente fuera el área de la sección transversal en lugar del caudal.

Ejemplo 9.6.1 Utilizando los mismos datos para el canal rectangular en el ejemplo 9.4.1 (ancho = 200 pies, longitud = 15,000 pies, pendiente = 1% y n de Manning = 0.035), desarrolle un modelo lineal de onda cinemática y transite el hidrograma de entrada dado en las columnas 1 y 2 de la tabla 9.4.1 a través del canal utilizando $\Delta x = 3,000$ pies y

$\Delta t = 3$ min. No existe caudal lateral. La condición inicial es un flujo uniforme de 2,000 cfs a lo largo del canal.

Solución. El valor de β es 0.6 y α se calcula utilizando $n = 0.035$, $P \approx B = 200$ pies y $S_o = 0.01$ reemplazando en la ecuación (9.3.5)

$$\alpha = \left(\frac{nP^{2/3}}{1.49S_o^{1/2}} \right)^{0.6} = \left[\frac{0.035 \times (200)^{2/3}}{1.49(0.01)^{1/2}} \right]^{0.6} = 3.49$$

Para $\Delta t = 3$ min = 180 s y $\Delta x = 3,000$ pies, la ecuación (9.6.7) con $q = 0$ da

$$Q_{i+1}^{j+1} = \frac{\left[\frac{180}{3,000} Q_i^j + (3.49)(0.6) Q_{i+1}^j \left(\frac{Q_{i+1}^j + Q_i^j}{2} \right)^{(0.6-1)} \right]}{\left[\frac{180}{3,000} + (3.49)(0.6) \left(\frac{Q_{i+1}^j + Q_i^j}{2} \right)^{(0.6-1)} \right]}$$

Este problema se resuelve siguiendo el algoritmo dado en la figura 9.6.2. Los cálculos proceden desde aguas arriba hacia aguas abajo tal como se muestra en la tabla 9.6.1, en la cual el eje de distancia se presenta horizontalmente, $i = 1, 2, \dots, 6$, y el eje temporal verticalmente en la página, $j = 1, 2, \dots$. La condición inicial es $Q_1^1 = 2,000$ cfs, la cual cubre la primera fila de valores de caudales. La condición de frontera aguas arriba es el hidrograma de flujo de entrada Q_1^j en la primera columna de los valores de caudal. Las entradas en $t = 0, 12, 24, \dots$ min se obtienen de la tabla 9.4.1, y los valores restantes se encuentran por interpolación lineal entre los valores tabulados.

La primera vez que el flujo de entrada se empieza a apartar de 2,000 cfs es después de $t = 12$ min, luego los cálculos para Q en la línea de tiempo de 15 min se utilizan como una ilustración. La secuencia computacional se indica en la tabla 9.6.1 mediante la secuencia de cajas. Con $j = 5$ e $i = 1$, el primer valor desconocido es $Q_{1+1}^5 = Q_2^5$, el cual es el caudal a una distancia de 3,000 pies en la línea de tiempo de 15 min. Se encuentra como una función de $Q_{1+1}^5 = Q_2^5 = 2,000$ cfs, el caudal a 3,000 pies en la línea de 12 min y de $Q_{1+1}^5 = Q_2^5 = 2,250$ cfs, el valor del hidrograma de entrada en $x = 0$ sobre la línea de tiempo de 15 min. Sustituyendo estos valores en la ecuación de diferencias finitas:

$$Q_2^5 = \frac{\left[\frac{180}{3,000} (2,250) + (3.49)(0.6)(2,000) \left(\frac{2,000 + 2,250}{2} \right)^{(0.6-1)} \right]}{\left[\frac{180}{3,000} + (3.49)(0.6) \left(\frac{2,000 + 2,250}{2} \right)^{(0.6-1)} \right]} = 2,095 \text{ cfs}$$

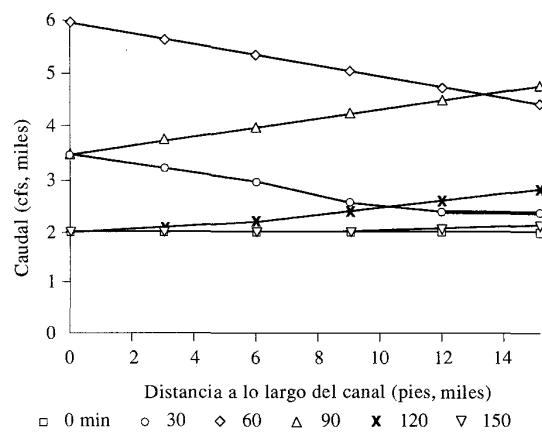
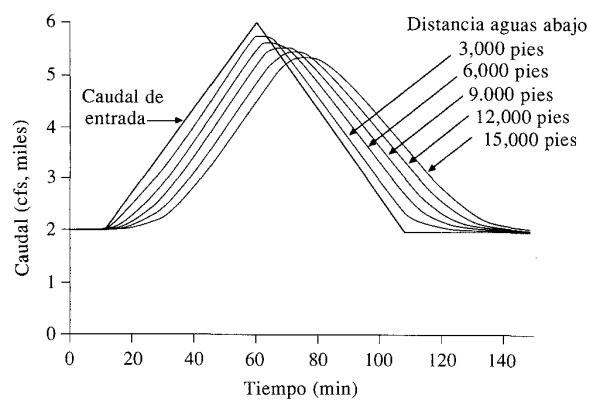
tal como se muestra en la tabla. Moviéndose a lo largo de la línea de tiempo de 15 min ($j = 6$), la segunda incógnita es Q_3^6 , el valor a la distancia de 6,000 pies, calculado como una función de $Q_{1+1}^6 = Q_3^6 = 2,000$ cfs, ahora a 6,000 pies en la línea de tiempo de 12 min y de $Q_{1+1}^6 = Q_3^6 = 2,095$ cfs, el valor que acaba de calcularse para una distancia de 3,000 pies en el minuto 15. El mismo procedimiento de arriba produce $Q_3^6 = 2,036$ cfs tal como se muestra en la tabla 9.6.1. Todos los demás valores desconocidos se determinan de la misma manera. El hidrograma de salida es la columna de caudales para $i = 6$ en 15,000 pies.

TABLA 9.6.1

Solución numérica para la onda cinemática lineal (ejemplo 9.6.1). Los valores dados en la tabla representan caudales en cfs. Los valores en cursiva muestran la propagación del caudal pico. Las cajas muestran la secuencia computacional para obtener los valores a lo largo de la línea de tiempo de 15 min

Tiempo (min)	Índice de tiempo <i>j</i>	Distancia a lo largo del canal (pies)					
		<i>i</i> = 1	3,000	6,000	9,000	12,000	15,000
0	1	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000
3	2	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000
6	3	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000
9	4	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000
12	5	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000
15	6	2,250	2,095	2,036	2,013	2,005	2,002
18	7	2,500	2,252	2,118	2,053	2,023	2,010
21	8	2,750	2,449	2,246	2,127	2,062	2,030
24	9	3,000	2,672	2,414	2,238	2,129	2,067
27	10	3,250	2,910	2,613	2,385	2,228	2,129
30	11	3,500	3,158	2,836	2,566	2,360	2,218
•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•
48	17	5,000	4,695	4,374	4,037	3,694	3,358
51	18	5,250	4,952	4,638	4,307	3,965	3,620
54	19	5,500	5,209	4,902	4,578	4,239	3,892
57	20	5,750	5,465	5,165	4,848	4,516	4,171
60	21	6,000	5,720	5,427	5,118	4,793	4,452
63	22	5,750	5,734	5,573	5,332	5,043	4,723
66	23	5,500	5,623	5,597	5,457	5,237	4,961
69	24	5,250	5,447	5,526	5,489	5,356	5,145
72	25	5,000	5,238	5,390	5,443	5,397	5,263
75	26	4,750	5,012	5,213	5,335	5,368	5,312
78	27	4,500	4,777	5,011	5,184	5,281	5,298
•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•
144	49	2,000	2,001	2,008	2,028	2,067	2,133
147	50	2,000	2,001	2,005	2,019	2,049	2,101
150	51	2,000	2,001	2,004	2,013	2,036	2,076

Los valores de $\Delta t = 3$ min y $\Delta x = 3,000$ pies se escogieron de tal manera que la condición de Courant (9.5.11) se satisficiera en cualquier punto del plano $x-t$. Tal como se muestra en la tabla 9.4.1, el máximo valor de la celeridad de onda es 15.5 pies/s, para un caudal de 6,000 cfs. Aquí $\Delta x/\Delta t = 3,000/180 = 16.7$ pies/s, lo cual es mayor que el valor máximo de la celeridad, satisfaciéndose entonces la condición de Courant en todas partes.



La figura 9.6.3a) muestra algunas gráficas de las columnas de la tabla 9.6.1, es decir, los hidrogramas de caudal en varios puntos a lo largo del canal. Puede verse que el caudal pico disminuye a medida que la onda transita aguas abajo en el canal, lo cual se indica mediante los valores marcados en cursiva en la tabla. La figura 9.6.3b) muestra gráficas de las filas de la tabla 9.6.1, las cuales representan la distribución del flujo a lo largo del canal para varios instantes de tiempo, que muestra el aumento y la disminución del flujo a medida que la onda transita aguas abajo en el canal. La figura 9.6.4 es una comparación de la solución analítica calculada en el ejemplo 9.4.1 con dos soluciones numéricas, la primera calculada aquí con $\Delta x = 3,000$ pies y $\Delta t = 3$ min y otra solución calculada de manera similar con $\Delta x = 1,000$ pies y $\Delta t = 1$ min. Puede observarse que el esquema numérico introduce dispersión de la onda de creciente en la solución y este grado de dispersión aumenta con el tamaño de los incrementos Δx y Δt .

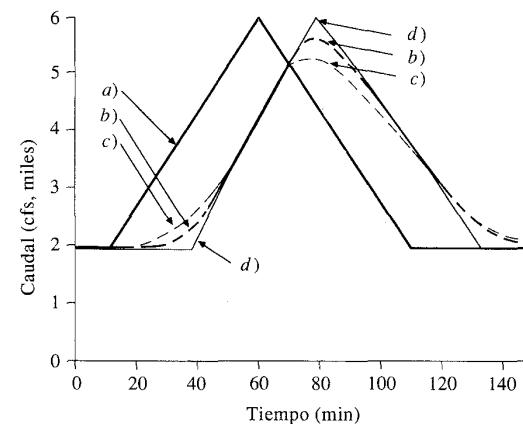


FIGURA 9.6.4
Tránsito de onda cinemática utilizando métodos analíticos y numéricos. La solución analítica no muestra atenuación, mientras que la solución numérica dispersa la onda, cuyo grado de dispersión aumenta con el tamaño de los intervalos de tiempo y distancia. a) Caudal de entrada. b) Solución numérica utilizando $\Delta t = 1$ min y $\Delta x = 1,000$ pies. c) Solución numérica, $\Delta t = 3$ min, $\Delta x = 3,000$ pies. d) Solución analítica.

Esquema no lineal de onda cinemática

La forma en diferencias finitas de la ecuación (9.6.1) también puede expresarse como

$$\frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x} + \frac{A_{i+1}^{j+1} - A_i^{j+1}}{\Delta t} = \frac{q_{i+1}^{j+1} + q_i^{j+1}}{2} \quad (9.6.10)$$

Al igual que en el esquema lineal se toma Q como la variable dependiente; utilizando la ecuación (9.3.3),

$$A_{i+1}^{j+1} = \alpha(Q_{i+1}^{j+1})^\beta \quad (9.6.11)$$

y

$$A_i^{j+1} = \alpha(Q_i^{j+1})^\beta \quad (9.6.12)$$

Las ecuaciones (9.6.11) y (9.6.12) se sustituyen en (9.6.10) para obtener, luego de reordenar,

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} Q_{i+1}^{j+1} + \alpha(Q_{i+1}^{j+1})^\beta = \frac{\Delta t}{\Delta x} Q_i^{j+1} + \alpha(Q_i^{j+1})^\beta + \Delta t \left(\frac{q_{i+1}^{j+1} + q_i^{j+1}}{2} \right) \quad (9.6.13)$$

Esta ecuación se ha ordenado de tal manera que el caudal desconocido Q_{i+1}^{j+1} se encuentra en el lado izquierdo, y todas las cantidades conocidas se encuentran en el lado derecho. Es una ecuación no lineal para Q_{i+1}^{j+1} ; luego se requiere un esquema de solución numérica tal como el método de Newton (véase la sección 5.6 para una introducción al método de Newton).

El lado derecho conocido en cada punto de la malla de diferencias finitas es

$$C = \frac{\Delta t}{\Delta x} Q_i^{j+1} + \alpha (Q_{i+1}^j)^{\beta} + \Delta t \left(\frac{q_{i+1}^{j+1} + q_i^{j+1}}{2} \right) \quad (9.6.14)$$

del cual se define un *error residual* $f(Q_{i+1}^{j+1})$ utilizando la ecuación como

$$f(Q_{i+1}^{j+1}) = \frac{\Delta t}{\Delta x} Q_{i+1}^{j+1} + \alpha (Q_{i+1}^{j+1})^{\beta} - C \quad (9.6.15)$$

La primera derivada de $f(Q_{i+1}^{j+1})$ es

$$f'(Q_{i+1}^{j+1}) = \frac{\Delta t}{\Delta x} + \alpha \beta (Q_{i+1}^{j+1})^{\beta-1} \quad (9.6.16)$$

El objetivo es encontrar Q_{i+1}^{j+1} que obligue a $f(Q_{i+1}^{j+1})$ a ser igual a 0. Utilizando el método de Newton con iteraciones $k = 1, 2, \dots$

$$(Q_{i+1}^{j+1})_{k+1} = (Q_{i+1}^{j+1})_k - \frac{f(Q_{i+1}^{j+1})_k}{f'(Q_{i+1}^{j+1})_k} \quad (9.6.17)$$

El criterio de convergencia para el proceso iterativo es

$$|f(Q_{i+1}^{j+1})_{k+1}| \leq \epsilon \quad (9.6.18)$$

donde ϵ es un criterio de error. En la figura 9.6.5 se presenta un diagrama de flujo para el esquema no lineal de la onda cinemática.

El valor estimado inicial de Q_{i+1}^{j+1} es importante para la convergencia del esquema iterativo. Un buen enfoque es usar la solución del esquema lineal, ecuación (9.6.7), como la primera aproximación al esquema no lineal. Li, Simons y Stevens (1975) llevaron a cabo un análisis de estabilidad el cual indicó que el esquema que utiliza la ecuación (9.6.13) es incondicionalmente estable. También mostraron que un amplio rango de valores de $\Delta t/\Delta x$ podía utilizarse sin introducir errores grandes en la forma del hidrograma de caudal de salida.

9.7 MÉTODO DE MUSKINGUM-CUNGE

Se han propuesto algunas variaciones al método de tránsito de onda cinemática. Cunge (1969) propuso un método basado en el método de Muskingum, un método tradicionalmente aplicado al tránsito hidrológico de almacenamiento lineal. Con referencia a la malla computacional tiempo-espacio mostrada en la figura 9.6.1, la ecuación de tránsito de Muskingum (8.4.7) puede escribirse para el caudal en $x = (i+1)\Delta x$ y $t = (j+1)\Delta t$:

$$Q_{i+1}^{j+1} = C_1 Q_i^{j+1} + C_2 Q_i^j + C_3 Q_{i+1}^j \quad (9.7.1)$$

en la cual C_1 , C_2 y C_3 están definidas en las ecuaciones (8.4.8) a (8.4.10). En esas ecuaciones, K es una constante de almacenamiento que tiene dimensiones de tiempo y X es un factor que expresa la influencia relativa del caudal de entrada en los nive-

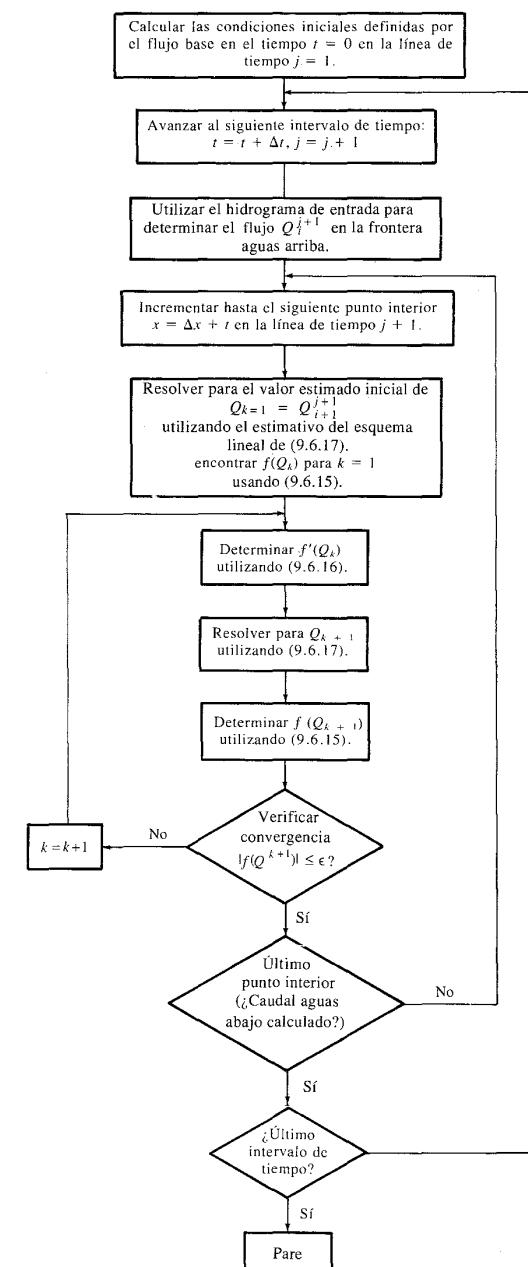


FIGURA 9.6.5
Diagrama de flujo para el cálculo de onda cinemática no lineal.

les de almacenamiento. Cunge demostró que cuando K y Δt se toman como constantes, la ecuación (9.7.1) es una solución aproximada de las ecuaciones de onda cinemática [ecuaciones (9.3.1) y (9.3.2)]. Adicionalmente demostró que (9.7.1) puede considerarse como una solución aproximada de una ecuación de difusión modificada (tabla 9.2.1) si

$$K = \frac{\Delta x}{c_k} = \frac{\Delta x}{dQ/dA} \quad (9.7.2)$$

y

$$X = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{Q}{B c_k S_o \Delta x} \right) \quad (9.7.3)$$

donde c_k es la celeridad correspondiente a Q y B , y B es el ancho de la superficie de agua. La parte derecha de la ecuación (9.7.2) representa el tiempo de propagación de un caudal dado a lo largo de un tramo de longitud Δx . Cunge (1969) demostró que para que exista estabilidad numérica se requiere que $0 \leq X \leq 1/2$.

El tránsito de Muskingum-Cunge se lleva a cabo resolviendo la ecuación algebraica (9.7.1). Los coeficientes en la ecuación (9.7.1) se calculan utilizando las ecuaciones (9.7.2) y (9.7.3) en conjunto con las ecuaciones (8.4.8) a (8.4.10) para cada punto del espacio y del tiempo del cálculo, debido a que tanto K como X varían con respecto al tiempo y al espacio.

El método de Muskingum-Cunge ofrece dos ventajas sobre los métodos estándares de onda cinemática. En primer lugar, la solución se obtiene a través de una ecuación algebraica lineal (9.7.1) en lugar de una aproximación por diferencias finitas o por el método de las características de la ecuación diferencial parcial; esto permite que el hidrograma completo se obtenga en las secciones transversales requeridas en lugar de requerir la solución a lo largo de todo el canal completo para cada intervalo de tiempo, como en el método de onda cinemática. En segundo lugar, la solución utilizando la ecuación (9.7.1) tenderá a mostrar una menor atenuación de la onda, permitiendo escoger los incrementos de espacio y tiempo para los cálculos más flexiblemente, en comparación con el método de la onda cinemática.

El extenso informe British Flood Studies (Natural Environment Research Council, 1975) concluyó que el método de Muskingum-Cunge es preferible a los métodos que utilizan un modelo de onda de difusión (véase la tabla 9.2.1) debido a su simplicidad; su grado de aproximación es similar. Las desventajas del método de Muskingum-Cunge radican en que no puede manejar efectos de perturbaciones aguas abajo que se propagan aguas arriba y que no puede predecir en forma exacta el hidrograma de caudal de salida en una frontera aguas abajo cuando existen grandes variaciones en la velocidad de la onda cinemática, como las que resultan en crecientes sobre planicies de inundación grandes.

REFERENCIAS

- Abramowitz, M., and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York, 1972.
 Chow, V. T., *Open-channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York, 1959.
 Courant, R., and K. O. Friedrichs, *Supersonic Flow and Shock Waves*, Interscience Publishers, New York, 1948.

- Cunge, J. A., On the subject of a flood propagation method (Muskingum method), *J. Hydraulics Research*, International Association of Hydraulics Research, vol. 7, No. 2, pp. 205-230, 1969.
 Eagleson, P. S., *Dynamic Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1970.
 Henderson, F. M., *Open Channel Flow*, Macmillan, New York, 1966.
 Li, R.M., D. B. Simons and M. A. Stevens. Nonlinear kinematic wave approximation for water routing, *Water Resour. Res.* vol. 11, No. 2, pp. 245-252, 1975.
 Lighthill, M. J. and G. B. Whitham. On kinematic waves, J. flood movement in long rivers, *Proc. R. Soc. London A*, vol. 229, No. 1178, pp. 281-316, May, 1955.
 Miller, J. E., Basic concepts of kinematic-wave models, *U. S. Geol. Surv. Prof. Pap.* 1302, 1984. Natural Environment Research Council, *Flood Studies Report*, Vol. III, *Flood Routing Studies*, Institute of Hydrology, Wallingford, England, 1975.
 Overton, D. E., and M. E. Meadows, *Stormwater Modeling*, Academic Press, New York, 1976.
 Saint-Venant, Barre de, Theory of unsteady water flow, with application to river floods and to propagation of tides in river channels, *French Academy of Science*, vol. 73, pp. 148-154, 237-240, 1871.
 Stephenson, D., and M. E. Meadows, *Kinematic Hydrology and Modeling*, Developments in Water Science 26, Elsevier, Amsterdam, 1986.
 Strelkoff, T., One-dimensional equations of open-channel flow, *J. Hydr. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 95, No. HY3, pp. 861-876, 1969.

BIBLIOGRAFÍA

- Solución explícita de las ecuaciones de Saint-Venant
 Amein, M., and C. S. Fang, Streamflow routing (with application to North Carolina rivers), rep. No. 17, Water Resources Res. Inst. of the Univ. of North Carolina, Raleigh, N. C., 1969.
 Garrison, J. M., J.-P. P. Granju, and J. T. Price, Unsteady flow simulation in rivers and reservoirs, *J. Hydr. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 95, No. HY5, pp. 1559-1576, 1969.
 Isaacson, E., J. J. Stoker, and A. Troesch, Numerical solution of flood prediction and river regulation problems, reps. IMM-205, IMM-235, Inst. for Math. and Mech., New York Univ., New York, 1954, 1956.
 Isaacson, E., J. J. Stoker, and A. Troesch, Numerical solution of flow problems in rivers, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 84, No. HY5, pp. 1-18, 1958.
 Johnson, B., Unsteady flow computations on the Ohio-Cumberland-Tennessee-Mississippi river system, tech. rep. H-74-8, Hyd. Lab., U. S. Army Eng. Waterways Exper. Sta., Vicksburg, Miss., 1974.
 Liggett, J. A., and D. A. Woolhiser, Difference solutions of the shallow-water equations, *J. Eng. Mech. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 93, No. EM2, pp. 39-71, 1967.
 Martin, C. S. and F. G. De Fazio, Open channel surge simulation by digital computer, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 95, No. HY6, pp. 2049-2070, 1969.
 Ragan, R. M., Synthesis of hydrographs and water surface profiles for unsteady open channel flow with lateral inflows, *Ph. D. dissertation*, Cornell University, Ithaca, New York, 1965.
 Strelkoff, T., Numerical solution of Saint-Venant equations, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 96, No. HY1, pp. 223-252, 1970.
 Stoker, J. J., Numerical solution of flood prediction and river regulation problems. rep. IMM-200, Inst. for Math. and Mech., New York Univ., 1953.

Modelos de onda cinemática para el flujo superficial y el flujo en ríos

- Borah, D. K., S. N. Prasad, and C. V. Alonso, Kinematic wave routing incorporating shock fitting, *Water Resour. Res.*, vol. 16, No. 3, pp. 529-541, 1980.
 Brakensiek, D. L., A simulated watershed flow system for hydrograph prediction: a kinematic application, *Proceedings*, International Hydrology Symposium, Fort Collins, Colo., vol. 1, pp. 3.1-3.7, 1967.
 Constantinides, C. A., Two-dimensional kinematic overland flow modeling, *Proceedings*, Second International Conference on Urban Storm Drainage, University of Illinois at Urbana-Champaign, ed. por B. C. Yen, vol. 1, pp. 49-58.
 Dawdy, D. R., J. C. Schaake, Jr. W. W. Alley, User's guide for distributed routing rainfall-runoff model, *Water Resources Investigation 78-90*, U. S. Geological Survey, 1978.

- DeVries, J. J., R. C. MacArthur, Introduction and application of kinematic wave routing techniques using HEC-1, *training document No. 10*, Hydrologic Engineering Center, U. S. Army Corps of Engineers, Davis, Calif., 1979.
- Gburek, W. J., D. E. Overton, Subcritical kinematic flow in a stable stream, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 99, No. HY9, pp. 1433-1447, 1973.
- Harley, B. M., F. E. Perkins, P. S. Eagleson, A modular distributed model of catchment dynamics, report 133, Ralph M. Parsons Lab., Mass. Inst. Tech., December 1970.
- Henderson, F. M., R. A. Wooding, Overland flow and groundwater from a steady rainfall of finite duration, *J. Geophys. Res.*, vol. 69, No. 8, pp. 1531-1540, 1964.
- Kibler, D. F., D. A. Woolhiser, The kinematic cascade as a hydrologic model, hydrology paper No. 39, Colorado State University, Fort Collins, Colo., 1970.
- Leclerc, G. J. C. Schaake, Methodology for assessing the potential impact of urban development on urban runoff and the efficiency of runoff control alternatives, report No. 167, Ralph M. Parsons Lab., Mass. Inst. Tech., 1973.
- Morris, E. M., D. A. Woolhiser, Unsteady one-dimensional flow over a plane: partial equilibrium and recession hydrographs, *Water Resour. Res.*, vol. 16, No. 2, pp. 355-360, 1980.
- Overton, D. E., Route or convolute? *Water Resour. Res.*, vol. 6, No. 1, pp. 43-52, 1970.
- Overton, D. E., Estimation of surface water lag time from the kinematic wave equations. *Water Resour. Bull.*, vol. 7, No. 3, pp. 428-440, 1971.
- Overton, D. E., Kinematic flow on long impermeable planes, *Water Resour. Bull.*, vol. 8, No. 6, pp. 1198-1204, 1972.
- Overton, D. E. y D. L. Brakensiek, A kinematic model of surface runoff response. *Proceedings Symp., Results of Research on Representative and Experimental Basins*, Wellington, New Zealand, 1970, UNESCO-IAHS, vol. 1, Paris, 1973.
- Ponce, V. M., R.-M. Li, y D. B. Simons, Applicability of kinematic and diffusion models. *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 104, No. HY3, pp. 353-360, 1978.
- Schaake, J. C., Jr., Deterministic urban runoff model, *Treatise on Urban Water Systems*, Colorado State University, pp. 357-383, 1971.
- Sherman, B., y V. P. Singh, A kinematic model for surface irrigation, *Water Resour. Res.*, vol. 14, No. 2, pp. 357-364, 1978.
- Sherman, B., y V. P. Singh, A kinematic model for surface irrigation: an extension, *Water Resour. Res.*, vol. 18, No. 3, pp. 659-667, 1982.
- Wooding, R. A., A hydraulic model for the catchment-stream problem. I. kinematic wave theory. *J. Hydrol.*, vol. 3, pp. 254-267, 1965a.
- Wooding, R. A., A hydraulic model for the catchment-stream problem. II. numerical solutions, *J. Hydrol.*, vol. 3, No. 1, pp. 268-282, 1965b.
- Wooding, R. A., A hydraulic model for the catchment-stream problem, III. comparison with runoff observations, *J. Hydrol.*, vol. 4, No. 1, pp. 21-37, 1966.
- Woolhiser, D. A. J. A. Ligett, Unsteady one-dimensional flow over a plane-the rising hydrograph, *Water Resour. Res.*, vol. 3, No. 3, pp. 753-771, 1967.

Modelos de onda cinemática para el flujo en tuberías

- Book, D. E., J. W. Labadie, D. M. Morrow, Dynamic vs. kinematic routing in modeling urban storm drainage, *Proceedings, Second International Conference on Urban Storm Drainage*, University of Illinois at Urbana-Champaign, ed. B. C. Yen, vol. 1, pp. 154-164, 1981.
- Brandstetter, A., Comparative analysis of urban stormwater models, Battelle Institute, Washington, D. C. 1974.
- Brandstetter, A., R. L. Engel, D. B. Cearlock, A mathematical model for optimum design and control of metropolitan wastewater management systems. *Water Resour. Bull.*, vol. 9, No. 6, pp. 1188-1200, 1973.
- Huber, W. C., et al., Storm water management model—User's Manual Version II, Environmental Protection Series, EPA-670/2-75-017, 1975.
- Joliffe, I. B., Unsteady free surface flood wave movement in pipe networks, *Ph. D. thesis*, University of Newcastle, New South Wales, Australia, 1980.
- Yen, B. C., N. Pansic, Surcharge of sewer systems, research report No. 149, Water Resources Center, University of Illinois at Urbana-Champaign, March 1980.
- Yen, B. C., A. S. Sevuk, Design of storm sewer networks, *J. Env. Eng. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 101, No. EE4, pp. 535-553, 1975.
- Yen, B. C., H. G. Wenzel Jr., L. W. Mays, W. H. Tang, Advanced methodologies for design of storm sewer systems, research report No. 112, Water Resources Center, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1976.

PROBLEMAS

- 9.1.1** Deduzca la forma no conservativa de la ecuación de *momentum* (9.2.1b) para un flujo de ancho unitario en un canal utilizando la forma conservativa (9.2.1a).
- 9.1.2** a) Describa las ventajas y desventajas del tránsito de sistemas agregados (hidrológicos) vs. el tránsito de sistemas distribuidos (hidráulicos).
b) ¿Cuáles son las limitaciones de la aproximación de onda cinemática?
c) ¿En qué tipo de situaciones se justificaría el uso de un modelo de onda cinemática en comparación con un modelo de onda dinámica?
d) Describa la diferencia entre un modelo de onda cinemática lineal y uno no lineal.
- 9.1.3** Determine el coeficiente de *momentum* β , definido por la ecuación (9.1.28) para la información de caudales dada en el problema 6.3.1.
- 9.1.4** Determine el coeficiente de *momentum* β , definido por la ecuación (9.1.28) para la información de caudales dada en el problema 6.3.5.
- 9.3.1** Calcule la velocidad del agua V , la celeridad de onda cinemática c_k , la celeridad de onda dinámica c_d y las velocidades de propagación de ondas dinámicas $V \pm c_d$ para el canal descrito en el ejemplo 9.3.1 y para caudales de 10, 50, 100, 500, 1,000, 5,000 y 10,000 cfs. Grafique los resultados para mostrar la variación de las velocidades y celeridades como función del caudal.
- 9.4.1** Compare los métodos analíticos y numéricos para resolver las ecuaciones de onda cinemática e indique cuándo es aplicable cada uno de éstos.
- 9.4.2** Demuestre que la celeridad de onda cinemática es $c_k = 5V/3$, donde V es la velocidad promedio, cuando se utiliza la ecuación de Manning para definir la resistencia al flujo en un canal rectangular ancho.
- 9.4.3** Demuestre que el tiempo del tránsito T de una onda cinemática en un canal rectangular ancho con ancho B , longitud L , pendiente S_0 y coeficiente de rugosidad de Manning n que conduce un caudal Q está dado aproximadamente por

$$T = \frac{3}{5} \left(\frac{nB^{2/3}}{1.49S_0^{1/2}} \right)^{3/5} Q^{-2/5} L$$

Si $B = 200$ pies, $L = 265$ millas, $S_0 = 0.00035$, $n = 0.045$ y $Q = 2,000$ cfs, calcule el tiempo de tránsito en días.

- 9.4.4** Usted se encuentra a cargo de la salida de agua desde un embalse a un río cuyas propiedades de canal son las dadas en el problema previo. Existen cuatro usuarios de agua aguas abajo cuyas derivaciones diarias de agua durante un periodo de una semana se predicen como se muestra a continuación. Calcule la cantidad de agua que se debe liberar desde el embalse en el primer día de este periodo para copar la demanda de estos usuarios y tener un caudal extra de 200 cfs fluyendo aguas abajo del último usuario. Suponga que el caudal de salida de embalse fue constante durante la semana previa e igual a 2,500 cfs, que las tomas de agua fueron constantes durante esa semana e iguales a los valores para el día 1 de la tabla y que no existe flujo lateral.

Usuario	Distancia aguas abajo (mi)	Derivaciones en el día (cfs)						
		1	2	3	4	5	6	7
1	183	531	531	531	479	407	383	383
2	187	409	395	378	360	341	285	239
3	228	79	79	154	150	157	80	82
4	265	698	698	702	702	672	674	674

- Discuta la respuesta. ¿Qué suposiciones se hicieron? ¿Cómo afectan estas suposiciones el resultado?
- 9.4.5** Una creciente con un caudal pico de 100,000 cfs acaba de pasar una estación de aforo en un río. Existe una comunidad adyacente al río, localizada 100 millas aguas abajo, para la cual se debe dar una alarma de creciente. ¿Cuánto tiempo transcurrirá antes de que el pico de la creciente alcance esta comunidad? Suponga que el canal es rectangular con 500 pies de ancho, pendiente del 1% y coeficiente de rugosidad de Manning de 0.040.
- 9.6.1** Desarrolle las ecuaciones de diferencias finitas del modelo lineal de onda cinemática para un tránsito de onda de creciente en un canal trapezoidal. Suponga que no existe flujo lateral.
- 9.6.2** Desarrolle un algoritmo para resolver el esquema de tránsito para el modelo de onda cinemática en un canal trapezoidal. Describa el procedimiento paso a paso que debe usarse para transitar un hidrograma de entrada a través de un tramo dado. Divida cada tramo en n secciones, cada una de longitud x . Utilice diagramas de flujo o cualquier otro tipo de guías que desee para explicar el algoritmo. Este procedimiento debe ser el primer paso en el desarrollo de un programa de computador para un procedimiento de tránsito.
- 9.6.3** Tome el hidrograma del caudal de entrada dado a continuación y utilice el método analítico de solución de la onda cinemática para transitarlo a través de un canal rectangular uniforme de concreto de 300 pies de ancho y 10,000 pies de longitud con una pendiente de lecho de 0.015. Suponga un coeficiente n de Manning = 0.020 y que las condiciones iniciales son un flujo uniforme de 500 cfs.

Tiempo (min)	0	20	40	60	80	100	120	140	160
Caudal (cfs)	500	1,402	9,291	11,576	10,332	5,458	2,498	825	569

- 9.6.4** Calcule la solución al problema 9.6.3 utilizando el método de solución numérica lineal de onda cinemática, con $\Delta t = 1$ min y $\Delta x = 2,000$ pies. Considere solamente $0 \leq t \leq 20$ min.
- 9.6.5** Calcule la solución completa al problema 9.6.3 para un horizonte de tiempo de 160 minutos utilizando el método lineal de onda cinemática, con $\Delta t = 1$ min y $\Delta x = 2,000$ pies.
- 9.6.6** Escriba un programa de computador para el modelo lineal de la onda cinemática desarrollado para un canal rectangular. La condición de frontera aguas arriba es un hidrograma de entrada y la condición inicial es un flujo uniforme.
- 9.6.7** Considere un canal de drenaje rectangular de concreto de 100 pies de ancho que tiene 8,000 pies de largo y una pendiente de 0.006 pies/pie, con un factor de rugosidad de Manning de $n = 0.015$. Utilice el programa de computador desarrollado en el problema 9.6.6 para el modelo de la onda cinemática para transitir a través del tramo la creciente hipotética descrita por

$$Q = Q_b + \frac{Q_p}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T} \right)$$

- en la cual Q es el caudal, Q_b es el flujo base, Q_p es el caudal pico (amplitud) y T es la duración de la onda de creciente. Utilice los valores $Q_p = 6,000$ cfs, $Q_b = 2,000$ cfs y $T = 120$ min. Suponga que $Q = Q_b$ para $t > T$.
- 9.6.8** Considere un canal rectangular de 100 pies de ancho con una pendiente de lecho de 0.015 y un coeficiente n de Manning de 0.035. En un esquema numérico de tránsito $\Delta x = 5,000$ pies y $\Delta t = 10$ min. Dados los siguientes caudales:

Punto	$i, j + 1$	i, j	$i + 1, j$
Q (cfs)	1,040	798	703

determine Q_{i+1}^{j+1} utilizando un esquema implícito de diferencias finitas para un modelo lineal de onda cinemática. Suponga $R = y$ en el desarrollo del modelo de onda cinemática.

- 9.6.9** Resuelva el problema 9.6.8 utilizando el modelo de onda cinemática no lineal en conjunto con el método de Newton.
- 9.7.1** Escriba un programa de computador para el modelo de Muskingum-Cunge para transitar el caudal a través de un tubo circular de alcantarillado de aguas lluvias. Considere un tubo que tiene 6 pies de diámetro, 1,000 pies de longitud, n de Manning de 0.015 y pendiente de 0.001. Transite a través de este tubo un hidrograma de caudal de entrada descrito por la ecuación dada en el problema (9.6.7) con $Q_b = 20$ cfs, $Q_p = 60$ cfs y $T = 20$ min. Suponga un caudal de entrada Q_b para $t > T$.
- 9.7.2** Escriba un programa de computador para el modelo de Muskingum-Cunge para transitar ondas de crecientes a través de un canal rectangular. Transite el hidrograma del problema 9.6.3 a través del canal rectangular descrito en ese problema.
- 9.7.3** Resuelva el problema 9.6.7 utilizando el método de Muskingum-Cunge.

TRÁNSITO DE ONDA DINÁMICA

La propagación de flujo a través de un río o de una red de ríos en el espacio y en el tiempo es un problema complejo. El deseo de construir y vivir a lo largo de los ríos genera la necesidad de un cálculo acertado de niveles de agua y de caudales y provee el ímpetu para desarrollar modelos complejos de tránsito de flujo, tal como los modelos de onda dinámica. Otro ímpetu para el desarrollo de modelos de onda dinámica es la necesidad de simulación hidrológica más precisa, en particular para la simulación de flujo en cuencas urbanas y en sistemas de drenaje de aguas lluvias. El modelo de onda dinámica también puede utilizarse para transitar flujos bajos en ríos o canales de irrigación para proporcionar un control mejor de la distribución de agua. La propagación de flujo a lo largo de un canal, de un río o de un sistema de drenaje urbano es un flujo no uniforme y no permanente, no permanente debido a que varía en el tiempo, no uniforme debido a que las propiedades del flujo tales como la elevación de la superficie del agua, la velocidad y el caudal no son constantes a lo largo del canal.

Los métodos de tránsito distribuido unidimensionales se han clasificado en el capítulo 9 como tránsito de la onda cinemática, tránsito de la onda de difusión y tránsito de la onda dinámica. Las ondas cinemáticas dominan el flujo cuando las fuerzas iniciales y de presión son poco importantes, es decir, cuando la fuerza gravitacional del flujo está balanceada por la fuerza de la resistencia friccional. En el capítulo 9 se demostró que la aproximación de la onda cinemática es útil para aplicaciones en las cuales las pendientes del canal son altas y los efectos de remanso son despreciables. Cuando las fuerzas de presión se vuelven importantes pero las fuerzas iniciales siguen siendo poco importantes, es aplicable un modelo de onda de difusión. Tanto el modelo de la onda cinemática como el modelo de la onda de difusión son útiles para describir la propagación de ondas aguas abajo cuando la pendiente del canal es mayor que alrededor de 0.5 pies/mi (0.01%) y no existen ondas propagándose aguas arriba debido a perturbaciones tales como mareas, flujos tributarios u operación de embalses. Cuando tanto las fuerzas iniciales como las de presión son importantes, tal como ocurre en ríos de pendiente baja, y cuando los efectos de remanso de las perturbaciones de aguas abajo no son desprecia-

bles, se necesita el término de fuerza inercial y el término de fuerza de presión en la ecuación de *momentum*. Bajo estas circunstancias, se requiere el método de tránsito de la onda dinámica, el cual involucra la solución numérica de las ecuaciones de Saint-Venant completas. El tránsito dinámico fue usado por primera vez por Stoker (1953) y por Isaacson, Stoker y Troesch (1954, 1956) en su investigación pionera del tránsito de crecientes para el río Ohio. Este capítulo describe el desarrollo teórico usado en modelos de tránsito de onda dinámica utilizando *métodos de diferencias finitas implícitas* para resolver las ecuaciones de Saint-Venant.

10.1 RELACIONES DINÁMICAS DE PROFUNDIDAD-CAUDAL

La ecuación de *momentum* se escribe en la forma conservativa [de (9.1.33)] como

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\beta Q^2/A)}{\partial x} + gA\left(\frac{\partial y}{\partial x} - S_o + S_f + S_e\right) - \beta qv_x + W_f B = 0 \quad (10.1.1)$$

El flujo uniforme ocurre cuando la pendiente del lecho S_0 es igual a la pendiente de fricción S_f y todos los otros términos son despreciables, de tal manera que la relación entre el caudal, o tasa de flujo, y la profundidad o elevación de la superficie de agua es una relación biúnica deducida de la ecuación de Manning, tal como se muestra en la curva de calibración del flujo uniforme de la figura 10.1.1. Cuando otros términos en la ecuación de *momentum* son no despreciables, la relación profundidad-caudal no es biúnica, tal como se muestra por la otra curva de la figura 10.1.1, debido a que la profundidad no es simplemente una función de caudal, sino que también es una función de una pendiente variable de la línea de energía. Para una profundidad dada, el caudal es usualmente mayor en el tramo creciente de un hidrograma que en el tramo de recesión. A medida que el caudal aumenta y disminuye, la curva de calibración puede mostrar múltiples circuitos tal como se muestra en la figura 10.1.2 para el río Rojo (Fread, 1973c). La curva de calibración para flujo uniforme es típica de los métodos de tránsito agregado o hidrológicos en los cuales

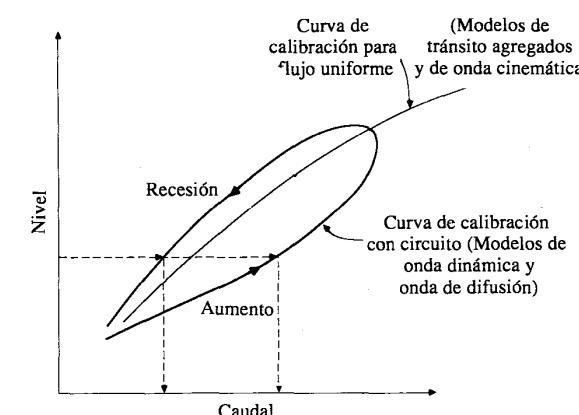


FIGURA 10.1.1
Curvas de calibración. La curva de calibración de flujo uniforme no refleja los efectos de remanso, mientras que la curva sí lo hace.

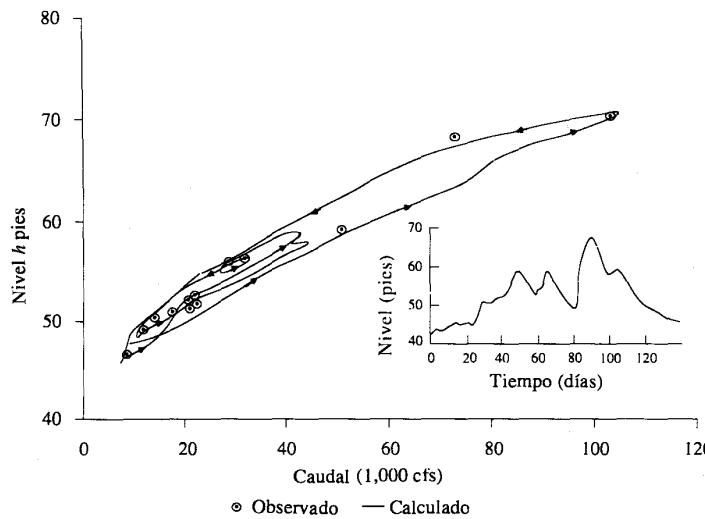


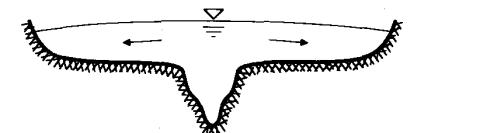
FIGURA 10.1.2
Relación nivel-caudal con circuito para el río Rojo, Alexandria, Louisiana (mayo 5-junio 17, 1964).
Fuente: Fread, 1973c.

les $S = f(Q)$, mientras que la curva de calibración con circuitos es típica de métodos de tránsito distribuido o hidráulico.

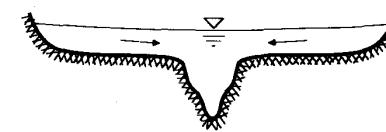
La propagación de flujo en ríos naturales es compleja debido a varios factores: uniones y tributarios, variaciones en la sección transversal, variaciones en la resistencia tanto con la profundidad de flujo como con la localización a lo largo del río, áreas inundadas y meandros en el río. La interacción entre el canal principal y la planicie de inundación o valle inundado es uno de los factores más importantes que afectan la propagación de crecientes. Durante el periodo de aumento de una onda de creciente, el agua fluye hacia la planicie de inundación o valle desde el canal principal, y durante la disminución de la creciente, el agua regresa del valle inundado al canal principal. El efecto del almacenamiento en el valle es disminuir el caudal durante la disminución de la creciente. Así mismo, ocurren algunas pérdidas en el valle debido a infiltración y evaporación.

La planicie de inundación tiene un efecto en la celeridad de la onda debido a que la onda de creciente se mueve más lentamente en el valle inundado que en el canal principal de un río. Esta diferencia en las celeridades de onda dispersa la onda de creciente y produce flujo desde el canal principal hacia la planicie de inundación durante el aumento de la creciente, creando una pendiente transversal en la superficie del agua hacia afuera del canal. Durante la disminución de la creciente, la pendiente transversal se invierte desde el valle inundado hacia el canal principal, luego el agua regresa de la planicie de inundación al canal principal [véase la figura 10.1.3a) y b)].

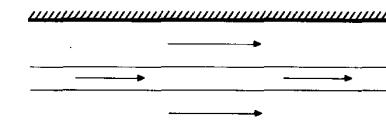
Debido a que los ejes longitudinales del canal principal y del valle de la planicie de inundación raramente son paralelos, la situación descrita anteriormente es aún más complicada en un río con meandros. Para una creciente grande, el eje de flujo



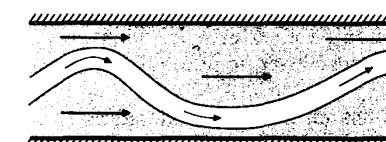
a) Pendiente transversal durante el aumento de la creciente.



b) Pendiente transversal durante la disminución de la creciente.



c) Canal principal paralelo al valle.



d) Canal principal con meandros.

FIGURA 10.1.3
Aspectos del flujo en ríos naturales.

se vuelve paralelo al eje del valle [véase la figura 10.1.3c) y d)]. La pendiente del agua y la velocidad del agua en el valle (si las profundidades son suficientes) pueden ser mayores que en el canal principal, que tiene una trayectoria de flujo mayor que el valle. Esto hace que sea difícil para el flujo ir desde el canal principal hacia la planicie de inundación durante el aumento de la creciente y viceversa durante la disminución de ésta. La propagación de onda de creciente es más compleja cuando el flujo varía rápidamente. La descripción también es más complicada para un sistema de ríos con muchos brazos, con tributarios y con la posibilidad de que coincidan picos de crecientes de diferentes tributarios. También, con tributarios, los efectos de propagación de crecientes por remansos en las uniones tienen que considerarse.

Cuando existen efectos de remanso, la curva de calibración con circuitos puede de estar compuesta por una serie de circuitos, cada uno correspondiente a un control diferente del nivel del agua en el canal (véase la figura 10.1.4). Los efectos de remanso de presas, uniones de canales, angostamiento del canal natural de un río y puentes pueden mostrar esta característica.

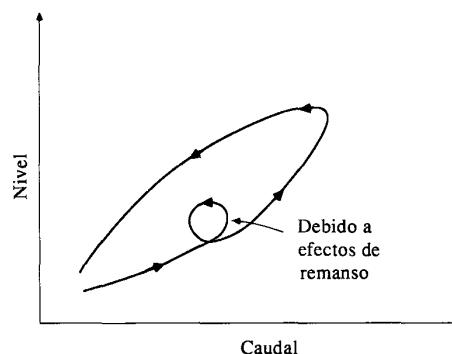


FIGURA 10.1.4

Curva de calibración con circuitos que muestra efectos de remanso importantes. Éstos se deben a embalses localizados aguas abajo, uniones de canales, cruces de carreteras o angostamientos de la sección del canal. Estos efectos producen una serie de curvas de calibración cada una de las cuales corresponde a un nivel de remanso dado. Los efectos de remanso generan una pendiente variable de energía la cual puede modelarse utilizando el modelo de onda dinámica completo.

10.2 MODELO IMPLÍCITO DE ONDA DINÁMICA

Los métodos implícitos de diferencias finitas avanzan la solución de las ecuaciones de Saint-Venant desde una línea de tiempo hasta la siguiente, simultáneamente para todos los puntos a lo largo de la línea del tiempo. Se genera un sistema de ecuaciones algebraicas aplicando simultáneamente las ecuaciones de Saint-Venant a todos los valores desconocidos en una línea de tiempo. Los métodos implícitos se desarrollaron debido a la limitación en el tamaño del intervalo de tiempo requerido para la estabilidad numérica de los métodos explícitos. Por ejemplo, un método explícito puede requerir un intervalo de tiempo de un minuto para ser estable, mientras que un modelo implícito aplicado al mismo problema podría usar un intervalo de tiempo de una hora o mayor.

El esquema implícito de diferencias finitas usa un método ponderado de cuatro puntos entre líneas de tiempo adyacentes en un punto M , tal como se muestra en la figura 10.2.1. Si una variable que describe el flujo, tal como el caudal o la superficie del agua, se denota por u , la derivada temporal de u se approxima promediando los valores de las diferencias finitas en los puntos de distancia i e $i+1$. El valor en el punto de distancia i es $(u_{i+1}^{j+1} - u_i^j)/\Delta t$ y en el punto de distancia $(i+1)$ es $(u_{i+1}^{j+1} - u_{i+1}^j)/\Delta t$, luego la aproximación es

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_{i+1}^{j+1} + u_{i+1}^j - u_i^j - u_i^{j+1}}{2\Delta t} \quad (10.2.1)$$

para el punto M localizado a mitad de camino entre los puntos de distancia i e $(i+1)$ en la figura 10.2.1.

Se adopta una aproximación levemente diferente para estimar la derivada espacial $\partial u / \partial x$ y la variable u . Para la derivada espacial, los términos de diferencias en las líneas de tiempo j y $(j+1)$ se calculan: $(u_{i+1}^j - u_i^j)/\Delta x$ y $(u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1})/\Delta x$ respectivamente; luego se aplica un factor de ponderación θ para definir la derivada espacial como

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \theta \frac{u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1}}{\Delta x} + (1 - \theta) \frac{u_{i+1}^j - u_i^j}{\Delta x} \quad (10.2.2)$$

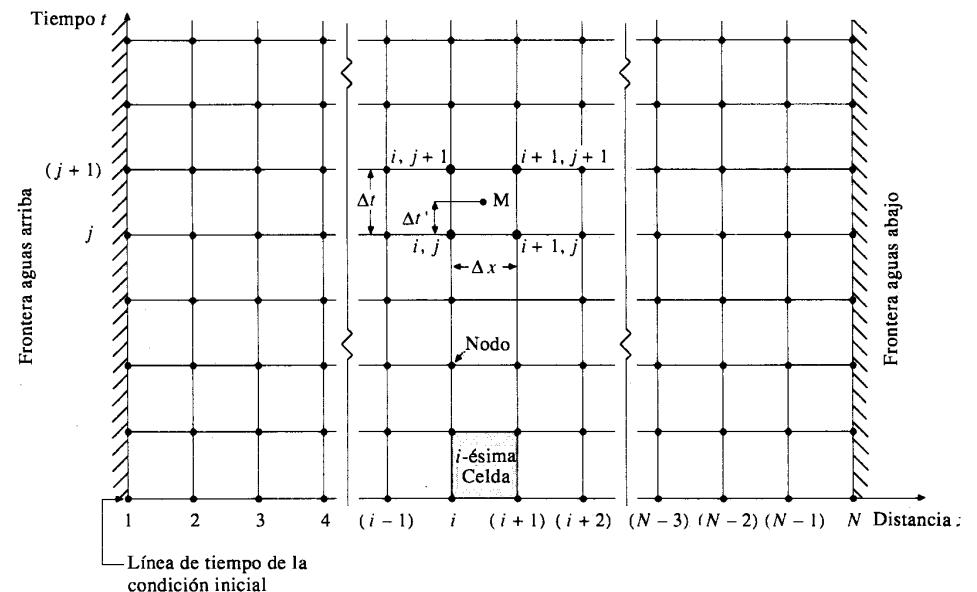


FIGURA 10.2.1

Plano de solución $x-t$. Las formas en diferencias finitas de las ecuaciones de Saint-Venant se resuelven en un número discreto de puntos (valores de las variables independientes x y t) ordenados para formar la malla rectangular mostrada. Las líneas paralelas al eje temporal representan lugares a lo largo del canal y las líneas paralelas al eje de distancia representan tiempos (Según Fread, 1974a).

y el valor promedio para u se calcula de forma similar como

$$\bar{u} = \theta \frac{u_i^{j+1} + u_{i+1}^{j+1}}{2} + (1 - \theta) \frac{u_i^j + u_{i+1}^j}{2} \quad (10.2.3)$$

El valor de $\theta = \Delta t'/\Delta t$ localiza el punto M verticalmente en el pequeño cuadrado de la figura 10.2.1. Un esquema que utiliza $\theta = 0.5$ se conoce como el *esquema de caja*. Cuando $\theta = 0$, el punto M se localiza en la línea de tiempo j y el esquema es *completamente explícito*, mientras que un valor de $\theta = 1$ se utiliza en un esquema *completamente implícito* con M localizado en la línea de tiempo $(j+1)$. Los esquemas implícitos son aquellos con θ en el rango 0.5 a 1.0; Fread (1973a, 1974a) recomienda un valor de 0.55 a 0.6.

Una diferencia importante entre los métodos explícitos y los implícitos es que los métodos implícitos son incondicionalmente estables para todos los intervalos de tiempo, mientras que los métodos explícitos son numéricamente estables sólo para intervalos de tiempo menores que un valor crítico determinado por la condición de Courant. Fread (1973a, 1974a) demostró que el esquema ponderado de cuatro puntos es incondicional y linealmente estable para cualquier intervalo de tiempo si $0.5 \leq \theta \leq 1.0$. Este esquema tiene una aproximación de segundo orden cuando $\theta = 0.5$ y una aproximación de primer orden cuando $\theta = 1.0$.

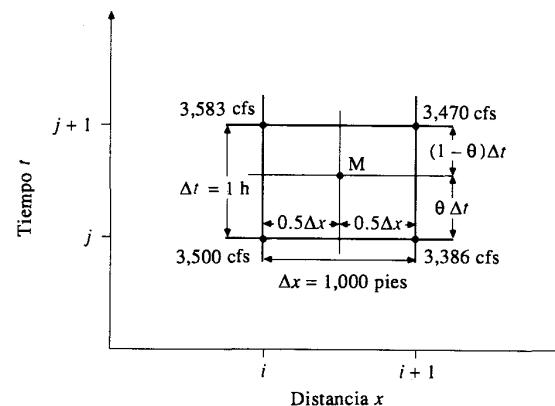


FIGURA 10.2.2

Valores del caudal en cuatro puntos del plano $x-t$ (ejemplo 10.2.1).

Ejemplo 10.2.1 Los valores del caudal Q en cuatro puntos de la malla espacio-tiempo son tal como se muestran en la figura 10.2.2. Utilizando $\Delta t = 1 \text{ h}$, $\Delta x = 1,000 \text{ pies}$ y $\theta = 0.55$, calcule los valores de $\partial Q/\partial t$ y $\partial Q/\partial x$ utilizando el método implícito de cuatro puntos.

Solución. Tal como se muestra en la figura 10.2.2, los valores de caudal en los cuatro puntos son $Q_i^j = 3,500 \text{ cfs}$, $Q_{i+1}^j = 3,386 \text{ cfs}$, $Q_i^{j+1} = 3,583 \text{ cfs}$ y $Q_{i+1}^{j+1} = 3,470 \text{ cfs}$. La derivada temporal se calcula utilizando (10.2.1) con $u = Q$ y $\Delta t = 1 \text{ h} = 3,600 \text{ s}$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial t} &= \frac{Q_i^{j+1} + Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^j - Q_{i+1}^j}{2 \Delta t} \\ &= \frac{3,583 + 3,470 - 3,500 - 3,386}{2 \times 3,600} \\ &= 0.023 \text{ cfs/s}\end{aligned}$$

La derivada espacial se calcula utilizando la ecuación (10.2.2):

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial x} &= \theta \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x} + (1 - \theta) \frac{Q_{i+1}^j - Q_i^j}{\Delta x} \\ &= (0.55) \frac{(3,470 - 3,583)}{1,000} + (1 - 0.55) \frac{(3,386 - 3,500)}{1,000} \\ &= -0.113 \text{ cfs/pie}\end{aligned}$$

10.3 ECUACIONES DE DIFERENCIAS FINITAS

La forma conservativa de las ecuaciones de Saint-Venant se utiliza debido a que esta forma provee la versatilidad requerida para simular un amplio rango de flujos, desde ondas de crecientes graduales de larga duración en ríos hasta frentes de on-

das similares a aquellos causados por la rotura o falla de una presa. Las ecuaciones se deducen de las ecuaciones (9.1.6) y (9.1.37) como sigue.

Continuidad:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial(A + A_o)}{\partial t} - q = 0 \quad (10.3.1)$$

Momentum:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\beta Q^2/A)}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial h}{\partial x} + S_f + S_e \right) - \beta q v_x + W_f B = 0 \quad (10.3.2)$$

donde

- x = distancia longitudinal a lo largo del canal o río
- t = tiempo
- A = área de la sección transversal de flujo
- A_o = área de la sección transversal del almacenamiento muerto fuera del canal (contribuye a la continuidad, pero no al momentum)
- q = caudal lateral de entrada por unidad de longitud a lo largo del canal
- h = elevación de la superficie de agua
- v_x = velocidad del flujo lateral en la dirección principal del flujo del canal
- S_f = pendiente de fricción
- S_e = pendiente de pérdidas de eddy
- B = ancho del canal en la superficie de agua
- W_f = fuerza cortante del viento
- β = factor de conversión de momentum
- g = aceleración debida a la gravedad

Las aproximaciones ponderadas de diferencias finitas de cuatro puntos dadas por las ecuaciones (10.2.1) a (10.2.3) se utilizan para el tránsito dinámico con las ecuaciones de Saint-Venant. Las derivadas espaciales $\partial Q/\partial x$ y $\partial h/\partial x$ se estiman entre líneas de tiempo adyacentes de acuerdo con la ecuación (10.2.2):

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \theta \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x_i} + (1 - \theta) \frac{Q_{i+1}^j - Q_i^j}{\Delta x_i} \quad (10.3.3)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \theta \frac{h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1}}{\Delta x_i} + (1 - \theta) \frac{h_{i+1}^j - h_i^j}{\Delta x_i} \quad (10.3.4)$$

y las derivadas temporales se estiman utilizando la ecuación (10.2.1):

$$\frac{\partial(A + A_o)}{\partial t} = \frac{(A + A_o)_i^{j+1} + (A + A_o)_{i+1}^{j+1} - (A + A_o)_i^j - (A + A_o)_{i+1}^j}{2 \Delta t_j} \quad (10.3.5)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{j+1} + Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^j - Q_{i+1}^j}{2 \Delta t_j} \quad (10.3.6)$$

Los términos que no contienen derivadas, tales como q y A , se estiman entre líneas de tiempo adyacentes utilizando la ecuación (10.2.3):

$$q = \theta \frac{q_i^{j+1} + q_{i+1}^{j+1}}{2} + (1 - \theta) \frac{q_i^j + q_{i+1}^j}{2} \quad (10.3.7)$$

$$= \theta \bar{q}_i^{j+1} + (1 - \theta) \bar{q}_i^j$$

$$A = \theta \frac{A_i^{j+1} + A_{i+1}^{j+1}}{2} + (1 - \theta) \frac{A_i^j + A_{i+1}^j}{2} \quad (10.3.8)$$

$$= \bar{A}_i^{j+1} + (1 - \theta) \bar{A}_i^j$$

donde \bar{q}_i y \bar{A}_i indican el flujo lateral y el área de la sección transversal promediados a lo largo de cada tramo Δx_i .

La forma en diferencias finitas de la ecuación de continuidad se obtiene sustituyendo las ecuaciones (10.3.3), (10.3.5) y (10.3.7) en (10.3.1):

$$\theta \left(\frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x_i} - \bar{q}_i^{j+1} \right) + (1 - \theta) \left(\frac{Q_{i+1}^j - Q_i^j}{\Delta x_i} - \bar{q}_i^j \right) + \frac{(A + A_o)_i^{j+1} + (A + A_o)_{i+1}^{j+1} - (A + A_o)_i^j - (A + A_o)_{i+1}^j}{2 \Delta t_j} = 0 \quad (10.3.9)$$

Similarmente, la forma en diferencias finitas de la ecuación de *momentum* se escribe como:

$$\frac{Q_i^{j+1} + Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^j - Q_{i+1}^j}{2 \Delta t_j} + \theta \left[\frac{(\beta Q^2/A)_{i+1}^{j+1} - (\beta Q^2/A)_i^{j+1}}{\Delta x_i} \right. \\ \left. + g \bar{A}_i^{j+1} \left(\frac{h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1}}{\Delta x_i} + (\bar{S}_f)_i^{j+1} + (\bar{S}_e)_i^{j+1} \right) - (\bar{\beta} q v_x)_i^{j+1} + (\bar{W}_f \bar{B})_i^{j+1} \right] \\ + (1 - \theta) \left[\frac{(\beta Q^2/A)_{i+1}^j - (\beta Q^2/A)_i^j}{\Delta x_i} + g \bar{A}_i^j \left(\frac{h_{i+1}^j - h_i^j}{\Delta x_i} + (\bar{S}_f)_i^j + (\bar{S}_e)_i^j \right) \right. \\ \left. - (\bar{\beta} q v_x)_i^j + (\bar{W}_f \bar{B})_i^j \right] = 0 \quad (10.3.10)$$

La forma de diferencias finitas de cuatro puntos de la ecuación de continuidad puede modificarse adicionalmente multiplicando la ecuación (10.3.9) por Δx_i para obtener

$$\theta(Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1} - \bar{q}_i^{j+1} \Delta x_i) + (1 - \theta)(Q_{i+1}^j - Q_i^j - \bar{q}_i^j \Delta x_i) \\ + \frac{\Delta x_i}{2 \Delta t_j} [(A + A_o)_i^{j+1} + (A + A_o)_{i+1}^{j+1} - (A + A_o)_i^j - (A + A_o)_{i+1}^j] = 0 \quad (10.3.11)$$

Similarmente, la ecuación de *momentum* puede modificarse multiplicándola por Δx_i para obtener

$$\frac{\Delta x_i}{2 \Delta t_j} (Q_i^{j+1} + Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^j - Q_{i+1}^j) \\ + \theta \left[\left(\frac{\beta Q^2}{A} \right)_{i+1}^{j+1} - \left(\frac{\beta Q^2}{A} \right)_i^{j+1} + g \bar{A}_i^{j+1} \left[h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1} + (\bar{S}_f)_i^{j+1} \Delta x_i + (\bar{S}_e)_i^{j+1} \Delta x_i \right] \right. \\ \left. - (\bar{\beta} q v_x)_i^{j+1} \Delta x_i + (\bar{W}_f \bar{B})_i^{j+1} \Delta x_i \right] \\ + (1 - \theta) \left[\left(\frac{\beta Q^2}{A} \right)_{i+1}^j - \left(\frac{\beta Q^2}{A} \right)_i^j + g \bar{A}_i^j \left[h_{i+1}^j - h_i^j + (\bar{S}_f)_i^j \Delta x_i + (\bar{S}_e)_i^j \Delta x_i \right] \right. \\ \left. - (\bar{\beta} q v_x)_i^j \Delta x_i + (\bar{W}_f \bar{B})_i^j \Delta x_i \right] = 0 \quad (10.3.12)$$

donde los valores promedios (marcados con $\bar{\cdot}$) sobre cada tramo se definen como

$$\bar{\beta}_i = \frac{\beta_i + \beta_{i+1}}{2} \quad (10.3.13)$$

$$\bar{A}_i = \frac{A_i + A_{i+1}}{2} \quad (10.3.14)$$

$$\bar{B}_i = \frac{B_i + B_{i+1}}{2} \quad (10.3.15)$$

$$\bar{Q}_i = \frac{Q_i + Q_{i+1}}{2} \quad (10.3.16)$$

También,

$$\bar{R}_i = \frac{\bar{A}_i}{\bar{B}_i} \quad (10.3.17)$$

para usar en la ecuación de Manning. La ecuación de Manning puede resolverse para S_f y escribirse en la siguiente forma, donde el término $|Q|Q$ tiene magnitud

Q^2 y signo positivo o negativo dependiendo de si el flujo es aguas abajo o aguas arriba, respectivamente:

$$\langle \overline{S_f} \rangle_i = \frac{\bar{n}_i^2 |\bar{Q}_i| \bar{Q}_i}{2.208 A_i^{-2} R_i^{-4/3}} \quad (10.3.18)$$

Las pérdidas menores de cabeza que resultan de las contracciones y expansiones del canal son proporcionales a la diferencia entre los cuadrados de las velocidades aguas abajo y aguas arriba, con un coeficiente de pérdida de contracción/expansión K_e :

$$\langle \overline{S_e} \rangle_i = \frac{(K_e)_i}{2g \Delta x_i} \left[\left(\frac{Q}{A} \right)_{i+1}^2 - \left(\frac{Q}{A} \right)_i^2 \right] \quad (10.3.19)$$

La velocidad del viento relativa a la superficie del agua, V_r , está definida por

$$\langle \overline{V_r} \rangle_i = \left(\frac{\bar{Q}_i}{\bar{A}_i} \right) - \langle \bar{V}_w \rangle_i \cos \omega \quad (10.3.20)$$

donde ω es el ángulo entre las direcciones del viento y del agua. El factor de corriente por viento está dado por

$$\langle \overline{W_f} \rangle_i = (C_w)_i \langle \overline{V_r} \rangle_i \langle \bar{V}_r \rangle_i \quad (10.3.21)$$

donde C_w es un coeficiente de arrastre por fricción [$C_w = (C_f/2$ dado en la ecuación (9.1.18))].

Los términos que tienen el superíndice j en las ecuaciones (10.3.11) y (10.3.12) se conocen ya sea de las condiciones iniciales o de una solución de las ecuaciones de Saint-Venant en una línea de tiempo previa. Los términos g , Δx_i , β_i , K_e , C_w y V_w se conocen y deben especificarse independientemente de la solución. Las incógnitas son Q_i^{j+1} , Q_{i+1}^{j+1} , h_i^{j+1} , h_{i+1}^{j+1} , A_i^{j+1} , A_{i+1}^{j+1} , B_i^{j+1} y B_{i+1}^{j+1} . Sin embargo, todos los términos pueden expresarse como funciones de las incógnitas, Q_i^{j+1} , Q_{i+1}^{j+1} , h_i^{j+1} y h_{i+1}^{j+1} , de manera que realmente sólo existen cuatro incógnitas. Las incógnitas se elevan a potencias diferentes de la unidad, luego (10.3.11) y (10.3.12) son ecuaciones no lineales.

Las ecuaciones de continuidad y *momentum* se consideran en cada una de las $N - 1$ celdas rectangulares de la figura 10.2.1, entre la frontera aguas arriba en $i = 1$ y la frontera aguas abajo en $i = N$. Esto arroja $2N - 2$ ecuaciones. Existen dos incógnitas en cada uno de los N puntos de la malla (Q y h), luego en total existen $2N$ incógnitas. Las dos ecuaciones adicionales requeridas para completar la solución están dadas por las condiciones de frontera aguas arriba y aguas abajo. La condición de frontera aguas arriba usualmente se especifica como un hidrograma de flujo conocido, mientras que la condición de frontera aguas abajo puede especificarse como un hidrograma de niveles conocido, un hidrograma de caudal conocido o una relación conocida entre caudal y profundidad, tal como una curva de calibración.

10.4 SOLUCIÓN POR DIFERENCIAS FINITAS

La siguiente discusión de la solución de un sistema de ecuaciones de diferencias finitas sigue el análisis de Fread (1976b). El sistema de ecuaciones no lineales puede expresarse en forma funcional en términos de las incógnitas h y Q en el nivel de tiempo $j + 1$, como sigue:

$$\begin{aligned} UB(h_1, Q_1) &= 0 && \text{condición de frontera aguas arriba} \\ C_1(h_1, Q_1, h_2, Q_2) &= 0 && \text{continuidad para la celda 1} \\ M_1(h_1, Q_1, h_2, Q_2) &= 0 && \text{momentum para la celda 1} \\ \vdots & & & \\ C_i(h_i, Q_i, h_{i+1}, Q_{i+1}) &= 0 && \text{continuidad para la celda } i \quad (10.4.1) \\ M_i(h_i, Q_i, h_{i+1}, Q_{i+1}) &= 0 && \text{momentum para la celda } i \\ \vdots & & & \\ C_{N-1}(h_{N-1}, Q_{N-1}, h_N, Q_N) &= 0 && \text{continuidad para la celda } N - 1 \\ M_{N-1}(h_{N-1}, Q_{N-1}, h_N, Q_N) &= 0 && \text{momentum para la celda } N - 1 \\ DB(h_N, Q_N) &= 0 && \text{condición de frontera aguas abajo} \end{aligned}$$

Este sistema de $2N$ ecuaciones no lineales con $2N$ incógnitas se resuelve para cada intervalo de tiempo utilizando el método de Newton-Raphson. El procedimiento computacional para cada tiempo $j + 1$ se inicia asignando valores de prueba a las $2N$ incógnitas en ese tiempo. Estos valores de prueba de Q y h pueden ser los valores conocidos en el tiempo j de las condiciones iniciales (si $j = 1$) o de cálculos realizados durante el intervalo de tiempo previo. Utilizando los valores de prueba en el sistema (10.4.1) se llega a $2N$ residuos. Para la k -ésima iteración estos residuos pueden expresarse como

$$\begin{aligned} UB(h_1^k, Q_1^k) &= RUB^k && \text{residuo para la condición de frontera aguas arriba} \\ C_1(h_1^k, Q_1^k, h_2^k, Q_2^k) &= RC_1^k && \text{residuo para la continuidad en la celda 1} \\ M_1(h_1^k, Q_1^k, h_2^k, Q_2^k) &= RM_1^k && \text{residuo para el momentum en la celda 1} \\ \vdots & & & \\ C_i(h_i^k, Q_i^k, h_{i+1}^k, Q_{i+1}^k) &= RC_i^k && \text{residuo para la continuidad en la celda } i \quad (10.4.2) \\ M_i(h_i^k, Q_i^k, h_{i+1}^k, Q_{i+1}^k) &= RM_i^k && \text{residuo para el momentum en la celda } i \\ \vdots & & & \\ C_{N-1}(h_{N-1}^k, Q_{N-1}^k, h_N^k, Q_N^k) &= RC_{N-1}^k && \text{residuo para la continuidad en la celda } N - 1 \\ M_{N-1}(h_{N-1}^k, Q_{N-1}^k, h_N^k, Q_N^k) &= RM_{N-1}^k && \text{residuo para el momentum en la celda } N - 1 \end{aligned}$$

$$M_{N-1}(h_{N-1}^k, Q_{N-1}^k, h_N^k, Q_N^k) = RM_{N-1}^k \quad \text{residuo para el } momentum \text{ en la celda } N-1$$

$$DB(h_N^k, Q_N^k) = RDB^k \quad \text{residuo para la condición de frontera aguas abajo}$$

La solución se aproxima encontrando valores de las incógnitas Q y h de tal manera que se obligue a que los residuos sean cero o muy cercanos a cero.

El método de Newton-Raphson es una técnica iterativa para resolver un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales. Utiliza la idea presentada en el capítulo 5 para la determinación de la profundidad de flujo en la ecuación de Manning, excepto que aquí la solución es para un vector de variables en lugar que para una sola variable. Considérese el sistema de ecuaciones (10.4.2) escrito en forma vectorial como

$$f(\mathbf{x}) = 0 \quad (10.4.3)$$

donde $\mathbf{x} = (Q_1, h_1, Q_2, h_2, \dots, Q_N, h_N)$ es el vector de incógnitas y para la iteración k , $\mathbf{x}^k = (Q_1^k, h_1^k, Q_2^k, h_2^k, \dots, Q_N^k, h_N^k)$. El sistema no lineal puede linealizarse como

$$f(\mathbf{x}^{k+1}) \approx f(\mathbf{x}^k) + J(\mathbf{x}^k)(\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k) \quad (10.4.4)$$

donde $J(\mathbf{x}^k)$ es el jacobiano, el cual es una matriz coeficiente compuesta por las primeras derivadas parciales de $f(\mathbf{x})$ evaluadas en \mathbf{x}^k . La parte derecha de la ecuación (10.4.4) es la función vectorial lineal de \mathbf{x}^k . Básicamente, se utiliza un proceso iterativo para determinar \mathbf{x}^{k+1} que hace que el error residual $f(\mathbf{x}^{k+1})$ en la ecuación (10.4.4) sea igual a cero. Esto también puede llevarse a cabo haciendo que $f(\mathbf{x}^{k+1}) = 0$ reordenando (10.4.4) de tal manera que

$$J(\mathbf{x}^k)(\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k) = -f(\mathbf{x}^k) \quad (10.4.5)$$

Este sistema se resuelve para $(\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k) = \Delta \mathbf{x}^k$, y el estimativo mejorado de la solución, \mathbf{x}^{k+1} , se determina conociendo $\Delta \mathbf{x}^k$. El proceso se repite hasta que $(\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k)$ sea menor que alguna tolerancia especificada.

El sistema de ecuaciones lineales representado por (10.4.5) involucra a $J(\mathbf{x}^k)$, el jacobiano del conjunto de ecuaciones (10.4.1) con respecto a h y Q , y $-f(\mathbf{x}^k)$, el vector de los negativos de los residuos en (10.4.2). El sistema de ecuaciones resultante es

$$\frac{\partial UB}{\partial h_1} dh_1 + \frac{\partial UB}{\partial Q_1} dQ_1 = -RUB^k$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial h_1} dh_1 + \frac{\partial C_1}{\partial Q_1} dQ_1 + \frac{\partial C_1}{\partial h_2} dh_2 + \frac{\partial C_1}{\partial Q_2} dQ_2 = -RC_1^k$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial h_1} dh_1 + \frac{\partial M_1}{\partial Q_1} dQ_1 + \frac{\partial M_1}{\partial h_2} dh_2 + \frac{\partial M_1}{\partial Q_2} dQ_2 = -RM_1^k$$

TRÁNSITO DE ONDA DINÁMICA

$$\frac{\partial C_i}{\partial h_i} dh_i + \frac{\partial C_i}{\partial Q_i} dQ_i + \frac{\partial C_i}{\partial h_{i+1}} dh_{i+1} + \frac{\partial C_i}{\partial Q_{i+1}} dQ_{i+1} = -RC_i^k \quad (10.4.6)$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial h_i} dh_i + \frac{\partial M_i}{\partial Q_i} dQ_i + \frac{\partial M_i}{\partial h_{i+1}} dh_{i+1} + \frac{\partial M_i}{\partial Q_{i+1}} dQ_{i+1} = -RM_i^k$$

⋮

$$\frac{\partial C_{N-1}}{\partial h_{N-1}} dh_{N-1} + \frac{\partial C_{N-1}}{\partial Q_{N-1}} dQ_{N-1} + \frac{\partial C_{N-1}}{\partial h_N} dh_N + \frac{\partial C_{N-1}}{\partial Q_N} dQ_N = -RC_{N-1}^k$$

$$\frac{\partial M_{N-1}}{\partial h_{N-1}} dh_{N-1} + \frac{\partial M_{N-1}}{\partial Q_{N-1}} dQ_{N-1} + \frac{\partial M_{N-1}}{\partial h_N} dh_N + \frac{\partial M_{N-1}}{\partial Q_N} dQ_N = -RM_{N-1}^k$$

$$\frac{\partial DB}{\partial h_N} dh_N + \frac{\partial DB}{\partial Q_N} dQ_N = -RDB^k$$

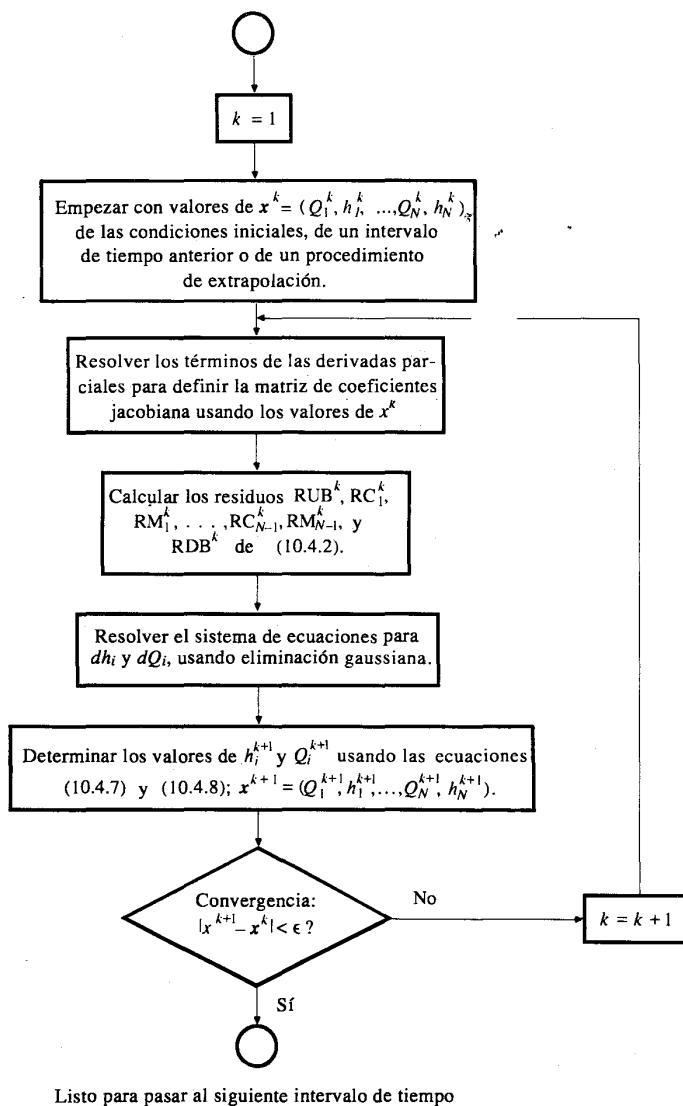
En la figura 10.4.1 se presentan estas ecuaciones en forma matricial para un río dividido en cuatro tramos (cinco secciones transversales). Los términos de derivadas parciales se definen en detalle en el apéndice 10.A.

Frontera aguas arriba	$\frac{\partial UB}{\partial h_1} \frac{\partial UB}{\partial Q_1}$	dh_1	$-RUB$
C_1	$\frac{\partial C_1}{\partial h_1} \frac{\partial C_1}{\partial Q_1} \frac{\partial C_1}{\partial h_2} \frac{\partial C_1}{\partial Q_2}$	dQ_1	$-RC_1$
M_1	$\frac{\partial M_1}{\partial h_1} \frac{\partial M_1}{\partial Q_1} \frac{\partial M_1}{\partial h_2} \frac{\partial M_1}{\partial Q_2}$	dh_2	$-RM_1$
C_2	$\frac{\partial C_2}{\partial h_2} \frac{\partial C_2}{\partial Q_2} \frac{\partial C_2}{\partial h_3} \frac{\partial C_2}{\partial Q_3}$	dQ_2	$-RC_2$
M_2	$\frac{\partial M_2}{\partial h_2} \frac{\partial M_2}{\partial Q_2} \frac{\partial M_2}{\partial h_3} \frac{\partial M_2}{\partial Q_3}$	dh_3	$-RM_2$
C_3	$\frac{\partial C_3}{\partial h_3} \frac{\partial C_3}{\partial Q_3} \frac{\partial C_3}{\partial h_4} \frac{\partial C_3}{\partial Q_4}$	dQ_3	$-RC_3$
M_3	$\frac{\partial M_3}{\partial h_3} \frac{\partial M_3}{\partial Q_3} \frac{\partial M_3}{\partial h_4} \frac{\partial M_3}{\partial Q_4}$	dh_4	$-RM_3$
C_4	$\frac{\partial C_4}{\partial h_4} \frac{\partial C_4}{\partial Q_4} \frac{\partial C_4}{\partial h_5} \frac{\partial C_4}{\partial Q_5}$	dQ_4	$-RC_4$
M_4	$\frac{\partial M_4}{\partial h_4} \frac{\partial M_4}{\partial Q_4} \frac{\partial M_4}{\partial h_5} \frac{\partial M_4}{\partial Q_5}$	dh_5	$-RM_4$
Frontera aguas abajo	$\frac{\partial DB}{\partial h_5} \frac{\partial DB}{\partial Q_5}$	dQ_5	$-RDB$

Sección transversal 1 2 3 4 5
Tramo 1 2 3 4

FIGURA 10.4.1

Sistema de ecuaciones lineales para una iteración del método de Newton-Raphson en un río con cuatro tramos (cinco secciones transversales).

**FIGURA 10.4.2**

Procedimiento para resolver un sistema de ecuaciones de diferencia en un intervalo de tiempo utilizando el método de Newton-Raphson.

Para resolver este conjunto de ecuaciones puede utilizarse la eliminación gaussiana o la inversión matricial (Conte, 1965). La matriz coeficiente jacobiana es una matriz dispersa con ancho de banda de cuatro elementos como máximo a lo largo de la diagonal principal. Fread (1971) desarrolló una técnica de solución muy eficiente

para resolver un sistema de ecuaciones como éste teniendo en cuenta estas estructuras en forma de banda (cuadri-diagonal). La solución de (10.4.6) arroja valores de dh_i y dQ_i . Los valores para las incógnitas en la iteración ($K + 1$) están dados por

$$h_i^{k+1} = h_i^k + dh_i \quad (10.4.7)$$

$$Q_i^{k+1} = Q_i^k + dQ_i \quad (10.4.8)$$

El diagrama de flujo de la figura 10.4.2 resume el procedimiento para resolver el sistema de ecuaciones de diferencia para un intervalo de tiempo utilizando el método de Newton-Raphson.

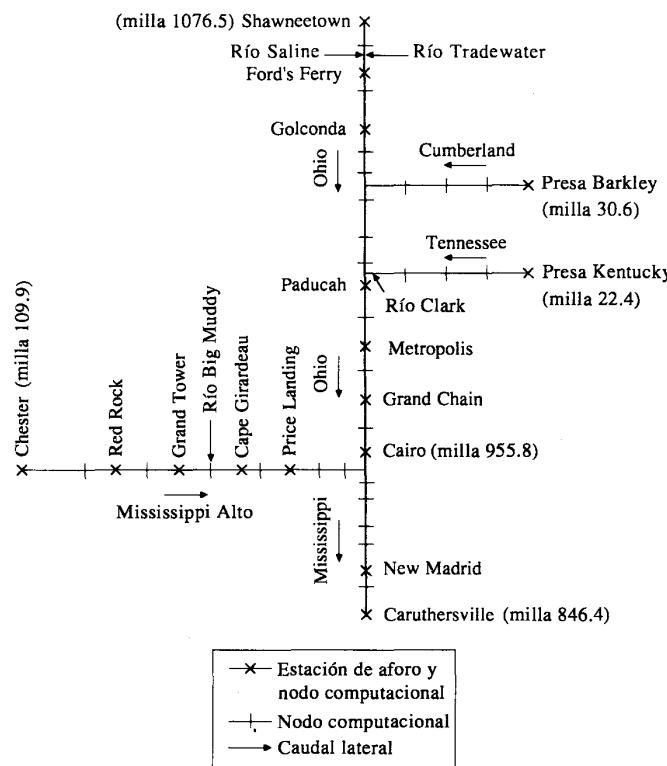
10.5 MODELO DWOPER

En los primeros años de la década de 1970, el U.S. National Weather Service (NWS) Hydrologic Research Laboratory comenzó a desarrollar un modelo de tránsito de onda dinámica basado en el método de diferencias finitas implícitas de las ecuaciones de Saint-Venant descrito en la sección previa. Este modelo, conocido como DWOPER* (Dynamic Wave Operational Model), se ha implementado en varios ríos con efectos de remanso y pendientes de fondo suave. Se ha aplicado a los ríos Mississippi, Ohio, Columbia, Missouri, Arkansas, Red, Atchafalaya, Cumberland, Tennessee, Willamette, Platte, Kamar, Verdigris, Ouachita y Yazoo en los Estados Unidos (Fread, 1978), y también en muchos otros países.

Una de las aplicaciones del DWOPER descritas por Fred (1978) está relacionada con el sistema Mississippi-Ohio-Cumberland-Tennessee, un sistema de ríos ramificados que consiste en 393 millas de los ríos Mississippi, Ohio, Cumberland y Tennessee, tal como se muestra en la figura 10.5.1. Se utilizaron once estaciones de aforo localizadas en Fords Ferry, Golconda, Paducah, Metropolis, Grand Chain, Cairo, New Madrid, Red Rock, Grand Tower, Cape Girardeau y Price Landing para evaluar la simulación comparando los niveles de agua y caudales observados y los calculados para estos lugares. La figura 10.5.2 muestra los niveles de agua observados vs. los niveles de agua simulados en Cape Girardeau, Missouri y Cairo, Illinois, para una creciente en 1970.

Para la aplicación de DWOPER a este sistema, se consideró que el río principal era el segmento Ohio-Bajo Mississippi con los ríos Cumberland, Tennessee y Alto Mississippi considerados como tributarios de primer orden (Fread, 1973b). La pendiente del fondo de canal es suave, variando desde alrededor de 0.25 hasta 0.50 pies/mi (0.005-0.01%). Cada brazo del sistema de ríos está influido por efectos de remanso de los ramales localizados aguas abajo. El caudal total a través del sistema varía desde aproximadamente 120,000 cfs para flujos bajos hasta flujos de creciente del orden de 1,700,000 cfs. Para describir el sistema se utilizó un total de 45 secciones transversales localizadas a intervalos desiguales con longitudes que variaban desde 0.5 a 21 millas. Una simulación de tres meses, en la que se compararon 20 hidrogramas observados y calculados utilizando intervalos de tiempo de 24 horas, requirió 15 segundos de tiempo de CPU en un computador IBM 360/195.

* Una copia del programa de computador DWOPER puede obtenerse del Hydrologic Research Laboratory, Office of Hydrology, NOAA, National Weather Service, Silver Spring, Maryland, 20910.



Otra aplicación hecha por Fread (1974b) en el Bajo Mississippi ilustra la utilidad del DWOPER en la simulación de crecientes causadas por huracanes. La figura 10.5.3 muestra los hidrogramas de profundidad y de caudal en el bajo río Mississippi en Carrollton, Louisiana, durante el huracán Camille en 1969. La figura muestra un breve periodo de caudal negativo resultante de la onda de creciente generada por el huracán que forzó al agua a fluir aguas arriba en el río Mississippi.

10.6 TRÁNSITO DE CRECIENTES EN RÍOS CON MEANDROS

El modelo de onda dinámica desarrollado en la sección previa puede expandirse para considerar el tránsito de crecientes a través de ríos con meandros con llanuras de inundación amplias (véase la figura 10.6.1). El flujo no permanente en un río con meandros en una planicie de inundación se complica debido a cinco efectos: 1) diferencias en las resistencias hidráulicas del canal principal del río y de la llanura

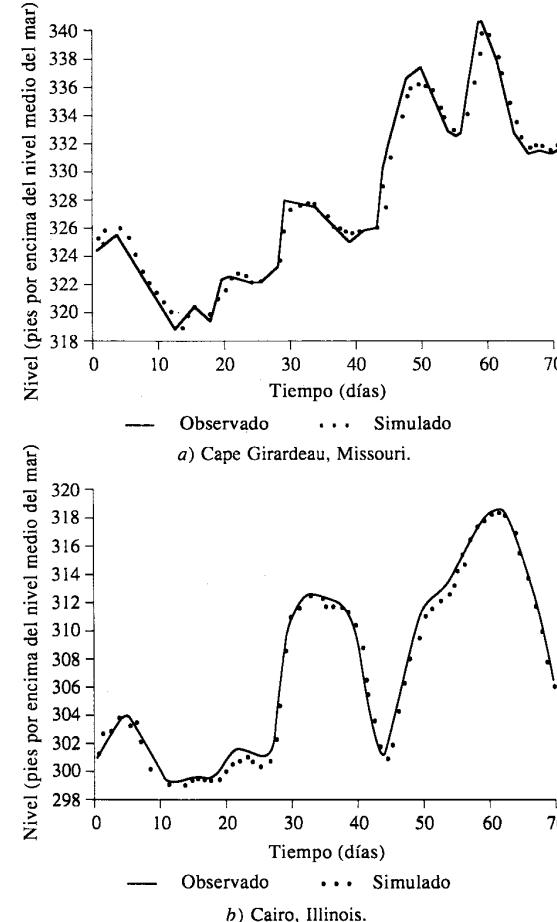


FIGURA 10.5.2
Niveles observados vs. simulados en Cape Girardeau, Missouri, y en Cairo, Illinois, para la creciente de 1970. Véase la figura 10.5.1 para ubicar estas estaciones. Cairo se localiza en el río Ohio y Cape Girardeau en el río Mississippi. (Fuente: Fread, 1978. Utilizada con autorización).

de inundación; 2) variación en las geometrías de la sección transversal del canal y la planicie; 3) efectos de corto circuito, en los cuales el flujo se aleja del canal principal y toma una ruta más directa a través de la planicie de inundación; 4) porciones de la planicie de inundación que actúan como áreas de almacenamiento muerto en las cuales la velocidad de flujo es despreciable; y 5) el efecto en las pérdidas de energía causadas por la interacción de flujos entre el canal principal y la planicie de inundación, dependiendo de la dirección del intercambio lateral de flujo. Debido a estas diferencias, la atenuación y el tiempo de tránsito del flujo en el canal pueden ser significativamente diferentes del flujo en la planicie de inundación.

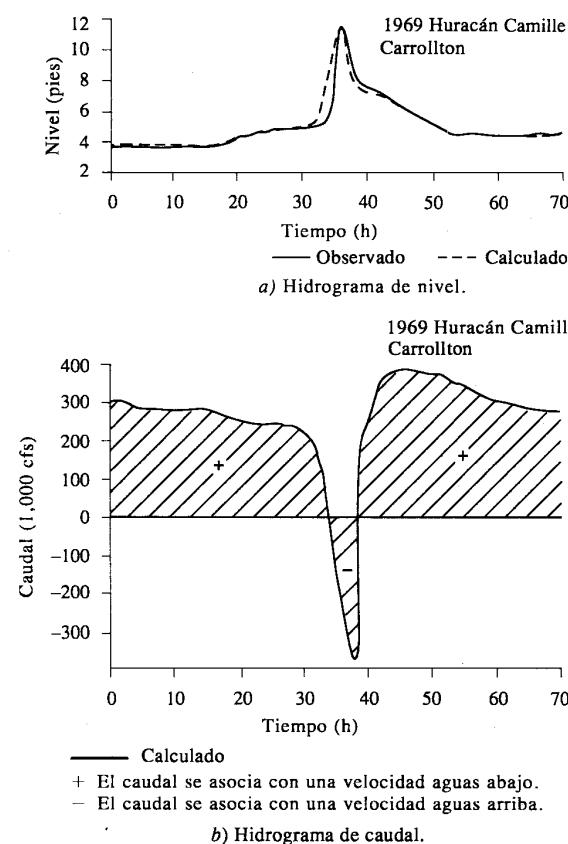


FIGURA 10.5.3

Hidrogramas de caudal y nivel para el huracán Camille de 1969 en Carrollton en el bajo río Mississippi. Carrollton se localiza en la milla 102.4 desde la desembocadura. El error medio de la simulación utilizando DWOPER fue de 0.34 pies (Fread, 1978. Utilizada con autorización).

Fread (1976a, 1980) desarrolló un modelo para ríos con meandros, en el cual se diferenciaban la planicie de inundación izquierda, la planicie de inundación derecha y el canal, denotados con los subíndices l , r y c respectivamente. Las ecuaciones de continuidad y *momentum*, despreciando el *momentum* por esfuerzo cortante de viento y flujo lateral, se expresan como

$$\frac{\partial(K_c Q)}{\partial x_c} + \frac{\partial(K_l Q)}{\partial x_l} + \frac{\partial(K_r Q)}{\partial x_r} + \frac{\partial(A_c + A_l + A_r + A_o)}{\partial t} - q = 0 \quad (10.6.1)$$

y

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(K_c^2 Q^2 / A_c)}{\partial x_c} + \frac{\partial(K_l^2 Q^2 / A_l)}{\partial x_l} + \frac{\partial(K_r^2 Q^2 / A_r)}{\partial x_r} +$$

TRÁNSITO DE ONDA DINÁMICA

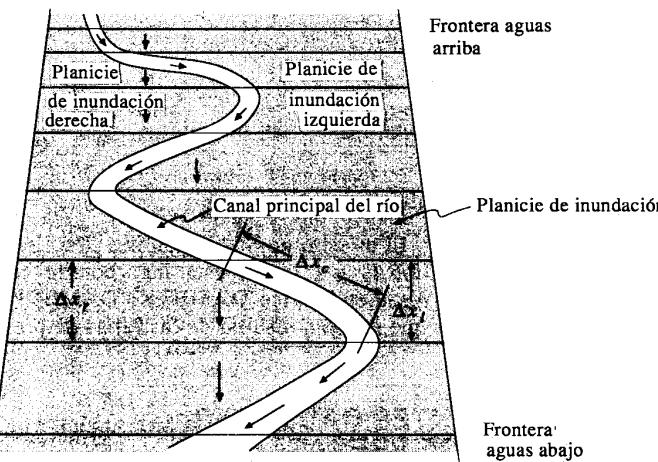


FIGURA 10.6.1

Río con meandros en una llanura de inundación. El flujo no permanente en ríos con meandros naturales se complica por las grandes diferencias en los factores de fricción y en las geometrías de las secciones transversales del río y la llanura. Tal como se muestra, existen complicaciones adicionales debidas a cortos circuitos de flujo a lo largo de la línea de flujo más directa en la llanura de inundación. Como resultado, la atenuación de onda y el tiempo de tránsito son diferentes para el canal y la llanura.

$$+ g A_c \left(\frac{\partial h}{\partial x_c} + S_{fc} \right) + g A_l \left(\frac{\partial h}{\partial x_l} + S_{fl} \right) + g A_r \left(\frac{\partial h}{\partial x_r} + S_{fr} \right) = 0 \quad (10.6.2)$$

El área total de la sección transversal de flujo es la suma de A_c , A_l , A_r y A_o . Las constantes K_c , K_l y K_r dividen el caudal total Q en caudal de canal, caudal en la planicie de inundación izquierda y caudal en la planicie de inundación derecha, respectivamente, y están definidas como $K_c = Q_c/Q$, $K_l = Q_l/Q$ y $K_r = Q_r/Q$.

Se supone que el flujo es unidimensional, de tal manera que la superficie del agua es horizontal a través de las tres secciones y que la pérdida de cabeza h_f incurrida en el movimiento entre dos secciones de río es la misma sin importar cuál sea la ruta adoptada por el flujo. Por consiguiente, $h_f = S_f \Delta x$ en cada sección de flujo (izquierda, canal y derecha), y $S_f = h_f / \Delta x$. Tomando la relación de los caudales calculados por medio de la ecuación de Manning en esta forma, h_f se cancela; las relaciones de los flujos en las áreas por encima de la banca a la izquierda y a la derecha con respecto al flujo en el canal son

$$\frac{Q_l}{Q_c} = \frac{n_c A_l}{n_l A_c} \left(\frac{R_l}{R_c} \right)^{2/3} \left(\frac{\Delta x_c}{\Delta x_l} \right)^{1/2} \quad (10.6.3)$$

y

$$\frac{Q_r}{Q_c} = \frac{n_r A_r}{n_c A_c} \left(\frac{R_r}{R_c} \right)^{2/3} \left(\frac{\Delta x_c}{\Delta x_r} \right)^{1/2} \quad (10.6.4)$$

La pendiente de fricción también se define para la planicie de inundación izquierda, (S_{fl}), la planicie de inundación derecha, (S_{fr}), y el canal (S_{fc}), utilizando la ecuación de Manning; por ejemplo,

$$S_{fl} = \frac{n_l |K_l Q| K_l Q}{2.21 A_l^2 R_l^{4/3}} \quad (10.6.5)$$

El esquema implícito ponderado de cuatro puntos puede utilizarse para resolver este modelo con las incógnitas h y Q . El modelo de onda dinámica descrito anteriormente mediante las ecuaciones (10.6.1) y (10.6.2) está incorporado en el programa de computador del National Weather Service DAMBRK; DAMBRK es un programa para analizar las crecientes que podrían resultar de las fallas de presas.

10.7 TRÁNSITO DE CRECIENTES CAUSADAS POR ROMPIEMIENTOS DE PRESAS

El pronóstico de las crecientes rápidas debidas a las fallas de presas es una aplicación del tránsito de crecientes que ha recibido considerable atención. El modelo más ampliamente usado para el análisis de rompimiento de presas es el DAMBRK* desarrollado por Fread (1977, 1980, 1981). Este modelo consiste en tres partes funcionales: 1) descripción temporal y geométrica de la brecha que se forma en la presa; 2) cálculo del hidrograma de caudal de salida a través de la brecha; y 3) tránsito aguas abajo del hidrograma de caudal de salida a través de la brecha.

La formación de la brecha, o crecimiento de la abertura en la presa a medida que ésta falla, se muestra en la figura 10.7.1. La forma de la brecha (triangular, rectangular o trapezoidal) se especifica mediante la pendiente z y el ancho terminal B_w en el fondo de la brecha. El modelo DAMBRK supone que el ancho del fondo de la brecha empieza en un punto y se agranda con una tasa lineal hasta que alcanza el ancho terminal al final del intervalo de tiempo de falla T . La brecha empieza cuando la elevación del agua en el embalse, h , excede un valor especificado h_{cr} permitiendo para la falla por desbordamiento o por tubificación.

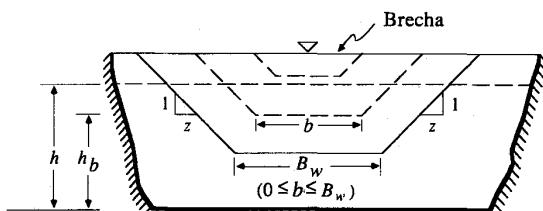


FIGURA 10.7.1

Formación de brecha. La formación de brecha durante la falla de una presa está descrita por el tiempo de falla T , el tamaño y la forma. La forma se especifica por z , la cual define la pendiente lateral de la brecha. Típicamente $0 \leq z \leq 2$. El ancho en la base de la brecha b es una función del tiempo, con un ancho terminal de B_w . Una brecha triangular tiene $B_w = 0$ y $z > 0$. Para una brecha rectangular $B_w > 0$ y $z = 0$. Para una brecha trapezoidal, $B_w > 0$ y $z > 0$.

* Una copia del programa de computador DAMBRK puede obtenerse del Hydrologic Research Laboratory, Office of Hydrology, NOAA, National Weather Service, Silver Spring, Maryland, 20910.

El flujo hacia afuera del embalse consta del flujo de salida a través de la brecha Q_b (flujo en un vertedero de cresta ancha) y el flujo de salida a través del vertedero Q_s :

$$Q = Q_b + Q_s \quad (10.7.1)$$

El caudal de salida a través de la brecha puede calcularse utilizando una combinación de las ecuaciones para un vertedero rectangular de cresta ancha, el cual se agranda gradualmente a medida que la brecha se amplía, y un vertedero trapezoidal para los extremos de la brecha (Fread, 1980):

$$Q_b = 3.1 B_w t_b C_v K_s \frac{(h - h_b)^{1.5}}{T} + 2.45 z C_v K_s (h - h_b)^{2.5} \quad (10.7.2)$$

donde t_b es el tiempo después del inicio de la brecha, C_v es el factor de corrección por velocidad de aproximación, K_s es la corrección por sumergencia debida a los efectos de aguas abajo en el flujo de salida a través del vertedero y h_b es la elevación del fondo de la brecha. El caudal de salida a través del vertedero, Q_s , puede calcularse utilizando (Fread, 1980):

$$Q_s = C_s L_s (h - h_s)^{1.5} + \sqrt{2g} C_g A_g (h - h_g)^{0.5} + C_d L_d (h - h_d)^{0.5} + Q_t \quad (10.7.3)$$

donde C_s es el coeficiente de descarga de un vertedero no controlado, L_s es la longitud del vertedero no controlado, h_s es la elevación de la cresta del vertedero no controlado, C_g es el coeficiente de descarga del vertedero controlado, A_g es el área de apertura de compuertas, h_g es la elevación de la línea central del vertedero con compuertas, C_d es el coeficiente de descarga para el flujo por encima de la cresta de la presa, L_d es la longitud de la cresta, h_d es la elevación de la cresta de la presa y Q_t es un caudal de salida constante o filtración a través de la presa.

El modelo DAMBRK utiliza el tránsito hidrológico de almacenamiento o el modelo de onda dinámica para calcular el caudal de salida de la presa. El hidrograma de caudal de salida de la presa es luego transitado hacia aguas abajo utilizando el modelo de onda dinámica completo descrito en la sección 10.3; alternativamente puede utilizarse el modelo de onda dinámica descrito en la sección 10.6 para el tránsito de crecientes en ríos con meandros con planicies de inundación. El modelo DAMBRK puede simular varios embalses localizados secuencialmente a lo largo de un valle con una cierta combinación de falla de presas. Algunos puentes de carreteras o vías férreas con terraplenes pueden tratarse como condiciones de frontera internas.

Las condiciones de frontera internas se utilizan para describir el flujo en lugares a lo largo de la ruta del agua en los cuales las ecuaciones de Saint-Venant no son aplicables. En otras palabras, existen algunos lugares tales como vertederos, brechas, cascadas, luces de puentes, terraplenes de carreteras y así sucesivamente, donde el flujo varía rápidamente en lugar de hacerlo gradualmente. Se requieren dos ecuaciones para definir una condición de frontera interna, porque se añaden dos incógnitas (Q y h) en dicha frontera. Por ejemplo, para simular el cruce de una carretera (véase la figura 10.7.2) con caudal a través de la luz del puente Q_p , caudal por encima del terraplén Q_t , y caudal a través de una brecha Q_b , las dos condiciones internas de fronteras son:

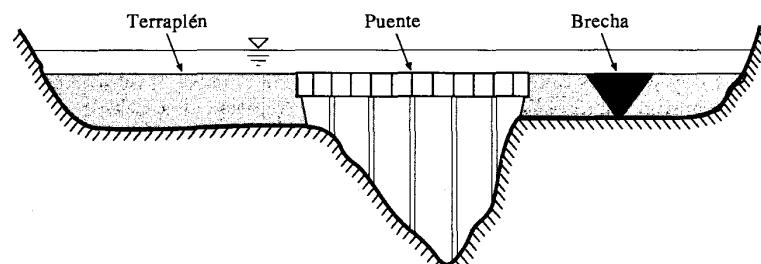
$$Q_i^{j+1} = Q_p + Q_{tr} + Q_b \quad (10.7.4)$$

y

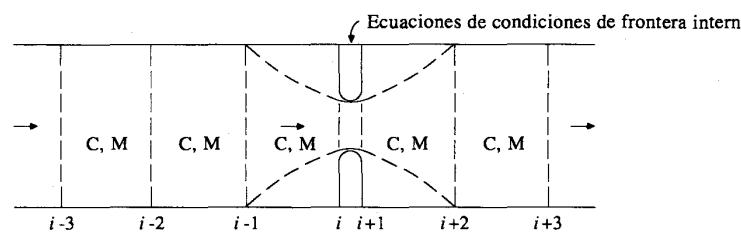
$$Q_{i+1}^{j+1} = Q_i^{j+1} \quad (10.7.5)$$

El flujo a través de la brecha Q_b se define por la ecuación (10.7.2); Q_p se define por una curva de calibración o por la ecuación de un orificio, tal como

$$Q_p = C_p \sqrt{2g} A_{i+1}^{j+1} (h_i^{j+1} - h_{i+1}^{j+1})^{1/2} \quad (10.7.6)$$



a) Sección transversal



b) Localización de las secciones transversales.

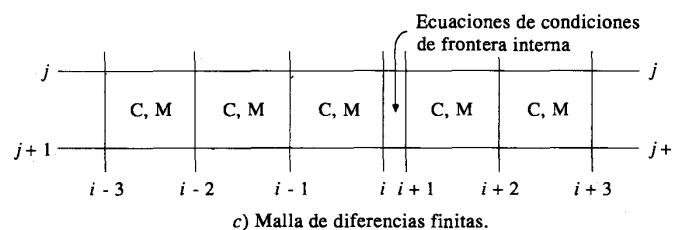


FIGURA 10.7.2

Condición interna de frontera para terraplenes de carreteras. C se refiere a la ecuación de continuidad mientras que M se refiere a la de momentum.

donde C_p es un coeficiente de puente; el caudal por encima del terraplén Q_{tr} se define por una ecuación de vertedero de cresta ancha

$$Q_{tr} = K_{tr} L_{tr} C_{tr} (h_i^{j+1} - h_{tr})^{3/2} \quad (10.7.7)$$

donde C_{tr} , L_{tr} y K_{tr} son el coeficiente de descarga, la longitud del terraplén y el factor de corrección por sumergencia, respectivamente, y h_{tr} es la elevación de la parte superior del terraplén.

Con referencia a la figura 10.7.2, la malla de diferencias finitas ilustra que para una línea de tiempo dada, las ecuaciones de continuidad y de momentum se escriben para cada celda donde son aplicables las ecuaciones de Saint-Venant y las condiciones internas de frontera están escritas para la celda desde i hasta $i+1$, donde se localiza el cruce de la carretera.

Falla de la presa Teton

El modelo DAMBRK se ha aplicado (Fread, 1980) para reconstruir la onda de creciente causada por la falla ocurrida en 1976 en la presa Teton en Idaho. Ésta era una presa de tierra de 300 pies de altura con una longitud de cresta de 3,000 pies. Como resultado de la falla de esta presa, 11 personas murieron, 25,000 quedaron sin hogar y se causaron daños por 400 millones de dólares en el valle Teton-Snake River localizado aguas abajo. En la figura 10.7.3 se muestra el área inundada en un tramo de 60 millas aguas abajo de la presa con 12 secciones transversales. El valle aguas abajo consistía en un cañón angosto de aproximadamente 1,000 pies de ancho en las primeras 5 millas y de ahí en adelante un valle ancho que fue inundado hasta una anchura de alrededor de 9 millas. Los valores de n de Manning cubrían un rango de 0.028 a 0.047 de acuerdo con estimaciones de campo. Algunas secciones transversales se calcularon mediante interpolación por DAMBRK para ser usadas en la modelación de tal manera que las secciones transversales estuvieran espaciadas 0.5 millas cerca de la presa y 1.5 millas en el extremo aguas abajo del tramo. En total se utilizaron 77 secciones transversales.

El hidrograma de caudal de salida del embalse calculado se muestra en la figura 10.7.3 con un valor pico de 1,652,300 cfs. El pico ocurrió aproximadamente 1.25 horas después de que se abrió la brecha. Es interesante anotar que el pico del caudal de salida de la presa fue aproximadamente 20 veces más grande que la máxima creciente registrada en el sitio. Los caudales pico calculados a lo largo del valle aguas abajo se muestran en la figura 10.7.4, la cual ilustra la rápida atenuación del caudal pico debido al almacenamiento de agua en la llanura de inundación a medida que la onda de creciente progresaba aguas abajo a través del valle. Los tiempos de tránsito calculados para el pico de la creciente se muestran en la figura 10.7.5, y las elevaciones pico calculadas aparecen en la figura 10.7.6. La máxima profundidad de la creciente fue de aproximadamente 60 pies en la presa. La simulación de 55 horas de la creciente de Teton utilizó un intervalo de tiempo inicial de 0.06 h. El tiempo de ejecución es menos de 10 segundos en la mayoría de los procesadores centrales.

Modelo FLDWAV

El modelo FLDWAV* (Fread, 1985) es una síntesis de DWOPER y DAMBRK, y añade capacidades de modelación importantes que no se encuentran disponibles en ninguno de los otros modelos. FLDWAV es un modelo generalizado de onda dinámica para flujos no estacionarios unidimensionales en canales simples o con ramificaciones. Se basa en un método implícito de diferencias finitas (cuatro puntos, no lineal) de las ecuaciones de Saint-Venant. Los siguientes aspectos y capacidades especiales están incluidos en FLDWAV: intervalos computacionales Δx y Δt variables; geometría de la sección transversal irregular; almacenamiento fuera del canal; coeficientes de rugosidad que pueden variar con el caudal o con la elevación del agua, y con la distancia a lo largo del canal; capacidad para generar secciones transversales interpoladas linealmente y coeficientes de rugosidad entre las secciones transversales de entrada; cálculo automático de las condiciones iniciales de flujo permanente y elevación del agua en todas las secciones transversales a lo largo del canal; fronteras externas como series de tiempo del caudal o de elevación de la

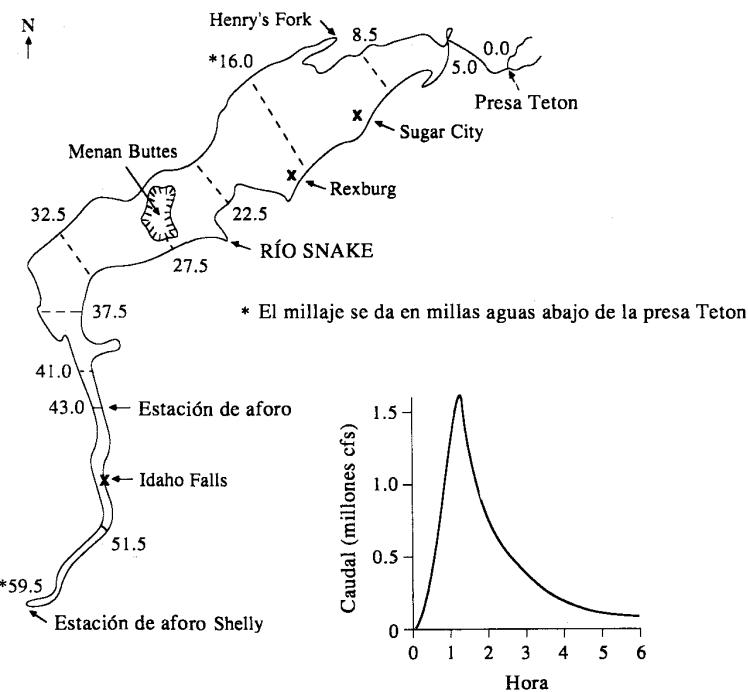


FIGURA 10.7.3
Área inundada aguas abajo de la presa Teton e hidrograma de caudal de salida calculado en el sitio de presa (Fuente: Fread, 1977).

* Una copia del programa de computador FLDWAV puede obtenerse del Hydrologic Research Laboratory, Office of Hydrology, NOAA, National Weather Service, Silver Spring, Maryland 20910.

TRÁNSITO DE ONDA DINÁMICA

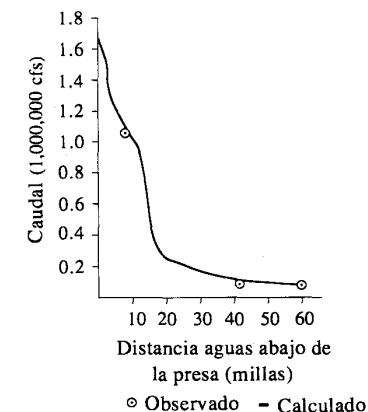


FIGURA 10.7.4
Perfil del caudal pico para la falla de la presa Teton (Fuente: Fread, 1977).

superficie del agua (hidrogramas); relación profundidad-caudal de valor único o múltiple (tabulada o calculada); caudales laterales de entrada (o de salida) dependientes del tiempo; fronteras internas que permiten el tratamiento de fallas de presa, flujos de vertedero, control de compuertas, flujos por debajo de puentes, o flujo por encima de terraplenes dependientes del tiempo; flujo en cortos circuitos en planicies de inundación en un valle de un río con meandros; falla y/o desbordamiento de jarillones (diques); una técnica computacional especial que provee estabilidad numérica cuando se están tratando flujos que cambian de supercríticos a subcríticos o, alternativamente, que cambien con el tiempo y la distancia a lo largo del canal; y una técnica automática de calibración para determinar el coeficiente de rugosidad variable utilizando hidrogramas observados a lo largo del canal.

FLDWAV fue desarrollado en lenguaje FORTRAN IV utilizando un diseño modular, en el cual cada una de las subrutinas requiere menos de 64 kilobytes de almacenamiento. Los requerimientos de almacenamiento totales del programa son aproximadamente de 256 kilobytes. Los arreglos (vectores y matrices) del programa

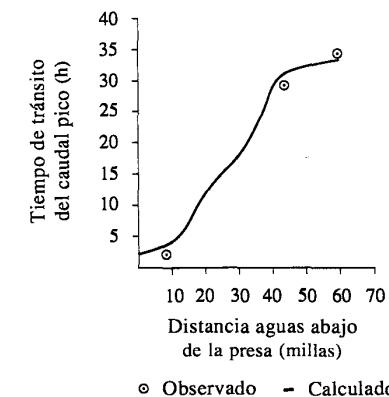


FIGURA 10.7.5
Tiempo de tránsito para el caudal pico durante la falla de la presa Teton (Fuente: Fread, 1977).

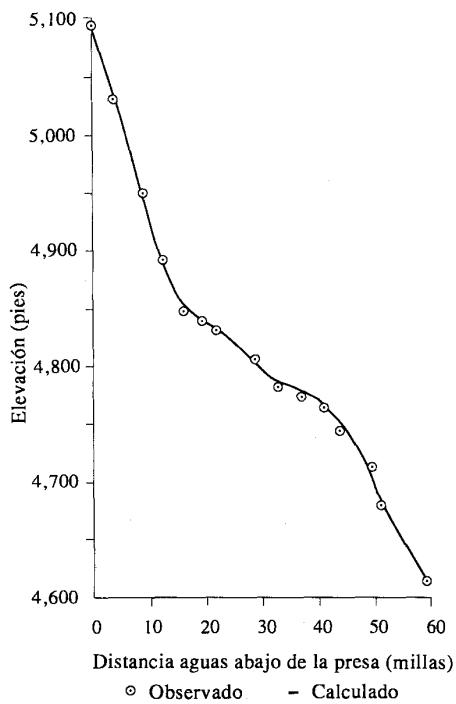


FIGURA 10.7.6
Perfil de elevaciones del caudal pico para la falla de la presa Teton (*Fuente:* Fread, 1977).

tienen tamaños variables, y el tamaño de cada arreglo se fija internamente a través de los parámetros de entrada utilizados para escribir cada aplicación particular de flujo no permanente. La información de entrada al programa tiene formato libre o fijo. La información de salida del programa consiste en tablas o gráficas de acuerdo con la escogencia del usuario.

APÉNDICE 10.A

Las siguientes ecuaciones describen los términos de derivadas parciales en el sistemas de ecuaciones (10.4.6) (Fread, 1985). Para la ecuación de continuidad (C), los términos dependientes de h^{j+1} y Q^{j+1} en la ecuación (10.3.11) contribuyen a las derivadas. Para $\partial C/\partial h$, la regla de producto $\partial C/\partial h = \partial C/\partial A \times \partial A/\partial h = B\partial C/\partial A$ es utilizada. Las derivadas son:

$$\frac{\partial C}{\partial h_i} = \frac{\Delta x_i}{2 \Delta t_j} (B + B_o)_i^{j+1} \quad (10.A.1)$$

$$\frac{\partial C}{\partial Q_i} = -\theta \quad (10.A.2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial h_{i+1}} = \frac{\Delta x_i}{2 \Delta t_j} (B + B_o)_{i+1}^{j+1} \quad (10.A.3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial Q_{i+1}} = \theta \quad (10.A.4)$$

donde B_0 es el ancho en la superficie transversal de almacenamiento muerto por fuera del canal.

Para la ecuación de momentum (M), los términos que dependen de h^{j+1} y Q^{j+1} en la ecuación (10.3.12) contribuyen a las derivadas, las cuales son

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial h_i} = & \theta \left\{ \left(\frac{\beta Q^2 B}{A^2} \right)_i^{j+1} + g \bar{A}_i^{j+1} \left[-1 + \left(\frac{\partial S_f}{\partial h} \right)_i^{j+1} \Delta x_i + \left(\frac{\partial S_e}{\partial h} \right)_i^{j+1} \Delta x_i \right] \right. \\ & \left. + \frac{g B_i^{j+1}}{2} \left[h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1} + (\bar{S}_f)_i^{j+1} \Delta x_i + (\bar{S}_e)_i^{j+1} \Delta x_i \right] + \frac{1}{2} \left(\bar{W}_f \frac{dB}{dh} \right)_i^{j+1} \right\} \end{aligned} \quad (10.A.5)$$

$$\frac{\partial M}{\partial Q_i} = \frac{\Delta x_i}{2 \Delta t_j} + \theta \left\{ -2 \left(\frac{\beta Q}{A} \right)_i^{j+1} + g \bar{A}_i^{j+1} \left[\left(\frac{\partial S_f}{\partial Q} \right)_i^{j+1} \Delta x_i + \left(\frac{\partial S_e}{\partial Q} \right)_i^{j+1} \Delta x_i \right] \right\} \quad (10.A.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial h_{i+1}} = & \theta \left\{ - \left(\frac{\beta Q^2 B}{A^2} \right)_{i+1}^{j+1} + g \bar{A}_{i+1}^{j+1} \left[1 + \left(\frac{\partial S_f}{\partial h} \right)_{i+1}^{j+1} \Delta x_i + \left(\frac{\partial S_e}{\partial h} \right)_{i+1}^{j+1} \Delta x_i \right] \right. \\ & \left. + \frac{g B_{i+1}^{j+1}}{2} \left[h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1} + (\bar{S}_f)_i^{j+1} \Delta x_i + (\bar{S}_e)_i^{j+1} \Delta x_i \right] + \frac{1}{2} \left(\bar{W}_f \frac{dB}{dh} \right)_{i+1}^{j+1} \Delta x_i \right\} \end{aligned} \quad (10.A.7)$$

$$\frac{\partial M}{\partial Q_{i+1}} = \frac{\Delta x_i}{2 \Delta t_j} + \theta \left\{ 2 \left(\frac{\beta Q}{A} \right)_{i+1}^{j+1} + g \bar{A}_{i+1}^{j+1} \left[\left(\frac{\partial S_f}{\partial Q} \right)_{i+1}^{j+1} \Delta x_i + \left(\frac{\partial S_e}{\partial Q} \right)_{i+1}^{j+1} \Delta x_i \right] \right\} \quad (10.A.8)$$

Las derivadas de S_f se encuentran diferenciando la ecuación (10.3.18), las cuales son:

$$\frac{\partial (\bar{S}_f)_i}{\partial h_i} = 2(\bar{S}_f)_i \left(\frac{1}{n_i} \frac{d\bar{n}_i}{dh_i} - \frac{5B_i}{6\bar{A}_i} + \frac{1}{3\bar{B}_i} \frac{dB_i}{dh_i} \right) \quad (10.A.9)$$

$$\frac{\partial(\bar{S}_f)_i}{\partial h_{i+1}} = 2(\bar{S}_f)_i \left(\frac{1}{\bar{n}_i} \frac{d\bar{n}_i}{dh_{i+1}} - \frac{5B_{i+1}}{6A_i} + \frac{1}{3\bar{B}_{i+1}} \frac{dB_{i+1}}{dh_{i+1}} \right) \quad (10.A.10)$$

$$\frac{\partial(\bar{S}_f)_i}{\partial Q_i} = (\bar{S}_f)_i \left(\frac{1}{\bar{n}_i} \frac{d\bar{n}_i}{dQ_i} + \frac{1}{\bar{Q}_i} \right) \quad (10.A.11)$$

$$\frac{\partial(\bar{S}_f)_i}{\partial Q_{i+1}} = (\bar{S}_f)_i \left(\frac{1}{\bar{n}_i} \frac{d\bar{n}_i}{dQ_{i+1}} + \frac{1}{\bar{Q}_{i+1}} \right) \quad (10.A.12)$$

Las derivadas de S_e , encontradas diferenciando la ecuación (10.3.19), son

$$\left(\frac{\partial \bar{S}_e}{\partial h} \right)_i = \left(\frac{K_e Q^2 B}{g \Delta x A^3} \right)_i \quad (10.A.13)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{S}_e}{\partial h} \right)_{i+1} = \left(\frac{-K_e Q^2 B}{g \Delta x A^3} \right)_{i+1} \quad (10.A.14)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{S}_e}{\partial Q} \right)_i = \left(\frac{-K_e Q}{g \Delta x A^2} \right)_i \quad (10.A.15)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{S}_e}{\partial Q} \right)_{i+1} = \left(\frac{K_e Q}{g \Delta x A^2} \right)_{i+1} \quad (10.A.16)$$

Las derivadas parciales para las funciones UB y DB se evalúan como sigue:

$$\frac{\partial UB}{\partial h_1} = 0 \quad (10.A.17)$$

$$\frac{\partial UB}{\partial Q_1} = 1 \quad (10.A.18)$$

si la condición de frontera aguas arriba es un hidrograma de caudal.

$$\frac{\partial DB}{\partial h_N} = 1 \quad (10.A.19)$$

$$\frac{\partial DB}{\partial Q_N} = 0 \quad (10.A.20)$$

si la condición de frontera aguas abajo es un hidrograma de nivel, pero

$$\frac{\partial DB}{\partial h_N} = 0 \quad (10.A.21)$$

$$\frac{\partial DB}{\partial Q_N} = 1 \quad (10.A.22)$$

si la condición de frontera aguas abajo es un hidrograma de caudal, y

$$\frac{\partial DB}{\partial h_N} = -\frac{Q_{k+1} - Q_k}{h_{k+1} - h_k} \quad (10.A.23)$$

$$\frac{\partial DB}{\partial Q_N} = 1 \quad (10.A.24)$$

donde k es el número de iteración, si la condición de frontera aguas abajo es una curva de calibración profundidad-caudal.

REFERENCIAS

- Conte, S. D., *Elementary Numerical Analysis*, McGraw-Hill, New York, 1965.
- Fread, D. L., Discussion of "Implicit flood routing in natural channels", by M. Amein and C. S. Fang, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 97, No. HY7, pp. 1156-1159, 1971.
- Fread, D. L., Effect of time step size in implicit dynamic routing, *Water Resour. Bull.*, vol. 9, No. 2, pp. 338-351, 1973a.
- Fread, D. L., Technique for implicit dynamic routing in rivers with major tributaries, *Water Resour. Res.*, vol. 9, No. 4, pp. 918-926, 1973b.
- Fread, D. L., A dynamic model of stage-discharge relations affected by changing discharge, Fig. 11, p. 24, *NOAA Technical Memorandum NWS HYDRO-16*, Office of Hydrology, National Weather Service, Washington, D.C., 1973c.
- Fread, D. L., Numerical properties of implicit four-point finite difference equations of unsteady flow, *NOAA technical memorandum NWS HYDRO-18*, National Weather Service, NOAA, U.S. Department of Commerce, Silver Spring, Md., 1974a.
- Fread, D. L., Implicit dynamic routing of floods and surges in the lower Mississippi, presented at Am. Geophys. Union national meeting, April 1974, Washington, D.C., 1974b.
- Fread, D. L., Discussion of "Comparison of four numerical methods for flood routing", by R. K. Price, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 101, No. HY3, pp. 565-567, 1975.
- Fread, D. L., Flood routing in meandering rivers with flood plains, *Rivers '76*, Symposium on Inland Waterways for Navigation, Flood Control, and Water Diversions, August 10-12, 1976, Colorado State University, Fort Collins, Colo., vol. I, pp. 16-35, 1976a.
- Fread, D. L., Theoretical development of implicit dynamic routing model, Dynamic Routing Seminar at Lower Mississippi River Forecast Center, Slidell, Louisiana, National Weather Service, NOAA, Silver Spring, Md., December 1976b.
- Fread, D. L., The development and testing of a dam-break flood forecasting model, *Proceedings, Dam-break Flood Modeling Workshop*, U. S. Water Resources Council, Washington, D.C., pp. 164-197, 1977.
- Fread, D. L., NWS operational dynamic wave model, *Proceedings, 25th Annual Hydraulics Division Specialty Conference*, Am. Soc. Civ. Eng., pp. 455-464, August 1978.
- Fread, D. L., Capabilities of NWS model to forecast flash floods caused by dam failures, *Preprint Volume, Second Conference on Flash Floods*, March 18-20, Am. Meteorol. Soc., Boston, pp. 171-178, 1980.
- Fread, D. L., Some limitations of dam-break flood routing models, Preprint, Am. Soc. Civ. Eng. Fall Convention, St. Louis, Mo., October 1981.
- Fread, D. L., Channel routing, Chap. 14 in *Hydrological Forecasting*, ed. by M. G. Anderson and T. P. Burt, Wiley, New York, pp. 437-503, 1985.
- Isaacson, E., J. J. Stoker, and A. Troesch, Numerical solution of flood prediction and river regulation problems, rep. IMM-205, IMM-235, Inst. for Math. and Mech., New York Univ., New York, 1954, 1956.
- Stoker, J. J., Numerical solution of flood prediction and river regulation problems, rep. IMM-200, Inst. for Math. and Mech., New York Univ., New York, 1953.

BIBLIOGRAFÍA

Solución implícita de las ecuaciones de Saint-Venant

- Abbott, M. B., and F. Ionescu, On the numerical computation of nearly horizontal flows, *J. Hydraul. Res.*, vol. 5, No. 2, pp. 97-117, 1967.
- Amein, M., An implicit method for numerical flood routing, *Water Resour. Res.*, vol. 4, No. 4, pp. 719-726, 1968.
- Amein, M., and C. S. Fang, Implicit flood routing in natural channels, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 96, No. HY12, pp. 2481-2500, 1970.
- Amein, M., Computation of flow through Masonboro Inlet, N. C., *J. Waterways, Harbors, and Coastal Eng. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 101, No. WW1, pp. 93-108, 1975.
- Amein, M., and H.-L. Chu, Implicit numerical modeling of unsteady flows, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 101, No. HY6, pp. 717-731, 1975.
- Baltzer, R. A., and C. Lai, Computer simulation of unsteady flows in waterways, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 94, No. HY4, pp. 1083-1117, 1968.
- Chaudhry, Y. M., and D. N. Contractor, Application of the implicit method to surges in channels, *Water Resour. Res.*, vol. 9, No. 6, pp. 1605-1612, 1973.
- Chen, Y. H., Mathematical modeling of water and sediment routing in natural channels, *Ph. D. dissertation*, University of California, Davis, 1973.
- Chen, Y. H. and D. B. Simons, Mathematical modeling of alluvial channels, *Modeling 75 Symposium on Modeling Techniques*, Second Annual Symposium of Waterways, Harbors and Coastal Eng. Div., Am. Soc. Civ. Eng., vol. 1, pp. 466-483, September 1975.
- Contractor, D. N., and J. M. Wiggert, Numerical studies of unsteady flow in the James River, VPI-WRRC-Bull. 51, Water Resources Research Center, Virginia Poly. Inst. and State Univ., Blacksburg, Va., 1972.
- Dronkers, J. J., Tidal computations for rivers, coastal areas, and seas, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 95, No. HY1, pp. 29-77, 1969.
- Greco, F. and L. Panattoni, An implicit method to solve Saint Venant equations, *J. Hydrol.*, vol. 24, No. 1/2, pp. 171-185, 1975.
- Gunaratnam, D. J., and F. E. Perkins, Numerical solution of unsteady flows in open channels, *hydrodynamics lab. rep. 127*, Dept. of Civ. Eng., Mass. Inst. of Tech., Cambridge, Mass., 1970.
- Hoff-Clausen, N. E., K. Havno, and A. Kej, Systems II sewer-a storm sewer model, *Proceedings. Second International Conference on Urban Storm Drainage*, University of Illinois at Urbana-Champaign, ed. by B. C. Yen, vol. 1, pp. 137-145, June 1981.
- Isaacson, E., Fluid dynamical calculations, *Numerical Solution of Partial Differential Equations*, Academic Press, New York, pp. 35-49, 1966.
- Kamphuis, J. W., Mathematical tidal study of St. Lawrence River, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 96, No. HY3, pp. 643-664, 1970.
- Kanda, T., and T. Kitada, An implicit method for unsteady flows with lateral inflows in urban rivers, *Proceedings, 18th Congress of IAHR, Baden-Baden, Federal Republic of Germany*, vol. 2, pp. 213-220, August 1977.
- Ponce, V. M., H. Indlekofer and D. B. Simons, Convergence of four-point implicit water wave models, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 104, pp. 947-958, July 1978c.
- Preismann, A., Propagation of translatory waves in channels and rivers, *1st Congress de l'Assoc. Francaise de Calcul*, Grenoble, France, pp. 433-442, 1961.
- Preismann, A., and J. A. Cunge, Tidal bore calculation on an electronic computer, *La Houille Blanche*, vol. 5, pp. 588-596, 1961.
- Price, R. K., A comparison of four numerical methods for flood routing, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 100, No. HY7, pp. 879-899, 1974.
- Price, R. K., FLOUT - a river catchment flood model, report No. IT-168, Hydraulics Research Station, Wallingford, England, 1980.
- Quinn, F. H., and Wylie, E. B., Transient analysis of the Detroit River by the implicit method, *Water Resour. Res.*, vol. 8, No. 6, pp. 1461-1469, 1972.
- Sjoberg, A., Sewer network models DAGUL-A and DAGUL-DIFF, *Proceedings, Second International Conference on Urban Storm Drainage*, University of Illinois at Urbana-Champaign, ed. B. C. Yen, vol. 1, pp. 127-136, June 1981.
- SOGREAH, Mathematical model of flow simulation in urban sewerage system, CAREDAS Program, Société Grenobloise d'Etudes et d'Applications Hydrauliques, Grenoble, France, 1973.
- Wood, E. F., B. M. Harley and F. E. Perkins, Transient flow routing in channel networks, *Water Resour. Res.*, vol. 11, No. 3, pp. 423-430, 1975.

TRÁNSITO DE ONDA DINÁMICA

Vasiliev, O. F., M. T. Gladyshev, N. A. Pritvits, and V. G. Sudobicher, Numerical methods for the calculation of shock wave propagation in open channels, *Proceedings, International Association for Hydraulic Research, Eleventh International Congress, Lennigrad, U.S.S.R.*, vol. 44, No. 3, 1965.

Pronóstico de crecientes por rompimiento de presas

- Balloffet, A., One-dimensional analysis of floods and tides in open channels, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 95, No. HY4, pp. 1429-1451, 1969.
- Chen, C.-L., and J. T. Armbruster, Dam-break wave model: formulation and verification *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 106, No. HY5, pp. 747-767, 1980.
- Cunge, J. A., On the subject of a flood propagation method, *J. Hydraul. Res.*, vol. 7, No. 2, pp. 205-230, 1969.
- Keefer, T. M., and R. K. Simons, Qualitative comparison of three dam-break routing models, *Proceedings, Dam-break Flood Modeling Workshop*, U. S. Water Resources Council, Washington, D.C., pp. 292-311, 1977.
- Ponce, V. M., and A. J. Tsivoglou, Modeling gradual dam breaches, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 107, No. HY7, pp. 829-838, 1981.
- Price, J. T., G. W. Low, J. M. Garrison, Unsteady flow modeling of dam-break waves, *Proceedings, Dam-break Flood Modeling Workshop*, U. S. Water Resources Council, Washington, D.C., pp. 90-130, 1977.
- Rajar, R., Mathematical simulation of dam-break flow, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 104, No. HY7, pp. 1011-1026, 1978.
- Sakkas, J. G., and T. Streikoff, Dam-break flood in a prismatic dry channel, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 99, No. HY12, pp. 2195-2216, 1973.
- Wetmore, J. N., D. L. Fread, The NWS simplified dam-break flood forecasting model, *Proceedings, Fifth Canadian Hydrotechnical Conference*, Fredericton, Canada, May 1981.
- Xanthopoulos, T., and C. Koutitas, Numerical simulation of a two-dimensional flood wave propagation due to dam failure, *J. Hydraul. Res.*, vol. 14, No. 4, pp. 321-331, 1976.

General

- Brutsaert, W., De Saint-Venant equations experimentally verified, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 97, No. HY9, pp. 1387-1401, 1971.
- Courant, R., and D. Hilbert, *Methods of Mathematical Physics*, vols. I and II, Interscience Publishers, New York, 1953; original copyright with Julius Springer, Berlin, Germany, 1937.
- Cunge, J. A., F. M. Holly, Jr., y A. Verwey, *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*, Pitman, London, 1980.
- Di Silvio, G., Flood wave modification along channels, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 95, No. HY9 pp. 1589-1614, 1969.
- Fread, D. L., and T. E. Harbaugh, Open-channel profiles by Newton's iteration technique, *J. Hydrol.*, vol. 13, No. 1, pp. 70-80, 1971.
- Harris, G. S., Real time routing of flood hydrographs in storm sewers, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 96, No. HY6, pp. 1247-1260, 1970.
- Hayami, S., On the propagation of flood waves, bulletin, No. 1, Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Japan, 1951.
- Henderson, F. M., Flood waves in prismatic channels, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 89, No. HY4, pp. 39-67, 1963.
- Isaacson, E., and H. B. Keller, *Analysis of Numerical Methods*, Wiley, New York, 1966.
- Keefer, T. N., Comparison of linear systems and finite difference flow-routing techniques, *Water Resour. Res.*, vol. 12, No. 5, pp. 997-1006, 1976.
- Liggett, J. A., Basic equations of unsteady flow, in *Unsteady Flow in Open Channels*, ed. por K. Mahmood, and V. Yevjevich, vol. I, Water Resources Publications, Ft. Collins, Colo., pp. 29-62, 1975.
- Liggett, J. A., J. A. Cunge, Numerical methods of solution of the unsteady flow equations, *Unsteady Flow in Open Channels*, cd. by Mahmood and V. Yevjevich, vol. I, Water Resources Publications, Ft. Collins, Colo., pp. 89-182, 1975.
- Mahmood, K. V., V. Yevjevich, and W. A. Miller, Jr. (eds.), *Unsteady Flow in Open Channels*, 3 vols., Water Resources Publications, Ft. Collins, Colo., 1975.
- Milne, W. E., *Numerical Solution of Differential Equations*, Dover, New York, 1970.
- Natural Environment Research Council, Flood studies report, vol. III, flood routing studies, London, 1975.

- Overton, D. E., and M. E. Meadows, *Stormwater Modeling*, Academic Press, New York, 1976.
- Ponce, V. M., and D. B. Simons. Shallow wave propagation in open channel flow, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 103, No. HY12, pp. 1461-1476, 1977.
- Prandtl, D., and N. L. Crookshank, *Numerical model of St. Lawrence River estuary*, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 100, No. HY4, pp. 517-529, 1974.
- Price, R. K., Variable parameter diffusion method for flood routing, report No. INT 115, Hydraulics Research Station, Wallingford, England, 1973.
- Price, R. K., Flood routing methods for British rivers, *Proceedings, Institution of Civil Engineers*, vol. 55, pp. 913-930, 1973.
- Price, R. K., A simulation model for storm sewer, *Proceedings, Second International Conference on Urban Storm Drainage*, University of Illinois at Urbana-Champaign, vol. 1, pp. 184-192, 1981.
- Roache, P. J., *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Publishers, Albuquerque, N. Mex., 1976.
- Richtmeyer, R. D., A survey of difference methods for non-steady fluid dynamics, *NCAR technical notes* 63-2. National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colo., 1962.
- Roesner, L. A., and R. P. Shubinski, Improved dynamic flow routing model for storm drainage systems, *Proceedings, Second International Conference on Urban Storm Drainage*, University of Illinois at Urbana-Champaign, vol. 1, pp. 164-173, 1981.
- Sevuk, A. S., and B. C. Yen, A comparative study on flood routing computation, *Proceedings, International Symposium on River Mechanics of Int. Ass. Hydraul. Res.*, Bangkok, Thailand, vol. 3, pp. 275-290, 1973.
- Smith, G. D., *Numerical Solution of Partial Differential Equations*. Oxford University Press, London, 1965.
- Strelkoff, T., The one-dimensional equations of open-channel flow, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 95, No. HY3, pp. 861-874, 1969.
- Thomas, I. E., and P. R. Wormleaton, Finite difference solution of the diffusion equation, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 12, pp. 211-220, 1971.
- Yen, B. C., Open-channel flow equations revisited, *J. Eng. Mech. Div., Am. Soc. Civ. Engr.*, vol. 99, No. EM5, pp. 979-1009, 1973.

PROBLEMAS

- 10.3.1** Determine la derivada temporal del caudal para $Q_i = 7,000$ cfs, $Q_{i+1} = 7,166$ cfs, $Q_{i+2} = 6,772$ cfs y $Q_{i+3} = 6,940$ cfs. Utilice un intervalo de tiempo de una hora, $\Delta x = 1,000$ pies y $\theta = 0.60$.
- 10.3.2** Deduzca las ecuaciones (10.3.11) y (10.3.12).
- 10.3.3** Deduzca las expresiones para las derivadas parciales de la ecuación de continuidad dadas en el apéndice 10.A [ecuaciones (10.A.1)-(10.A.4)].
- 10.3.4** Deduzca las expresiones para las derivadas parciales para la ecuación de *momentum* dadas en el apéndice 10.A [ecuaciones (10.A.5)-(10.A.8)].
- 10.4.1** Explique el procedimiento utilizado para resolver el sistema de ecuaciones (10.4.1) usando el método de Newton-Raphson.
- 10.4.2** A pesar de que el esquema implícito utilizado para el modelo de onda dinámica completo es incondicionalmente estable, explique por qué este procedimiento es inestable cuando el flujo se aproxima a condiciones críticas.
- 10.4.3** Explique por qué pueden ocurrir problemas de inestabilidad cuando se modela un río que tiene secciones transversales con un canal principal y una llanura de inundación muy ancha y plana. Ayuda: ¿Cómo serían las relaciones elevación vs. radio hidráulico, elevación vs. ancho en la superficie y elevación vs. caudal?
- 10.4.4** ¿Bajo qué condiciones causarían problemas de inestabilidad las relaciones n de Manning vs. caudal en la solución de un modelo de onda dinámica completa?
- 10.5.1** El propósito de este problema es utilizar el modelo DWOPER o FLDWAV del U.S. National Weather Service. Considere un canal de irrigación trapezoidal de 9,000 pies de largo con sección transversal como la mostrada en la figura 10.P.1. El hidrograma de caudal de entrada aguas arriba se muestra en la figura 10.P.2. La pendiente del fondo del canal es 0.0005 pies/pie. La elevación del fondo del canal en el extremo aguas abajo es 95.5 pies. El canal tiene un coeficiente de rugosidad de Manning de $n = 0.025$. Con el fin de modelar el canal, se localizan secciones transversales

TRÁNSITO DE ONDA DINÁMICA

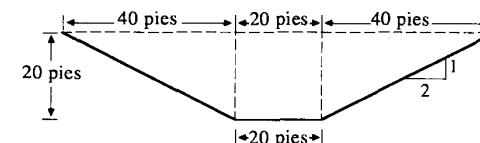


FIGURA 10.P.1
Sección transversal del canal.

(estaciones) a intervalos de 1,000 pies cada una tal como se muestra en la figura 10.P.3. Utilizando un intervalo de tiempo computacional de 0.1 h, simule el comportamiento del sistema para las primeras cinco horas. Grafique los hidrogramas de caudal de entrada y de caudal de salida; también grafique la distribución de flujo a lo largo del canal a intervalos de una hora. Utilice una condición inicial de 200 cfs a lo largo del canal. La condición de frontera aguas abajo es la curva de calibración dada a continuación.

Nivel (pies)	98.6	100.2	102.6	104.3	106.2	107.7	109.5
Caudal (cfs)	200	550	1,000	1,700	2,200	2,600	3,200

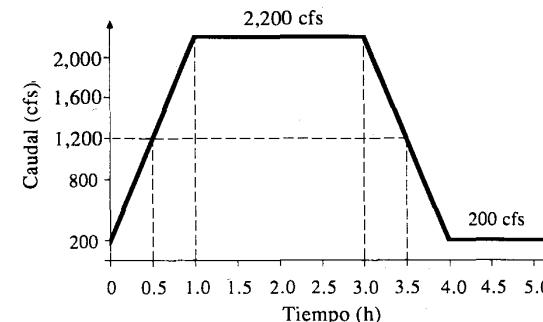
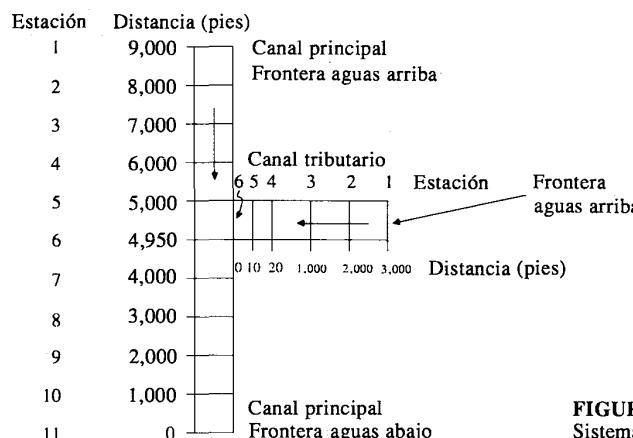


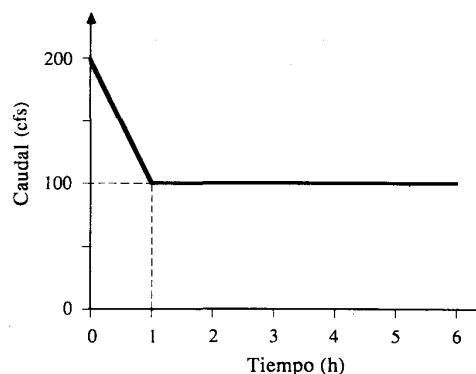
FIGURA 10.P.2
Hidrograma de entrada.

Estación	Distancia (pies)	Frontera aguas arriba
1	9,000	
2	8,000	
3	7,000	
4	6,000	
5	5,000	
6	4,000	
7	3,000	
8	2,000	
9	1,000	
10	0	Frontera aguas abajo

FIGURA 10.P.3
Canal de irrigación principal.



- 10.5.2** Este problema es una extensión del problema 10.5.1 para incluir un canal tributario, tal como se muestra en la figura 10.P.4. La forma del tributario es idéntica a la del canal principal (véase la figura 10.P.1). El tributario tiene una longitud de 3,000 pies, una pendiente de fondo de 0.0005 pies/pie y una elevación de fondo de 98.0 pies en la confluencia. Se supone un n de Manning de 0.025. El hidrograma de caudal de entrada utilizado en el problema 10.5.1 (véase la figura 10.P.2) es la condición de frontera aguas arriba para ambos canales. Para modelar este sistema, se añade una nueva estación al canal principal a una distancia de 4,950 pies para tener en cuenta el canal tributario. El tributario se discretiza utilizando seis estaciones, tal como se muestra en la figura 10.P.4. Las estaciones 4 y 5 no tienen utilidad para este problema; el problema 10.5.4 las utiliza. Grafique el nuevo hidrograma de caudal de salida en la estación 11 y compárelo con el resultado obtenido en el problema 10.5.1. Grafique la distribución del caudal a lo largo del canal con intervalos de tiempo de una hora. Utilice una condición inicial de caudal de entrada de 200 cfs para cada uno de los dos canales y 400 cfs aguas abajo de su unión.
- 10.5.3** Resuelva el problema 10.5.2 utilizando el hidrograma de caudal de entrada para el tributario mostrado en la figura 10.P.5. Este problema se ha planteado para utilizar la capacidad del programa de manejar efectos de remanso en sistemas de canales.



TRÁNSITO DE ONDA DINÁMICA

- 10.5.4** Resuelva el problema 10.5.2 con una estructura de regulación de caudal localizada entre las estaciones 5 y 6 del tributario, inmediatamente aguas arriba de la confluencia. La tabla de calibración para la estructura reguladora se da a continuación.

Nivel (pies)	4	6	8	10	13	16	20	25
Caudal (cfs)	100	300	700	1,000	1,300	1,500	1,750	2,000

- 10.6.1** Deduzca las ecuaciones de diferencias finitas de continuidad y *momentum* para tránsito de una creciente en un río con meandros. Considere llanuras de inundación a la izquierda y a la derecha, canal principal y almacenamiento muerto para el desarrollo de estas ecuaciones.

- 10.7.1** El propósito de este problema es ilustrar el uso de los modelos DAMBRK o FLDWAV para llevar a cabo el tránsito de embalses utilizando el procedimiento de tránsito de almacenamiento y el tránsito dinámico en el valle aguas abajo. Es necesario desarrollar la información de entrada al modelo DAMBRK y correrlo en un computador. El hidrograma de caudal de entrada al embalse correspondiente a la creciente máxima probable está dado en la tabla 10.P.1. Las características del embalse se presentan en la tabla 10.P.2, incluyendo la relación elevación-almacenamiento y las características del vertedero. Para describir 12.5 millas del valle localizado aguas abajo se utilizan cinco secciones transversales denominadas *B* a *F* en la tabla 10.P.3. Los coeficientes de rugosidad de Manning como funciones de la elevación de la superficie del agua para cada sección transversal también están dados en la tabla 10.P.3. La pendiente del valle aguas abajo es de alrededor de 10.15 pies/mi. La elevación inicial de la superficie del agua en el embalse es de 2,323 pies por encima del nivel medio del mar. Finalice los cálculos de tránsito después de 57 horas de simulación. Utilice KDMR = 3 y JNK = 1 para las instrucciones de impresión. Utilice una distancia computacional mínima para las secciones transversales interpoladas de 0.5 mi para cada tramo. La condición inicial de flujo es de 800 cfs.

- 10.7.2** Resuelva el problema 10.7.1 si la elevación inicial en el embalse es de 2,290 pies sobre el nivel medio del mar. ¿En qué porcentaje se reduce el caudal pico aguas abajo debido al almacenamiento adicional en el embalse?

- 10.7.3** El propósito de este problema es ilustrar el uso de los programas DAMBRK o FLDWAV para llevar a cabo un análisis de rotura de una presa para un evento de no creciente. Para esta aplicación se usa el mismo embalse y el mismo valle aguas abajo.

TABLA 10.P.1
Creciente máxima probable para el problema 10.7.1

Tiempo (h)	0	1	3	5	7	9	11	13
Caudal (cfs)	0.0	12.8	239.2	2,000.0	8,028.8	20,339.5	40,906.1	80,570.3
Tiempo	15	17	19	21	23	25	27	29
Caudal	156,116.8	248,330.1	295,681.1	279,367.0	224,737.0	158,232.4	107,019.0	71,600.3
Tiempo	31	33	35	37	39	41	43	45
Caudal	46,295.6	29,862.1	19,363.0	12,561.7	8,143.1	5,275.7	3,460.3	2,205.5
Tiempo	47	49	51	53	55	57		
Caudal	1,218.0	495.8	163.4	63.0	15.7	0		

TABLA 10.P.2
Características del embalse

Relación elevación-almacenamiento	
Elevación (pies NMM)	Almacenamiento (acre-pies)
2,342	160,710
2,330	85,120
2,320	58,460
2,305	30,075
2,290	13,400
2,275	4,125
2,260	335
2,245	0

Embalse	
Elevación de la cresta de la presa (NMM):	2,347 pies
Longitud del embalse:	5 mi
Elevación (NMM) del fondo de la presa:	2,245 pies
Nivel normal del embalse (NMM)	2,323 pies

Vertedero	
Elevación de la cresta del vertedero no controlado:	2,333 pies
Coeficiente de descarga para el vertedero no controlado:	2.5
Longitud del vertedero no controlado:	3,900 pies

Turbina	
Caudal:	800 cfs

TABLA 10.P.3
Secciones transversales del valle aguas abajo

Número de sección transversal	Localización en el canal (mi)	Elevación (pies)	2,250	2,260	2,300	2,330	2,350
A	4.95	Ancho superior (pies)	0	1,024	2,737	4,508	11,812
B	5.0	Elevación (pies)	2,250	2,260	2,300	2,330	2,350
		Ancho superior (pies)	0	1,024	2,737	4,508	11,812
C	6.97	Elevación (pies)	2,230	2,240	2,250	2,270	2,300
		Ancho superior (pies)	0	473	2,539	4,311	6,654
D	10.61	Elevación (pies)	2,190	2,200	2,210	2,240	2,270
		Ancho superior (pies)	0	1,078	2,441	3,118	3,842
E	13.94	Elevación (pies)	2,150	2,160	2,170	2,180	2,210
		Ancho superior (pies)	0	216	1,654	2,402	4,093
F	17.45	Elevación (pies)	2,120	2,130	2,140	2,160	2,180
		Ancho superior (pies)	0	945	1,772	3,091	3,858
G	17.5	Elevación (pies)	2,120	2,130	2,140	2,160	2,180
		Ancho superior (pies)	0	945	1,772	3,091	3,858
H	18.5	Elevación (pies)	2,110	2,120	2,130	2,150	2,170
		Ancho superior (pies)	0	945	1,772	3,091	3,858
Valores del <i>n</i> de Manning		0.030	0.030	0.035	0.035	0.035	

jo del problema 10.7.1. Se utiliza un evento de no creciente con un caudal de entrada al embalse de 800 cfs. La elevación inicial de la superficie del agua se encuentra en el nivel normal del embalse (2,323 pies). La falla de la presa ocurre a esta elevación. La brecha es rectangular y el tiempo a brecha máxima es 1.25 horas después del inicio de ésta. La brecha se extiende hacia abajo hasta alcanzar la elevación del fondo de la presa, 2,245 pies sobre el nivel medio del mar, y tiene 200 pies de ancho en su base. Los cálculos computacionales pueden terminarse después de 10 horas de simulación. Grafique el hidrograma de caudal de salida del embalse.

10.7.4 Resuelva el problema 10.7.3 con un tiempo de falla de 2 h y compare los hidrogramas de caudal de salida para estos dos tiempos de falla.

10.7.5 El propósito de este problema es ilustrar el uso de los modelos DAMBRK o FLDWAV para llevar a cabo un análisis de rotura de presa para un evento en creciente máxima probable (CMP). Para esta aplicación se usa el mismo embalse y el mismo valle aguas abajo del problema 10.7.1. Utilice las mismas características de brecha que en el problema 10.7.3. La CMP de entrada al embalse (*véase* el problema 10.7.1, tabla 10.P.1) se utiliza para este problema. Asigne una elevación de agua en el embalse cuando la rotura empieza a 2,341.48 pies sobre el nivel medio del mar y un tiempo para brecha máxima (TBM) de 1.25 h. Compare el hidrograma de caudal de salida con los obtenidos en los problemas 10.7.1 y 10.7.3.

10.7.6 Este problema ilustra una aplicación en presas múltiples. El problema 10.7.5 se extiende para incluir una segunda presa cuya cara de aguas abajo se encuentra a 12.5 millas aguas abajo de la primera presa. Se utilizan tres secciones transversales adicionales (A, G y H en la tabla 10.P.3) para definir la cara de aguas arriba de ambas presas y el canal localizado aguas abajo de la segunda presa. La tabla 10.P.4 resume las características de la segunda presa. La elevación inicial de la superficie del agua para el segundo embalse se localiza a 2,150 pies. La brecha empieza cuando el nivel de la superficie de agua alcanza la cresta de la segunda presa, 2,180 pies sobre el nivel medio del mar, y se extiende hacia abajo hasta una elevación de 2,120 pies sobre el nivel medio del mar. Asigne un ancho en la base de la brecha de 100 pies. Utilice el mismo valor para el tiempo de brecha máxima que se usó para la primera presa. Para la primera presa aguas arriba utilice las mismas características que en el problema 10.7.3.

TABLA 10.P.4
Características de la segunda presa

Elevación de la cresta de la presa (NMM):	2,180 pies
Elevación del fondo de la presa (NMM):	2,120 pies
Elevación de la cresta del vertedero no controlado:	2,165 pies
Coeficiente de descarga para el vertedero no controlado:	2.5
Coeficiente de descarga para el flujo sobre vertedero no controlado:	4,830.8
Longitud del vertedero no controlado:	2,000 pies

10.7.7 Desarrolle un análisis de sensibilidad para los parámetros que describen la brecha de la situación planteada en el problema 10.7.5. Considere diferentes valores del tiempo hasta la brecha máxima (por ejemplo, 0.5 h, 1.0 h, 1.5 h, 3 h, etc.). Considere diferentes anchos de brecha máximos (por ejemplo, 50 pies, 100 pies, 300 pies, etc.). Grafique el perfil de elevación de la pendiente vs. la distancia aguas abajo para cada una de las simulaciones.

De la envolvente de los perfiles, determine los parámetros de la brecha que generan la creciente máxima aguas abajo de la presa.

10.7.8 Desarrolle la información de entrada para los modelos DAMBRK o FLDWAV para la falla de la presa Teton. Para la falla de esta presa el nivel del agua fue de 5,288.5

pies sobre el nivel medio del mar, el cual estaba por debajo del nivel del vertedero; por consiguiente, los caudales a través del vertedero no necesitan ser modelados. El caudal de entrada al embalse se considera constante e igual a 13,000 cfs durante todo el tiempo de simulación. El tránsito a través del embalse debe llevarse a cabo utilizando un procedimiento de tránsito hidrológico con las características de embalse definidas por la siguiente relación de elevación-almacenamiento:

Elevación (pies NMM)	5,027	5,038.5	5,098.5	5,228.5	5,288.5
Almacenamiento (ac. pies)	0	1,247.8	25,037.8	137,682.8	230,472.8

Se utiliza un total de 12 secciones transversales cada una con 5 anchos máximos, para modelar la geometría aguas abajo (véase la tabla 10.P.5). Considere un flujo lateral máximo hacia afuera de -0.30 cfs/pie para producir las pérdidas de volumen experimentadas por el paso de la creciente generada por la rotura de la presa a través de los tramos de río entre las secciones transversales adyacentes (por ejemplo, el tramo 1 se localiza entre las secciones transversales 1 y 2). Los valores del *n* de Manning, la distancia mínima entre secciones transversales interpoladas y los coeficientes de contracción-expansión para cada tramo están definidos en la tabla

TABLA 10.P.5
Información de secciones transversales para la presa Teton

<i>Sección transversal 1</i> Milla 0 (aguas abajo de la presa)					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	5,027	5,037	5,051	5,107	5,125
Ancho superior	0	590	820	1,130	1,200
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	0	0	0
<i>Sección transversal 2</i> Milla 5.0					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,965	4,980	5,015	5,020	5,030
Ancho superior	0	850	1,100	1,200	1,300
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	3,500	4,300	5,300
<i>Sección transversal 3</i> Milla 8.5					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,920	4,930	4,942	4,953	4,958
Ancho superior	0	800	4,000	11,000	15,000
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	0	7,000	10,000
<i>Sección transversal 4</i> Milla 16.0					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,817	4,827	4,845	4,847	4,852
Ancho superior	0	884	4,000	11,000	22,000
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	30,000	27,000	25,000
<i>Sección transversal 5</i> Milla 22.5					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,805	4,812	4,814	4,825	4,830
Ancho superior	0	1,000	1,200	11,000	16,000
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	0	6,000	8,000
<i>Sección transversal 6</i> Milla 27.5					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,788	4,792	4,802	4,808	4,810
Ancho superior	0	286	7,000	10,000	11,000
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	0	3,500	5,000

TABLA 10.P.6
Secciones transversales del valle aguas abajo

Tramo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<i>n</i> de Manning*	0.08	0.05	0.031	0.034	0.38	0.37	0.034	0.034	0.034	0.036	0.036
Mínimo x (mi)	0.5	0.5	0.5	0.75	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.4
Coeficientes de contracción-expansión**	0	-0.9	0	0	0.1	-0.5	0	0	0	0	0

* Se usa el mismo *n* de Manning para todas las profundidades (elevaciones de superficie del agua).

** Los coeficientes de expansión son negativos y los coeficientes de contracción son positivos.

10.P.6. Los siguientes parámetros se requieren para los datos de entrada: longitud del embalse = 17 mi, elevación inicial de la superficie del agua antes de la falla = 5,288.5 pies sobre el nivel medio del mar, pendiente lateral de la brecha *z* = 0, elevación del fondo de la brecha = 5,027 pies por encima del nivel medio del mar, ancho final en el fondo de la brecha = 150 pies, tiempo de brecha máxima = 1.25 h, elevación del agua cuando se produce la brecha = 5,288.5 pies sobre el nivel medio

TABLA 10.P.5(*cont.*)
Información de secciones transversales para la presa Teton

<i>Sección transversal 7</i> Milla 32.5					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,762	4,774	4,777	4,780	4,785
Ancho superior	0	352	5,000	10,000	18,000
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	9,000	10,000	24,000
<i>Sección transversal 8</i> Milla 37.5					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,752	4,763	4,768	4,773	4,778
Ancho superior	0	450	3,500	6,000	9,000
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	4,000	8,500	12,000
<i>Sección transversal 9</i> Milla 41.0					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,736	4,756	4,761	4,763	4,768
Ancho superior	0	540	2,000	4,000	6,000
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	3,700	3,700	5,500
<i>Sección transversal 10</i> Milla 43.0					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,729	4,737	4,749	4,757	4,759
Ancho superior	0	250	587	1,750	2,000
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	0	1,500	2,000
<i>Sección transversal 11</i> Milla 51.5					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,654	4,659	4,668	4,678	4,683
Ancho superior	0	70	352	400	420
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	0	0	0
<i>Sección transversal 12</i> Milla 59.5					
Elevación de la superficie de agua (pies NMM)	4,601	4,604	4,606	4,615	4,620
Ancho superior	0	245	450	500	520
Ancho superior, almacenamiento por fuera del canal	0	0	0	0	0

del mar, tiempo de simulación = 55 h. Debido a que se está simulando una falla por tubificación, se iguala la parte superior de la falla con el nivel inicial de la superficie del agua. El flujo para condiciones iniciales se fija en 13,000 cfs. Compare los resultados con la información de las figuras 10.7.3-10.7.6.

- 10.7.9** Desarrolle un análisis de sensibilidad para diferentes parámetros de entrada en la aplicación de la presa Teton (problema 10.7.8). Por ejemplo, varíe el ancho final en el fondo y la pendiente lateral de la brecha. También, varíe el tiempo máximo de falla. Para cada una de las simulaciones que haga, grafique la elevación de creciente máxima vs. la distancia aguas abajo en la misma gráfica y compare con los resultados de la figura 10.7.4.

CAPÍTULO

11

ESTADÍSTICA HIDROLÓGICA

Los procesos hidrológicos evolucionan en el espacio y en el tiempo en una forma que es parcialmente predecible, o determinística, y parcialmente aleatoria. Un proceso de este tipo se conoce con el nombre de *proceso estocástico*. En algunos casos, la variabilidad aleatoria del proceso es tan grande comparada con su variabilidad determinística, que se justifica que el hidrólogo trate el proceso como puramente aleatorio. De esta manera, el valor de una observación del proceso no está *correlacionada* con los valores de observaciones adyacentes, y las propiedades estadísticas de todas las observaciones son iguales.

Cuando no existe correlación entre observaciones adyacentes, la salida de un sistema hidrológico es tratada como estocástica, independiente del espacio e independiente del tiempo, en el esquema de clasificación mostrado en la figura 1.4.1. Este tipo de tratamiento es apropiado para observaciones de eventos hidrológicos extremos, como crecientes o sequías, y para información hidrológica promediada a lo largo de intervalos de tiempo grandes, como la precipitación anual. Este capítulo describe información hidrológica de procesos enteramente aleatorios utilizando parámetros y funciones estadísticos. Los métodos estadísticos están basados en principios matemáticos que describen la variación aleatoria de un conjunto de observaciones de un proceso, y éstos centran su atención en las observaciones mismas en lugar de los procesos físicos que las producen. La estadística es una ciencia de descripción, no de causalidad.

11.1 TRATAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LA INFORMACIÓN HIDROLÓGICA

Una *variable aleatoria* X es una variable descrita por una *distribución de probabilidad*. La distribución determina la posibilidad de que una *observación* x de la variable caiga en un rango especificado de X . Por ejemplo, si X es la precipitación anual en un lugar especificado, entonces la distribución de probabilidad de X determina la posibilidad de que la precipitación anual observada en un año dado caiga en un rango definido, tal como menos de 30 pulg, o 30 pulg-40 pulg, y así sucesivamente.

Un conjunto de observaciones x_1, x_2, \dots, x_n de la variable aleatoria se denomina una *muestra*. Se supone que las muestras son sacadas de una hipotética *población* infinita que posee propiedades estadísticas constantes, mientras que las propiedades de una muestra pueden variar de una muestra a otra. El conjunto de todas las muestras posibles que pueden extraerse de una población se conoce como el *espacio muestral*, y un *evento* es un subconjunto del espacio muestral (véase la figura 11.1.1). Por ejemplo, el espacio muestral para la precipitación anual es teóricamente el rango desde cero hasta infinito positivo (a pesar de que los límites prácticos inferior y superior son más cercanos que esto) y un evento A puede ser la ocurrencia de una precipitación anual menor que una cierta cantidad, tal como 30 pulg.

La *probabilidad* de un evento, $P(A)$, es la posibilidad de que éste ocurra cuando se hace una observación de la variable aleatoria. Las probabilidades de eventos pueden estimarse. Si una muestra de n observaciones tiene n_A valores en el rango de evento A , entonces la *frecuencia relativa* de A es n_A/n . A medida que el tamaño de la muestra aumenta, la frecuencia relativa se convierte progresivamente en una estimación mejor de la probabilidad del evento, es decir,

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n} \quad (11.1.1)$$

Tales probabilidades se conocen como probabilidades *objetivas o posteriores* debido a que dependen concretamente de las observaciones de la variable aleatoria. La gente está acostumbrada a estimar la posibilidad de que un evento futuro ocurrirá con base en su juicio y experiencia. Tales estimaciones se conocen como probabilidades *subjetivas o a priori*.

Las probabilidades de eventos obedecen ciertos principios:

1. *Probabilidad total.* Si el espacio muestral Ω está completamente dividido en m eventos o áreas no translapadas A_1, A_2, \dots, A_m , entonces

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_m) = P(\Omega) = 1 \quad (11.1.2)$$

2. *Complementariedad.* Se sigue que si \bar{A} es el *complemento* de A , es decir, $\bar{A} = \Omega - A$, entonces

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad (11.1.3)$$

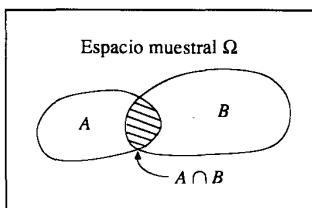


FIGURA 11.1.1
Los eventos A y B son subconjuntos del espacio muestral.

3. *Probabilidad condicional.* Supóngase que existen dos eventos A y B tal como se muestra en la figura 11.1.1. El evento A podría ser el que la precipitación de este año fuera menor que 40 pulg mientras que B podría ser el evento de que la precipitación del próximo año sea menor que 40 pulg. Su intersección es $A \cap B$, el evento de que tanto A como B ocurran, es decir, dos años sucesivos con precipitación anual menor de 40 pulg. Si $P(B|A)$ es la *probabilidad condicional* de que ocurra B dado que ya ha ocurrido A , entonces la *probabilidad conjunta* de que A y B ocurran, $P(A \cap B)$, es el producto de $P(B|A)$ y la probabilidad de que A ocurra, es decir, $P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$, o

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (11.1.4)$$

Si la ocurrencia de B no depende de la ocurrencia de A se dice que los eventos son *independientes* y $P(B|A) = P(B)$. Para eventos independientes, de (11.1.4),

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad (11.1.5)$$

Si, para el ejemplo citado anteriormente, los eventos de precipitación son independientes de un año a otro, entonces la probabilidad de que la precipitación sea menor de 40 pulg en dos años sucesivos es simplemente el cuadrado de la probabilidad de que la precipitación anual en un solo año sea menor que 40 pulg.

El concepto de eventos u observaciones independientes es crítico para la interpretación estadística correcta de secuencias de información hidrológica, porque si la información es independiente puede analizarse sin tener en cuenta su orden de ocurrencia. Si observaciones sucesivas están correlacionadas (no independientes), los métodos estadísticos requeridos son más complejos debido a que la probabilidad conjunta $P(A \cap B)$ de eventos sucesivos no es igual a $P(A)P(B)$.

Ejemplo 11.1.1 Los valores de precipitación anual en College Station, Texas, desde 1911 hasta 1979 se muestran en la tabla 11.1.1 y en forma gráfica como una serie de tiempo en la figura 11.1.2a). ¿Cuál es la probabilidad de que la precipitación anual R en cualquier año sea menor que 35 pulg? ¿Mayor que 45 pulg? ¿Entre 35 y 45 pulg?

TABLA 11.1.1
Precipitación anual en College Station, Texas, 1911-1979 (pulg)

Año	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970
0		48.7	44.8	49.3	31.2	46.0	33.9
1	39.9	44.1	34.0	44.2	27.0	44.3	31.7
2	31.0	42.8	45.6	41.7	37.0	37.8	31.5
3	42.3	48.4	37.3	30.8	46.8	29.6	59.6
4	42.1	34.2	43.7	53.6	26.9	35.1	50.5
5	41.1	32.4	41.8	34.5	25.4	49.7	38.6
6	28.7	46.4	41.1	50.3	23.0	36.6	43.4
7	16.8	38.9	31.2	43.8	56.5	32.5	28.7
8	34.1	37.3	35.2	21.6	43.4	61.7	32.0
9	56.4	50.6	35.1	47.1	41.3	47.4	51.8

Solución. Existen $n = 79 - 11 + 1 = 69$ años de información. Sea A el evento de que $R < 35.0$ pulg, B el evento de que $R > 45.0$ pulg. Los números de valores en la tabla 11.1.1 que caen en estos rangos son $n_A = 23$ y $n_B = 19$, luego $P(A) \approx 23/69 = 0.333$ y $P(B) \approx 19/69 = 0.275$. De la ecuación (11.1.3), la probabilidad de que la precipitación anual esté entre 35 y 45 pulg puede calcularse ahora

$$\begin{aligned} P(35.0 \leq R \leq 45.0 \text{ pulg}) &= 1 - P(R < 35.0) - P(R > 45.0) \\ &= 1 - 0.333 - 0.275 \\ &= 0.392 \end{aligned}$$

Ejemplo 11.1.2 Suponiendo que la precipitación anual en College Station es un proceso independiente, calcule la probabilidad de que haya dos años sucesivos con precipitación menor que 35.0 pulg. Compare esta probabilidad estimada con la frecuencia relativa de este evento en la información desde 1911 a 1979 (tabla 11.1.1).

Solución. Sea C el evento de que $R < 35.0$ pulg para dos años sucesivos. Del ejemplo 11.1.1, $P(R < 35.0 \text{ pulg}) = 0.333$ y suponiendo una precipitación anual independiente,

$$\begin{aligned} P(C) &= [P(R < 35.0 \text{ pulg})]^2 \\ &= (0.333)^2 \\ &= 0.111 \end{aligned}$$

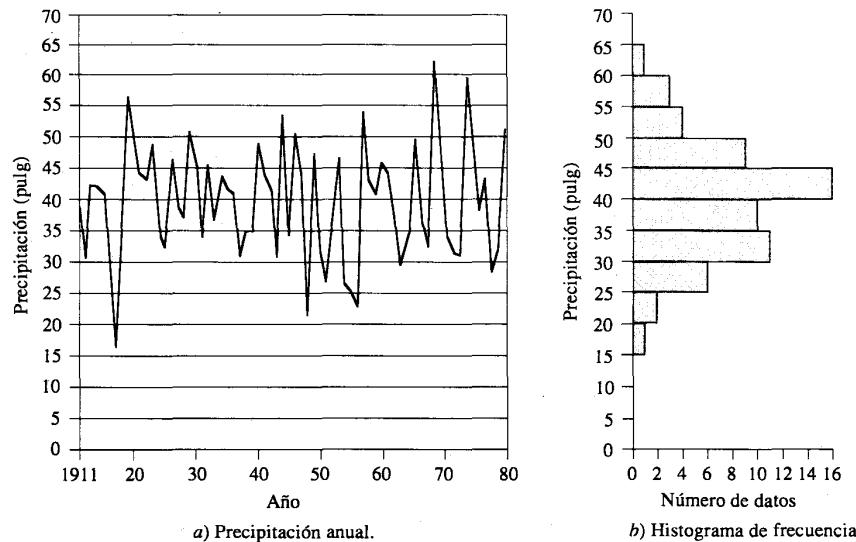


FIGURA 11.1.2
Precipitación anual en College Station, Texas, 1911-1979. El histograma de frecuencia se forma sumando el número de precipitaciones observadas que caen en cada intervalo.

En la información se observa que existen 9 pares de años sucesivos con precipitación menor que 35.0 pulg, de los 68 pares posibles; luego, utilizando un conteo directo, se podría estimar que $P(C) \approx n_c/n = 9/68 = 0.132$, aproximadamente el valor encontrado anteriormente suponiendo independencia.

Las probabilidades estimadas utilizando información de muestra, tal como en los ejemplos 11.1.1 y 11.1.2, son aproximadas debido a que dependen de valores específicos de las observaciones en una muestra de tamaño limitado. Una alternativa es ajustar una función de distribución de probabilidad a la información y luego determinar las probabilidades de los eventos utilizando esta función de distribución.

11.2 FUNCIONES DE FRECUENCIA Y DE PROBABILIDAD

Si las observaciones de una muestra están idénticamente distribuidas (cada valor de la muestra extraído de la misma distribución de probabilidad), éstas pueden ordenarse para formar un *histograma de frecuencia*. Primero, el rango factible de la variable aleatoria se divide en intervalos discretos, luego se cuenta el número de observaciones que cae en cada uno de los intervalos y finalmente el resultado se dibuja como una gráfica de barras, tal como se muestra en la figura 11.1.2b) para la precipitación anual en College Station. El ancho Δx del intervalo utilizado para construir el histograma de frecuencia se escoge tan pequeño como sea posible y de tal manera que caigan suficientes observaciones dentro de cada uno de los intervalos para que el histograma tenga una variación razonablemente suave en el rango de la información.

Si el número de observaciones n_i en el intervalo i , que cubre el rango $[x_i - \Delta x, x_i]$, se divide por el número total de observaciones n , el resultado se conoce como la *función de frecuencia relativa* $f_s(x)$:

$$f_s(x_i) = \frac{n_i}{n} \quad (11.2.1)$$

la cual, tal como en la ecuación (11.1.1), es una estimación de $P(x_i - \Delta x \leq X \leq x_i)$, la probabilidad de que la variable aleatoria X caiga en el intervalo $[x_i - \Delta x, x_i]$. El subíndice s indica que la función se calcula utilizando información de la muestra.

La suma de los valores de las frecuencias relativas hasta un punto dado es la *función de frecuencia acumulada* $F_s(x)$:

$$F_s(x_i) = \sum_{j=1}^i f_s(x_j) \quad (11.2.2)$$

Es un estimativo de $P(X \leq x_i)$, la *probabilidad acumulada* de x_i .

Las funciones de frecuencia relativa y de frecuencia acumulada están definidas para una muestra; las funciones correspondientes para la población se aproximan como límites a medida que $n \rightarrow \infty$ y $\Delta x \rightarrow 0$. En el límite la función de frecuencia relativa dividida por el intervalo de longitud Δx se convierte en la *función de densidad de probabilidad* $f(x)$:

$$f(x) = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \Delta x \rightarrow 0}} \frac{f_s(x)}{\Delta x} \quad (11.2.3)$$

La función de frecuencia acumulada se convierte en la *función de distribución de probabilidad* $F(x)$,

$$F(x) = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \Delta x \rightarrow 0}} F_s(x) \quad (11.2.4)$$

cuya derivada es la función de densidad de probabilidad

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (11.2.5)$$

Para un valor dado de x , $F(x)$ es la probabilidad acumulada $P(X \leq x)$, y puede expresarse como la integral de la función de densidad de probabilidad sobre el rango $X \leq x$:

$$P(X \leq x) = F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du \quad (11.2.6)$$

donde u es una variable de integración auxiliar.

Desde el punto de vista de ajuste de la información de la muestra a una distribución teórica, las cuatro funciones –frecuencia relativa $f_s(x)$ y frecuencia acumulada $F_s(x)$ para la muestra, y distribución de probabilidad $F(x)$ y densidad de probabilidad $f(x)$ para la población– pueden ordenarse en un ciclo, tal como se muestra en la figura 11.2.1. Empezando por la parte superior izquierda, a), la función de frecuencia relativa se calcula utilizando los datos de la muestra divididos en intervalos y acumulados para formar la función de frecuencia acumulada mostrada en la parte inferior izquierda, b). La función de distribución de probabilidad, en la parte inferior derecha, c), es el límite teórico de la función de frecuencia acumulada a medida que el tamaño de la muestra se vuelve infinitamente grande y el intervalo de la información infinitamente pequeño. La función de densidad de probabilidad, en la parte superior derecha, d), es el valor de la pendiente de la función de distribución para un valor específico de x . El ciclo puede cerrarse calculando un valor teórico de la función de frecuencia relativa, denominado la función de probabilidad incrementada:

$$\begin{aligned} p(x_i) &= P(x_i - \Delta x \leq X \leq x_i) \\ &= \int_{x_i - \Delta x}^{x_i} f(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{x_i} f(x) dx - \int_{-\infty}^{x_i - \Delta x} f(x) dx \\ &= F(x_i) - F(x_i - \Delta x) \\ &= F(x_i) - F(x_{i-1}) \end{aligned} \quad (11.2.7)$$

La comparación entre $p(x_i)$ y la función de frecuencia relativa observada $f_s(x_i)$ para cada x_i puede utilizarse como una medida del grado de ajuste de la distribución a la información.

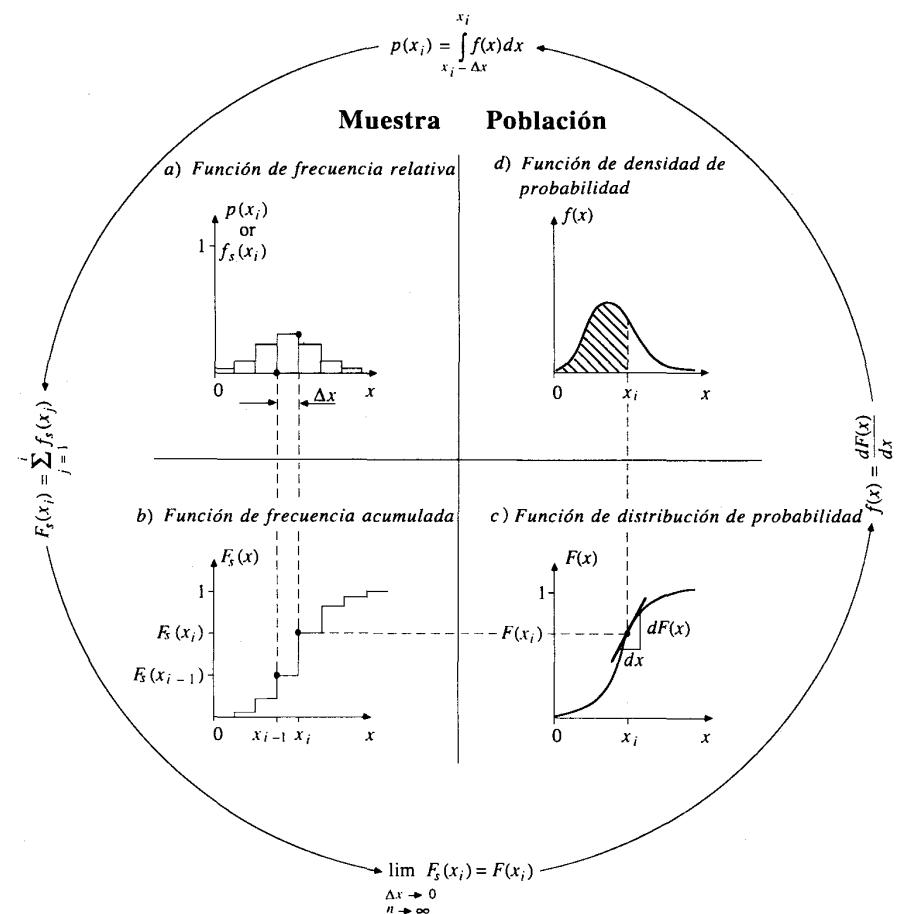


FIGURA 11.2.1

Funciones de frecuencia para la información de muestra y funciones de probabilidad para la población.

Las funciones de frecuencia relativa, frecuencia acumulada y distribución de probabilidad son todas adimensionales y varían en el rango [0,1]. Sin embargo, como $dF(x)$ es adimensional y dx tiene dimensiones de X , la función de densidad de probabilidad $f(x) = dF(x)/dx$ tiene dimensiones de $[X]^{-1}$ y varía en el rango $[0, \infty]$. La relación $dF(x) = f(x) dx$ puede describirse diciendo que $f(x)$ representa la "densidad" o "concentración" de probabilidad en el intervalo $[x, x + dx]$.

Una de las funciones de densidad de probabilidad más conocidas es la familiar curva en forma de campana de la distribución normal:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (11.2.8)$$

donde μ y σ son parámetros. Esta función puede simplificarse definiendo la *variable normal estándar* z como

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (11.2.9)$$

La *distribución normal estándar* correspondiente tiene la siguiente función de densidad de probabilidad

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} \quad -\infty \leq z \leq \infty \quad (11.2.10)$$

la cual depende solamente del valor z y se encuentra graficada en la figura 11.2.2. La función de distribución de probabilidad normal estándar,

$$F(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du \quad (11.2.11)$$

donde u es una variable de integración auxiliar, no tiene forma analítica. Sus valores están tabulados en la tabla 11.2.1 y pueden aproximarse mediante el siguiente polinomio (Abramowitz y Stegun, 1965):

$$B = \frac{1}{2}[1 + 0.196854|z| + 0.115194|z|^2 + 0.000344|z|^3 + 0.019527|z|^4]^{-4} \quad (11.2.12a)$$

donde $|z|$ es el valor absoluto de z y la distribución normal estándar tiene

$$F(z) = B \quad \text{para } z < 0 \quad (11.2.12b)$$

$$= 1 - B \quad \text{para } z \geq 0 \quad (11.2.12c)$$

El error de la evaluación de $F(z)$ utilizando esta fórmula es menor de 0.00025.

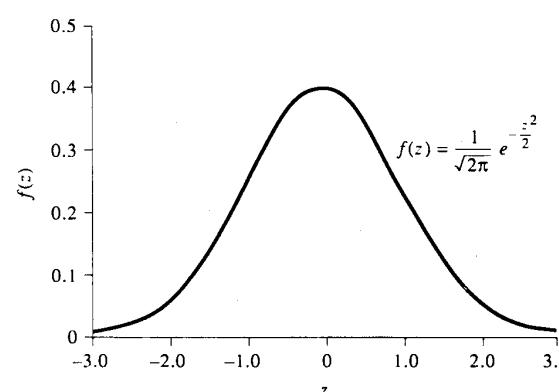
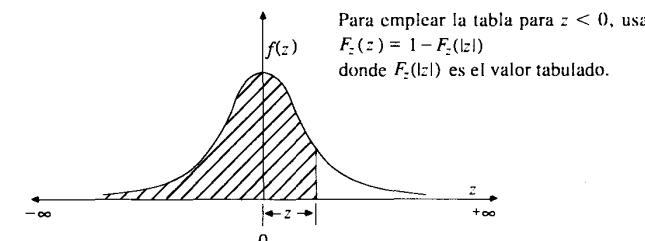


FIGURA 11.2.2
Función de densidad de probabilidad para la distribución normal estándar $\mu = 0$, $\sigma = 1$.

TABLA 11.2.1
Probabilidad acumulada de la distribución normal estándar

<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Fuente: Grant, E. L., y R. S. Leavenworth, *Statistical Quality and Control*, tabla A, p. 643, McGraw-Hill, New York, 1972. Utilizada con autorización.



Ejemplo 11.2.1 ¿Cuál es la probabilidad de que la variable aleatoria normal estándar z sea menor que -2 ? ¿Menor que 1 ? ¿Cuál es $P(-2 < z < 1)$?

Solución. $P(Z \leq -2) = F(-2)$ y de la ecuación (11.2.12a) con $|z| = |-2| = 2$,

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2}[1 + 0.196854 \times 2 + 0.115194 \times (2)^2 \\ &\quad + 0.000344 \times (2)^3 + 0.019527 \times (2)^4]^{-4} \\ &= 0.023 \end{aligned}$$

De (11.2.12b), $F(-2) = B = 0.023$.

$P(Z \leq 1) = F(1)$ y de (11.2.12a)

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2}[1 + 0.196854 \times 1 + 0.115194 \times (1)^2 \\ &\quad + 0.000344 \times (1)^3 + 0.019527 \times (1)^4]^{-4} \\ &= 0.159 \end{aligned}$$

De (11.2.12c), $F(1) = 1 - B = 1 - 0.159 = 0.841$.

Finalmente,

$$\begin{aligned} P(-2 < Z < 1) &= F(1) - F(-2) \\ &= 0.841 - 0.023 \\ &= 0.818. \end{aligned}$$

11.3 PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

El objetivo de la estadística es extraer la información esencial de un conjunto de datos, reduciendo un conjunto grande de números a un conjunto pequeño de números. Las *estadísticas* son números calculados de una muestra los cuales resumen sus características más importantes. Los *parámetros* estadísticos son características de una población, tales como μ y σ en la ecuación (11.2.8).

Un parámetro estadístico es el *valor esperado* E de alguna función de una variable aleatoria. Un parámetro simple es la *media* μ , el valor esperado de la variable aleatoria. Para una variable aleatoria X , la media es $E(X)$, y se calcula como el producto de x y la correspondiente densidad de probabilidad $f(x)$, integrando sobre el rango factible de la variable aleatoria:

$$E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx \quad (11.3.1)$$

$E(X)$ es el primer momento alrededor del origen de la variable aleatoria, una medida del punto medio o "tendencia central" de la distribución.

La estimación por la muestra de la media es el promedio \bar{x} de la información de la muestra:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (11.3.2)$$

La tabla 11.3.1 resume las ecuaciones para algunos parámetros de población y de sus estadísticas de muestra.

TABLA 11.3.1
Parámetros de población y estadísticas de muestra

Parámetro de la población	Estadística de la muestra
1. <i>Punto medio</i>	
Media aritmética	
$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx$	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
Mediana	
x tal que $F(x) = 0.5$	Valor de la información en el 50o. percentil
Media geométrica	
antilog [$E(\log x)$]	$\left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{1/n}$
2. <i>Variabilidad</i>	
Varianza	
$\sigma^2 = E[(x - \mu)^2]$	$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
Desviación estándar	
$\sigma = \{E[(x - \mu)^2]\}^{1/2}$	$s = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2}$
Coeficiente de variación	
$CV = \frac{\sigma}{\mu}$	$CV = \frac{s}{\bar{x}}$
3. <i>Simetría</i>	
Coeficiente de asimetría (oblicuidad)	
$\gamma = \frac{E[(x - \mu)^3]}{\sigma^3}$	$C_s = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(n-1)(n-2)s^3}$

La *variabilidad* de la información se mide por medio de la *varianza* σ^2 , la cual es el segundo momento alrededor de la media:

$$E[(x - \mu)^2] = \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (11.3.3)$$

El valor estimado de la muestra de la varianza está dado por

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (11.3.4)$$

en la cual el divisor es $n-1$ en lugar de n para asegurar que la estadística de la muestra no sea sesgada, es decir, que no tenga una tendencia, en promedio, a ser mayor o menor que el valor verdadero. La varianza tiene dimensiones de $[X]^2$. La desviación estándar σ es una medida de la variabilidad que tiene las mismas dimensiones de X . La cantidad de σ es la raíz cuadrada de la varianza y se estima por s . El significado de la desviación estándar se ilustra en la figura 11.3.1a); a medida que la desviación estándar aumenta, aumenta la dispersión de la información. El coeficiente de variación $CV = \sigma/\mu$, estimado por s/\bar{x} , es una medida adimensional de la variabilidad.

La simetría de una distribución alrededor de la media se mide utilizando la asimetría (oblicuidad) la cual es el tercer momento alrededor de la media:

$$E[(x - \mu)^3] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^3 f(x) dx \quad (11.3.5)$$

La asimetría normalmente se construye en forma adimensional dividiendo la ecuación (11.3.5) por σ^3 para dar el coeficiente de asimetría γ :

$$\gamma = \frac{1}{\sigma^3} E[(x - \mu)^3] \quad (11.3.6)$$

Un estimativo de la muestra de γ está dado por:

$$C_s = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(n-1)(n-2)s^3} \quad (11.3.7)$$

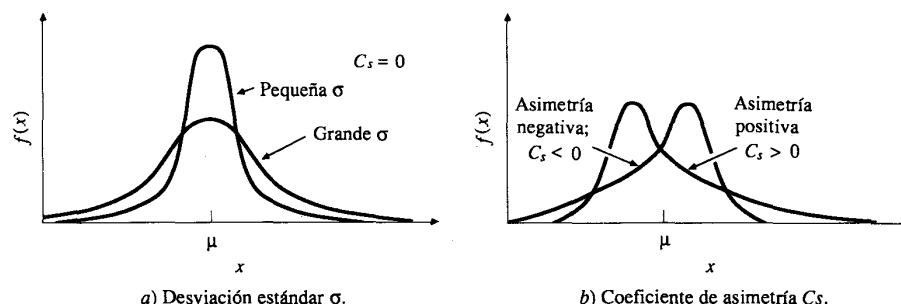


FIGURA 11.3.1
Efectos en la función de densidad de probabilidad causados por cambios en la desviación estándar y en el coeficiente de asimetría.

o

$$C_s = \frac{n^2 \left(\sum_{i=1}^n x_i^3 \right) - 3n \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) + 2 \left(\sum_{i=1}^n x_i^3 \right)}{n(n-1)(n-2)s^3} \quad (11.3.8)$$

Tal como se muestra en la figura 11.3.1b), para la asimetría positiva ($\gamma > 0$), la información está desviada hacia la derecha, con sólo un pequeño número de valores grandes; para una asimetría negativa ($\gamma < 0$), la información está desviada hacia la izquierda. Si los datos tienen una asimetría pronunciada, un pequeño número de valores extremos causa un efecto significativo en la media aritmética calculada mediante la ecuación (11.3.2), luego son apropiadas medidas alternativas de la tendencia central, tales como la *mediana* o la *media geométrica* listadas en la tabla 11.3.1.

Ejemplo 11.3.1 Calcule la media de la muestra, la desviación estándar de la muestra y el coeficiente de asimetría de la muestra de la información de precipitación anual en College Station, Texas, desde 1970 hasta 1979. La información está dada en la tabla 11.1.1.

Solución. Los valores de precipitación anual desde 1970 hasta 1979 se muestran en la columna 2 de la tabla 11.3.2. Utilizando la ecuación (11.3.2) la media es

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ &= \frac{401.7}{10} \\ &= 40.17 \text{ pulg.} \end{aligned}$$

TABLA 11.3.2
Cálculo de las estadísticas de muestra para la precipitación anual en College Station, 1970–1979 (pulg) (ejemplo 11.3.1)

Columna:	1 año	2 Precipitación x	3 $(x - \bar{x})^2$	4 $(x - \bar{x})^3$
	1970	33.9	39.3	-246.5
	1971	31.7	71.7	-607.6
	1972	31.5	75.2	-651.7
	1973	59.6	377.5	7,335.3
	1974	50.5	106.7	1,102.3
	1975	38.6	2.5	-3.9
	1976	43.4	10.4	33.7
	1977	28.7	131.6	-1,509.0
	1978	32.0	66.7	-545.3
	1979	51.8	135.3	1,573.0
Total	401.7	1,016.9	6,480.3	

Los cuadrados de las desviaciones de la media se muestran en la columna 3 de la tabla, totalizando 1,016.9 pulg². De la ecuación (11.3.4)

$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\&= \frac{1,016.9}{9} \\&= 113.0 \text{ pulg}^2\end{aligned}$$

La desviación estándar es

$$\begin{aligned}s &= (113.0)^{1/2} \\&= 10.63 \text{ pulg}\end{aligned}$$

Los cubos de la desviación de la media se muestran en la columna 4 de la tabla 11.3.2, totalizando 6,480.3. Utilizando la ecuación (11.3.7)

$$\begin{aligned}C_s &= \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(n-1)(n-2)s^3} \\&= \frac{10 \times 6,480.3}{9 \times 8 \times (10.63)^3} \\&= 0.749\end{aligned}$$

11.4 AJUSTE A UNA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Una distribución de probabilidad es una función que representa la probabilidad de ocurrencia de una variable aleatoria. Mediante el ajuste a una distribución de un conjunto de datos hidrológicos, una gran cantidad de información probabilística en la muestra puede resumirse en forma compacta en la función y en sus parámetros asociados. El ajuste de distribuciones puede llevarse a cabo por el *método de los momentos* o el *método de la máxima verosimilitud*.

Método de los momentos

El método de los momentos fue desarrollado por primera vez por Karl Pearson en 1902. Él consideró que unos buenos estimativos de los parámetros de una función de probabilidad son aquellos para los cuales los momentos de la función de densidad de probabilidad alrededor del origen son iguales a los momentos correspondientes de la información de la muestra. Tal como se muestra en la figura 11.4.1, si a cada uno de los valores de la información se le asigna una "masa" hipotética igual a su frecuencia relativa de ocurrencia ($1/n$) y si se imagina que este sistema de masas se rota alrededor del origen $x = 0$, entonces el primer momento de cada observación x_i alrededor del origen es el producto de su brazo de momento x_i y de su masa $1/n$, y la suma de estos momentos para toda la información es la media de la muestra. Esto

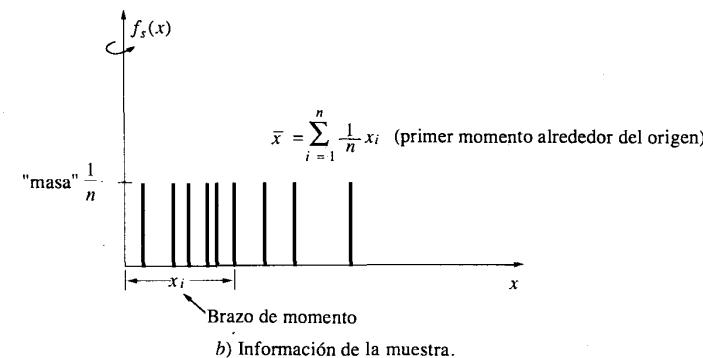
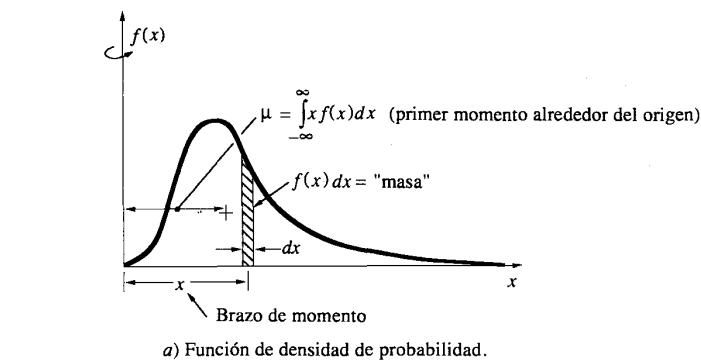


FIGURA 11.4.1

El método de los momentos selecciona valores para los parámetros de la función de densidad de probabilidad de tal manera que sus momentos son iguales a aquellos de la información de la muestra.

$$\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

es equivalente al centroide de un cuerpo. El centroide correspondiente de la función de probabilidad es

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx \quad (11.4.1)$$

Igualmente, los segundo y tercer momentos en la distribución de probabilidad pueden igualarse a los valores de la muestra para determinar los valores de los parámetros de la distribución de probabilidad. Originalmente Pearson consideró solamente momentos alrededor del origen, pero posteriormente se volvió común el uso de la varianza como el segundo momento central, $\sigma^2 = E[(x - \mu)^2]$, y el coeficiente de asimetría como el tercer momento central estandarizado, $\gamma = E[(x - \mu)^3]/\sigma^3$, para determinar el segundo y el tercer parámetro de la distribución si se requería.

Ejemplo 11.4.1 La distribución *exponencial* puede utilizarse para describir varios tipos de información hidrológica, tales como los tiempos de interarribo de eventos de lluvia. Su función de densidad de probabilidad es $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ para $x > 0$. Determine la relación entre el parámetro λ y el primer momento alrededor del origen, μ .

Solución. Utilizando la ecuación (11.4.1),

$$\begin{aligned}\mu &= E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx\end{aligned}$$

la cual puede integrarse por partes para arrojar

$$\mu = \frac{1}{\lambda}$$

En este caso $\lambda = 1/\mu$, y el estimativo de muestra para λ es $1/\bar{x}$.

Como algo interesante, puede observarse que la función de densidad de probabilidad exponencial $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ y la función impulso respuesta para un embalse lineal (*véase* el ejemplo 7.2.1) $u(l) = (1/k)e^{-l/k}$ son idénticas si $x = l$ y $\lambda = 1/k$. En este sentido, la distribución exponencial puede entenderse como la función que describe la probabilidad del “tiempo de retención” del agua en un embalse lineal.

Método de la máxima verosimilitud

El método de la máxima verosimilitud fue desarrollado por R. A. Fisher (1922). Él razonó que el mejor valor de un parámetro de una distribución de probabilidad debería ser el valor que maximizara la verosimilitud o probabilidad conjunta de ocurrencia de la muestra observada. Supóngase que el espacio muestral se divide en intervalos de longitud dx y se toma una muestra de observaciones independientes e idénticamente distribuidas x_1, x_2, \dots, x_n . El valor de la densidad de probabilidad para $X = x_i$ es $f(x_i)$, y la probabilidad de que la variable aleatoria ocurra en el intervalo que incluye x_i es $f(x_i) dx$. Debido a que las observaciones son independientes, su probabilidad de ocurrencia conjunta está dada por la ecuación (11.1.5) como el producto $f(x_1) dx f(x_2) dx \dots f(x_n) dx = [\prod_{i=1}^n f(x_i)] dx^n$, y puesto que el tamaño del intervalo dx es fijo, el maximizar la probabilidad conjunta de la muestra observada es equivalente a maximizar la función de verosimilitud

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i) \quad (11.4.2)$$

Debido a que muchas funciones de densidad de probabilidad son exponenciales, algunas veces es conveniente trabajar con la función logaritmo de la verosimilitud

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \ln [f(x_i)] \quad (11.4.3)$$

Ejemplo 11.4.2 Los siguientes datos contienen los tiempos observados entre eventos de lluvia en un lugar dado. Suponiendo que el tiempo de interarribo de eventos de lluvia sigue una función exponencial, determine el parámetro λ para este proceso utilizando el método de la máxima verosimilitud. Los tiempos entre lluvias (días) son: 2.40, 4.25, 0.77, 13.32, 3.55 y 1.37.

Solución. Para un valor dado x_i , la densidad de probabilidad exponencial es

$$f(x_i) = \lambda e^{-\lambda x_i}$$

luego, de la ecuación (11.4.3), la función logaritmo de verosimilitud es

$$\begin{aligned}\ln L &= \sum_{i=1}^n \ln [f(x_i)] \\ &= \sum_{i=1}^n \ln (\lambda e^{-\lambda x_i}) \\ &= \sum_{i=1}^n (\ln \lambda - \lambda x_i) \\ &= n \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n x_i\end{aligned}$$

El máximo valor de $\ln L$ ocurre cuando $\partial(\ln L)/\partial\lambda = 0$; es decir, cuando

$$\frac{\partial(\ln L)}{\partial\lambda} = \frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

luego

$$\begin{aligned}\frac{1}{\lambda} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ \lambda &= \frac{1}{\bar{x}}\end{aligned}$$

Este es el mismo estimador de la muestra para λ que el producido por el método de los momentos. En este caso, $\bar{x} = (2.40 + 4.25 + 0.77 + 13.32 + 3.55 + 1.37)/6 = 25.56/6 = 4.28$ días, luego $\lambda = 1/4.28 = 0.234 \text{ día}^{-1}$. Nótese que $\partial^2(\ln L)/\partial\lambda^2 = -n\lambda^2$, lo que es negativo tal como se requiere en un máximo.

El valor de la función logaritmo de verosimilitud puede calcularse para cualquier valor de λ . Por ejemplo, para $\lambda = 0.234 \text{ día}^{-1}$, el valor de la función logaritmo de verosimilitud es

$$\begin{aligned}\ln L &= n \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n x_i \\ &= 6 \ln (0.234) - 0.234 \times 25.56 \\ &= -14.70\end{aligned}$$

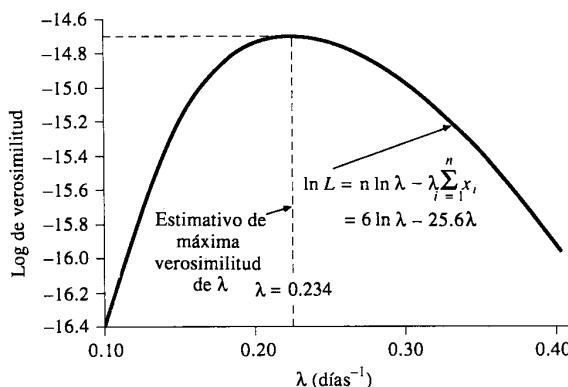


FIGURA 11.4.2
Función logaritmo de verosimilitud para una distribución exponencial (ejemplo 11.4.2).

La figura 11.4.2 muestra la variación de la función logaritmo de verosimilitud con respecto a λ , con un valor máximo de $\lambda = 0.234 \text{ dí\text{a}^{-1}}$ tal como se determinó analíticamente.

El método de la máxima verosimilitud teóricamente es el más correcto para ajustar distribuciones de probabilidad a información en el sentido de que produce los estimativos de parámetros más *eficientes*, aquellos que estiman los parámetros de la población con los menores errores promedio. Pero, para algunas distribuciones de probabilidad, no existe solución analítica para todos los parámetros en términos de las estadísticas de la muestra y la función logaritmo de verosimilitud debe maximizarse numéricamente, lo cual puede ser bastante difícil. En general, el método de los momentos es más fácil de aplicar que el método de la máxima verosimilitud y es más apropiado para análisis prácticos en hidrología.

Prueba de la bondad del ajuste

La bondad del ajuste de una distribución de probabilidad puede probarse comparando los valores teóricos y muestrales de las funciones de frecuencia relativa o de frecuencia acumulada. En el caso de la función de frecuencia relativa se utiliza la *prueba χ^2* . El valor muestral de la frecuencia relativa del intervalo i es, de la ecuación (11.2.1), $f_s(x_i) = n_i/n$; el valor teórico de (11.2.7) es $p(x_i) = F(x_i) - F(x_{i-1})$. La *prueba estadística, χ^2 , χ_c^2* , está dada por

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^m \frac{n[f_s(x_i) - p(x_i)]^2}{p(x_i)} \quad (11.4.4)$$

donde m es el número de intervalos. Debe notarse que $n f_s(x_i) = n_i$, el número de ocurrencias observadas en el intervalo i , y $n p(x_i)$ es el correspondiente número esperado de ocurrencias en el intervalo i ; luego el cálculo de la ecuación (11.4.4) se limita

a elevar al cuadrado la diferencia entre el número de ocurrencias observadas y esperadas, dividiendo por el número de ocurrencias esperadas en el intervalo y sumando el resultado para todos los intervalos.

Para describir la prueba χ^2 , debe definirse la distribución de probabilidad χ^2 . Una distribución χ^2 con v *grados de libertad* es la distribución para la suma de los cuadrados de v variables aleatorias normales estándar independientes z_i ; esta suma es la variable aleatoria

$$\chi_v^2 = \sum_{i=1}^v z_i^2 \quad (11.4.5)$$

La función de distribución χ^2 está tabulada en muchos textos de estadística (por ejemplo, Haan, 1977). En la prueba χ^2 , $v = m - p - 1$, donde m es el número de intervalos tal como se describió anteriormente y p es el número de parámetros utilizado en el ajuste de la distribución propuesta. Se escoge un *nivel de confianza* para la prueba; éste usualmente se expresa como $1 - \alpha$, donde α se conoce como el *nivel de significancia*. Un valor típico para el nivel de confianza es del 95%. La *hipótesis nula* para la prueba es que la distribución de probabilidad propuesta ajusta adecuadamente la información. Esta hipótesis se rechaza (es decir, el ajuste se considera como inadecuado) si el valor de χ_c^2 en (11.4.4) es mayor que un valor límite, $\chi_{v, 1-\alpha}^2$, determinado de la distribución χ^2 con v grados de libertad como el valor que tiene una probabilidad acumulada de $1 - \alpha$.

Ejemplo 11.4.3 Usando el método de los momentos, ajuste la distribución normal a la precipitación anual en College Station, Texas, de 1911 a 1979 (tabla 11.1.1). Grafique las funciones de frecuencia relativa y de probabilidad incremental, y las funciones de frecuencia acumulada y probabilidad acumulada. Utilice la prueba χ^2 para determinar si la distribución normal se ajusta adecuadamente a los datos.

Solución. El rango de precipitación R se divide en 10 intervalos. El primer intervalo es $R \leq 20$ pulg, el último intervalo es $R > 60$ pulg y cada uno de los intervalos intermedios cubre un rango de 5 pulg. Examinando la tabla 11.1.1 puede recopilarse el histograma de frecuencias, tal como se muestra en la columna 2 de la tabla 11.4.1. La función de frecuencia relativa $f_s(x_i)$ (columna 3) se calcula utilizando la ecuación (11.2.1) con $n = 69$. Por ejemplo, para $i = 4$ ($30 - 35$ pulg), $n_i = 14$, y

$$\begin{aligned} f_s(x_4) &= \frac{n_4}{n} \\ &= \frac{14}{69} \\ &= 0.203 \end{aligned}$$

La función de frecuencia acumulada (columna 4) se encuentra sumando las frecuencias relativas tal como en la ecuación (11.2.2). Para $i = 4$

$$\begin{aligned} F_s(x_4) &= \sum_{j=1}^4 f_s(x_j) \\ &= F_s(x_3) + f_s(x_4) \\ &= 0.130 + 0.203 \end{aligned}$$

TABLA 11.4.1
Ajuste de una distribución normal a la precipitación anual
en College Station, Texas, 1911-1979 (ejemplo 11.4.3)

Columna	1	2	3	4	5	6	7	8
Intervalo <i>i</i>	Rango (pulg)	<i>n_i</i>	<i>f_s(x_i)</i>	<i>F_s(x_i)</i>	<i>z_i</i>	<i>F(x_i)</i>	<i>p(x_i)</i>	<i>x_i²</i>
1	< 20	1	0.014	0.014	-2.157	0.015	0.015	0.004
2	20-25	2	0.029	0.043	-1.611	0.053	0.038	0.147
3	25-30	6	0.087	0.130	-1.065	0.144	0.090	0.008
4	30-35	14	0.203	0.333	-0.520	0.301	0.158	0.891
5	35-40	11	0.159	0.493	0.026	0.510	0.209	0.805
6	40-45	16	0.232	0.725	0.571	0.716	0.206	0.222
7	45-50	10	0.145	0.870	1.117	0.868	0.151	0.019
8	50-55	5	0.072	0.942	1.662	0.952	0.084	0.114
9	55-60	3	0.043	0.986	2.208	0.986	0.034	0.163
10	> 60	1	0.014	1.000	2.753	1.000	0.014	0.004
Total		69	1.000			1.000	2.377	
Media			39.77					
Desviación estándar			9.17					

$$= 0.333$$

Puede notarse que esta es $P(X \leq 35.0 \text{ pulg})$ tal como se usó en el ejemplo 11.1.1.

Para ajustar la función de distribución normal, las estadísticas de la muestra $\bar{x} = 39.77 \text{ pulg}$ y $s = 9.17 \text{ pulg}$ se calculan de la información obtenida desde 1911 hasta 1979 en la forma mostrada en el ejemplo 11.3.1, y se usan como estimativos para μ y σ . La variable normal estándar z correspondiente al límite superior en cada uno de los intervalos de la información se calcula utilizando (11.2.9) y se muestra en la columna 5 de la tabla. Por ejemplo, para $i = 4$,

$$\begin{aligned} z &= \frac{x - \mu}{\sigma} \\ &= \frac{35.0 - 39.77}{9.17} \\ &= -0.520 \end{aligned}$$

El valor correspondiente de la función de probabilidad normal acumulada está dado por (11.2.12) o en la tabla 11.2.1 como 0.301, tal como se muestra en la columna 6 de la tabla 11.4.1. La función de probabilidad incremental se calcula utilizando (11.2.7). Para $i = 4$,

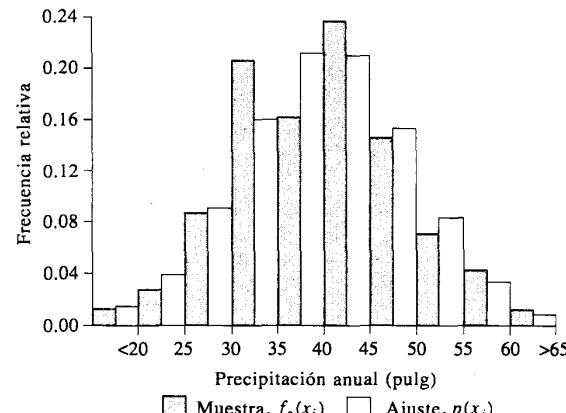
$$\begin{aligned} p(x_4) &= P(30 \leq X \leq 35 \text{ pulg}) \\ &= F(35) - F(30) \\ &= 0.301 - 0.144 \\ &= 0.158 \end{aligned}$$

y los valores calculados en forma similar para otros intervalos se muestran en la columna 7.

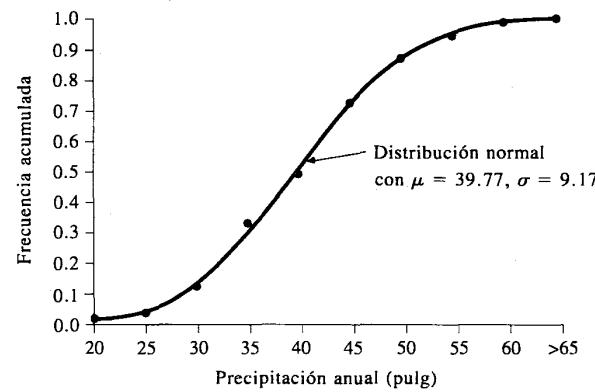
Las funciones de frecuencia relativa $f_s(x_i)$ y $p(x_i)$ de la tabla 11.4.1 se grafican en la figura 11.4.3a) y las funciones de frecuencia acumulada y de distribución de probabilidad $F_s(x_i)$ y $F(x)$ están graficadas en la figura 11.4.3b). Debido a la similitud de las dos funciones mostradas en cada una de las gráficas, es evidente que la distribución normal se ajusta muy bien a esta información de precipitación anual.

Para verificar la bondad del ajuste, se calcula la prueba de estadística χ^2 utilizando la ecuación (11.4.4). Para $i = 4$,

$$\frac{n[f_s(x_4) - p(x_4)]^2}{p(x_4)} = \frac{69 \times (0.20290 - 0.15777)^2}{0.15777} = 0.891$$



a) Función de frecuencia relativa.



b) Función de frecuencia acumulada.

FIGURA 11.4.3
Funciones de frecuencia para una distribución normal ajustada a la precipitación anual en College Station, Texas (ejemplo 11.4.3).

tal como se muestra en la columna 8 de la tabla 11.4.1. El valor total dado en la columna 8 es $\chi^2_c = 2.377$. El valor de $\chi^2_{v,1-\alpha}$ para una probabilidad acumulada de $1 - \alpha = 0.95$ y $v = m - p - 1 = 10 - 2 - 1 = 7$ grados de libertad es $\chi^2_{7,0.95} = 14.1$ (Abramowitz y Stegun, 1965). Como este valor es mayor que χ^2_c , la hipótesis nula (la distribución se ajusta a la información) no puede rechazarse con un nivel de confianza del 95%; el ajuste de la distribución normal a la información de precipitación anual de College Station se acepta. Si la distribución se hubiera ajustado pobremente, los valores de $f_c(x_i)$ y $p(x_i)$ habrían sido bastante diferentes el uno del otro, resultando en un valor de χ^2_c mayor que 14.1, en cuyo caso la hipótesis nula se hubiera rechazado.

11.5 DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD PARA LAS VARIABLES HIDROLÓGICAS

En la sección 11.4 se utilizó la distribución normal para describir la precipitación anual en College Station, Texas. A pesar de que esta distribución se ajusta particularmente bien a este conjunto de datos, observaciones de otras variables hidrológicas siguen distribuciones diferentes. En esta sección se presenta una selección de las distribuciones de probabilidad comúnmente utilizadas para variables hidrológicas y se dan ejemplos de los tipos de variables a los cuales se han aplicado dichas distribuciones. La tabla 11.5.1 resume, para cada distribución, la función de densidad de probabilidad y el rango de la variable, junto con las ecuaciones para estimar los parámetros de la distribución a partir de los momentos de la muestra.

Distribución normal

La distribución normal surge del *teorema del límite central*, el cual establece que si una secuencia de variables aleatorias X_i son independientes y están idénticamente distribuidas con media μ y varianza σ^2 , entonces la distribución de la suma de n de estas variables aleatorias, $Y = \sum_{i=1}^n X_i$, tiende hacia la distribución normal con media $n\mu$ y varianza $n\sigma^2$ a medida que n aumenta. El punto importante es que esto es cierto sin importar cuál es la función de distribución de probabilidad de X . Así, por ejemplo, la distribución de probabilidad de la media de la muestra $\bar{x} = 1/n \sum_{i=1}^n x_i$ puede aproximarse como una distribución normal con media μ y varianza $(1/n)^2 n\sigma^2 = \sigma^2/n$ sin importar cuál es la distribución de x . Las variables hidrológicas, como la precipitación anual, calculadas como la suma de los efectos de muchos eventos independientes tienden a seguir la distribución normal. Las principales limitaciones de la distribución normal en la descripción de variables hidrológicas son, por un lado, que ésta varía a lo largo de un rango continuo $[-\infty, \infty]$, mientras que la mayor parte de las variables hidrológicas son no negativas, y por otro lado, que es simétrica alrededor de la media, mientras que la información hidrológica tiende a ser asimétrica.

Distribución lognormal

Si la variable aleatoria $Y = \log X$ está normalmente distribuida, entonces se dice que X está distribuida en forma lognormal. Chow (1954) llegó a la conclusión de que esta distribución se aplica a variables hidrológicas formadas como productos de otras variables debido a que si $X = X_1 X_2 X_3 \dots X_n$, entonces $Y = \log X = \sum_{i=1}^n \log X_i = \sum_{i=1}^n Y_i$,

TABLA 11.5.1
Distribuciones de probabilidad para el ajuste de información hidrológica

Distribución	Función de densidad de probabilidad	Rango	Ecuaciones de los parámetros en términos de los momentos de la muestra	
			Normal	Lognormal
Exponencial	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	$x \geq 0$	$\mu = \bar{x}, \sigma = s_x$	$\mu_y = \bar{y}, \sigma_y = s_y$
Gamma	$f(x) = \frac{\lambda^\beta x^{\beta-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(\beta)}$	$x \geq 0$	$\lambda = \frac{1}{\bar{x}}, \sigma^2 = \frac{s_x^2}{\bar{x}}$	$\lambda = \frac{\bar{x}}{s_x^2}, \sigma^2 = \frac{\bar{x}^2}{s_x^2}$

donde $y = \log x$

$$f(x) = \frac{\lambda^\beta x^{\beta-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(\beta)}$$

donde Γ = función gamma

$$\beta = \frac{\bar{x}^2}{s_x^2} = \frac{1}{CV^2}$$

TABLA 11.5.1 (cont.)
Distribuciones de probabilidad para el ajuste de información hidrológica

Distribución	Funció n de densidad de probabilidad	Rango	Ecuaciones para los parámetros en términos de los momentos de la muestra
Pearson tipo III (gama de tres parámetros)	$f(x) = \frac{\lambda^\beta(\bar{x} - \epsilon)^{\beta-1}e^{-\lambda(\bar{x}-\epsilon)}}{\Gamma(\beta)}$	$x \geq \epsilon$	$\lambda = \frac{s_x}{\sqrt{\beta}}, \quad \beta = \left(\frac{2}{C_s}\right)^2$ $\epsilon = \bar{x} - s_x \sqrt{\beta}$
Log Pearson tipo III	$f(x) = \frac{\lambda^\beta(y - \epsilon)^{\beta-1}e^{-\lambda(y-\epsilon)}}{x \Gamma(\beta)}$ donde $y = \log x$	$\log x \geq \epsilon$	$\lambda = \frac{s_y}{\sqrt{\beta}}$ $\beta = \left[\frac{2}{C_s(y)}\right]^2$ $\epsilon = \bar{y} - s_y \sqrt{\beta}$ (Suponiendo que $C_s(y)$ es positivo)
Valor extremo tipo I	$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-\frac{x-u}{\alpha} - \exp\left(-\frac{x-u}{\alpha}\right)\right]$	$-\infty < x < \infty$	$u = \bar{x} - 0.5772\alpha$

lo cual tiende a la distribución normal para valores grandes de n siempre y cuando los X_i sean independientes y estén idénticamente distribuidos. Se ha encontrado que la distribución lognormal describe la distribución de la conductividad hidráulica en un medio poroso (Freeze, 1975), la distribución de tamaño de gotas de lluvia en una tormenta y otras variables hidrológicas. La distribución lognormal tiene las ventajas sobre la distribución normal de que está limitada ($X > 0$) y de que la transformación log tiende a reducir la asimetría positiva comúnmente encontrada en información hidrológica, debido a que al tomar logaritmos se reducen en una proporción mayor los números grandes que los números pequeños. Algunas limitaciones de la distribución lognormal son, por un lado, que tiene solamente dos parámetros y, por otro lado, que requiere que los logaritmos de los datos sean simétricos alrededor de su media.

Distribución exponencial

Algunas secuencias de eventos hidrológicos, como la ocurrencia de precipitación, pueden considerarse como *procesos de Poisson*, en los cuales los eventos ocurren instantánea e independientemente en un horizonte de tiempo, o a lo largo de una línea. El tiempo entre tales eventos, o *tiempo de interarribo*, está descrito por una distribución exponencial cuyo parámetro λ es la tasa media de ocurrencia de los eventos. La distribución exponencial se utiliza para describir los tiempos de interarribo de choques aleatorios a sistemas hidrológicos, tales como volúmenes de escorrentía contaminada que entran en los ríos a medida que la lluvia lava los contaminantes localizados en la superficie del terreno. La ventaja de la distribución exponencial radica en que es fácil estimar λ a partir de la información observada y que la distribución exponencial se adapta muy bien a estudios teóricos, tales como un modelo de probabilidad para el embalse lineal ($\lambda = 1/k$, donde k es la constante de almacenamiento en el embalse lineal). Su desventaja es que requiere que la ocurrencia de cada evento sea completamente independiente de sus vecinos, lo cual puede ser un supuesto no válido para el proceso en estudio –por ejemplo, el arribo de un frente puede generar muchos procesos de lluvia– y esto ha llevado a los investigadores a estudiar varias formas de *procesos de Poisson compuestos*, en los cuales λ se considera como una variable aleatoria en lugar de una constante (Kavvas y Deleur, 1981; Waymire y Gupta, 1981).

Distribución gamma

El tiempo que toma la ocurrencia de un número β de eventos en un proceso de Poisson está descrito por la distribución gamma, la cual es la distribución de una suma de β variables aleatorias independientes e idénticas, distribuidas exponencialmente. La distribución gamma tiene una forma que varía suavemente similar a la función de densidad de probabilidad típica ilustrada en la figura 11.2.1 y es muy útil para la descripción de variables hidrológicas asimétricas sin el uso de la transformación log. Se ha aplicado a la descripción de la distribución de profundidades de precipitación en tormentas, por ejemplo. La distribución gamma incluye la *función gamma* $\Gamma(\beta)$, la cual está dada por $\Gamma(\beta) = (\beta - 1)! = (\beta - 1)(\beta - 2)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1$ para un entero positivo β , y en general por

$$\Gamma(\beta) = \int_0^{\infty} u^{\beta-1} e^{-u} du \quad (11.5.1)$$

(Abramowitz y Stegun, 1965). La distribución gamma de dos parámetros (parámetros β y λ) tiene como límite inferior cero, lo cual es una desventaja para la aplicación a variables hidrológicas que tienen un límite inferior superior a cero.

Distribución Pearson tipo III

La distribución Pearson tipo III, también llamada la *distribución gamma de tres parámetros*, introduce un tercer parámetro el límite inferior ϵ , de tal manera que por el método de los momentos, los tres momentos de la muestra (la media, la desviación estándar y el coeficiente de asimetría) pueden transformarse en los tres parámetros λ , β y ϵ de la distribución de probabilidad. Esta es una distribución muy flexible, que puede asumir diferentes formas a medida que λ , β y ϵ varían (Bobee y Robitaille, 1977).

El sistema de distribuciones Pearson incluye siete tipos; todos son soluciones para $f(x)$ en una ecuación de la forma

$$\frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{f(x)(x - d)}{C_0 + C_1x + C_2x^2} \quad (11.5.2)$$

donde d es la *moda* de la distribución (el valor de x para el cual $f(x)$ es un máximo) y C_0 , C_1 y C_2 son coeficientes que deben determinarse. Cuando $C_2 = 0$, la solución de la ecuación (11.5.2) es una distribución Pearson tipo III, con una función de densidad de probabilidad de la forma que se muestra en la tabla 11.5.1. Para $C_1 = C_2 = 0$ la solución de (11.5.2) es una distribución normal. Por tanto, la distribución normal es un caso especial de la distribución Pearson tipo III para describir una variable no asimétrica. La distribución Pearson tipo III se aplicó por primera vez en la hidrología por Foster (1924) para describir la distribución de probabilidad de picos de crecientes máximos anuales. Cuando la información es muy asimétrica positivamente, se utiliza una transformación log para reducir la asimetría.

Distribución log-Pearson tipo III

Si $\log X$ sigue una distribución Pearson tipo III, entonces se dice que X sigue una distribución log-Pearson tipo III. Esta es la distribución estándar para análisis de frecuencia de crecientes máximas anuales en los Estados Unidos (Benson, 1968), y su uso se describe en detalle en el capítulo 12. Como un caso especial, cuando $\log X$ es simétrico alrededor de su media, la distribución log-Pearson tipo III se reduce a la distribución lognormal.

La localización del límite ϵ en la distribución log-Pearson tipo III depende de la asimetría de la información. Si ésta tiene asimetría positiva, entonces $\log X \geq \epsilon$ y ϵ es un límite inferior, mientras que si la información tiene asimetría negativa, $\log X \leq \epsilon$ y ϵ es un límite superior. La transformación log reduce la asimetría de la información transformada y puede producir información transformada con asimetría negativa utilizando información original con asimetría positiva. En este caso, la aplicación de la distribución log-Pearson tipo III impondría un límite superior artificial a la información. Dependiendo de los valores de los parámetros, la distribución log-Pearson tipo III puede asumir muchas formas diferentes, tal como se muestra en la tabla 11.5.2 (Bobee, 1975).

TABLA 11.5.2
Forma y localización de la moda para la distribución log-Pearson tipo III como una función de sus parámetros

Parámetro de forma β	$\lambda < -\ln 10$	$-\ln 10 < \lambda < 0$	$\lambda > 0$
$0 < \beta < 1$	Sin moda forma en J	Moda mínima forma en U	Sin moda forma en J invertida
$\beta > 1$	Unimodal	Sin moda forma en J invertida	Unimodal

Fuente: Bobee, 1975.

Tal como se describió previamente, la distribución log-Pearson tipo III se desarrolló como un método para ajustar una curva a cierta información. Su uso está justificado porque se ha encontrado que arroja buenos resultados en muchas aplicaciones, particularmente para la información de picos de crecientes. El ajuste de la distribución a la información puede probarse utilizando la prueba χ^2 , o utilizando la graficación de probabilidad descrita en el capítulo 12.

Distribución de valor extremo

Los valores extremos son valores máximos o mínimos seleccionados de conjuntos de datos. Por ejemplo, el caudal máximo anual en un lugar dado es el mayor caudal registrado durante un año y los valores de caudal máximo anual para cada año de registro histórico conforman un conjunto de valores extremos que puede analizarse estadísticamente. Fisher y Tippett (1928) han demostrado que las distribuciones de valores extremos seleccionados de conjuntos de muestras de cualquier distribución de probabilidad convergen en una de las tres formas de *distribuciones de valor extremo*, llamadas tipo I, II y III respectivamente, cuando el número de valores extremos seleccionados es grande. Las propiedades de las tres formas limitantes fueron desarrolladas en mayor detalle por Gumbel (1941) para la distribución de Valor Extremo tipo I (EVI, por sus siglas en inglés), por Frechet (1927) para la distribución de Valor Extremo tipo II (EVII) y por Weibull (1939) para la distribución de Valor Extremo tipo III (EVIII).

Jenkinson (1955) demostró que estas tres formas limitantes eran casos especiales de una distribución única llamada la distribución de *Valor Extremo General* (GEV, por sus siglas en inglés). La función de distribución de probabilidad para la GEV es

$$F(x) = \exp \left[- \left(1 - k \frac{x - u}{\alpha} \right)^{1/k} \right] \quad (11.5.3)$$

donde k , u y α son parámetros que deben ser determinados.

Los tres casos limitantes son 1) para $k = 0$, la distribución de Valor Extremo tipo I, para la cual la función de densidad de probabilidad está dada en la tabla 11.5.1; 2) para $k < 0$, la distribución de Valor Extremo tipo II, para la cual (11.5.3) se aplica con $(u + \alpha/k) \leq x \leq \infty$, y 3) para $k > 0$, la distribución de Valor

Extremo tipo III para la cual (11.5.3) se aplica en $-\infty \leq x \leq (u + \alpha/k)$. En todos los tres casos, se supone que α es positivo.

Para la distribución EVI, x no tiene límites (tabla 11.5.1), mientras que para EVII, x está acotado por abajo (por $u + \alpha/k$), y para la distribución EVIII, x está similarmente acotado por arriba. Las distribuciones EVI y EVII también se conocen como las distribuciones *Gumbel* y *Frechet* respectivamente. Si una variable x está descrita por la distribución EVIII, entonces se dice que $-x$ tiene una distribución *Weibull*.

REFERENCIAS

- Abramowitz, M., and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York, p. 932, 1965.
 Benson, M. A., Uniform flood-frequency estimating methods for federal agencies, *Water Resour. Res.*, vol. 4, No. 5, pp. 891-908, 1968.
 Bobee, B., The log-Pearson Type III distribution and its application in hydrology, *Water Resour. Res.*, vol. 11, No. 5, pp. 681-689, 1975.
 Bobee, B. B., R. Robitaille, The use for the Pearson Type 3 and log Pearson Type 3 distributions revisited. *Water Resour. Res.*, vol. 13, No. 2, pp. 427-443, 1977.
 Chow, V. T., The log-probability law and its engineering applications, *Proc. Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 80, pp. 1-25, 1954.
 Fisher, R. A., On the mathematical foundations of theoretical statistics, *Trans. R. Soc. London A*, vol. 222, pp. 309-368, 1922.
 Fisher, R. A., and L. H. C. Tippett, Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, vol. 24, parte II, pp. 180-191, 1928.
 Foster, H. A., Theoretical frequency curves and their application to engineering problems. *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 87, pp. 142-173, 1924.
 Frechet, M., Sur la loi de probabilité de l'écart maximum ("On the probability law of maximum values"). *Annales de la societe Polonaise de Mathematique*, vol. 6, pp. 93-116, Krakow, Poland, 1927.
 Freeze, R. A., A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media. *Water Resour. Res.*, vol. 11, No. 5, pp. 725-741, 1975.
 Gumbel, E. J., The return period of flood flows. *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 12, No. 2, pp. 163-190, 1941.
 Haan, C. T. *Statistical Methods in Hydrology*. Iowa State Univ. Press, Ames, Iowa, 1977.
 Jenkinson, A. F., The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. *Quart. Jour. Roy. Met. Soc.*, vol. 81, pp. 158-171, 1955.
 Kavvas, M. L., and J. W. Delleur. A stochastic cluster model of daily rainfall sequences, *Water Resour. Res.*, vol. 17, No. 4, pp. 1151-1160, 1981.
 Pearson, K., On the systematic fitting of curves to observations and measurements. *Biometrika*, vol. 1 No. 3, pp. 265-303, 1902.
 Waymire, E. and V. K. Gupta. The mathematical structure of rainfall representations I. A review of the stochastic rainfall models. *Water Resour. Res.*, vol. 17, No. 5, pp. 1261-1294, 1981.
 Weibull, W., A statistical theory of the strength of materials, *Ingenjörs Vetenskaps Akademien* (The Royal Swedish Institute for Engineering Research), proceedings No. 51, pp. 5-45, 1939.

PROBLEMAS

- 11.1.1** La información de precipitación anual para College Station, Texas, desde 1911 hasta 1979 está dada en la tabla 11.1.1. Utilizando estos datos, estime la probabilidad de que la precipitación anual sea mayor que 50 pulg en cualquier año. Calcule la probabilidad de que la precipitación anual sea mayor que 50 pulg en dos años consecutivos *a*) suponiendo que la precipitación anual es un proceso independiente; *b*) directamente de la información. ¿Los datos sugieren la existencia de algunas tendencias para años con precipitación > 50 pulg a seguir uno a otro en College Station?

- 11.1.2** Resuelva el problema 11.1.1 para precipitación menor de 30 pulg. ¿Existe alguna tendencia para años de precipitación menor de 30 pulg a estar seguidos unos con respecto a otros más que lo sugerido por la independencia de eventos de un año a otro?
11.3.1 Calcule la media, la desviación estándar y el coeficiente de asimetría para la precipitación anual en College Station desde 1960 hasta 1969. Los datos se dan en la tabla 11.1.1.
11.3.2 Calcule la media, la desviación estándar y el coeficiente de asimetría para la precipitación anual en College Station para los seis períodos de 10 años empezando en 1920, 1930, 1940, 1950, 1960, 1970 (por ejemplo, 1920-1929). Compare los valores de estas estadísticas para las seis muestras. Calcule la media y la desviación estándar de las medias de las seis muestras y sus coeficientes de variación. Repita este ejercicio para las desviaciones estándar de las seis muestras y los seis coeficientes de asimetría. Tal como se mide por el coeficiente de variación de cada estadística de la muestra, ¿cuál de estas tres estadísticas de la muestra (media, desviación estándar o coeficiente de asimetría) varía más de una muestra a otra?
11.4.1 Demuestre que la media μ de la distribución exponencial $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ está dada por $\mu = 1/\lambda$.
11.4.2 Demuestre que los estimativos de máxima verosimilitud para los parámetros de distribución normal están dados por

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad y \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

- 11.4.3** Calcule el valor de los estimativos de máxima verosimilitud para los parámetros de la distribución normal ajustada para la precipitación anual en College Station desde 1970 hasta 1979. Utilice las ecuaciones dadas en el problema 11.4.2 y los datos dados en la tabla 11.1.1. Compare los resultados con los estimativos de momentos dados en el ejemplo 11.3.1.
11.4.4 Calcule el valor de la función logaritmo de verosimilitud para la precipitación anual en College Station desde 1970 hasta 1979 con $\mu = 40.17$ pulg y $\sigma = 10.63$ pulg. Manteniendo μ constante, calcule y grafique los valores de la función logaritmo de verosimilitud variando σ en incrementos de 0.1 desde 9.5 hasta 11.5. Determine el valor de σ que maximiza la función logaritmo de verosimilitud.
11.4.5 Resuelva el ejemplo 11.1.1 utilizando las probabilidades para los eventos A y B calculadas mediante una distribución normal con $\mu = 39.77$ pulg y $\sigma = 9.17$ pulg (tal como es ajustado para la información de precipitación en College Station en el ejemplo 11.4.3). Compare los resultados obtenidos con aquellos del ejemplo 11.1.1. ¿Cuál método es más confiable?
11.4.6 Un sistema de embalses cerca de College Station, Texas, ha experimentado una sequía y se ha determinado que si la precipitación anual en el próximo año en la cuenca del embalse es menor de 35 pulg, se requerirá una reducción en el suministro de agua para irrigación desde el embalse durante dicho año. Si la precipitación anual es menor de 35 pulg para cada uno de los siguientes dos años, también se requerirá una reducción en el suministro de agua para consumo municipal. Utilizando la distribución normal ajustada a la información de precipitación en el ejemplo 11.4.3, calcule la probabilidad de que estas reducciones en los suministros sean necesarias. ¿Puede considerarse que estas probabilidades son lo suficientemente altas para justificar el que se prevenga a los usuarios de agua municipal y de irrigación sobre posibles reducciones en los suministros?

- 11.5.1** En el sistema de distribuciones Pearson se deduce la ecuación $d [f(x)]/dx = [f(x)(x - d)]/(C_0 + C_1x + C_2x^2)$, donde d es la moda de la distribución [el valor de x donde $f(x)$ es máximo] y C_0 , C_1 y C_2 son coeficientes. Haciendo que $C_2 = 0$, demuestre que se obtiene la distribución Pearson tipo III.
- 11.5.2** En el problema 11.5.1, haga que $C_1 = C_2 = 0$ y demuestre que se obtiene la distribución normal.
- 11.5.3** La demanda sobre el sistema de tratamiento de aguas y distribución de una ciudad está aumentando hasta cerca de la capacidad del sistema debido a un periodo largo de clima seco y cálido. La lluvia evitará una situación en la cual la demanda exceda la capacidad del sistema. Si el tiempo promedio entre lluvias en esa ciudad en esa época del año es 5 días, calcule la posibilidad de que no haya lluvias *a)* en los siguientes 5 días, *b)* 10 días, *c)* 15 días. Utilice la distribución exponencial.
- 11.5.4** La información para el caudal máximo anual en el río Guadalupe en Victoria, Texas, se presenta en la tabla 12.1.1. Las estadísticas para los logaritmos en base 10 de estos datos son $y = 4.2743$ y $s_y = 0.3981$. Ajuste la distribución lognormal a estos datos. Grafique las funciones de frecuencia relativa y probabilidad incremental y las funciones de frecuencia acumulada y distribución de probabilidad de la información tal como se muestra en la figura 11.4.3 (utilice una escala logarítmica para los caudales del río Guadalupe).
- 11.5.5** En la tabla 15.P.5 se da la información del caudal de entrada al sitio propuesto para la represa Justiceburg. Calcule la media, la desviación estándar y el coeficiente de asimetría para los flujos de entrada totales anuales y ajuste una distribución de probabilidad a la información.

CAPÍTULO

12

ANÁLISIS DE FRECUENCIA

Los sistemas hidrológicos son afectados algunas veces por eventos extremos, tales como tormentas severas, crecientes y sequías. La magnitud de un evento extremo está inversamente relacionada con su frecuencia de ocurrencia, es decir, eventos muy severos ocurren con menor frecuencia que eventos más moderados. El objetivo del análisis de frecuencia de información hidrológica es relacionar la magnitud de los eventos extremos con su frecuencia de ocurrencia mediante el uso de distribuciones de probabilidad. Se supone que la información hidrológica analizada es independiente y está idénticamente distribuida, y el sistema hidrológico que la produce (por ejemplo, un sistema de tormenta) se considera estocástico, independiente del espacio y del tiempo, en el esquema de clasificación mostrado en la figura 1.4.1. La información hidrológica empleada debe seleccionarse cuidadosamente de tal manera que se satisfagan las suposiciones de independencia y de distribución idéntica. En la práctica, usualmente esto se lleva a cabo seleccionando el máximo anual de la variable que está siendo analizada (por ejemplo, el caudal máximo anual, que es el flujo pico instantáneo máximo que ocurre en cualquier momento durante el año) con la expectativa de que observaciones sucesivas de esta variable de un año a otro sean independientes.

Los resultados del análisis de frecuencia de flujo de crecientes pueden utilizarse para muchos propósitos en ingeniería: para el diseño de presas, puentes, *culverts* y estructuras de control de crecientes; para determinar el beneficio económico de proyectos de control de crecientes; y para delinear planicies de inundación y determinar el efecto de invasiones o construcciones en éstas.

12.1 PERÍODO DE RETORNO

Supóngase que por definición un evento extremo ocurre si una variable aleatoria X es mayor o igual que un cierto nivel x_T . El *intervalo de recurrencia* τ es el tiempo entre ocurrencias de $X \geq x_T$. Por ejemplo, la figura 12.1.1 muestra el registro de caudales máximos anuales del río Guadalupe cerca de Victoria, Texas, de 1935 a 1978, graficado a partir de los datos dados en la tabla 12.1.1. Si $x_T = 50,000$ cfs,

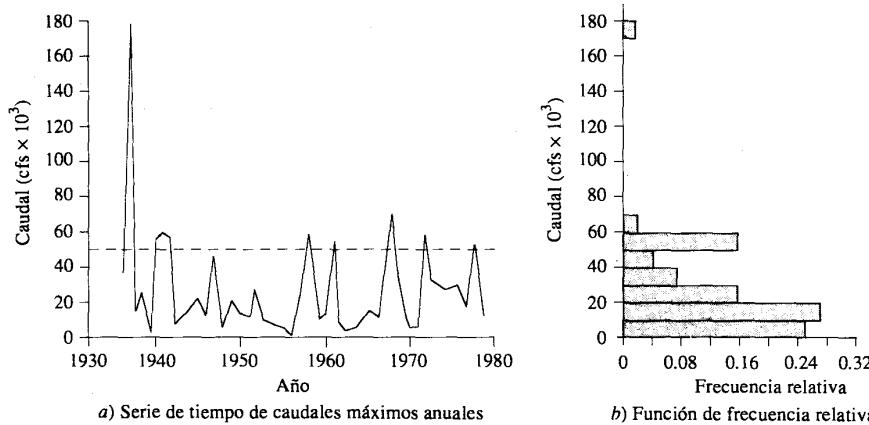


FIGURA 12.1.1
Caudal máximo anual para el río Guadalupe cerca de Victoria, Texas.

TABLA 12.1.1
Caudales máximos anuales para el río Guadalupe cerca de Victoria, Texas, 1935-1978, en cfs

Año	1930	1940	1950	1960	1970
0	55,900	13,300	23,700	9,190	
1	58,000	12,300	55,800	9,740	
2	56,000	28,400	10,800	58,500	
3	7,710	11,600	4,100	33,100	
4	12,300	8,560	5,720	25,200	
5	38,500	22,000	4,950	15,000	30,200
6	179,000	17,900	1,730	9,790	14,100
7	17,200	46,000	25,300	70,000	54,500
8	25,400	6,970	58,300	44,300	12,700
9	4,940	20,600	10,100	15,200	

puede verse que el caudal máximo excede este nivel nueve veces durante el periodo de registro, con intervalos de recurrencia que varían desde un año a 16 años, tal como se muestra en la tabla 12.1.2.

El periodo de retorno T de un evento $X \geq x_T$ es el valor esperado de τ , $E(\tau)$, su valor promedio medido sobre un número de ocurrencias suficientemente grande. Para los datos acerca del río Guadalupe, existen 8 intervalos de recurrencia que cubren un periodo total de 41 años entre la primera y la última excedencia de 50,000 cfs, luego el periodo de retorno de un caudal máximo anual de 50,000 cfs en el río Guadalupe es aproximadamente $\bar{\tau} = 41/8 = 5.1$ años. Por consiguiente, el periodo de retorno de un evento con una magnitud dada puede definirse como el *intervalo de recurrencia promedio* entre eventos que igualan o exceden una magnitud especificada.

TABLA 12.1.2
Años con un caudal máximo igual o superior a 50,000 cfs en el río Guadalupe cerca de Victoria, Texas, con sus correspondientes intervalos de recurrencia

Año de excedencia	1936	1940	1941	1942	1958	1961	1967	1972	1977	Promedio
Intervalo de recurrencia (años)	4	1	1	16	3	6	5	5	5	5.1

La probabilidad $p = P(X \geq x_T)$ de ocurrencia del evento $X \geq x_T$ en cualquier observación puede relacionarse con el periodo de retorno en la siguiente forma. Para cada observación existen dos resultados posibles: ya sea "éxito" $X \geq x_T$ (probabilidad p) o "falla" $X < x_T$ (probabilidad $1 - p$). Debido a que las observaciones son independientes, la probabilidad de un intervalo de recurrencia de duración τ es el producto de las probabilidades de $\tau - 1$ fallas seguidas por un éxito, es decir, $(1 - p)^{\tau-1}p$ y el valor esperado para τ está dado por

$$\begin{aligned} E(\tau) &= \sum_{\tau=1}^{\infty} \tau(1 - p)^{\tau-1}p \\ &= p + 2(1 - p)p + 3(1 - p)^2p + 4(1 - p)^3p + \dots \\ &= p[1 + 2(1 - p) + 3(1 - p)^2 + 4(1 - p)^3 + \dots] \end{aligned} \quad (12.1.1a)$$

La expresión dentro de los corchetes tiene la forma de una expansión de series de potencia $(1 + x)^n = 1 + nx + [n(n - 1)/2]x^2 + [n(n - 1)(n - 2)/6]x^3 + \dots$, con $x = -(1 - p)$ y $n = -2$, luego (12.1.1a) puede reescribirse como

$$\begin{aligned} E(\tau) &= \frac{p}{[1 - (1 - p)]^2} \\ &= \frac{1}{p} \end{aligned} \quad (12.1.1b)$$

Luego $E(\tau) = T = 1/p$; es decir, la probabilidad de ocurrencia de un evento en cualquier observación es el inverso de su periodo de retorno:

$$P(X \geq x_T) = \frac{1}{T} \quad (12.1.2)$$

Por ejemplo, la probabilidad de que el caudal máximo en el río Guadalupe sea igual o exceda 50,000 cfs en cualquier año es aproximadamente $p = 1/\bar{\tau} = 1/5.1 = 0.195$.

¿Cuál es la probabilidad de que un evento con periodo de retorno de T años ocurra al menos una vez en N años? Para calcular esto, primero se considera la situación de que no ocurra el evento de T años en N años. Esto requeriría una secuencia de N "fallas" sucesivas, de tal manera que

$$P(X < x_T \text{ cada año durante } N \text{ años}) = (1 - p)^N$$

El complemento de esta situación es el caso requerido, luego utilizando la ecuación (11.1.3)

$$P(X \geq x_T \text{ al menos una vez en } N \text{ años}) = 1 - (1 - p)^N \quad (12.1.3)$$

Como $p = 1/T$,

$$P(X \geq x_T \text{ al menos una vez en } N \text{ años}) = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^N \quad (12.1.4)$$

Ejemplo 12.1.1 Estime la probabilidad de que el caudal máximo anual Q en el río Guadalupe exceda 50,000 cfs al menos una vez durante los próximos tres años.

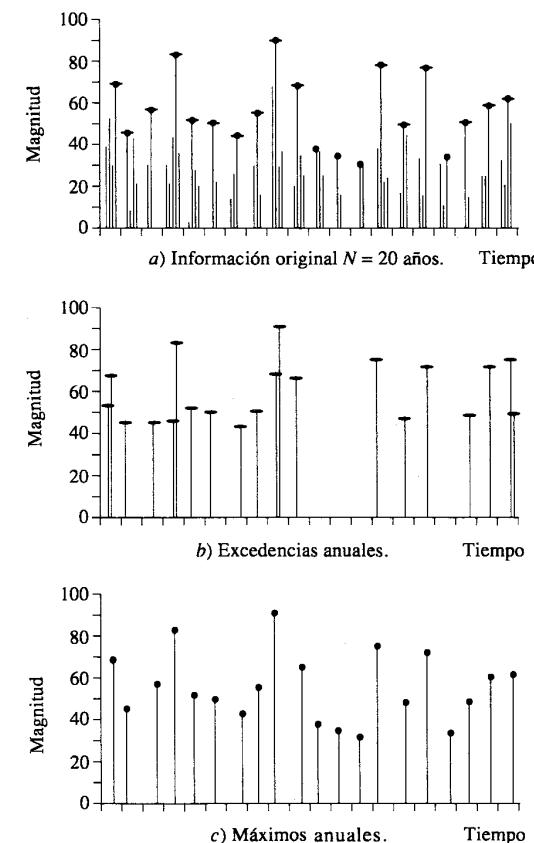
Solución. De acuerdo con la discusión anterior, $P(Q \geq 50,000 \text{ cfs en cualquier año}) \approx 0.195$, luego de la ecuación (12.1.3)
 $P(Q \geq 50,000 \text{ cfs al menos una vez durante los próximos tres años}) = 1 - (1 - 0.195)^3 = 0.48$

La pregunta en el ejemplo 12.1.1 pudiera haber sido "¿Cuál es la probabilidad de que el caudal en el río Guadalupe exceda 50,000 cfs al menos una vez durante los próximos tres años?" Los cálculos hechos usaron sólo los datos máximos anuales, pero, alternativamente hubieran podido considerarse todas las excedencias de 50,000 cfs contenidas en el registro del río Guadalupe. Este conjunto de información se conoce como la *serie de duración parcial*. Ésta contendría más de las nueve excedencias mostradas en la tabla 12.1.2 si existieran dos o más excedencias de 50,000 cfs en algún año de registro.

Series de información hidrológica

Una *serie de duración completa* está compuesta por toda la información disponible tal como se muestra en la figura 12.1.2a). Una *serie de duración parcial* es una serie de datos seleccionados de tal manera que su magnitud es mayor que un *valor base* predefinido. Si el valor base se selecciona de tal manera que el número de valores en la serie es igual al número de años en el registro, la serie se conoce como una *serie de excedencia anual*; un ejemplo se muestra en la figura 12.1.2b). Una *serie de valor extremo* incluye el valor máximo o mínimo que ocurre en cada uno de los intervalos de tiempo de igual longitud del registro. La longitud del intervalo de tiempo usualmente se toma como un año, y una serie seleccionada de esta manera se conoce como una *serie anual*. Si se utilizan los valores máximos anuales es una *serie anual máxima* tal como se muestra en la figura 12.1.2c). La selección de los valores mínimos anuales produce una *serie anual mínima*.

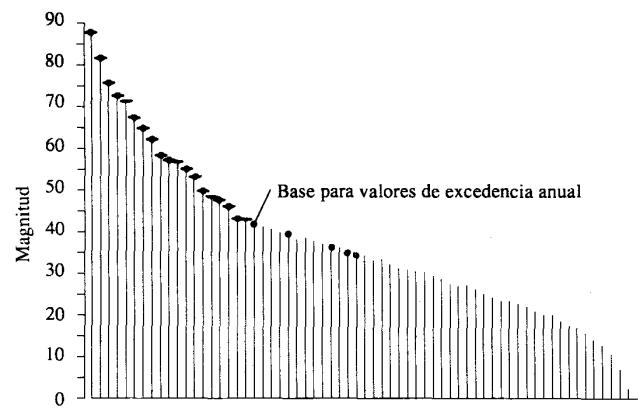
Los valores máximos anuales y los valores de excedencia anual de la información hipotética que se muestra en la figura 12.1.3a) están ordenados gráficamente en la figura 12.1.3b) según su orden de magnitud. En este ejemplo particular, solamente 16 de los 20 máximos anuales aparecen en la serie de excedencia anual; el segundo valor máximo en varios años tiene una magnitud mayor que la de algunos máximos anuales. Sin embargo, en la serie de máximos anuales, estos segundos valores máximos se excluyen, con lo cual no se tiene en cuenta su efecto en el análisis.



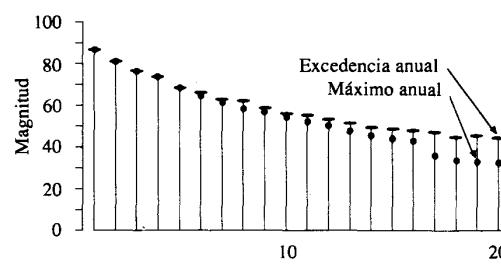
El periodo de retorno T_E de magnitudes de evento deducido de una serie de excedencia anual se relaciona con el correspondiente periodo de retorno T para magnitudes deducido de una serie máxima anual por (Chow, 1964)

$$T_E = \left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right) \right]^{-1} \quad (12.1.5)$$

A pesar de que la serie de excedencia anual es útil para algunos propósitos, está limitada por el hecho de que puede ser difícil verificar que todas las observaciones son independientes; la ocurrencia de una gran creciente bien podría estar relacionada con unas condiciones de suelo saturado producidas por otra gran creciente ocurrida un corto tiempo antes. Como resultado, usualmente es mejor utilizar la serie de máximos anuales para el análisis. En cualquier caso, a medida que el periodo



a) Información original.



b) Excedencia anual y valores máximos..

FIGURA 12.1.3

Información hidrológica ordenada por orden de magnitud (*Fuente:* Chow, 1964. Utilizada con autorización).

de retorno del evento considerado es mayor, los resultados de las dos metodologías se vuelven muy similares, debido a que la posibilidad de que dos de estos eventos ocurran durante un mismo año es muy pequeña.

12.2 DISTRIBUCIONES DE VALORES EXTREMOS

El estudio de eventos hidrológicos extremos incluye la selección de una secuencia de observaciones máximas o mínimas de conjuntos de datos. Por ejemplo, el estudio de los caudales picos en una estación hidrométrica utiliza solamente el máximo caudal registrado cada año, entre los muchos miles de valores registrados. De hecho, usualmente el nivel de agua se registra cada 15 minutos, de modo que existen $4 \times 24 = 96$ valores registrados cada día, y $365 \times 96 = 35,040$ valores registrados cada año; luego el evento de caudal máximo anual utilizado para el análisis de frecuencia de caudales de crecientes es la mayor de más de 35,000 observaciones hechas du-

rante ese año. Y este ejercicio se realiza para cada uno de los años de información histórica.

Debido a que estas observaciones se localizan en la cola extrema de la distribución de probabilidad de todas las observaciones de la cual se extraen (la población matriz), no es sorprendente que su distribución de probabilidad sea diferente a aquella de la población matriz. Tal como se describió en la sección 11.5, existen tres formas asintóticas para las distribuciones de valores extremos, conocidas como Tipo I, Tipo II y Tipo III, respectivamente.

La función de distribución de probabilidad de Valor Extremo Tipo I (EVI) es

$$F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-u}{\alpha}\right)\right] \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (12.2.1)$$

Los parámetros se estiman, tal como se muestra en la tabla 11.5.1, por

$$\alpha = \frac{\sqrt{6}s}{\pi} \quad (12.2.2)$$

$$u = \bar{x} - 0.5772\alpha \quad (12.2.3)$$

El parámetro u es la moda de la distribución (punto de máxima densidad de probabilidad). Una *variable reducida* y puede definirse como

$$y = \frac{x-u}{\alpha} \quad (12.2.4)$$

Sustituyendo la variable reducida en (12.2.1) se encuentra

$$F(x) = \exp [-\exp (-y)] \quad (12.2.5)$$

Resolviendo para y :

$$y = -\ln \left[\ln \left(\frac{1}{F(x)} \right) \right] \quad (12.2.6)$$

Puede utilizarse la ecuación (12.2.6) para definir y para las distribuciones Tipo II y Tipo III. Los valores de x y y pueden graficarse tal como se muestra en la figura 12.2.1. Para la distribución EVI la gráfica es una línea recta mientras que, para valores grandes de y , la curva correspondiente para la distribución EVII tiene una pendiente mayor que aquella para EVI, y la curva para la distribución EVIII tiene una pendiente menor, siendo acotada por arriba. La figura 12.2.1 también muestra los valores del periodo de retorno T como un eje alterno a y . Tal como se demostró utilizando la ecuación (12.1.2),

$$\frac{1}{T} = P(x \geq x_T)$$

$$= 1 - P(x < x_T)$$

$$= 1 - F(x_T)$$

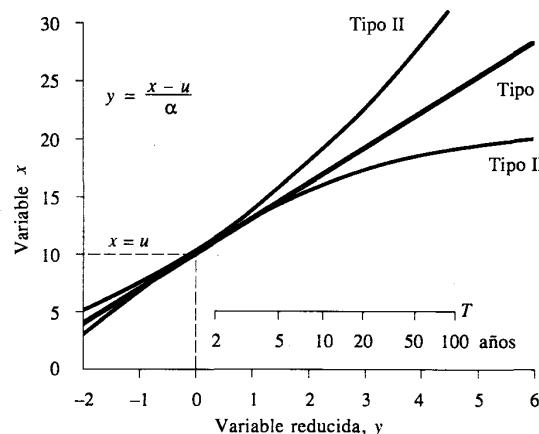


FIGURA 12.2.1
Para cada uno de los tres tipos de distribuciones de valores extremos la variable x se grafica contra la variable reducida y calculada para la distribución de Valor Extremo Tipo I. La distribución Tipo I no es acotada en x , mientras que la distribución Tipo II tiene un límite inferior y la Tipo III tiene un límite superior (*Fuente: Natural Environment Research Council, 1975, Figura 1.10, p. 41. Utilizada con autorización.*).

luego

$$F(x_T) = \frac{T-1}{T}$$

y, sustituyendo en (12.2.6),

$$y_T = -\ln \left[\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right] \quad (12.2.7)$$

Para la distribución EVI, x_T se relaciona con y_T mediante la ecuación (12.2.4), o

$$x_T = u + \alpha y_T \quad (12.2.8)$$

Las distribuciones de valor extremo han sido ampliamente utilizadas en hidrología. Éstas forman la base para el método estándar de análisis de frecuencia de crecientes en Gran Bretaña (Natural Environment Research Council, 1975). Las tormentas de lluvia son comúnmente modeladas utilizando la distribución de Valor Extremo Tipo I (Chow, 1953; Tomlinson, 1980), y los flujos de estiraje mediante la distribución Weibull, es decir, la distribución EVIII aplicada a $-x$ (Gumbel, 1954, 1963).

Ejemplo 12.2.1 Los valores máximos anuales para lluvias de 10 minutos de duración en Chicago, Illinois, desde 1913 hasta 1947 se presentan en la tabla 12.2.1. Desarrolle un modelo para el análisis de frecuencia de tormentas de lluvia utilizando la distribución de Valor Extremo Tipo I y calcule los valores máximos de lluvias de 10 minutos de duración con períodos de retorno de 5, 10 y 50 años en Chicago.

Solución. Los momentos de la muestra calculados de la información dada en la tabla 12.2.1 son $\bar{x} = 0.649$ pulg y $s = 0.177$ pulg. Sustituyendo en las ecuaciones (12.2.2) y (12.2.3) se encuentra

$$\alpha = \frac{\sqrt{6} s}{\pi}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{6} \times 0.177}{\pi} \\ &= 0.138 \\ u &= \bar{x} - 0.5772\alpha \\ &= 0.649 - 0.5772 \times 0.138 \\ &= 0.569 \end{aligned}$$

El modelo de probabilidad es

$$F(x) = \exp \left[-\exp \left(-\frac{x - 0.569}{0.138} \right) \right]$$

Para determinar los valores de x_T para varios valores del periodo de retorno T , es conveniente utilizar la variable reducida y_T . Para $T = 5$ años, la ecuación (12.2.7) da

$$\begin{aligned} y_T &= -\ln \left[\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right] \\ &= -\ln \left[\ln \left(\frac{5}{5-1} \right) \right] \\ &= 1.500 \end{aligned}$$

y la ecuación (12.2.8) da

$$\begin{aligned} x_T &= u + \alpha y_T \\ &= 0.569 + 0.138 \times 1.500 \\ &= 0.78 \text{ pulg} \end{aligned}$$

TABLA 12.2.1
Lluvia máxima anual de 10 minutos en pulgadas para Chicago, Illinois, 1913-1947

Año	1910	1920	1930	1940
0		0.53	0.33	0.34
1		0.76	0.96	0.70
2		0.57	0.94	0.57
3	0.49	0.80	0.80	0.92
4	0.66	0.66	0.62	0.66
5	0.36	0.68	0.71	0.65
6	0.58	0.68	1.11	0.63
7	0.41	0.61	0.64	0.60
8	0.47	0.88	0.52	
9	0.74	0.49	0.64	

Media = 0.649 pulg

Desviación estándar = 0.177 pulg

Luego la lluvia de 10 minutos y de 5 años de periodo de retorno en Chicago tiene una magnitud de 0.78 pulg. Utilizando el mismo método los valores de 10 y 50 años resultan ser 0.88 pulg y 1.11 pulg respectivamente. En la información dada en la tabla 12.2.1 puede notarse que la lluvia con 50 años de periodo de retorno fue igualada una vez en los 35 años de información (en 1936), y la lluvia de 10 años de periodo de retorno fue igualada o excedida cuatro veces durante este periodo, de tal manera que la frecuencia de ocurrencia de valores de lluvia extrema observados es aproximadamente la predicha por el modelo.

12.3 ANÁLISIS DE FRECUENCIA UTILIZANDO FACTORES DE FRECUENCIA

El cálculo de las magnitudes de eventos extremos por el método utilizado en el ejemplo 12.2.1 requiere que la función de distribución de probabilidad sea invertible, es decir, dado un valor para T o [$F(x_T) = T/(T - 1)$], el correspondiente valor de x_T puede determinarse. Algunas funciones de distribución de probabilidad no son fácilmente invertibles, incluyendo las distribuciones normal y Pearson Tipo III, requiriéndose un método alternativo para calcular las magnitudes de eventos extremos para estas distribuciones.

La magnitud x_T de un evento hidrológico extremo puede representarse como la media μ más una desviación Δx_T de la variable con respecto a la media (véase la figura 12.3.1):

$$x_T = \mu + \Delta x_T \quad (12.3.1)$$

Esta desviación con respecto a la media puede igualarse al producto de la desviación estándar σ y el factor de frecuencia K_T ; es decir, $\Delta x_T = K_T\sigma$. La desviación Δx_T y el factor de frecuencia K_T son funciones del periodo de retorno y del tipo de distribución de probabilidad a utilizarse en el análisis. Por consiguiente, la ecuación (12.3.1) puede expresarse como

$$x_T = \mu + K_T\sigma \quad (12.3.2)$$

la cual puede aproximarse por

$$x_T = \bar{x} + K_T s \quad (12.3.3)$$

En el evento de que la variable analizada sea $y = \log x$, entonces se aplica el mismo método a las estadísticas para los logaritmos de los datos, utilizando

$$y_T = \bar{y} + K_T s_y \quad (12.3.4)$$

y el valor requerido de x_T se encuentra tomando el antilogaritmo de y_T .

La ecuación del factor de frecuencia (12.3.2) fue propuesta por Chow (1951), y se aplica a muchas distribuciones de probabilidad utilizadas en el análisis de frecuencia hidrológica. Para una distribución dada, puede determinarse una relación $K-T$ entre el factor de frecuencia y el periodo de retorno correspondiente. Esta relación puede expresarse en términos matemáticos o mediante una tabla.

El análisis de frecuencia comienza con el cálculo de los parámetros estadísticos requeridos para una distribución de probabilidad propuesta, utilizando el méto-

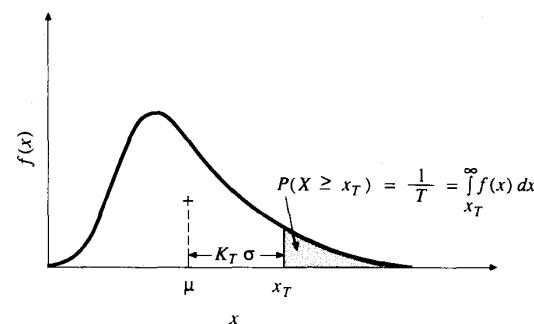


FIGURA 12.3.1

La magnitud de un evento extremo x_T expresado como una desviación $K_T\sigma$ de la media μ , donde K_T es el factor de frecuencia.

do de los momentos en la información dada. Para un periodo de retorno dado, el factor de frecuencia puede determinarse de la relación $K-T$ para la distribución propuesta y la magnitud x_T puede calcularse utilizando las ecuaciones (12.3.3) o (12.3.4).

Las relaciones $K-T$ teóricas para varias distribuciones de probabilidad comúnmente utilizadas en el análisis de frecuencias hidrológicas se describen a continuación.

DISTRIBUCIÓN NORMAL. El factor de frecuencia puede expresarse utilizando la ecuación (12.3.2) como

$$K_T = \frac{x_T - \mu}{\sigma} \quad (12.3.5)$$

Este es el mismo de la variable normal estándar z definida en la ecuación (11.2.9).

El valor de z correspondiente a una probabilidad de excedencia de p ($p = 1/T$) puede calcularse encontrando el valor de una variable intermedia w :

$$w = \left[\ln \left(\frac{1}{p^2} \right) \right]^{1/2} \quad (0 < p \leq 0.5) \quad (12.3.6)$$

y luego calculando z utilizando la aproximación

$$z = w - \frac{2.515517 + 0.802853w + 0.010328w^2}{1 + 1.432788w + 0.189269w^2 + 0.001308w^3} \quad (12.3.7)$$

Cuando $p > 0.5$, $1 - p$ es sustituido por p en la ecuación (12.3.6) y el valor de z calculado al utilizar (12.3.7) se le asigna un signo negativo. El error en esta fórmula es menor que 0.00045 en z (Abramowitz y Stegun, 1965). El factor de frecuencia K_T para la distribución normal es igual a z , tal como se mencionó anteriormente.

Para la distribución lognormal, se aplica el mis procedimiento excepto que éste se aplica a los logaritmos de las variables y su media y desviación estándar son utilizadas en la ecuación (12.3.4).

Ejemplo 12.3.1 Calcule el factor de frecuencia para la distribución normal de un evento con un periodo de retorno de 50 años.

Solución. Para $T = 50$ años, $p = 1/50 = 0.02$. De la ecuación (12.3.6)

$$\begin{aligned} w &= \left[\ln\left(\frac{1}{p^2}\right) \right]^{1/2} \\ &= \left[\ln\left(\frac{1}{0.02^2}\right) \right]^{1/2} \\ &= 2.7971 \end{aligned}$$

Luego, sustituyendo w en (12.3.7)

$$\begin{aligned} K_T &= z \\ &= 2.7971 - \frac{2.51557 + 0.80285 \times 2.7971 + 0.01033 \times (2.7971)^2}{1 + 1.43279 \times 2.7971 + 0.18927 \times (2.7971)^2 + 0.00131 \times (2.7971)^3} \\ &= 2.054 \end{aligned}$$

DISTRIBUCIONES DE VALOR EXTREMO. Para la distribución de Valor Extremo Tipo I, Chow (1953) dedujo la siguiente expresión

$$K_T = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left\{ 0.5772 + \ln \left[\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right] \right\} \quad (12.3.8)$$

Para expresar T en términos de K_T , la anterior ecuación puede escribirse como

$$T = \frac{1}{1 - \exp \left\{ -\exp \left[-\left(\gamma + \frac{\pi K_T}{\sqrt{6}} \right) \right] \right\}} \quad (12.3.9)$$

donde $\gamma = 0.5772$. Cuando $x_T = \mu$, la ecuación (12.3.5) arroja $K_T = 0$ y la ecuación (12.3.8) arroja $T = 2.33$ años. Este es el periodo de retorno de la media de la distribución de Valor Extremo Tipo I. Para la distribución de Valor Extremo Tipo II, el logaritmo de la variable sigue la distribución EVI. Para este caso, la ecuación (12.3.4) se utiliza para calcular y_T , utilizando el valor de K_T de (12.3.8).

Ejemplo 12.3.2 Determine la lluvia de 5 años de periodo de retorno para Chicago utilizando el método de factor de frecuencia y la información de lluvia anual máxima dada en la tabla 12.2.1.

Solución. La media y la desviación estándar de las lluvias anuales máximas en Chicago son $\bar{x} = 0.649$ pulg y $s = 0.177$ pulg, respectivamente. Para $T = 5$, la ecuación (12.3.8) da

$$\begin{aligned} K_T &= -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left\{ 0.5772 + \ln \left[\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right] \right\} \\ &= -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left\{ 0.5772 + \ln \left[\ln \left(\frac{5}{5-1} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$= 0.719$$

Utilizando (12.3.3),

$$\begin{aligned} x_T &= \bar{x} + K_T s \\ &= 0.649 + 0.719 \times 0.177 \\ &= 0.78 \text{ pulg} \end{aligned}$$

tal como se determinó en el ejemplo 12.2.1.

DISTRIBUCIÓN LOG-PEARSON TIPO III. Para esta distribución, el primer paso es tomar los logaritmos de la información hidrológica, $y = \log x$. Usualmente se utilizan logaritmos con base 10. Se calculan la media \bar{y} , la desviación estándar s_y y el coeficiente de asimetría C_s para los logaritmos de los datos. El factor de frecuencia depende del periodo de retorno T y del coeficiente de asimetría C_s . Cuando $C_s = 0$ el factor de frecuencia es igual a la variable normal estándar z . Cuando $C_s \neq 0$, K_T se aproxima por Kite (1977) como

$$K_T = z + (z^2 - 1)k + \frac{1}{3}(z^3 - 6z)k^2 - (z^2 - 1)k^3 + zk^4 + \frac{1}{3}k^5 \quad (12.3.10)$$

donde $k = C_s/6$.

El valor de z para un periodo de retorno dado puede calcularse utilizando el procedimiento del ejemplo 12.3.1. La tabla 12.3.1 da los valores del factor de frecuencia para la distribución Pearson Tipo III (y log-Pearson tipo III) para diferentes valores del periodo de retorno y del coeficiente de asimetría.

Ejemplo 12.3.3 Calcule los caudales anuales máximos con 5 y 50 años de periodo de retorno para el río Guadalupe cerca de Victoria, Texas, utilizando las distribuciones lognormal y log-Pearson Tipo III. La información desde 1935 a 1978 está dada en la tabla 12.1.1.

Solución. Se toman los logaritmos de los valores de caudal y se calculan sus estadísticas: $\bar{y} = 4.2743$, $s_y = 0.4027$, $C_s = -0.0696$.

Distribución lognormal. El factor de frecuencia puede obtenerse de la ecuación (12.3.7) o de la tabla 12.3.1 para un coeficiente de asimetría 0. Para $T = 50$ años, K_T fue calculado en el ejemplo 12.3.1 como $K_{50} = 2.054$; el mismo valor puede obtenerse de la tabla 12.3.1. Utilizando (12.3.4)

$$\begin{aligned} y_T &= \bar{y} + K_T s_y \\ y_{50} &= 4.2743 + 2.054 \times 0.4027 \\ &= 5.101 \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} x_{50} &= (10)^{5.101} \\ &= 126,300 \text{ cfs} \end{aligned}$$

TABLA 12.3.1
Valores de K_T para la distribución Pearson Tipo III (asimetría positiva)

Coeficiente de asimetría C_s o C_w	Periodo de retorno en años						
	Probabilidad de excedencia						
	2	5	10	25	50	100	200
0.50	0.50	0.20	0.10	0.04	0.02	0.01	0.005
3.0	-0.396	0.420	1.180	2.278	3.152	4.051	4.970
2.9	-0.390	0.440	1.195	2.277	3.134	4.013	4.909
2.8	-0.384	0.460	1.210	2.275	3.114	3.973	4.847
2.7	-0.376	0.479	1.224	2.272	3.093	3.932	4.783
2.6	-0.368	0.499	1.238	2.267	3.071	3.889	4.718
2.5	-0.360	0.518	1.250	2.262	3.048	3.845	4.652
2.4	-0.351	0.537	1.262	2.256	3.023	3.800	4.584
2.3	-0.341	0.555	1.274	2.248	2.997	3.753	4.515
2.2	-0.330	0.574	1.284	2.240	2.970	3.705	4.444
2.1	-0.319	0.592	1.294	2.230	2.942	3.656	4.372
2.0	-0.307	0.609	1.302	2.219	2.912	3.605	4.298
1.9	-0.294	0.627	1.310	2.207	2.881	3.553	4.223
1.8	-0.282	0.643	1.318	2.193	2.848	3.499	4.147
1.7	-0.268	0.660	1.324	2.179	2.815	3.444	4.069
1.6	-0.254	0.675	1.329	2.163	2.780	3.388	3.990
1.5	-0.240	0.690	1.333	2.146	2.743	3.330	3.910
1.4	-0.225	0.705	1.337	2.128	2.706	3.271	3.828
1.3	-0.210	0.719	1.339	2.108	2.666	3.211	3.745
1.2	-0.195	0.732	1.340	2.087	2.626	3.149	3.661
1.1	-0.180	0.745	1.341	2.066	2.585	3.087	3.575
1.0	-0.164	0.758	1.340	2.043	2.542	3.022	3.489
0.9	-0.148	0.769	1.339	2.018	2.498	2.957	3.401
0.8	-0.132	0.780	1.336	1.993	2.453	2.891	3.312
0.7	-0.116	0.790	1.333	1.967	2.407	2.824	3.223
0.6	-0.099	0.800	1.328	1.939	2.359	2.755	3.132
0.5	-0.083	0.808	1.323	1.910	2.311	2.686	3.041
0.4	-0.066	0.816	1.317	1.880	2.261	2.615	2.949
0.3	-0.050	0.824	1.309	1.849	2.211	2.544	2.856
0.2	-0.033	0.830	1.301	1.818	2.159	2.472	2.763
0.1	-0.017	0.836	1.292	1.785	2.107	2.400	2.670
0.0	0	0.842	1.282	1.751	2.054	2.326	2.576

Similarmente, de la tabla 12.3.1 $K_5 = 0.842$, $y_5 = 4.2743 + 0.842 \times 0.4027 = 4.6134$ y $x_5 = (10)^{4.6134} = 41,060$ cfs.

Distribución log-Pearson Tipo III. Para $C_s = -0.0696$, el valor de K_{50} se obtiene mediante interpolación en la tabla 12.3.1 o utilizando la ecuación (12.3.10). Por interpolación con $T = 50$ años:

$$K_{50} = 2.054 + \frac{(2.00 - 2.054)}{(-0.1 - 0)}(-0.0696 - 0) = 2.016$$

Luego $y_{50} = \bar{y} + K_{50}S_y = 4.2743 + 2.016 \times 0.4027 = 5.0863$ y $x_{50} = (10)^{5.0863} = 121,990$ cfs. Utilizando un cálculo similar $K_5 = 0.845$, $y_5 = 4.6146$ y $x_5 = 41,170$ cfs.

Los resultados para los caudales máximos anuales estimados son:

TABLA 12.3.1 (cont.)
Valores de K_T para la distribución Pearson Tipo III (asimetría negativa)

Coeficiente de asimetría C_s o C_w	Periodo de retorno en años						
	Probabilidad de excedencia						
	2	5	10	25	50	100	200
0.50	0.50	0.20	0.10	0.04	0.02	0.01	0.005
-0.1	0.017	0.846	1.270	1.716	2.000	2.252	2.482
-0.2	0.033	0.850	1.258	1.680	1.945	2.178	2.388
-0.3	0.050	0.853	1.245	1.643	1.890	2.104	2.294
-0.4	0.066	0.855	1.231	1.606	1.834	2.029	2.201
-0.5	0.083	0.856	1.216	1.567	1.777	1.955	2.108
-0.6	0.099	0.857	1.200	1.528	1.720	1.880	2.016
-0.7	0.116	0.857	1.183	1.488	1.663	1.806	1.926
-0.8	0.132	0.856	1.166	1.448	1.606	1.733	1.837
-0.9	0.148	0.854	1.147	1.407	1.549	1.660	1.749
-1.0	0.164	0.852	1.128	1.366	1.492	1.588	1.664
-1.1	0.180	0.848	1.107	1.324	1.435	1.518	1.581
-1.2	0.195	0.844	1.086	1.282	1.379	1.449	1.501
-1.3	0.210	0.838	1.064	1.240	1.324	1.383	1.424
-1.4	0.225	0.832	1.041	1.198	1.270	1.318	1.351
-1.5	0.240	0.825	1.018	1.157	1.217	1.256	1.282
-1.6	0.254	0.817	0.994	1.116	1.166	1.197	1.216
-1.7	0.268	0.808	0.970	1.075	1.116	1.140	1.155
-1.8	0.282	0.799	0.945	1.035	1.069	1.087	1.097
-1.9	0.294	0.788	0.920	0.996	1.023	1.037	1.044
-2.0	0.307	0.777	0.895	0.959	0.980	0.990	0.995
-2.1	0.319	0.765	0.869	0.923	0.939	0.946	0.949
-2.2	0.330	0.752	0.844	0.888	0.900	0.905	0.907
-2.3	0.341	0.739	0.819	0.855	0.864	0.867	0.869
-2.4	0.351	0.725	0.795	0.823	0.830	0.832	0.833
-2.5	0.360	0.711	0.771	0.793	0.798	0.799	0.800
-2.6	0.368	0.696	0.747	0.764	0.768	0.769	0.769
-2.7	0.376	0.681	0.724	0.738	0.740	0.740	0.741
-2.8	0.384	0.666	0.702	0.712	0.714	0.714	0.714
-2.9	0.390	0.651	0.681	0.683	0.689	0.690	0.690
-3.0	0.396	0.636	0.666	0.666	0.666	0.667	0.667

Fuente: U. S. Water Resources Council (1981).

	Periodo de retorno	
	5 años	50 años
Lognormal ($C_s = 0$)	41,060	126,300
Log-Pearson Tipo III ($C_s = -0.07$)	41,170	121,990

Puede observarse que el efecto de incluir el pequeño coeficiente de asimetría negativa en los cálculos es el de alterar levemente el caudal estimado, y ese efecto es más pronunciado en $T = 50$ años que en $T = 5$ años. Otro aspecto de los resultados es que el es-

timativo para 50 años de periodo de retorno es alrededor de tres veces más grande que el estimativo para 5 años de periodo de retorno; para este ejemplo, el incremento en los caudales de creciente estimados es menor que el incremento proporcional en el periodo de retorno.

12.4 GRÁFICAS DE PROBABILIDAD

Como una verificación de que la distribución de probabilidad se ajusta a un conjunto de datos hidrológicos, éstos pueden graficarse en un *papel de probabilidad* diseñado especialmente o utilizando una escala de graficación que linealice la función de distribución. Luego, los datos graficados se ajustan por medio de una línea recta con propósitos de interpolación y extrapolación.

Papel de probabilidad

La probabilidad acumulada de una distribución teórica puede representarse gráficamente en un papel de probabilidad diseñado para la distribución. En uno de estos papeles las ordenadas usualmente representan el valor de x en una cierta escala y las abscisas representan la probabilidad $P(X \geq x)$ o $P(X < x)$, el periodo de retorno T o la variable reducida y_T . Las escalas para las ordenadas y las abscisas están diseñadas de tal manera que se espera que los datos que van a ser ajustados aparezcan cercanos a una línea recta. El propósito del uso del papel de probabilidad es el de linearizar la relación de probabilidad de tal manera que los datos graficados puedan ser fácilmente utilizados para interpolación, extrapolación o con propósitos de comparación. En el caso de la extrapolación, sin embargo, el efecto de varios errores se aumenta frecuentemente; por consiguiente, los hidrólogos deben alertarse contra tal práctica si no se tiene en cuenta algún tipo de consideración contra este efecto.

Posiciones de graficación

Una posición de graficación se refiere al valor de la probabilidad asignada a cada uno de los datos que van a graficarse. Se han propuesto numerosos métodos para la determinación de las posiciones de graficación, la mayoría de los cuales son empíricos. Si n es el número total de los valores que van a ser graficados y m es la posición de un valor en una lista ordenada por magnitud descendente, la probabilidad de excedencia del m -ésimo valor mayor, x_m , es, para un n grande,

$$P(X \geq x_m) = \frac{m}{n} \quad (12.4.1)$$

Sin embargo, esta fórmula simple (conocida como la fórmula de California) produce una probabilidad del ciento por ciento para $m = n$, que puede ser difícil de graficar en una escala de probabilidad. Como un ajuste, la anterior ecuación puede modificarse a

$$P(X \geq x_m) = \frac{m - 1}{n} \quad (12.4.2)$$

Aun cuando esta ecuación no produce una probabilidad del ciento por ciento, si produce una probabilidad de cero (para $m = 1$), lo cual también puede ser difícil de graficar en un papel de probabilidad.

Las dos ecuaciones anteriores representan los límites dentro de los cuales deberían localizarse las posiciones de graficación apropiadas. Un término medio entre estas dos ecuaciones es

$$P(X \geq x_m) = \frac{m - 0.5}{n} \quad (12.4.3)$$

la cual fue propuesta por primera vez por Hazen (1930). Otra ecuación intermedia (conocida como la de Chegodayev) ampliamente utilizada en Rusia y los países de Europa Oriental es

$$P(X \geq x_m) = \frac{m - 0.3}{n + 0.4} \quad (12.4.4)$$

La ecuación de Weibull es un término medio con una mejor justificación estadística. Si los n valores están uniformemente distribuidos entre el 0 y el 100% de probabilidad, entonces deben existir $n + 1$ intervalos, $n - 1$ entre los puntos de los datos y 2 en los extremos. Este sistema simple de graficación se expresa mediante la ecuación de Weibull:

$$P(X \geq x_m) = \frac{m}{n + 1} \quad (12.4.5)$$

indicando un periodo de retorno un año mayor que el periodo de retorno del registro del valor máximo.

En la práctica, para una serie de duración completa (empleando toda la información, no solamente los valores extremos seleccionados), se utiliza la ecuación (12.4.1), con n refiriéndose al número total de los ítems en la información en lugar de al número de años. Para series anuales máximas, la ecuación (12.4.5), la cual es equivalente a la siguiente ecuación para periodo de retorno, fue adoptada como el método estándar de posición de graficación por el U.S. Water Resources Council (1981):

$$T = \frac{n + 1}{m} \quad (12.4.6)$$

donde n se refiere al número de años en el registro.

La mayor parte de las fórmulas de posición de graficación están representadas en la siguiente forma:

$$P(X \geq x_m) = \frac{m - b}{n + 1 - 2b} \quad (12.4.7)$$

donde b es un parámetro. Por ejemplo, $b = 0.5$ para la fórmula de Hazen, $b = 0.3$ para la fórmula de Chegodayev, y $b = 0$ para la de Weibull. También, para algunos otros ejemplos $b = 3/8$ para la fórmula de Blom, $1/3$ para la de Tukey y 0.44 para la de Gringorten (véase Chow, 1964).

Cunnane (1978) estudió los diferentes métodos disponibles para las posiciones de graficación utilizando criterios de *varianza mínima* y *no sesgo*. Un método de graficación no sesgado es aquel que, si se utiliza para la graficación de un número grande de muestras de igual tamaño, resultará en que el promedio de los puntos gra-

ficados para cada valor de m cae en la línea de distribución teórica. Un método de graficación con varianza mínima es aquel que minimiza la varianza de los puntos graficados alrededor de la línea teórica. Cunnane concluyó que la ecuación de graficación de Weibull es sesgada y grafica los valores máximos de una muestra con períodos de retorno demasiado pequeños. Para datos normalmente distribuidos, él encontró que la posición de graficación ($b = 3/8$) de Blom (1958) está bastante cercana a ser no sesgada, mientras que para datos distribuidos de acuerdo con la distribución de Valor Extremo Tipo I, la fórmula de Gringorten ($b = 0.44$) (1963) es la mejor. Para la distribución log-Pearson Tipo III el valor óptimo de b depende del valor del coeficiente de asimetría, siendo mayor que $3/8$ cuando los datos tienen asimetría positiva y menor que $3/8$ cuando los datos tienen asimetría negativa. Las mismas posiciones de graficación pueden aplicarse a los logaritmos de los datos, cuando se utiliza la distribución lognormal, por ejemplo.

Una vez que la serie de datos ha sido identificada y ordenada y las posiciones de graficación calculadas, puede elaborarse una gráfica de magnitud (x) vs. probabilidad [$(P(X > x), P(X < x)$, o T] para ajustar gráficamente una distribución. Alternativamente, puede hacerse un ajuste analítico utilizando el método de los momentos y la línea ajustada resultante puede compararse con la información de la muestra.

Ejemplo 12.4.1 Desarrolle un análisis de graficación de probabilidad para los caudales máximos anuales del río Guadalupe cerca de Victoria, Texas, dados en la tabla 12.1.1. Compare los datos graficados con la distribución lognormal ajustada a ellos en el ejemplo 12.3.3.

TABLA 12.4.1
Graficación de probabilidades utilizando la distribución normal y la fórmula de Blom para los caudales máximos anuales en el río Guadalupe cerca de Victoria, Texas (ejemplo 12.4.1)

Columna:	1 Caudal	2 Rango	3 Probabilidad de excedencia	4 Variable normal estándar z	5 Log Q de la distribución log normal	6 Log Q de los datos
	Q (cfs)	m	$m - 3/8$ $n + 1/4$			
179,000	1	0.014	2.194	5.158	5.253	
70,000	2	0.037	1.790	4.995	4.845	
58,500	3	0.059	1.561	4.903	4.767	
58,300	4	0.082	1.393	4.835	4.766	
58,000	5	0.105	1.256	4.780	4.763	
.	
.	
.	
5,720	40	0.895	-1.256	3.768	3.757	
4,950	41	0.918	-1.393	3.714	3.695	
4,940	42	0.941	-1.561	3.646	3.694	
4,100	43	0.963	-1.790	3.553	3.613	
1,730	44	0.986	-2.194	3.391	3.238	

Solución. Primero los datos se ordenan del mayor caudal ($m = 1$) al menor ($m = 44$), tal como se muestra en las columnas 1 y 2 de la tabla 12.4.1. Se utiliza la ecuación de graficación de Blom, debido a que los logaritmos de los datos se están ajustando a una distribución normal. La ecuación de Blom utiliza $b = 3/8$ en la ecuación (12.4.7). Por ejemplo, para $m = 1$, la probabilidad de excedencia $P(Q \geq 179,000 \text{ cfs}) \approx (m - 3/8)/(n + 1 - 6/8) = (1 - 3/8)/(44 + 1/4) = 0.014$, tal como se muestra en la columna 3 de la tabla 12.4.1. El valor correspondiente de la variable normal estándar z se determina utilizando $p = 0.014$ en las ecuaciones (12.3.6) y (12.3.7) en la forma mostrada en el ejemplo 12.3.1; el resultado, $z = 2.194$, se lista en la columna 4 de la tabla. La magnitud de evento con la misma probabilidad de excedencia en la distribución lognormal ajustada se encuentra al utilizar el método del factor de frecuencia con $\bar{y} = 4.2743$, $s_y = 0.4027$ y $K_T = z = 2.194$; el resultado es $\log Q = 4.2743 + 2.194 \times 0.4027 = 5.158$ (columna 5). Este valor se compara con $\log Q$ para la observación, es decir, $\log(179,000) = 5.253$, tal como se muestra en la columna 6. Las observaciones están graficadas junto con la curva ajustada en la figura 12.4.1, en la cual el valor de la variable normal estándar se utiliza como el eje horizontal para linealizar la gráfica; esto es equivalente a utilizar un papel de graficación de probabilidad normal. La gráfica muestra que la línea ajustada es consistente con las observaciones, aun para la mayor con un valor de 179,000 cfs, el cual aparece bastante diferente al resto de los datos en la figura 12.1.1.

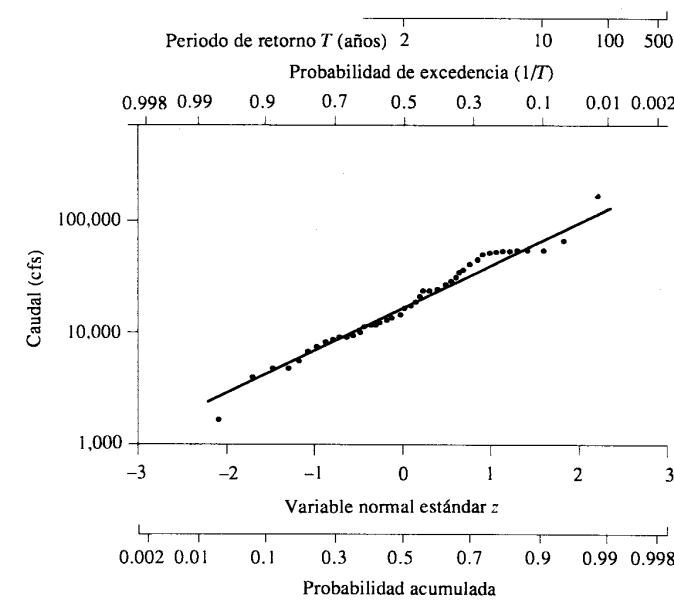


FIGURA 12.4.1

Caudal máximo anual para el río Guadalupe cerca de Victoria, Texas, graficado utilizando la fórmula de Blom en una escala probabilística para la distribución lognormal.

12.5 MÉTODO DEL WATER RESOURCES COUNCIL

El U.S. Water Resources Council* recomendó que la distribución log-Pearson Tipo III fuera utilizada como una distribución base para estudios de frecuencia de caudales de crecientes (U.S. Water Resources Council, 1967, 1976, 1977 y 1981; Benson, 1968). Esta decisión fue un intento para promover un método de determinación de frecuencias de caudales de crecientes consistente y uniforme para ser usado en toda la planificación federal que involucre recursos hídricos y de tierra relacionados. Sin embargo, la escogencia de la distribución log-Pearson Tipo III es subjetiva en alguna forma, en el sentido de que existen varios criterios que pueden emplearse para seleccionar la mejor distribución, y ninguna distribución de probabilidad es la mejor bajo todos los criterios.

Determinación del coeficiente de asimetría

El coeficiente de asimetría utilizado en el ajuste de la distribución log-Pearson Tipo III es muy sensible al tamaño de la muestra y, en particular, es difícil de estimar en forma acertada utilizando muestras pequeñas. Debido a esto, el Water Resources Council recomendó la utilización de un estimativo generalizado para el coeficiente de asimetría, C_w , basado en la ecuación

$$C_w = WC_s + (1 - W)C_m \quad (12.5.1)$$

donde W es un factor de ponderación, C_s es el coeficiente de asimetría calculado utilizando la información de la muestra y C_m es una asimetría de mapa, la cual es leída en un mapa tal como el que se muestra en la figura 12.5.1. El factor de ponderación W se calcula de tal manera que se minimice la varianza de C_w , como se explica a continuación.

Se supone que los estimativos de los coeficientes de asimetría de muestra y de asimetría de mapa en la ecuación (12.5.1) son independientes con la misma media y diferentes varianzas, $V(C_s)$ y $V(C_m)$. La varianza de la asimetría ponderada, $V(C_w)$, puede expresarse como

$$V(C_w) = W^2 V(C_s) + (1 - W)^2 V(C_m) \quad (12.5.2)$$

El valor de W que minimiza la varianza C_w puede determinarse diferenciando (12.5.2) con respecto a W y resolviendo $d[V(C_w)]/dW = 0$ para W con el fin de obtener

$$W = \frac{V(C_m)}{V(C_s) + V(C_m)} \quad (12.5.3)$$

La segunda derivada

$$\frac{d^2 V(C_w)}{dW^2} = 2[V(C_s) + V(C_m)] \quad (12.5.4)$$

* El U.S. Water Resources Council fue abolido en 1981. El trabajo de esta agencia en las pautas para determinar las frecuencias de flujos de crecientes fue asumido por el Interagency Advisory Committee on Water Data, U.S. Geological Survey, Reston, Virginia.

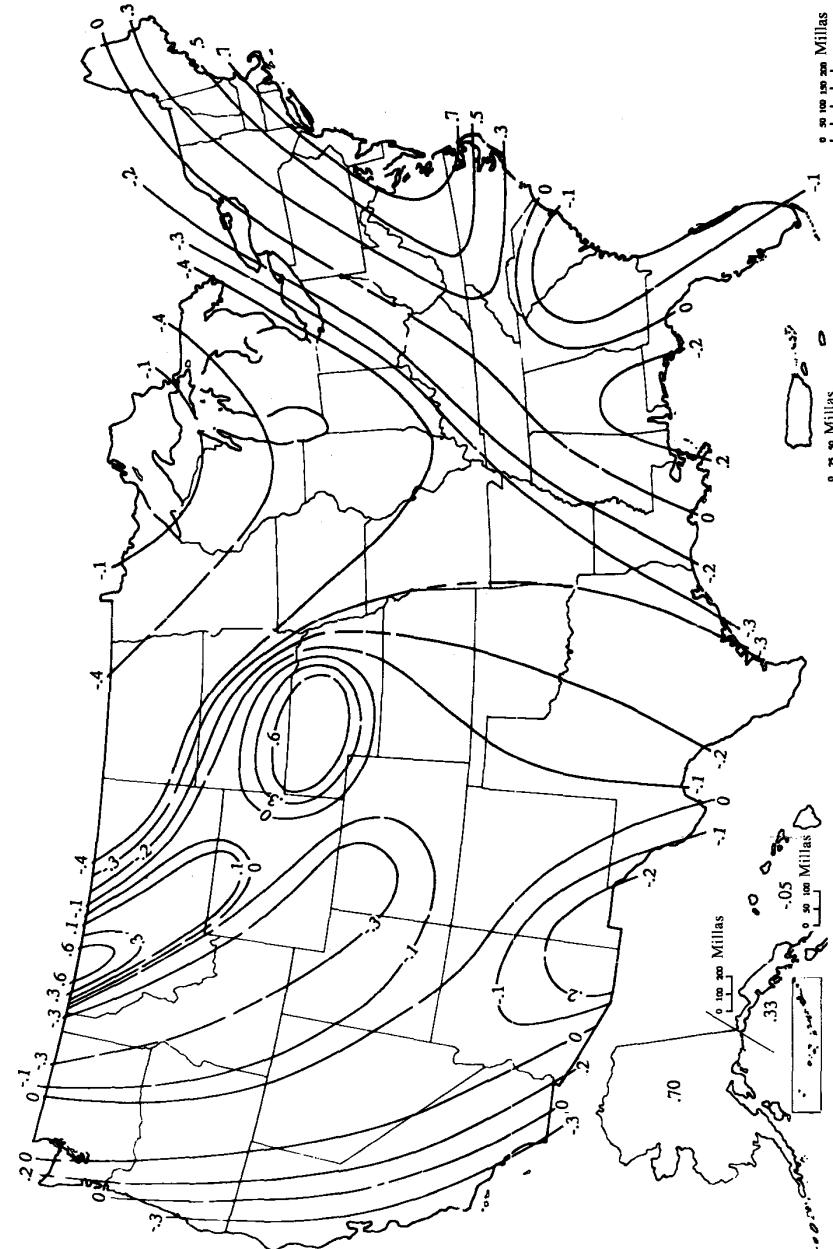


FIGURA 12.5.1
Coeficientes de asimetría generalizados de caudales máximos anuales. (Fuente: Guidelines for determining flood flow frequency, Bulletin 17B, Hydrology Subcommittee, Interagency Advisory Committee on Water Data, U. S. Geological Survey, Reston, Va. Revisado con correcciones marzo 1982).

es mayor que cero, confirmando que el peso dado por (12.5.3) minimiza la varianza de la asimetría, $V(C_w)$.

La determinación de W utilizando la ecuación (12.5.3) requiere el conocimiento de $V(C_m)$ y $V(C_s)$. $V(C_m)$ se estima del mapa del coeficiente de asimetría para los Estados Unidos como 0.3025. Alternativamente, $V(C_m)$ puede deducirse de un estudio de regresión que relacione la asimetría con las características fisiográficas y meteorológicas de las cuencas (Tung y Mays, 1981).

Sustituyendo la ecuación (12.5.3) en la ecuación (12.5.1), la asimetría ponderada C_w puede escribirse como

$$C_w = \frac{V(C_m)C_s + V(C_s)C_m}{V(C_m) + V(C_s)} \quad (12.5.5)$$

La varianza de la asimetría por estación C_s para las variables aleatorias log-Pearson Tipo III pueden obtenerse de los resultados de los experimentos Monte Carlo hechos por Wallis, Matalas & Slack (1974). Ellos demostraron que $V(C_s)$ de la asimetría logarítmica de estación es una función de la longitud del registro y de la asimetría de la población. Para usarse en el cálculo de C_w , esta función puede aproximarse, con suficiente exactitud, como

$$V(C_s) = 10^{A - B \log_{10}(n/10)} \quad (12.5.6)$$

donde

$$A = -0.33 + 0.08|C_s| \quad \text{si } |C_s| \leq 0.90 \quad (12.5.7a)$$

$$o \quad A = -0.52 + 0.30|C_s| \quad \text{si } |C_s| > 0.90 \quad (12.5.7b)$$

$$B = 0.94 - 0.26|C_s| \quad \text{si } |C_s| \leq 1.50 \quad (12.5.7c)$$

$$o \quad B = 0.55 \quad \text{si } |C_s| > 1.50 \quad (12.5.7d)$$

en las cuales $|C_s|$ es el valor absoluto de la simetría de estación (utilizada como un estimativo de la asimetría de población) y n es la longitud del registro en años.

Ejemplo 12.5.1 Determine la curva de frecuencia que contiene las magnitudes de crecientes estimadas con períodos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50 y 100 años utilizando el método del Water Resources Council para la información de la quebrada Walnut en Martin Luther King Boulevard, Austin, Texas, tal como se registra en la tabla 12.5.1.

Solución. Los datos mostrados en las columnas 1 y 2 de la tabla 12.5.1 cubren $n = 16$ años, desde 1967 a 1982.

Paso 1. Transforme la información de muestra, x_i , a sus valores logarítmicos, y_i ; es decir, sea $y_i = \log x_i$ para $i = 1, \dots, n$, tal como se muestra en la columna 3 de la tabla.

Paso 2. Calcule las estadísticas de la muestra. La media de los valores logarítmicos transformados es

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{58.22}{16} = 3.639$$

TABLA 12.5.1
Cálculo de las estadísticas para los logaritmos de los caudales máximos anuales de la quebrada Walnut (ejemplo 12.5.1)

Columna:	1	2	3	4	5
	Año	(cfs)	$y = \log x$	$(y - \bar{y})^2$	$(y - \bar{y})^3$
	1967	303	2.4814	1.3395	-1.5502
	1968	5,640	3.7513	0.0127	0.0014
	1969	1,050	3.0212	0.3814	-0.2356
	1970	6,020	3.7796	0.0198	0.0028
	1971	3,740	3.5729	0.0043	-0.0003
	1972	4,580	3.6609	0.0005	0.0000
	1973	5,140	3.7110	0.0052	0.0004
	1974	10,560	4.0237	0.1481	0.0570
	1975	12,840	4.1086	0.2207	0.1037
	1976	5,140	3.7110	0.0052	0.0004
	1977	2,520	3.4014	0.0564	-0.0134
	1978	1,730	3.2380	0.1606	-0.0644
	1979	12,400	4.0934	0.2067	0.0940
	1980	3,400	3.5315	0.0115	-0.0012
	1981	14,300	4.1553	0.2668	0.1378
	1982	9,540	3.9795	0.1161	0.0396
Total			58.2206	2.9555	-1.4280
$n = 16$			$\bar{y} = 3.6388$		

Utilizando la columna 4 de la tabla, la desviación estándar es

$$s_y = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right)^{1/2}$$

$$= \left(\frac{1}{15} 2.9555 \right)^{1/2}$$

$$= 0.4439$$

Utilizando la columna 5 de la tabla, el coeficiente de asimetría es

$$C_s = \frac{n \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^3}{(n-1)(n-2)s_y^3} = \frac{16 \times (-1.4280)}{15 \times 14 \times (0.4439)^3} = -1.244$$

Paso 3. Calcule la asimetría ponderada. La asimetría del mapa es -0.3, con base en la figura 12.5.1, en Austin, Texas. La varianza de la asimetría de estación puede calcularse utilizando la ecuación (12.5.6) en la siguiente forma. De la ecuación (12.5.7b) con $|C_s| > 0.90$

$$A = -0.52 + 0.30|-1.244| = -0.147$$

De (12.5.7c) con $|C_s| < 1.50$

$$B = 0.94 - 0.26| -1.244| = 0.617$$

Luego, utilizando (12.5.6)

$$V(C_s) = (10)^{-0.147 - 0.617 \log(16/10)} = 0.533$$

La varianza de la asimetría generalizada es $V(C_m) = 0.303$. El peso que debe aplicarse a C_s es $W = V(C_m)/[V(C_m) + V(C_s)] = 0.303/(0.303 + 0.533) = 0.362$, y el peso complementario que debe aplicarse a C_m es $1 - W = 1 - 0.362 = 0.638$. Entonces, de (12.5.1)

$$\begin{aligned} C_w &= WC_s + (1 - W)C_m \\ &= 0.362 \times (-1.244) + 0.638 \times (-0.3) \\ &= -0.64 \end{aligned}$$

Paso 4. Calcule las coordenadas de la curva de frecuencia. Los factores de frecuencia log-Pearson Tipo III K_T para los valores de coeficiente de asimetría de -0.6 y -0.7 se encuentran en la tabla 12.3.1. Los valores para $C_w = -0.64$ se encuentran por interpolación lineal tal como se hizo en el ejemplo 12.3.3, con los resultados presentados en la columna 2 de la tabla 12.5.2. El valor correspondiente de y_T se encuentra utilizando la ecuación (12.3.4) y se toma su antilogaritmo para determinar la magnitud de la creciente estimada. Por ejemplo, para $T = 100$ años, $K_T = 1.850$ y

TABLA 12.5.2
Resultados del análisis de frecuencia utilizando
el método del Water Resources Council
(ejemplos 12.5.1 y 12.5.2)

Columna:	1 Periodo de retorno T (años)	2 Factor de frecuencia K_T	3 $\log Q_T$	4 Estimativos de crecientes Q_T (cfs)	5 Q_T' (cfs)
	2	0.106	3.686	4,900	5,500
	5	0.857	4.019	10,500	10,000
	10	1.193	4.169	14,700	13,200
	25	1.512	4.310	20,400	17,600
	50	1.697	4.392	24,700	20,900
	100	1.850	4.460	28,900	24,200

Los valores en la columna 4 son los calculados sin ajustes por datos dudosos y los de la columna 5 los calculados después del ajuste por datos dudosos.

$$\begin{aligned} y_T &= \bar{y} + K_T s_y \\ &= 3.639 + 1.850 \times 0.4439 \\ &= 4.460 \end{aligned}$$

y $Q_T = (10)^{4.460} = 28,900$ cfs, tal como se muestra en las columnas 3 y 4 de la tabla. También se muestran estimativos de crecientes calculados en forma similar para los otros períodos de retorno requeridos.

Tal como se mostró en el ejemplo (12.3.3), el incremento en la magnitud de la creciente es menos que directamente proporcional al incremento en el periodo de retorno. Por ejemplo, un incremento en el periodo de retorno de 10 a 100 años aproximadamente duplica la magnitud de la creciente estimada en la tabla. Tal como se estableció previamente, las magnitudes de crecientes estimadas utilizando la distribución log-Pearson Tipo III son muy sensibles al valor del coeficiente de asimetría. Las magnitudes de crecientes para periodos de retorno mayores (50 y 100 años) son difíciles de estimar en forma confiable utilizando sólo 16 años de información.

Pruebas de datos dudosos

El método del Water Resources Council recomienda la realización de ajustes de datos dudosos. Los *datos dudosos* (*outliers*) son puntos de la información que se alejan significativamente de la tendencia de la información restante. La retención o eliminación de estos datos puede afectar significativamente la magnitud de los parámetros estadísticos calculados para la información, especialmente en muestras pequeñas. Los procedimientos para tratar los datos dudosos requieren un criterio que involucra consideraciones matemáticas e hidrológicas. De acuerdo con el Water Resources Council (1981), si la asimetría de estación es mayor que $+0.4$, se consideran primero las pruebas para detectar datos dudosos altos; si la asimetría de estación es menor que -0.4 , primero se consideran pruebas para detectar datos dudosos bajos. Cuando la asimetría de la estación está entre ± 0.4 , deben aplicarse pruebas para detectar datos dudosos altos y bajos antes de eliminar cualquier dato dudoso del conjunto de datos.

La siguiente ecuación de frecuencia puede utilizarse para detectar datos dudosos altos:

$$y_H = \bar{y} + K_n s_y \quad (12.5.8)$$

donde y_H es el umbral de dato dudoso alto en unidades logarítmicas y K_n es tal como se da en la tabla 12.5.3 para un tamaño de muestra n . Los valores de K_n dados en la tabla 12.5.3 se usan en *pruebas de un lado* para detectar datos dudosos en el nivel 10% de significancia en información normalmente distribuida. Si los logaritmos de los valores en una muestra son mayores que y_H en la anterior ecuación, entonces se consideran como datos dudosos altos. Picos de creciente considerados como datos dudosos altos deben compararse con la información histórica y de crecientes en sitios cercanos. La información histórica de crecientes contiene información de eventos inusualmente extremos, fuera del registro sistemático. De acuerdo con el Water Resources Council (1981), si existe información disponible que indica que un dato dudoso alto es el máximo sobre un periodo extendido, el dato dudoso es tratado como información histórica de crecientes y es excluido del análisis. Si no hay disponibilidad de información histórica útil para comparar con los datos dudosos altos, entonces éstos deben ser retenidos como parte del registro sistemático.

Una ecuación similar puede utilizarse para detectar los datos dudosos bajos:

$$y_L = \bar{y} - K_n s_y \quad (12.5.9)$$

TABLA 12.5.3
Valores K_n para la prueba de datos dudosos

| Tamaño de muestra n |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | K_n | | K_n |
| 10 | 2.036 | 24 | 2.467 |
| 11 | 2.088 | 25 | 2.486 |
| 12 | 2.134 | 26 | 2.502 |
| 13 | 2.175 | 27 | 2.519 |
| 14 | 2.213 | 28 | 2.534 |
| 15 | 2.247 | 29 | 2.549 |
| 16 | 2.279 | 30 | 2.563 |
| 17 | 2.309 | 31 | 2.577 |
| 18 | 2.335 | 32 | 2.591 |
| 19 | 2.361 | 33 | 2.604 |
| 20 | 2.385 | 34 | 2.616 |
| 21 | 2.408 | 35 | 2.628 |
| 22 | 2.429 | 36 | 2.639 |
| 23 | 2.448 | 37 | 2.650 |
| | | | 2.804 |

Fuente: U. S. Water Resources Council, 1981. Esta tabla contiene valores de K_n de un lado con un nivel de significancia del 10% para la distribución normal.

donde y_L es el umbral de datos dudosos bajos en unidades logarítmicas. Los picos de crecientes considerados como datos dudosos bajos se eliminan del registro y puede aplicarse un ajuste de probabilidad condicional descrito por el Water Resources Council (1981).

Ejemplo 12.5.2 Utilizando la información para el ejemplo de la quebrada Walnut (tabla 12.5.1), determine si existe cualquier dato dudoso alto o bajo en la muestra. Si este es el caso, omitálo del conjunto de datos y vuelva a calcular la curva de frecuencia de crecientes.

Solución.

Paso 1. Determine el valor del umbral para datos dudosos altos. De la tabla 12.5.3, $K_n = 2.279$ para $n = 16$ datos. De la ecuación (12.5.8) utilizando \bar{y} y s_y del ejemplo 12.5.1,

$$y_H = \bar{y} + K_n s_y = 3.639 + 2.279(0.4439) = 4.651$$

Entonces

$$Q_H = (10)^{4.651} = 44,735 \text{ cfs}$$

El mayor valor registrado (14,300 cfs en la tabla 12.5.1) no excede el valor del umbral, luego no existen datos dudosos altos en esta muestra.

Paso 2. Determine el valor del umbral para datos dudosos bajos. El mismo valor de K_n es utilizado:

$$y_L = \bar{y} - K_n s_y = 3.639 - 2.279(0.4439) = 2.627$$

$$Q_L = (10)^{2.627} = 424 \text{ cfs}$$

ANÁLISIS DE FRECUENCIA

El flujo pico de 1967 con 303 cfs es menor que Q_L por lo cual se considera como un dato dudoso bajo.

Paso 3. El dato dudoso bajo es eliminado de la muestra y se repite el análisis de frecuencia utilizando el mismo procedimiento que en el ejemplo 12.5.1. Las estadísticas para los logaritmos del nuevo conjunto de datos, ahora reducido a 15 valores, son $\bar{y} = 3.716$, $s_y = 0.3302$ y $C_s = -0.545$. Puede verse que la omisión del valor en 303 cfs ha alterado significativamente el valor de asimetría calculado (del valor de -1.24 encontrado en el ejemplo 12.5.1). La asimetría por mapa permanece igual a -0.3 para Austin, Texas, y la asimetría ponderada revisada es $C_w = -0.41$. Los valores de K_T se interpolan en la tabla 12.3.1 para los períodos de retorno requeridos, y los estimativos del flujo de creciente correspondiente se calculan como Q'_T , tal como se muestra en la columna 5 de la tabla 12.5.2. Comparando estos valores con aquellos dados en la columna 4 para el conjunto completo de datos, puede verse que el efecto de eliminar los datos dudosos bajos en este ejemplo es disminuir los estimativos de creciente para largos períodos de retorno.

Programa de computador HECWRC

El programa de computador HECWRC (U.S. Army Corps of Engineers, 1982) lleva a cabo el análisis de frecuencia de flujos de creciente para series de crecientes máximas anuales de acuerdo con U.S. Water Resources Council Bulletin 17B (1981). Este programa se encuentra disponible en el U.S. Army Corps of Engineers Hydrologic Engineering Center en Davis, California, en versiones para computadores grandes y microcomputadores.

12.6 ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

La confiabilidad de los resultados de un análisis de frecuencia depende de qué tan bien se aplica el modelo probabilístico supuesto a un conjunto de datos hidrológicos dado.

Límites de confianza

Los estimativos estadísticos usualmente se presentan con un rango, o *intervalo de confianza*, dentro del cual razonablemente puede esperarse que caiga el valor correcto. El tamaño del intervalo de confianza depende del *nivel de confianza* β . Los valores extremos superior e inferior del intervalo de confianza se conocen como los *límites de confianza* (véase la figura 12.6.1).

A cada nivel de confianza β corresponde un *nivel de significancia* α , dado por

$$\alpha = \frac{1 - \beta}{2} \quad (12.6.1)$$

Por ejemplo, si $\beta = 90\%$, entonces $\alpha = (1 - 0.9)/2 = 0.05$, o 5%.

Para estimar la magnitud del evento con un periodo de retorno T , el límite superior $L_{T,\alpha}$ y el límite inferior $U_{T,\alpha}$ pueden especificarse ajustando la ecuación del factor de frecuencia:

$$U_{T,\alpha} = \bar{y} + s_y K_{T,\alpha}^U \quad (12.6.2)$$

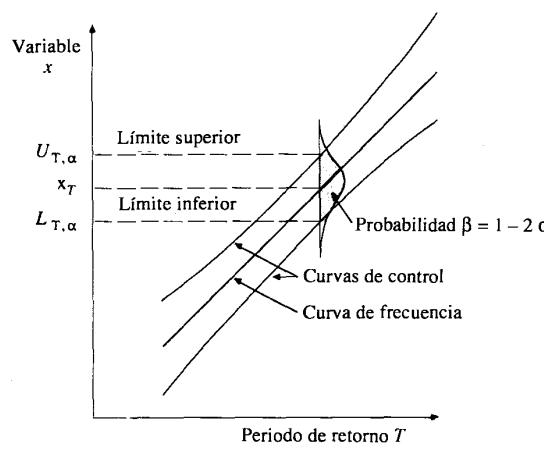


FIGURA 12.6.1
Definición de los límites de confianza.

y

$$L_{T,\alpha} = \bar{y} + s_y K_{T,\alpha}^U \quad (12.6.3)$$

donde $K_{T,\alpha}^U$ y $K_{T,\alpha}^L$ son los factores de los límites de confianza superior e inferior, los cuales pueden determinarse para unos datos distribuidos normalmente utilizando la distribución no central t (Kendall y Stuart, 1967). Los mismos factores se utilizan para construir límites de confianza aproximados para la distribución Pearson Tipo III. Valores aproximados para estos factores se encuentran utilizando las siguientes ecuaciones (Natrella, 1963; U.S. Water Resources Council, 1981):

$$K_{T,\alpha}^U = \frac{K_T + \sqrt{K_T^2 - ab}}{a} \quad (12.6.4)$$

$$K_{T,\alpha}^L = \frac{K_T - \sqrt{K_T^2 - ab}}{a} \quad (12.6.5)$$

en las cuales

$$a = 1 - \frac{z_\alpha^2}{2(n-1)} \quad (12.6.6)$$

y

$$b = K_T^2 - \frac{z_\alpha^2}{n} \quad (12.6.7)$$

La cantidad z_α es la variable normal estándar con una probabilidad de excedencia α .

Ejemplo 12.6.1 Determine los límites de confianza del 90% para el caudal de 100 años en la quebrada Walnut, utilizando los datos presentados en el ejemplo 12.5.1. La media

logarítmica, la desviación estándar y el coeficiente de asimetría son 3.639, 0.4439 y -0.64, respectivamente, para los 16 años de información.

Solución. Para $\beta = 0.9$, $\alpha = 0.05$ y la variable normal estándar requerida z_α tiene una probabilidad de excedencia de 0.05 o una probabilidad acumulada de 0.95. De la tabla 11.2.1, el valor requerido es $z_\alpha = 1.645$. El factor de frecuencia K_T para $T = 100$ años se calculó en el ejemplo 12.5.1 como $K_{100} = 1.850$. Por tanto utilizando las ecuaciones (12.6.4) a (12.6.7)

$$a = 1 - \frac{z_\alpha^2}{2(n-1)} = 1 - \frac{(1.645)^2}{2(16-1)} = 0.9098$$

$$b = K_T^2 - \frac{z_\alpha^2}{n} = (1.850)^2 - \frac{(1.645)^2}{16} = 3.253$$

$$K_{100,0.05}^U = \frac{K_T + \sqrt{K_T^2 - ab}}{a} = \frac{1.850 + [(1.850)^2 - 0.9098 \times 3.253]^{1/2}}{0.9098} \\ = 2.781$$

$$K_{100,0.05}^L = \frac{K_T - \sqrt{K_T^2 - ab}}{a} = \frac{1.850 - [(1.850)^2 - 0.9098 \times 3.253]^{1/2}}{0.9098} \\ = 1.286$$

Los límites de confianza se calculan utilizando las ecuaciones (12.6.2) y (12.6.3):

$$U_{100,0.05} = \bar{y} + s_y K_{100,0.05}^U \\ = 3.639 + 0.4439 \times 2.781 \\ = 4.874$$

$$L_{100,0.05} = \bar{y} + s_y K_{100,0.05}^L \\ = 3.639 + 0.4439 \times 1.286 \\ = 4.210$$

Los caudales correspondientes a los límites superior e inferior son $(10)^{4.874} = 74,820 \text{ cfs}$ y $(10)^{4.210} = 16,200 \text{ cfs}$, respectivamente, comparados con una magnitud de evento estimada de 28,900 cfs tal como se muestra en la tabla 12.5.2. El intervalo de confianza es, en este caso, bastante amplio debido a que el tamaño de la muestra es pequeño. A medida que el tamaño de la muestra aumenta, el ancho del intervalo de confianza alrededor de la magnitud de creciente estimada será menor.

Error estándar

El *error estándar de un estimativo* s_e es una medida de la desviación estándar de las magnitudes de eventos calculadas mediante muestras con respecto a la magnitud verdadera del evento. Las ecuaciones para el cálculo del error estándar de estimativos para las distribuciones normales y de Valor Extremo Tipo I son (Kite, 1977): Normal

$$s_e = \left(\frac{2 + z^2}{n} \right)^{1/2} s \quad (12.6.8)$$

Valor Extremo Tipo I

$$s_e = \left[\frac{1}{n} (1 + 1.1396 K_T + 1.1000 K_T^2) \right]^{1/2} s \quad (12.6.9)$$

donde s es la desviación estándar de la muestra original de tamaño n . Los errores estándar pueden utilizarse para construir límites de confianza en una forma similar a la mostrada en el ejemplo 12.6.1, excepto que en este caso los límites de confianza para niveles de significancia α están definidos como $x_T \pm s_e z_\alpha$.

Ejemplo 12.6.2 Investigue el error estándar de un estimativo y los límites de confianza del 90% para el periodo de retorno de 5 años y la lluvia de 10 minutos de duración en Chicago, Illinois. Del ejemplo 12.3.2, la profundidad de 5 años estimada es $x_T = 0.78$ pulg; también $s = 0.177$ pulg, $K_T = 0.719$ y $n = 35$.

Solución. Para la distribución de Valor Extremo Tipo I el error estándar se calcula utilizando la ecuación (12.6.9)

$$\begin{aligned} s_e &= \left[\frac{1}{n} (1 + 1.1396 K_T + 1.1000 K_T^2) \right]^{1/2} s \\ &= \left\{ \frac{1}{35} [1 + 1.1396 \times 0.719 + 1.1000 \times (0.719)^2] \right\}^{1/2} \times 0.177 \\ &= 0.046 \text{ pulg} \end{aligned}$$

Los límites de confianza del 90%, con $z_\alpha = 1.645$ para $\alpha = 0.05$ son $x_T \pm s_e z_\alpha = 0.78 \pm 0.046 \times 1.645 = 0.70$ y 0.86 pulg. Luego la estimación para la lluvia con periodo de retorno de 5 años y duración de 10 minutos en Chicago es 0.78 pulg con límites de confianza del 90% de [0.70, 0.86] pulg.

Probabilidad esperada

La *probabilidad esperada* se define como el promedio de las probabilidades de excedencia verdaderas para todos los estimativos de magnitud que pueden hacerse sobre muestras sucesivas de un tamaño especificado para una frecuencia de crecientes especificada (Beard, 1960; U.S. Water Resources Council, 1981). El estimativo de magnitud de creciente calculado para una muestra es aproximadamente igual a la mediana de todos los estimativos posibles; es decir, existe una posibilidad aproximadamente igual de que la magnitud verdadera sea mayor o menor que la magnitud estimada. Debido a que la distribución de probabilidad del estimativo tiene asimetría positiva, el promedio de las magnitudes calculadas de muchas muestras es mayor que la mediana. Esta asimetría aparece debido a que la magnitud de creciente tiene a cero como límite inferior pero no tiene límite superior.

La consecuencia de la discrepancia entre la mediana y la creciente promedio estimada es que, si sobre una región se hace un número grande de estimativos de magnitud de crecientes, en promedio ocurrirán más crecientes con periodo de retorno de 100 años que lo esperado (Beard, 1978). La probabilidad de ocurrencia espe-

rada para eventos de creciente en cualquier año puede estimarse, para eventos con periodo de retorno nominal T , utilizando las siguientes ecuaciones, las cuales están deducidas para la distribución normal y se aplican en forma aproximada a la distribución Pearson Tipo III (Beard, 1960; Hardison y Jennings, 1972).

Para una muestra de tamaño n la probabilidad esperada para la distribución normal se expresa como

$$E(P_n) = P \left[t_{n-1} > z \left(\frac{n}{n+1} \right)^{1/2} \right] \quad (12.6.10)$$

donde z es la variable normal estándar para la probabilidad de excedencia esperada y t_{n-1} es la estadística t de student con $n - 1$ grados de libertad. Los cálculos pueden llevarse a cabo utilizando las tablas apropiadas para t_{n-1} y z . Estos cálculos también pueden realizarse utilizando las siguientes ecuaciones (U.S. Water Resources Council, 1981; U.S. Army Corps of Engineers, 1972).

T (años)	Probabilidad de excedencia	Probabilidad esperada $E(P_n)$
1000	0.001	$0.001 \left(1.0 + \frac{280}{n^{1.55}} \right)$ (12.6.11a)
100	0.01	$0.01 \left(1.0 + \frac{26}{n^{1.16}} \right)$ (12.6.11b)
20	0.05	$0.05 \left(1.0 + \frac{6}{n^{1.04}} \right)$ (12.6.11c)
10	0.10	$0.10 \left(1.0 + \frac{3}{n^{1.04}} \right)$ (12.6.11d)
3.33	0.30	$0.30 \left(1.0 + \frac{0.46}{n^{0.925}} \right)$ (12.6.11e)

Ejemplo 12.6.3. Determine la probabilidad esperada para el caudal de 100 años para la quebrada Walnut utilizando la información dada en el ejemplo 12.5.1 ($n = 16$).

Solución. Para $T = 100$ años, se utiliza la ecuación (12.6.11b) para obtener

$$E(P_n) = 0.01 \left(1 + \frac{26}{n^{1.16}} \right) = 0.01 \left(1 + \frac{26}{(16)^{1.16}} \right) = 0.020$$

De acuerdo con el ajuste anterior el caudal de 100 años tiene una probabilidad esperada de 0.02 (no 0.01) o un periodo de retorno de $1/0.02 = 50$ años.

REFERENCIAS

- Abramowitz, M., and Stegun, I. A., *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New York, 1965.
- Beard, L. R., Probability estimates based on small normal distribution samples, *J. Geophys. Res.*, vol. 65, No. 7, pp. 2143-2148, 1960.
- Beard, L. R., Statistical methods in hydrology, U. S. Army Corps of Engineers, January 1962.
- Beard, L. R., Impact of hydrologic uncertainties on flood insurance, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 104, No. HY11, pp. 1473-1484, 1978.
- Benson, M. A., Uniform flood-frequency estimating methods for federal agencies, *Water Resour. Res.*, vol. 4, No. 5, pp. 891-908, 1968.
- Blom, G., *Statistical Estimates and Transformed Beta Variables*, Wiley, New York, pp. 68-75, and 143-146, 1958.
- Chow, V. T., A general formula for hydrologic frequency analysis, *Trans. Am. Geophysical Union*, vol. 32, No. 2, pp. 231-237, 1951.
- Chow, V. T., Frequency analysis of hydrologic data with special application to rainfall intensities. bulletin No. 414, University of Illinois Eng. Expt. Station, 1953.
- Chow, V. T., The log-probability law and its engineering applications, *Proc. Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 80, No. 536, pp. 1-25, September 1954.
- Chow, V. T., Statistical and probability analysis of hydrologic data, sec. 8-I in *Handbook of Applied Hydrology*, ed. by V. T. Chow MacGraw-Hill, New York, 1964.
- Cunnane, C., Unbiased plotting positions -a review, *J. Hydrol.*, vol. 37, pp. 205-222, 1978.
- Gringorten, I. I., A plotting rule for extreme probability paper, *J. Geophys. Res.*, vol. 68, No. 3 pp. 813-814, 1963.
- Gumbel, E. J., The statistical theory of droughts, *Proc. Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 80, pp. 439-1 to 439-19, 1954.
- Gumbel, E. J., Statistical forecast of droughts, *Bull. Int. Assn. Sci. Hydrol.* 8th year, No. 1, pp. 5-23, 1963.
- Hardison, C. H., and M. E. Jennings, Bias in computed flood risk, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 98, No. HY3, pp. 415-427, March 1972.
- Hazen, A., *Flood Flows, a Study of Frequencies and Magnitudes*, Wiley, New York, 1930.
- Kendall, M. G., and A. Stuart, *The Advanced Theory of Statistics*, vol. 2, 2nd, ed., Hafner, New York, 1967.
- Kite, G. W., *Frequency and Risk Analysis in Hydrology*, Water Resources Publications. Fort Collins, Colo., 1977.
- Natrella, M. G., *Experimental Statistics*, National Bureau of Standards Handbook 91, 1963.
- Natural Environment Research Council, Flood studies report, vol. 1, hydrological studies, Natural Environment Research Council, London (available from Institute of Hydrology, Wallingford, Oxon, England), 1975.
- Tomlinson, A. I., The frequency of high intensity rainfalls in New Zealand, *Water and Soil Tech. Publ.*, No. 19, Ministry of Works and Development, Wellington, New Zealand, 1980.
- Tung, Y.-K., and L. W. Mays, Reducing hydrologic parameter uncertainty, *J. Water Res. Planning and Management Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 107, No. WRI, pp. 245-262, March 1981.
- U. S. Army Corps of Engineers Hydrologic Engineering, Regional frequency computation, generalized computer program, Davis, California, July 1972.
- U. S. Army Corps of Engineers Hydrologic Engineering Center, Flood flow frequency analysis, computer program 723-X6-L7550 user's manual, Davis, California, February 1982.
- U. S. Water Resources Council, A uniform technique for determining flood flow frequencies, bulletin 15, Washington, D.C., 1967.
- U. S. Water Resources Council, Guidelines for determining flood flow frequency, bulletin 17, Washington, D.C., 1976.
- U. S. Water Resources Council, Guidelines for determining flood flow frequency, bulletin 17A, Washington, D.C., 1977.
- U. S. Water Resources Council (now called Interagency Advisory Committee on Water Data), Guidelines for determining flood flow frequency, bulletin 17B, available from Office of Water Data Coordination, U.S. Geological Survey, Reston, VA 22092, 1981.
- Wallis, J. R., N. C. Matalas, and J. R. Slack, Just a moment, *Water Resour. Res.*, vol. 10, No. 2, pp. 211-219, April 1974.

ANÁLISIS DE FRECUENCIA

PROBLEMAS

- 12.1.1** Estime el periodo de retorno de un caudal máximo anual de 40,000 cfs utilizando los datos dados en la tabla 12.1.1.
- 12.1.2** Estime el periodo de retorno para caudales máximos anuales de 10,000, 20,000, 30,000, 40,000 y 50,000 cfs para el río Guadalupe en Victoria, Texas, utilizando los datos dados en la tabla 12.1.1. Elabore una gráfica de caudal de creciente de vs. periodo de retorno utilizando estos resultados.
- 12.1.3** Calcule la probabilidad de que ocurra una creciente de 100 años de periodo de retorno en un sitio dado al menos una vez durante los próximos 5, 10, 50 y 100 años. ¿Cuál es la posibilidad de que no ocurra una creciente de 100 años de periodo de retorno en ese mismo sitio durante los próximos 100 años?
- 12.1.4** ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra una creciente de cinco años: a) en el próximo año; b) al menos una vez durante los próximos cinco años, y c) al menos una vez durante los próximos 50 años?
- 12.2.1** Calcule la lluvia de 10 minutos de duración con periodos de retorno de 20 y 100 años en Chicago, utilizando los datos dados en la tabla 12.2.1. Utilice una distribución de Valor Extremo Tipo I.
- 12.3.1** a) Para la serie de máximos anuales dada a continuación, determine los caudales pico de 25, 50 y 100 años de periodo de retorno utilizando la distribución de Valor Extremo Tipo I.

Año	1	2	3	4	5	6	7
Caudal Pico (cfs)	4,780	1,520	9,260	17,600	4,300	21,200	12,000
Año	8	9	10	11	12	13	14
Caudal Pico	2,840	2,120	3,170	3,490	3,920	3,310	13,200
Año	15	16	17	18	19	20	21
Caudal Pico	9,700	3,380	9,540	12,200	20,400	7,960	15,000
Año	22	23	24	25	26	27	
Caudal Pico	3,930	3,840	4,470	16,000	6,540	4,130	

- b) Determine el riesgo de que ocurra un caudal que iguale o exceda 25,000 cfs en ese sitio durante los próximos 15 años.
- c) Determine el periodo de retorno para un caudal de 15,000 cfs.
- 12.3.2** Los caudales máximos tal como se registraron en una estación hidrométrica en un río son los siguientes:
- Seleccione la serie anual máxima para este conjunto de datos. Ajustando los datos anuales máximos a una distribución de Valor Extremo Tipo I, determine los caudales con periodos de retorno de 10, 50 y 100 años.
- 12.3.3** Seleccione la serie anual de excedencia utilizando los datos dados en el problema 12.3.2 y calcule los valores del caudal con periodos de retorno de 10, 50 y 100 años utilizando la distribución de Valor Extremo Tipo I. Compare los valores calculados con los obtenidos en el problema 12.3.2.
- 12.3.4** Resuelva el problema 12.3.2 utilizando la distribución lognormal.
- 12.3.5** Resuelva el problema 12.3.2 utilizando la distribución log-Pearson Tipo III.

Fecha de ocurrencia	Caudal (cfs)	Fecha de ocurrencia	Caudal (cfs)
1940 junio 23	908	1944 feb. 26	1,610
1941 feb. 13	1,930	1944 marzo 13	4,160
1941 marzo 20	3,010	1945 mayo 14	770
1941 mayo 31	2,670	1946 enero 5	5,980
1941 junio 3	2,720	1946 enero 9	2,410
1941 junio 28	2,570	1946 marzo 5	1,650
1941 sept. 8	1,930	1947 marzo 13	1,260
1941 oct. 23	2,270	1948 feb. 28	4,630
1942 junio 3	1,770	1948 marzo 15	2,690
1942 junio 10	1,770	1948 marzo 19	4,160
1942 junio 11	1,970	1949 enero 4	1,680
1942 sept. 3	1,570	1949 enero 15	1,640
1942 dic. 27	3,850	1949 feb. 13	2,310
1943 feb. 20	2,650	1949 feb. 18	3,300
1943 marzo 15	2,450	1949 feb. 24	3,460
1943 junio 2	1,290	1950 enero 25	3,050
1943 junio 20	1,200	1950 marzo 5	2,880
1943 ago. 2	1,200	1950 junio 2	1,450
1944 feb. 23	1,490		

- 12.3.6 Los registros de caudales máximos anuales en una estación de aforo son los siguientes:

Año	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969
Caudal (m ³ /s)	45.3	27.5	16.9	41.1	31.2	19.9	22.7	59.0	35.4

Determine, utilizando la distribución lognormal,

- La probabilidad de que no sea excedido un flujo pico anual de 42.5 m³/s.
- El periodo de retorno de un caudal de 42.5 m³/s.
- La magnitud de la creciente con periodo de retorno de 20 años.

- 12.3.7 Demuestre que el factor de frecuencia para la distribución de Valor Extremo Tipo I está dado por

$$K_T = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[0.5772 + \ln \left(\ln \frac{T}{T-1} \right) \right]$$

- 12.4.1 Grafique los datos de caudales máximos anuales para la quebrada Walnut dados en la tabla 12.5.1 sobre una escala de probabilidad lognormal utilizando la ecuación de graficación de Blom.

- 12.4.2 Resuelva el problema 12.4.1 utilizando la ecuación de graficación de Walnut y compare los resultados de las dos ecuaciones de graficación.

ANÁLISIS DE FRECUENCIA

- 12.4.3 Grafique los datos en el problema 12.3.1 en una escala de probabilidad de Valor Extremo Tipo I utilizando la variable reducida y como el eje horizontal y el caudal como el eje vertical. Utilice la ecuación de graficación de Gringorten.
- 12.4.4 Resuelva el problema 12.4.3 utilizando la ecuación de graficación de Weibull y compare los resultados de las dos ecuaciones de graficación.
- 12.5.1 Desarrolle un análisis de frecuencia para el caudal máximo anual en la quebrada Walnut utilizando los datos dados en la tabla 12.5.1 y empleando la distribución log-Pearson Tipo III sin las correcciones por asimetría y por datos dudosos recomendadas por el U.S. Water Resources Council. Compare los resultados con aquellos mostrados en la tabla 12.5.2 para eventos con períodos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50 y 100 años.
- 12.5.2 Utilizando la distribución log-Pearson Tipo III y la información hidrológica dada en la siguiente tabla, calcule las crecientes máximas anuales con períodos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50 y 100 años en el río Leaf, Illinois. Utilice el método del U.S. Water Resources Council para asimetría y para verificación de datos dudosos. La asimetría de mapa para el río Leaf es $C_m = -0.4$.

Caudales máximos anuales para el río Leaf, Illinois

Año	1940	1941	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950
Caudal (cfs)	2,160	3,210	3,070	4,000	3,830	978	6,090	1,150	6,510	3,070	3,360

- 12.5.3 Utilizando los flujos anuales máximos que se dan a continuación para la quebrada Mills cerca de Los Molinos, California, determine los caudales máximos con período de retorno de 2, 10, 25, 50 y 100 años utilizando la distribución log-Pearson Tipo III y los ajustes por asimetría del U.S. Water Resources Council. La asimetría de mapa en Los Molinos es $C_m = 0$.

Año	1929	1930	1931	1932	1933	1934	1935	1936
Caudal (cfs)	1,520	6,000	1,500	5,440	1,080	2,630	4,010	4,380
Año	1937	1938	1939	1940	1941	1942	1943	1944
Caudal	3,310	23,000	1,260	11,400	12,200	11,000	6,970	3,220
Año	1945	1946	1947	1948	1949	1950	1951	1952
Caudal	3,230	6,180	4,070	7,320	3,870	4,430	3,870	5,280
Año	1953	1954	1955	1956	1957	1958		
Caudal	7,710	4,910	2,480	9,180	6,150	6,880		

Las estadísticas para los logaritmos con base 10 para estos datos son: media 3.6656, desviación estándar 0.3031, coeficiente de asimetría -0.165.

- 12.5.4 El registro hidrométrico para la quebrada Fishkill en Beacon, New York, tiene una media para caudales transformados ($\log Q$) de 3.3684, una desviación estándar para caudales transformados de 0.2456 y un coeficiente de asimetría para caudales transformados de 0.7300. El registro está dado en cfs y se basa en 24 valores.
- Determine el caudal de creciente con períodos de retorno de 2, 10 y 100 años utilizando la distribución lognormal.
 - Determine los caudales de creciente con los mismos períodos de retorno utilizando la asimetría de muestra para la distribución log-Pearson Tipo III.

- c) Determine los caudales de creciente utilizando el procedimiento recomendado por el U.S. Water Resources Council. La asimetría de mapa es 0.6. Compare los resultados obtenidos en las partes a), b) y c).
- 12.5.5** Utilice el método del U.S. Water Resources Council para determinar los caudales pico con períodos de retorno de 2, 10, 25, 50 y 100 años para el registro hidrométrico del río San Gabriel en Georgetown, Texas. La asimetría de mapa es -0.3

Año	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941	1942
Caudal (cfs)	25,100	32,400	16,300	24,800	903	34,500	30,000	18,600
Año	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950
Caudal	7,800	37,500	10,300	8,000	21,000	14,000	6,600	5,080
Año	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958
Caudal	5,350	11,000	14,300	24,200	12,400	5,660	155,000	21,800
Año	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966
Caudal	3,080	71,500	22,800	4,040	858	13,800	26,700	5,480
Año	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	
Caudal	1,900	21,800	20,700	11,200	9,640	4,790	18,100	

- 12.5.6** Resuelva el problema 12.5.5 utilizando el programa de computador HECWRC del U.S. Army Corps of Engineers para el análisis de frecuencia de crecientes con la distribución log-Pearson Tipo III.
- 12.5.7** Utilice el método del U.S. Water Resources Council para determinar los caudales pico con períodos de retorno de 2, 10, 25, 50 y 100 años para el registro hidrométrico (tabla 12.1.1) del río Guadalupe en Victoria, Texas. El coeficiente de asimetría es -0.3.
- 12.5.8** Resuelva el problema 12.5.7 utilizando el programa de computador HECWRC del U.S. Army Corps of Engineers para el análisis de frecuencia de crecientes con la distribución log-Pearson III.
- 12.6.1** Grafique los límites de confianza del 90% de la curva de frecuencia de crecientes para la información en la quebrada Walnut dada en la tabla 12.5.1. Considere períodos de retorno de 2, 10, 25, 50 y 100 años.
- 12.6.2** Grafique los límites de confianza del 90% de la curva de frecuencia de crecientes para el registro hidrométrico de Los Molinos, California (problema 12.5.3). Considere períodos de retorno de 2, 10, 25, 50 y 100 años.
- 12.6.3** Grafique los límites de confianza del 90% de la curva de frecuencia de crecientes para el río San Gabriel, en Georgetown, Texas (problema 12.5.5). Considere períodos de retorno de 2, 10, 25, 50 y 100 años.
- 12.6.4** Grafique los límites de confianza del 90% de la curva de frecuencia de crecientes para el río Guadalupe, en Victoria, Texas (problema 12.5.7).
- 12.6.5** Determine la probabilidad esperada para un evento de 10 años de periodo de retorno utilizando la información de la quebrada Walnut (tabla 12.5.1).
- 12.6.6** Determine la probabilidad esperada para crecientes con períodos de retorno de 10 y 100 años en el río Guadalupe, en Victoria, Texas (datos dados en la tabla 12.1.1).
- 12.6.7** Determine la probabilidad esperada para caudales estimados con períodos de retorno de 10 y 100 años para el río San Gabriel, en Georgetown, Texas (problema 12.5.5).

CAPÍTULO

13

DISEÑO HIDROLÓGICO

El diseño hidrológico es el proceso de evaluación del impacto de los eventos hidrológicos en un sistema de recursos hidráulicos y de escogencia de valores para las variables importantes del sistema para que éste se comporte adecuadamente. El diseño hidrológico puede utilizarse para desarrollar esquemas de una nueva estructura, como un dique para el control de crecientes, o para desarrollar programas de manejo y administración para controlar mejor un sistema existente, por ejemplo, produciendo un mapa de la planicie de inundación para limitar la construcción cerca de un río. Aparte de la hidrología, existen muchos factores que están envueltos en los diseños de sistemas de recursos hidráulicos; éstos incluyen la seguridad y salud pública, la economía, la estética, los aspectos legales y factores de ingeniería tales como diseños geotécnicos y estructurales. A pesar de que la principal preocupación del hidrólogo es el flujo de agua a través de un sistema, siempre debe tener presentes dichos factores y la forma como podría afectarlos la operación hidrológica del sistema. En este sentido, el diseño hidrológico es un tema más amplio que el análisis hidrológico desarrollado en los capítulos previos.

13.1 ESCALA DEL DISEÑO HIDROLÓGICO

Los fines de la planeación y el manejo de los recursos hidráulicos pueden clasificarse en dos categorías. Una es el *control del agua*, tal como el drenaje, el control de crecientes, la disminución de contaminación, el control de insectos, el control de sedimentos y el control de salinidad. El otro es el *uso de agua* y su manejo, como en el suministro de agua doméstica e industrial, la irrigación, la generación hidroeléctrica, la recreación y el mejoramiento de la vida silvestre, el aumento de los caudales bajos para el manejo de la calidad del agua y el manejo integral de la cuenca. En ambos casos, la tarea del hidrólogo es la misma, es decir, determinar un caudal de entrada de diseño, transitarlo a través del sistema y verificar que los valores del caudal de salida sean satisfactorios. La diferencia entre los dos casos es que el diseño para el control de agua usualmente está relacionado con eventos extremos de

corta duración tales como los caudales picos instantáneos en una creciente o el caudal mínimo durante un periodo de unos pocos días en una estación seca, mientras que el diseño para el uso de agua está relacionado con el hidrograma de caudales completo durante un periodo de varios años.

La escala del diseño hidrológico es el rango en magnitud de la variable de diseño (tal como el caudal de diseño) dentro del cual se debe seleccionar un valor para determinar el flujo de entrada al sistema (véase la figura 13.1.1). Los factores más importantes en la selección del valor de diseño son el costo y la seguridad. Es demasiado costoso diseñar estructuras pequeñas como *culverts* para caudales pico muy grandes; sin embargo, si una estructura hidráulica importante, como el vertedero en una presa grande, se diseña para una creciente demasiado pequeña, el resultado puede ser una catástrofe tal como la falla de la presa. La magnitud óptima para el diseño es aquella que equilibra los criterios enfrentados de costo y seguridad.

Valor límite estimado

El límite superior práctico de la escala de diseño hidrológico no es infinito, debido a que el ciclo hidrológico global es un sistema cerrado; es decir, la cantidad total de agua en la Tierra es esencialmente constante. Algunos hidrólogos no reconocen un límite superior, pero tal criterio no es realista físicamente. El límite inferior de la escala de diseño es cero en la mayoría de los casos, debido a que el valor de la variable de diseño no puede ser negativo. A pesar de que el límite superior real es usualmente desconocido, para propósitos prácticos puede estimarse un límite superior. Este *valor límite estimado* (ELV por sus siglas en inglés) se define como *la máxima magnitud posible de un evento hidrológico en un lugar dado utilizando la mejor información hidrológica disponible*. El rango de incertidumbre para el ELV

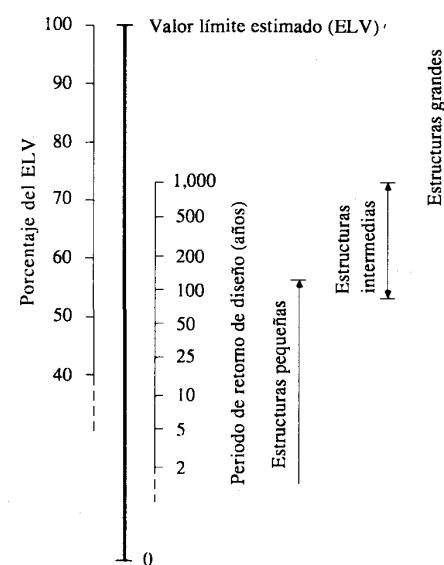


FIGURA 13.1.1
Escala de diseño hidrológico. Se muestran rangos aproximados de nivel de diseño para diferentes tipos de estructuras. El diseño puede basarse en un porcentaje del ELV o en un periodo de retorno de diseño. Los valores de las dos escalas mostradas en el diagrama son solamente ilustrativos y no corresponden directamente el uno con respecto al otro.

depende de la confiabilidad de la información, del conocimiento técnico y de la exactitud del análisis. A medida que mejora la información, el conocimiento y el análisis, el valor límite estimado se aproxima más al límite superior real y su rango de incertidumbre disminuye. Han existido algunos casos en los cuales eventos hidrológicos observados excedieron sus valores límites estimados previamente.

El concepto de un valor límite estimado está implícito en las comúnmente usadas *precipitación máxima probable* (PMP) y la correspondiente *creciente máxima probable* (CMP). La precipitación máxima probable está definida por la Organización Meteorológica Mundial (1983) como "una cantidad de precipitación que es cercana al límite físico superior para una duración dada sobre una cuenca particular". Con base en registros mundiales, la PMP puede tener períodos de retorno tan grandes como 500,000,000 de años, que corresponde aproximadamente a un factor de frecuencia de 15. Sin embargo, el periodo de retorno varía geográficamente. Algunas personas asignan arbitrariamente a la PMP o a la CMP un periodo de retorno dado, por ejemplo 10,000 años, pero esta sugerencia no tiene bases físicas.

Límites basados en probabilidades

Debido a que su probabilidad es desconocida, el valor límite estimado se utiliza determinísticamente. Más abajo en la escala de diseño, comúnmente se adopta un método basado en probabilidades o frecuencias. Las magnitudes de eventos hidrológicos en este nivel son más pequeñas, usualmente localizadas dentro o cerca del rango de observaciones frecuentes. Como resultado, sus probabilidades de ocurrencia pueden estimarse adecuadamente cuando están disponibles registros hidrológicos suficientemente largos para el análisis de frecuencia. El método probabilístico es menos subjetivo y teóricamente más manejable que el método determinístico. Los métodos probabilísticos también conducen a formas lógicas para determinar los niveles de diseños óptimos, como aquellos hechos mediante análisis hidroeconómicos y de riesgo, los cuales serán discutidos en la sección 13.2.

Para un área densamente poblada, donde la falla de estructuras para el control de agua causaría pérdidas de vidas y extensos daños a propiedades, puede justificarse el uso del ELV en un diseño. En áreas menos pobladas, donde las fallas causarían solamente pequeños daños, se justificaría un diseño con un menor grado de protección. Entre estos dos extremos de la escala de diseño hidrológico existen condiciones diferentes y por consiguiente se requieren valores de diseño diferentes. Cuando el comportamiento probabilístico de un evento hidrológico puede determinarse, usualmente es mejor utilizar la magnitud del evento para un periodo de retorno especificado como el valor de diseño.

Con base en experiencias pasadas, se han desarrollado algunos criterios generalizados de diseño para estructuras de control de agua, tal como se resume en la tabla 13.1.1. Teniendo en cuenta las consecuencias potenciales de falla, las estructuras se clasifican como *grandes*, *intermedias* y *pequeñas*; en la figura 13.1.1 se muestran los rangos aproximados correspondientes en la escala de diseño. Los criterios para presas mostrados en la tabla 13.1.1 están relacionados con el diseño de las capacidades de los vertederos, y fueron tomados de la National Academy of Sciences (1983). La Academia define como presas pequeñas aquellas que tienen un almacenamiento de 50 a 1,000 acres-pie o que tienen una altura de 25 a 40 pies, co-

TABLA 13.1.1
Criterios de diseño generalizados para estructuras de control de agua

Tipo de estructura	Periodo de retorno (años)	ELV
Alcantarillas de carreteras		
Volúmenes de tráfico bajos	5-10	—
Volúmenes de tráfico intermedios	10-25	—
Volúmenes de tráfico altos	50-100	—
Puentes de carreteras		
Sistema secundario	10-50	—
Sistema primario	50-100	—
Drenaje agrícola		
Culverts	5-50	—
Surcos	5-50	—
Drenaje urbano		
Alcantarillas en ciudades pequeñas	2-25	—
Alcantarillas en ciudades grandes	25-50	—
Aeropuertos		
Volúmenes bajos	5-10	—
Volúmenes intermedios	10-25	—
Volúmenes altos	50-100	—
Diques		
En fincas	2-50	—
Alrededor de ciudades	50-200	—
Presas con poca probabilidad de pérdidas de vidas (baja amenaza)		
Presas pequeñas	50-100	—
Presas intermedias	100+	—
Presas grandes	—	50-100%
Presas con probabilidad de pérdidas de vidas (amenaza significativa)		
Presas pequeñas	100+	50%
Presas intermedias	—	50-100%
Presas grandes	—	100%
Presas con probabilidad de altas pérdidas de vidas (alta amenaza)		
Presas pequeñas	—	50-100%
Presas intermedias	—	100%
Presas grandes	—	100%

mo presas intermedias aquellas que tienen una capacidad de almacenamiento de 1,000 a 50,000 acres-pie o que tienen una altura de 40 a 100 pies, y como presas grandes aquellas que tienen más de 50,000 acres-pie de capacidad de almacenamiento o tienen más de 100 pies de alto. En general, si una estructura grande falla existirán altas pérdidas de vidas y daños considerables. En el caso de una estructura intermedia, es posible que se produzcan pocas pérdidas de vidas y los daños estarían dentro de las capacidades financieras del propietario. Para estructuras menores, en general no existirán pérdidas de vidas y los daños tendrán la misma magnitud que el costo de reemplazar o reparar la estructura.

Diseño para uso de agua

Toda la discusión anterior se aplica al diseño hidrológico de estructuras para el control de aguas en exceso, como crecientes. El diseño para el uso del agua se maneja en forma similar, excepto que el problema es de agua insuficiente en lugar de agua en exceso. Debido a los largos intervalos de tiempo entre sequías, en los registros hidrológicos históricos existen menos de éstas que crecientes extremas. Por consiguiente, es más difícil determinar los niveles de diseño de sequías a través de análisis de frecuencias, especialmente si el evento de diseño dura varios años, como es el caso del diseño de sistemas de suministro de agua. Una base común para el diseño de sistemas de suministro de agua municipal es la *sequía crítica de registro*, es decir, la peor sequía registrada. Se considera que el diseño es satisfactorio si puede suministrarse agua a las tasas requeridas durante un periodo crítico equivalente. La limitación de este método de periodo crítico es que no se conoce el nivel de riesgo asociado con el hecho de basar el diseño en un único registro histórico. Con el fin de eliminar esta limitación, se han desarrollado métodos de generación sintética de caudales utilizando computadores y generación de números aleatorios para preparar registros sintéticos de caudales, los cuales son estadísticamente equivalentes al registro histórico. En conjunto con los registros históricos, los registros sintéticos conforman una base probabilística para el diseño contra eventos de sequía (Hirsch, 1979; Salas, et al., 1980).

El diseño hidrológico para el uso del agua está estrictamente regulado por los aspectos legales de derechos de agua, especialmente en regiones áridas. La ley especifica qué usuarios deben reducir sus consumos de agua en el evento de una sequía. Como un esfuerzo para proteger los peces y la vida silvestre en los ríos, en los últimos años se han desarrollado métodos para cuantificar su necesidad de *caudal en la corriente* (Milhous y Grenney, 1980). A diferencia del control de crecientes y el suministro de agua, para los cuales los caudales y los niveles de agua proveen toda la información hidrológica necesaria, en el caso de los caudales en la corriente las necesidades están también influidas en forma compleja por la turbiedad, la temperatura y otras variables de calidad de agua, variando de una especie acuática a otra. Los sistemas de recursos hidráulicos están sujetos a las demandas de los diferentes usuarios, a la necesidad de mantener un caudal en la corriente y a las diferentes demandas relacionadas con el control de crecientes. El diseño hidrológico debe especificar los niveles de diseño adecuados para cada uno de estos factores.

13.2 SELECCIÓN DEL NIVEL DE DISEÑO

Un *nivel de diseño hidrológico* en la escala de diseño es la magnitud del evento hidrológico que debe considerarse para el diseño de una estructura o proyecto. No siempre resulta económico diseñar estructuras o proyectos utilizando el valor límite estimado, el cual se modifica frecuentemente para algunos propósitos específicos de diseño. El valor de diseño definitivo puede ser modificado adicionalmente de acuerdo con criterios de ingeniería y con la experiencia del diseñador o planificador. Existen tres formas de uso común para determinar el valor de diseño hidrológico: una aproximación empírica, un análisis de riesgo y un análisis hidroeconómico.

Aproximación empírica

Durante los primeros años de práctica de la ingeniería hidráulica, alrededor del año 1900, se consideraba adecuado diseñar un vertedero para permitir el paso de una

creciente con una magnitud 50 a 100% mayor que la mayor creciente registrada en un periodo de alrededor de 25 años. Este criterio de diseño no es más que una regla empírica la cual involucra un factor de seguridad arbitrario. Como ejemplo de lo inadecuado de este criterio, el río Republicano en Nebraska experimentó en 1935 una creciente 10 veces más grande que cualquiera de las que habían ocurrido en el río durante los 40 años de registro anteriores. Se encontró que esta práctica de diseño era completamente inadecuada y los hidrólogos e ingenieros hidráulicos empezaron a buscar mejores métodos.

Como una aproximación empírica, usualmente se selecciona el evento más extremo de las observaciones pasadas como el valor de diseño. La probabilidad de que el evento más extremo de los pasados N años sea igualado o excedido una vez durante los próximos n años puede estimarse como

$$P(N, n) = \frac{n}{N + n} \quad (13.2.1)$$

Luego, por ejemplo, la probabilidad de que la creciente máxima observada en N años sea igualada o excedida en n años futuros es 0.50.

Si una sequía con m años de duración es el evento crítico registrado sobre un periodo de N años, ¿cuál es la probabilidad $P(N, m, n)$ de que ocurra una sequía más severa durante los próximos n años? El número de secuencias con longitud m en los N años de registro es $N - m + 1$, y en n años de registro es $n - m + 1$. Luego la probabilidad de que el peor evento de la combinación que abarca los períodos pasados y futuros esté contenida en los n años futuros está dada aproximadamente por

$$\begin{aligned} P(N, m, n) &= \frac{(n - m + 1)}{(N - m + 1) + (n - m + 1)} \\ &= \frac{n - m + 1}{N + n - 2m + 2} \quad (n \geq m) \end{aligned} \quad (13.2.2)$$

la cual se reduce a (13.2.1) cuando $m = 1$.

Ejemplo 13.2.1 Si la sequía crítica registrada, determinada de 40 años de información hidrológica, duró 5 años, ¿cuál es la probabilidad de que ocurra una sequía más severa durante los próximos 20 años?

Solución. Utilizando la ecuación (13.2.2)

$$\begin{aligned} P(40, 5, 20) &= \frac{20 - 5 + 1}{40 + 20 - 2 \times 5 + 2} \\ &= 0.308 \end{aligned}$$

Análisis de riesgo

El diseño de estructuras para el control de agua incluye la consideración de riesgos. Una estructura para el control de agua puede fallar si la magnitud correspondiente al periodo de retorno de diseño T se excede durante la vida útil de la estructura. Es-

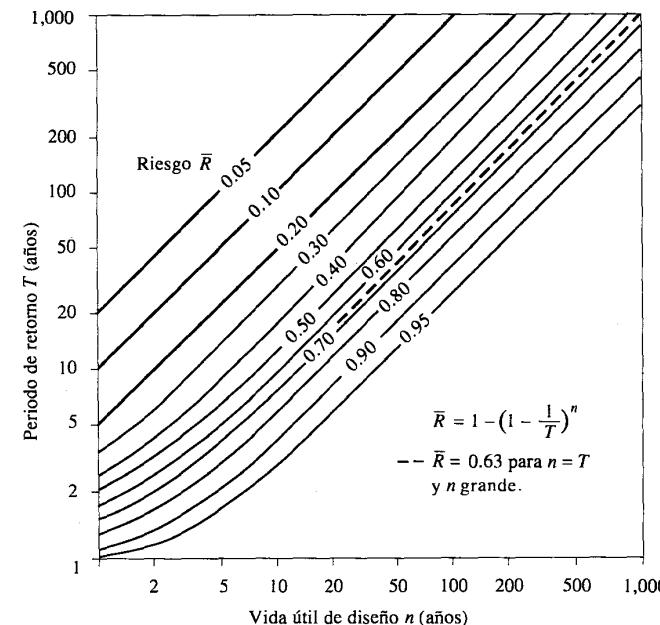


FIGURA 13.2.1
Riesgo de por lo menos una excedencia del evento de diseño durante la vida útil.

te riesgo hidrológico *natural*, o *inherente*, de falla puede calcularse utilizando la ecuación (12.1.4):

$$\bar{R} = 1 - [1 - P(X \geq x_T)]^n \quad (13.2.3)$$

donde $P(X \geq x_T) = 1/T$, y n es la vida útil de la estructura; \bar{R} representa la probabilidad de que un evento $x \geq x_T$ ocurra por lo menos una vez en n años. Esta relación se encuentra graficada en la figura 13.2.1. Si, por ejemplo, un hidrólogo desea estar seguro con una aproximación del 90% de que la capacidad de diseño de un *culvert* no sea excedida durante la vida útil de 10 años de la estructura, debe diseñar para un caudal de escorrentía pico de 100 años de periodo de retorno. Si un riesgo de falla del 40% es aceptable, el periodo de retorno de diseño debe reducirse a 20 años o la vida útil de la estructura extenderse a 50 años.

Ejemplo 13.2.2 Un *culvert* tiene una vida útil de 10 años. Si el riesgo aceptable de que al menos ocurra un evento que excede la capacidad del *culvert* durante su vida útil es del 10%, ¿qué periodo de retorno de diseño debe utilizarse? ¿Cuál es la posibilidad de que un *culvert* diseñado para un evento con este periodo de retorno no sea excedido en su capacidad durante los próximos 50 años?

Solución. Utilizando la ecuación (13.2.3)

$$\bar{R} = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n$$

o

$$0.10 = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^{10}$$

y resolviendo se encuentra que $T = 95$ años.

Si $T = 95$ años, el riesgo de falla en $n = 50$ años es

$$\bar{R} = 1 - \left(1 - \frac{1}{95}\right)^{50}$$

$$= 0.41$$

Luego la probabilidad de que la capacidad no sea excedida durante este periodo de 50 años es $1 - 0.41 = 0.59$, o 59%.

En la figura 13.2.1 puede verse que, para un riesgo de falla dado, el periodo de retorno de diseño requerido T se incrementa linealmente con la vida útil de diseño n , a medida que T y n aumentan. Bajo estas condiciones, ¿cuál es el riesgo de falla si el periodo de retorno de diseño es igual que la vida útil de diseño, es decir, $T = n$? Expandiendo la ecuación (13.2.3) como una serie de potencias, puede demostrarse que para valores altos de n , $1 - (1 - 1/T)^n \approx 1 - e^{-n/T}$, luego, para $T = n$ el riesgo es $1 - e^{-1} = 0.632$. Por ejemplo, existe una posibilidad del 63% aproximadamente de que un evento con periodo de retorno de 100 años sea excedido al menos una vez durante los próximos 100 años.

A pesar de que la incertidumbre hidrológica natural puede tenerse en cuenta tal como se describió previamente, otras clases de incertidumbre son difíciles de calcular. A menudo éstas son tratadas utilizando un *factor de seguridad*, FS, o un *margen de seguridad*, MS. Si el valor dado por el diseño hidrológico es L y la capacidad real adoptada para el proyecto es C , el factor de seguridad es

$$FS = \frac{C}{L} \quad (13.2.4)$$

y el margen de seguridad es

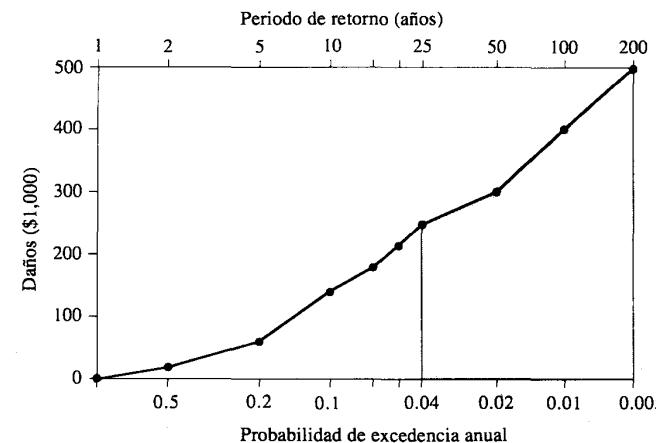
$$MS = C - L \quad (13.2.5)$$

La capacidad real es mayor que el valor dado por el diseño hidrológico debido a que se tienen en cuenta otras clases de incertidumbre: tecnológicas (hidráulica, estructural, de construcción, de operación, etc.), socioeconómicas, políticas y ambientales.

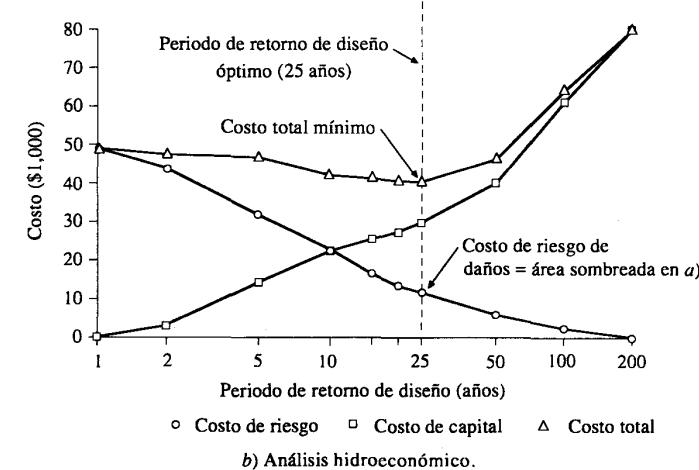
Para un riesgo hidrológico especificado \bar{R} y una vida útil de diseño n de una estructura, la ecuación (13.2.3) puede utilizarse para calcular el periodo de retorno relevante T . La magnitud L del evento hidrológico que corresponde a esta probabilidad de excedencia se encuentra al utilizar un análisis de frecuencia de la información hidrológica. El valor de diseño C se encuentra al multiplicar L por un factor de seguridad asignado, o sumando a L el margen de seguridad adoptado. Por ejemplo, se acostumbra diseñar diques con un margen de seguridad de uno a tres pies, es decir, con un borde libre de uno a tres pies por encima de la máxima elevación de la superficie de agua calculada.

Análisis hidroeconómico

El periodo de retorno de diseño óptimo puede determinarse por un análisis hidroeconómico si se conocen tanto la naturaleza probabilística de un evento hidrológico como el daño que resultaría si éste ocurre sobre un rango posible de eventos hidrológicos. A medida que el periodo de retorno de diseño se incrementa, los costos de capital de la estructura aumentan, pero los daños esperados disminuyen debido a que se proporciona una mejor protección. Sumando los costos de capital y los costos de los daños esperados anualmente, puede encontrarse el periodo de retorno de diseño que tenga los menores costos totales.



a) Daños para eventos con diferentes períodos de retorno.



b) Análisis hidroeconómico.

FIGURA 13.2.2
Determinación del periodo de retorno de diseño óptimo mediante análisis hidroeconómico (ejemplo 13.2.3).

La figura 13.2.2a) muestra el daño que resultaría si ocurre un evento, como una creciente, con el periodo de retorno especificado. Si la magnitud del evento de diseño es x_T , la estructura evitaría todos los daños para eventos con $x \leq x_T$, pero ninguno para eventos con $x \leq x_T$, luego el *costo anual de daños esperado* se encuentra mediante el producto de la probabilidad $f(x)dx$ de que un evento de magnitud x ocurra en un año dado, y el daño $D(x)$ que resultaría de este evento, e integrando para $x > x_T$ (el nivel de diseño). Es decir, el costo anual esperado D_T es

$$D_T = \int_{x_T}^{\infty} D(x) f(x) dx \quad (13.2.6)$$

el cual está representado por el área sombreada en la figura 13.2.2a)

La integral (13.2.6) se evalúa al dividir el rango de $x > x_7$ en intervalos y calcular el costo anual de daños esperado para eventos en cada uno de los intervalos. Para $x_{i-1} \leq x \leq x_i$,

$$\Delta D_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} D(x)f(x) dx \quad (13.2.7)$$

la cual puede aproximarse por

$$\Delta D_i = \left[\frac{D(x_{i-1}) + D(x_i)}{2} \right] \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x) dx$$

$$= \frac{D(x_{i-1}) + D(x_i)}{2} [P(x \leq x_i) - P(x \leq x_{i-1})]$$
(13.2.8)

Pero $P(x \leq x_i) - P(x \leq x_{i-1}) = [1 - P(x \geq x_i)] - [1 - P(x \geq x_{i-1})] = P(x \geq x_{i-1}) - P(x \geq x_i)$, luego (13.2.8) puede escribirse como

$$\Delta D_i = \frac{D(x_{i-1}) + D(x_i)}{2} [P(x \geq x_{i-1}) - P(x \geq x_i)] \quad (13.2.9)$$

y el costo anual de daños esperado para una estructura con un periodo de retorno T está dado por

$$D_T = \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{D(x_{i-1}) + D(x_i)}{2} \right] \left[P(x \geq x_{i-1}) - P(x \geq x_i) \right] \quad (13.2.10)$$

El costo total puede calcularse sumando D_T a los costos de capital anuales de la estructura; el periodo de retorno del diseño óptimo es aquel que tenga el costo total mínimo.

Ejemplo 13.2.3 Para eventos con diferentes períodos de retorno en un lugar dado, los costos de daños y los costos de capital anuales de estructuras diseñadas para controlar los eventos, se muestran en las columnas 4 y 7 de la tabla 13.2.1, respectivamente. Determine los daños anuales esperados si no se construye ninguna estructura y calcule el período de retorno de diseño óptimo.

DISEÑO HIDROLÓGICO

Solución. Para cada uno de los períodos de retorno mostrados en la columna 2 de la tabla 13.2.1, la probabilidad de excedencia anual es $P(x \geq x_i) = 1/T$. El costo de daños correspondiente ΔD se encuentra al utilizar la ecuación (13.2.9). Por ejemplo, para el intervalo $i = 1$ entre $T = 1$ año y $T = 2$ años

$$\Delta D_1 = \left[\frac{D(x_1) + D(x_2)}{2} \right] [P(x \geq x_1) - P(x \geq x_2)]$$

$$= \left(\frac{0 + 20,000}{2} \right) (1.0 - 0.5)$$

$$= \$5,000/\text{año}$$

tal como se muestra en la columna 5 de la tabla. Sumando estos costos incrementales se calcula el costo anual de daños esperados en \$49,098/año si no se construye ninguna estructura. Esto representa el costo promedio anual de los daños causados por crecientes a lo largo de muchos años, suponiendo condiciones económicas constantes. Esta cantidad es el costo de riesgo de daño correspondiente a que no se construya ninguna estructura, y se muestra en la primera línea de la columna 6 de la tabla.

Los costos de riesgo de daño disminuyen a medida que aumenta el periodo de retorno de diseño de la estructura de control. Por ejemplo, si se selecciona $T = 2$ años, el costo de riesgo de daño sería $49,098 - \Delta D_1 = 49,098 - 5,000 = \$44,098/\text{año}$. Los valores de costo de riesgo de daño y costo de capital (columna 7) se suman para calcular el costo total (columna 8); los tres costos están graficados en la figura 13.2.2 b). Puede verse tanto en la tabla como en la figura que el periodo de retorno de diseño óptimo, aquel que tiene el costo total mínimo, es de 25 años, para el cual el costo total es \$40,250/año. De esta cantidad, \$29,000/año (72%) corresponden a los costos de capital y \$11,250/año (28%) corresponden al costo de riesgo del daño.

TABLA 13.2.1
Cálculo del periodo de retorno de diseño óptimo mediante análisis hidroeconómico (ejemplo 13.2.3)

El análisis hidroeconómico se ha aplicado al diseño de embalses para el control de crecientes, diques, canales y cruces de ríos en carreteras (Corry, Jones y Thompson, 1980). Para llevar a cabo un estudio de daños causados por crecientes, debe determinarse la duración y la extensión de inundación para eventos con varios períodos de retorno y deben hacerse encuestas económicas para cuantificar los daños correspondientes a cada nivel de inundación. Es muy difícil calcular los costos sociales causados por una inundación. El U.S. Army Corps of Engineers Hydrologic Engineering Center en Davis, California, tiene disponibles los siguientes programas de computador para el análisis hidroeconómico (U.S. Army Corps of Engineers, 1986): DAMCAL (Damage Reach Stage-Damage Calculation), EAD (Expected Annual Flood Damage Computation), SID (Structure Inventory for Damage Analysis), AGDAM (Agricultural Flood Damage Analysis) y SIPP (Interactive Nonstructural Analysis Package).

13.3 ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE DE PRIMER ORDEN

Muchas de las incertidumbres asociadas con sistemas hidrológicos no son cuantificables. Por ejemplo, la capacidad de conducción de un *culvert* con una entrada no obstruida puede calcularse con un pequeño margen de error, pero durante una creciente es usual que la entrada se vea obstruida por basuras y desechos vegetales, reduciendo la capacidad de conducción del *culvert* en una cantidad que no puede predeterminarse. La incertidumbre hidrológica puede dividirse en tres categorías: *incertidumbre natural*, o *inherente*, la cual surge debido a la variabilidad aleatoria del fenómeno hidrológico; *incertidumbre de modelo*, la cual resulta de las aproximaciones hechas en la representación de los fenómenos mediante ecuaciones, e *incertidumbre de parámetro*, la cual surge de la naturaleza desconocida de los coeficientes en las ecuaciones, tales como la rugosidad del lecho en la ecuación de Manning. La incertidumbre inherente en la magnitud del evento de diseño está descrita por la ecuación (13.2.3); en esta sección se considerarán las incertidumbres de modelo y de parámetro.

El análisis de incertidumbre de primer orden es un procedimiento para calcular la variabilidad esperada en una variable dependiente calculada como una función de una o más variables independientes (Ang y Tang, 1975; Kapur y Lamberson, 1977; Ang y Tang, 1984; Yen, 1986). Supóngase que w se expresa como una función de x :

$$w = f(x) \quad (13.3.1)$$

Existen dos fuentes de error en w : primero, la función f , o modelo, puede ser incorrecta; segundo, la medida de x puede ser inexacta. En el siguiente análisis se supone que no existe error de modelo, o *sesgo*. Kapur y Lamberson (1977) demostraron cómo puede extenderse el análisis cuando existe error de modelo. Entonces, suponiendo que $f(\cdot)$ es un modelo correcto, se selecciona un valor nominal de x , denotado por \bar{x} , como una entrada de diseño y se calcula el valor correspondiente de w :

$$\bar{w} = f(\bar{x}) \quad (13.3.2)$$

Si el valor real de x es diferente de \bar{x} , el efecto de esta discrepancia de w se estima expandiendo $f(x)$ en una serie de Taylor alrededor de $x = \bar{x}$:

$$w = f(\bar{x}) + \frac{df}{dx}(x - \bar{x}) + \frac{1}{2!} \frac{d^2f}{dx^2}(x - \bar{x})^2 + \dots \quad (13.3.3)$$

donde las derivadas df/dx , d^2f/dx^2 , ..., se evalúan en $x = \bar{x}$. Si se desprecian los términos de orden segundo o superior, la expresión de *primer orden* resultante para el error en w es

$$w - \bar{w} = \frac{df}{dx}(x - \bar{x}) \quad (13.3.4)$$

La varianza de este error es $s_w^2 = E[(w - \bar{w})^2]$ donde E es el operador de esperanza [véase la ecuación (11.3.3)]; es decir,

$$s_w^2 = E \left\{ \left[\frac{df}{dx}(x - \bar{x}) \right]^2 \right\}$$

o

$$s_w^2 = \left(\frac{df}{dx} \right)^2 s_x^2 \quad (13.3.5)$$

donde s_x^2 es la varianza de x .

La ecuación (13.3.5) permite el cálculo de la varianza de una variable dependiente w como una función de la varianza de una variable independiente x , suponiendo que la relación funcional $w = f(x)$ es correcta. El valor s_w es el *error de estimación estándar* de w .

Si w es dependiente de varias variables *mutuamente independientes* x_1, x_2, \dots, x_n , puede demostrarse, utilizando un procedimiento similar al anterior, que

$$s_w^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 s_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 s_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 s_{x_n}^2 \quad (13.3.6)$$

Kapur y Lamberson (1977) mostraron cómo extender la ecuación (13.3.6) para tener en cuenta el efecto de la correlación entre x_1, x_2, \dots, x_n , si existe, sobre s_w^2 .

Análisis de primer orden de la ecuación de Manning: profundidad como la variable dependiente

La ecuación de Manning es ampliamente utilizada en hidrología con el fin de determinar la profundidad de flujo correspondiente a un caudal especificado, o para determinar caudales para profundidades de flujo especificadas, teniendo en cuenta la resistencia al flujo en canales ocasionada por la rugosidad del lecho. Una aplicación común, para el diseño de un canal o para la delineación de una llanura de inundación, es calcular la profundidad de flujo y en el canal, dado un caudal Q , un coeficiente de rugosidad n y la forma y la pendiente del canal determinadas por el diseño o por topografía. Una vez que la profundidad de flujo (o elevación de la superficie de agua) se conoce, pueden determinarse los valores de las variables de diseño, tales como la elevación de las paredes del canal o la extensión de la llanura de inun-

dación. Cualquier hidrólogo a cargo de esta tarea es consciente de todas las incertidumbres envueltas, especialmente en la selección del caudal de diseño y del coeficiente de rugosidad de Manning. A pesar de que no es tan obvio, también existe incertidumbre en el valor de la pendiente de fricción, S_f , dependiendo de cómo se calcula, variando desde el caso simple de flujo uniforme ($S_0 = S_f$) a los casos más complejos de flujo no uniforme permanente o flujo no uniforme no permanente [véase la ecuación (9.2.1)]. El análisis de incertidumbre de primer orden debe utilizarse para estimar el efecto de incertidumbre en Q , n y S_f sobre y .

En primer lugar, se considera el efecto de la variación en el caudal Q sobre la profundidad del flujo. La ecuación de Manning para unidades inglesas se escribe como

$$Q = \frac{1.49}{n} S_f^{1/2} A R^{2/3} \quad (13.3.7)$$

donde A es el área de la sección transversal, R es el radio hidráulico, los cuales dependen de la profundidad de flujo y . Si las variaciones en y dependen solamente de variaciones en Q , entonces, utilizando la ecuación (13.3.5),

$$s_y^2 = \left(\frac{dy}{dQ} \right)^2 s_Q^2 \quad (13.3.8)$$

donde dy/dQ es la tasa a la cual cambia la profundidad con cambios en Q . Ahora, en el capítulo 5, se demostró [ecuación (5.6.15)] que el inverso de esta derivada, es decir dQ/dy , está dado para la ecuación de Manning por

$$\frac{dQ}{dy} = Q \left[\frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \right] \quad (13.3.9)$$

La tabla 5.6.1 suministra algunas fórmulas para la función de la forma del canal $(2/3R)(dR/dy) + (1/A)(dA/dy)$ para secciones transversales comunes. Sustituyendo en la ecuación (13.3.8),

$$s_y^2 = \frac{s_Q^2}{Q^2 \left(\frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \right)^2} \quad (13.3.10)$$

Pero $s_Q/Q = CV_Q$, el coeficiente de variación de caudal (véase la tabla 11.3.1), luego (13.3.10) puede reescribirse como

$$s_y^2 = \frac{CV_Q^2}{\left(\frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \right)^2} \quad (13.3.11)$$

la cual especifica la varianza de la profundidad de flujo como una función del coeficiente de variación del caudal y del valor de la función de forma del canal. Para tener en cuenta también la incertidumbre en el coeficiente de rugosidad n de Man-

ning y en la pendiente de fricción S_f , puede demostrarse en forma similar, utilizando la ecuación (13.3.6), que

$$s_y^2 = \frac{CV_Q^2 + CV_n^2 + (1/4)CV_{S_f}^2}{\left(\frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \right)^2} \quad (13.3.12)$$

la cual representa la varianza de la profundidad de flujo y como una función de los coeficientes de variación del caudal, del n de Manning, de la pendiente de fricción y de la función de forma del canal.

Ejemplo 13.3.1 Un canal rectangular de 50 pies de ancho tiene una pendiente de lecho del 1%. Un hidrólogo estima que el caudal de diseño es 5,000 cfs y que la rugosidad es $n = 0.035$. Si los coeficientes de variación del caudal y de la rugosidad estimados son del 30% y del 15% respectivamente, ¿cuál es el error de estimación estándar para la profundidad de flujo y ? Si se han construido algunas casas al lado de este canal con una elevación del piso un pie por encima de la elevación de la superficie del agua calculada para el evento de diseño, estime la posibilidad de que dichas casas se inunden durante el evento de diseño debido a las incertidumbres envueltas en el cálculo del nivel del agua. Suponga flujo uniforme.

Solución. Para un ancho de 50 pies, $A = 50y/(50 + 2y)$; la profundidad de flujo para el caso base se calcula utilizando la ecuación de Manning:

$$Q = \frac{1.49}{n} S_f^{1/2} A R^{2/3}$$

$$5,000 = \frac{1.49}{0.035} (0.01)^{1/2} (50y) \left(\frac{50y}{50 + 2y} \right)^{2/3}$$

que puede resolverse utilizando la técnica de iteración de Newton (véase la sección 5.6) para encontrar

$$y = 7.37 \text{ pies}$$

El error de estimación estándar es s_y , calculado al utilizar la ecuación (13.3.12) con $CV_Q = 0.30$, $CV_n = 0.15$ y $CV_{S_f} = 0$. De la tabla 5.6.1, para un canal rectangular,

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \right) &= \frac{5B + 6y}{3y(B + 2y)} \\ &= \frac{5 \times 50 + 6 \times 7.37}{3 \times 7.37(50 + 2 \times 7.37)} \\ &= 0.206 \\ s_y^2 &= \frac{CV_Q^2 + CV_n^2 + (1/4)CV_{S_f}^2}{\left(\frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \right)^2} \\ &= \frac{(0.30)^2 + (0.15)^2}{(0.206)^2} \end{aligned}$$

Luego

$$s_y = 1.63 \text{ pies.}$$

Si las casas están construidas de tal manera que los pisos se localicen un pie por encima de su nivel de agua calculado, éstas se inundarán si la profundidad real es mayor que $7.37 + 1.00 = 8.37$ pies. Si la elevación de la superficie de agua y está distribuida normalmente, entonces la probabilidad de que se presente una inundación en las casas se evalúa convirtiendo y a la variable normal estándar z al restar el valor de la media de y (7.37 pies) a ambos lados de la desigualdad y dividir por el error estándar (1.63 pies):

$$\begin{aligned} P(y > 8.37) &= P\left(\frac{y - 7.37}{1.63} > \frac{8.37 - 7.37}{1.63}\right) \\ &= P\left(\frac{y - 7.37}{1.63} > 0.613\right) \\ &= P(z > 0.613) \\ &= 1 - F_z(0.613) \end{aligned}$$

donde F_z es la función de distribución normal estándar. Utilizando la tabla 11.2.1 o el método empleado en el ejemplo 11.2.1, el resultado es $F_z(0.613) = 0.73$, luego $P(y > 8.37) = 1 - 0.73 = 0.27$. Existe una posibilidad aproximada del 27% de que las casas se inunden durante el evento de diseño debido a las incertidumbres en el cálculo del nivel del agua para dicho evento.

Este ejemplo tuvo en cuenta solamente la incertidumbre de parámetro para los cálculos. La probabilidad real de que las casas se inunden es mayor que la calculada aquí, debido a que la creciente crítica puede exceder la magnitud de diseño (debido a la incertidumbre natural).

En el ejemplo 13.3.1 es claro que cantidades razonables de incertidumbre en la estimación de Q y n pueden producir incertidumbres significativas en la profundidad del flujo. Un error del 15% en la estimación de $n = 0.035$ es un error de $0.035 \times 0.15 = 0.005$. Esto se indicaría en una medida de 0.035 ± 0.005 , que es tan precisa como la que puede ser dada por un hidrólogo experimentado observando un canal existente. Un error del 30% en la estimación de Q es $5,000 \times 0.30 = 1,500$ cfs. Una estimación de $Q = 5,000 \pm 1,500$ cfs también puede reflejar el orden de magnitud de incertidumbre correcto, especialmente si el periodo de retorno de diseño es grande (por ejemplo $T = 100$ años).

El uso de la función de forma de canal $(2/3R)(dR/dy) + (1/A)(dA/dy)$ en la ecuación (13.3.12) depende del conocimiento de dR/dy y dA/dy , que pueden ser difíciles de obtener para canales con formas irregulares. Así mismo, la suposición de que y solamente depende de Q puede no ser válida. En tales casos, la ecuación (13.3.6) puede utilizarse para obtener s_y , tratando a y como una función de Q y n , y utilizar un programa de computador para simular el flujo en el canal para estimar las derivadas parciales requeridas $\partial y/\partial Q$ y $\partial y/\partial n$, ejecutando el programa para diferentes valores de Q y n y usando los resultados calculados de profundidad de flujo o de la superficie del agua. La figura 13.3.1 muestra los resultados de este procedimiento para el canal y las condiciones dadas en el ejemplo 13.3.1. Para este ejemplo los gradientes $\partial y/\partial Q$ y $\partial y/\partial n$ son aproximadamente lineales; esto valida el usar únicamente términos de primer orden para el análisis de incertidumbre (si las líneas estuvieran significativamente curvadas, el análisis habría requerido el haber tenido en cuenta los términos de segundo orden en la serie de expansión de Taylor).

Ejemplo 13.3.2 Para las mismas condiciones del ejemplo 13.3.1 ($B = 50$ pies, $Q = 5,000$ cfs, $S_0 = 0.01$, $n = 0.035$), en la figura 13.3.1 puede encontrarse que la variación del caudal con la profundidad de flujo en el nivel del caso base es $\partial Q/\partial y = 1,028$ cfs/pie y que la variación de n con la profundidad de flujo es $\partial n/\partial y = 0.0072$ pies⁻¹. Si $CV_Q = 0.30$ y $CV_n = 0.15$, calcule el error estándar en y .

Solución. De la ecuación (13.3.6),

$$s_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial Q}\right)^2 s_Q^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial n}\right)^2 s_n^2$$

en este caso, $s_Q = 5,000 \times 0.30 = 1,500$, $s_n = 0.035 \times 0.15 = 0.0053$; también $\partial y/\partial Q = 1/1,028$, $\partial y/\partial n = 1/0.0072$. Luego,

$$s_y^2 = \left(\frac{1}{1,028}\right)^2 \times (1,500)^2 + \left(\frac{1}{0.0072}\right)^2 \times (0.0053)^2$$

o $s_y = 1.63$ pies tal como se calculó en el ejemplo 13.3.1.

Análisis de primer orden de la ecuación de Manning: caudal como la variable dependiente

Otra aplicación de la ecuación de Manning es la de calcular el caudal o capacidad C de un canal o cualquier otra estructura de conducción en función de una profundidad de flujo dada, un coeficiente n de rugosidad, una pendiente de lecho y una geometría de la sección transversal. La ecuación de Manning (13.3.7) puede expresarse, utilizando $R = A/P$, como

$$C = Q = \frac{1.49}{n} S_f^{1/2} A^{5/3} P^{-2/3} \quad (13.3.13)$$

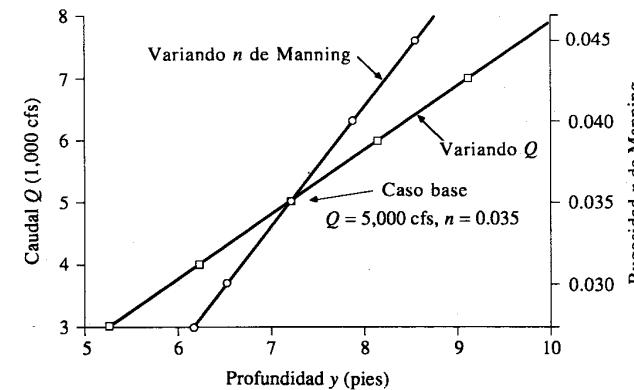


FIGURA 13.3.1

Variación de la profundidad de flujo con respecto al caudal y al n de Manning. Canal rectangular con ancho de 50 pies, pendiente de fondo de 0.01. Se supone flujo uniforme (ejemplo 13.3.2).

en la cual P es el perímetro mojado. Llevando a cabo el análisis de primer orden sobre (13.3.13), el coeficiente de variación de la capacidad puede expresarse como

$$CV_Q^2 = CV_n^2 + \frac{1}{4}CV_{S_f}^2 \quad (13.3.14)$$

suponiendo $CV_A \approx 0$ y $CV_P \approx 0$

También puede expresarse la ecuación de Manning para un canal y una planicie de inundación como (Chow, 1959)

$$Q = 1.49 \left(\frac{1}{n_c} A_c^{5/3} P_c^{-2/3} + \frac{2}{n_b} A_b^{5/3} P_b^{-2/3} \right) S_f^{1/2} \quad (13.3.15)$$

en la cual n_c y n_b son los coeficientes de rugosidad para el canal y la planicie de inundación, respectivamente, y A_c , P_c , A_b y P_b son las áreas de la sección transversal y los perímetros mojados del canal y del flujo en la planicie de inundación. La ecuación (13.3.15) supone que la forma de la sección transversal del canal y de la planicie de inundación son simétricas alrededor de la línea central del canal. Esta ecuación puede utilizarse para evaluar las capacidades de diques (el caudal que puede transportarse sin que ocurra flujo por encima de los diques). La capacidad de dique puede considerarse como una variable aleatoria relacionada con las variables aleatorias independientes n_c , n_b y S_f . Aplicando un análisis de primer orden, el coeficiente de variación de la capacidad es (Lee y Mays, 1986).

$$CV_Q^2 = \frac{1}{4}CV_{S_f}^2 + \frac{1}{\Psi^2}CV_{n_c}^2 + \left(\frac{\Psi - 1}{\Psi} \right)^2 CV_{n_b}^2 \quad (13.3.16)$$

donde CV_{A_c} , CV_{P_c} , CV_{A_b} , y CV_{P_b} se han supuesto muy pequeños, y

$$\Psi = 1 + 2 \left(\frac{n_c}{n_b} \right) \left(\frac{A_b}{A_c} \right)^{5/3} \left(\frac{P_c}{P_b} \right)^{2/3} \quad (13.3.17)$$

Estudiando la información de crecientes en el río Ohio, Lee y Mays (1986) concluyeron que las incertidumbres en los coeficientes de rugosidad y en la pendiente de fricción explicaban el 95% de las incertidumbres de la capacidad calculada. Ellos presentaron un nuevo método para determinar la incertidumbre en la pendiente de fricción utilizando el hidrograma de crecientes del río observado.

13.4 ANÁLISIS DE RIESGO COMPLETO

Las secciones previas introdujeron los conceptos de incertidumbre inherente debida a la variabilidad natural de los fenómenos hidrológicos y la incertidumbre de modelo y de parámetro causadas por la forma en que son analizados dichos fenómenos. El análisis de riesgo compuesto es un método para tener en cuenta los riesgos que resultan en las diferentes fuentes de incertidumbres para producir el cálculo del riesgo total en un diseño particular. Para este análisis, los conceptos de carga y capacidad son vitales.

La *carga*, o *demand*, puesta sobre un sistema es la medida del impacto de los eventos externos. La demanda para el suministro de agua es determinada por la gen-

te que utiliza el agua. La magnitud de una creciente rápida depende de las características de la tormenta que la produce y de las condiciones de la cuenca en el momento de la tormenta. La *capacidad*, o *resistencia*, es la medida de la habilidad del sistema para soportar la carga o satisfacer la demanda.

Si L representa la carga y C la capacidad, entonces el riesgo de falla \bar{R} está dado por la probabilidad de que L exceda a C , o

$$\begin{aligned} \bar{R} &= P\left(\frac{C}{L} < 1\right) \\ &= P(C - L < 0) \end{aligned} \quad (13.4.1)$$

El riesgo depende de las distribuciones de probabilidad de L y C . Supóngase que la función de densidad de probabilidad de L es $f(L)$. Esta función podría ser, por ejemplo, una función de densidad de probabilidad de Valor Extremo o log-Pearson Tipo III para valores extremos, tal como se describió anteriormente. Dado $f(L)$, la posibilidad de que la carga exceda una capacidad C^* fija y conocida es (véase la figura 13.4.1)

$$P(L > C^*) = \int_{C^*}^{\infty} f(L) dL \quad (13.4.2)$$

La capacidad real no se conoce en forma exacta, pero puede considerarse que tiene una función de densidad de probabilidad $g(C)$, la cual puede ser la distribución normal o lognormal resultante en el análisis de incertidumbre de primer orden sobre la capacidad del sistema. Por ejemplo, si se ha utilizado la ecuación de Manning para determinar la capacidad de una estructura hidráulica, la incertidumbre C puede evaluarse utilizando el análisis de primer orden descrito anteriormente. La probabilidad de que la capacidad caiga dentro de un pequeño rango dC alrededor de un valor C es $g(C)dC$. Suponiendo que L y C son variables aleatorias independientes, el *riesgo compuesto* se evaluaría calculando la probabilidad de que la carga exceda la capacidad en cada uno de los valores en el rango de capacidades posible, e integrando para obtener

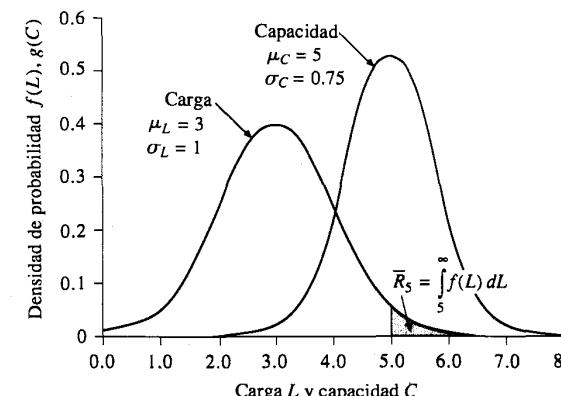


FIGURA 13.4.1

Análisis de riesgo compuesto. El área sombreada es el riesgo \bar{R}_5 de que la carga excede una capacidad fija de 5 unidades. El riesgo de que la carga excede la capacidad cuando ésta es aleatoria está dado por $\bar{R} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{C}^{\infty} f(L) dL \right] g(C) dC$. Tanto la carga como la capacidad mostradas están distribuidas normalmente (ejemplo 13.4.1).

$$\bar{R} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_C^{\infty} f(L) dL \right] g(C) dC \quad (13.4.3)$$

La *confiabilidad* de un sistema se define como la *probabilidad de que el sistema cumplirá sus funciones requeridas durante un periodo especificado bajo unas condiciones establecidas* (Harr, 1987). La confiabilidad R es el complemento del riesgo, o la probabilidad de que la carga no exceda la capacidad:

$$\begin{aligned} R &= P(L \leq C) \\ &= 1 - \bar{R} \end{aligned} \quad (13.4.4)$$

o

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^C f(L) dL \right] g(C) dC \quad (13.4.5)$$

Ejemplo 13.4.1 Para el próximo año, la demanda de agua estimada para una ciudad es tres unidades con una desviación estándar de una unidad. Calcule a) el riesgo de que la demanda excede la oferta si el sistema de suministro de agua de la ciudad tiene una capacidad estimada de 5 unidades; b) el riesgo de falla si el estimativo de la capacidad tiene un error estándar de 0.75 unidades. Suponga que tanto la carga como la capacidad están distribuidas normalmente.

Solución. a) La carga está distribuida normalmente con $\mu_L = 3$ y $\sigma_L = 1$. Su función de probabilidad, de la ecuación (11.2.5), es

$$\begin{aligned} f(L) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L} e^{-(L-\mu_L)^2/2\sigma_L^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(L-3)^2/2} \end{aligned}$$

El riesgo \bar{R} se evalúa utilizando (13.4.2) con $C^* = 5$:

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \int_{C^*}^{\infty} f(L) dL \\ &= \int_5^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(L-3)^2/2} dL \end{aligned}$$

o

$$\bar{R} = 1 - \int_{-\infty}^5 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(L-3)^2/2} dL$$

La integral se evalúa convirtiendo la variable de integración a la variable normal estándar: $u = (L - \mu_L)/\sigma_L = (L - 3)/1 = L - 3$, luego $dL = du$ y $L = 5$ se convierte en $u = 5 - 3 = 2$; $L = -\infty$ se convierte en $u = -\infty$, y entonces

$$\begin{aligned} \bar{R} &= 1 - \int_{-\infty}^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du \\ &= 1 - F_z(2) \end{aligned}$$

donde F_z , es la función de distribución normal estándar. De la tabla 11.2.1, $F_z(2) = 0.977$, y

$$\begin{aligned} \bar{R} &= 1 - 0.977 \\ &= 0.023 \end{aligned}$$

La posibilidad de que la demanda exceda la oferta para una capacidad fija de 5 unidades es aproximadamente el 2%.

b) Ahora la capacidad tiene una distribución normal $\mu_C = 0.75$. Luego, su densidad de probabilidad es

$$\begin{aligned} g(C) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_C} e^{-(C-\mu_C)^2/2\sigma_C^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}(0.75)} e^{-(C-5)^2/2 \times (0.75)^2} \\ &= \frac{1.333}{\sqrt{2\pi}} e^{-(C-5)^2/1.125} \end{aligned}$$

y el riesgo de falla está dado por la ecuación (13.4.3), con $f(L)$ igual que antes:

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_C^{\infty} f(L) dL \right] g(C) dC \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_5^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(L-3)^2/2} dL \right] \frac{1.333}{\sqrt{2\pi}} e^{-(C-5)^2/1.125} dC \end{aligned}$$

La integral se evalúa mediante integración numérica en un computador para encontrar $\bar{R} = 0.052$. Entonces, la capacidad de que la demanda de agua de la ciudad exceda su oferta durante el próximo año, suponiendo que la capacidad está distribuida normalmente con una media de 5 unidades y una desviación estándar de 0.75 unidades, es aproximadamente del 5% compare este resultado con el resultado del 2% cuando la capacidad se consideró fija e igual a 5 unidades.

En el ejemplo 13.4.1 queda claro que el cálculo de un riesgo compuesto de falla puede ser un ejercicio complicado que requiera el uso de un computador para llevar a cabo las integraciones necesarias. Esto es especialmente cierto cuando se escogen distribuciones más realistas para la carga y la capacidad, tales como las distribuciones de Valor Extremo o log-Pearson Tipo III para la carga y la distribución lognormal para la capacidad. Yen y colaboradores en la Universidad de Illinois (Yen, 1970; Tang y Yen, 1972; Yen, et al., 1976) y Mays y colaboradores de la Universidad de Texas en Austin (Tung y Mays, 1980; Lee y Mays, 1986) han hecho estudios detallados de análisis de riesgo para diferentes clases de problemas de diseño de canales abiertos y flujos en tuberías.

El análisis de riesgo compuesto descrito en esta sección es un análisis *estático*, lo cual significa que estima el riesgo de falla únicamente bajo el peor caso de carga en el sistema durante su vida útil de diseño. Un análisis de riesgo dinámico, más complejo, considera la posibilidad de que exista un cierto número de cargas extremas durante la vida útil de diseño, cualquiera de las cuales podría causar una falla; el riesgo total de falla incluye la posibilidad de múltiples fallas durante la vida útil de diseño (Tung y Mays, 1980; Lee y Mays, 1983).

13.5 ANÁLISIS DEL RIESGO DE MÁRGENES DE SEGURIDAD Y FACTORES DE SEGURIDAD

Margen de seguridad

En la ecuación (13.2.5) se definió el margen de seguridad como la diferencia entre la capacidad del proyecto y el valor calculado de la carga de diseño $MS = C - L$. De (13.4.1), el riesgo de falla \bar{R} es

$$\begin{aligned}\bar{R} &= P(C - L < 0) \\ &= P(MS < 0)\end{aligned}\quad (13.5.1)$$

Si C y L son variables aleatorias independientes, entonces el valor medio del MS está dado por

$$\mu_{MS} = \mu_C - \mu_L \quad (13.5.2)$$

y su varianza por

$$\sigma_{MS}^2 = \sigma_C^2 + \sigma_L^2 \quad (13.5.3)$$

luego la desviación estándar, o error de estimación estándar, del margen de seguridad es

$$\sigma_{MS} = (\sigma_C^2 + \sigma_L^2)^{1/2} \quad (13.5.4)$$

Si el margen de seguridad está normalmente distribuido, entonces $(MS - \mu_{MS})/\sigma_{MS}$ es una variable normal estándar z . Si a ambos lados de la desigualdad (13.5.1) se les resta μ_{MS} y luego se dividen por σ_{MS} , puede demostrarse que

$$\begin{aligned}\bar{R} &= P\left(\frac{MS - \mu_{MS}}{\sigma_{MS}} < \frac{-\mu_{MS}}{\sigma_{MS}}\right) \\ &= P\left(z < -\frac{\mu_{MS}}{\sigma_{MS}}\right) \\ &= F_z\left(-\frac{\mu_{MS}}{\sigma_{MS}}\right)\end{aligned}\quad (13.5.5)$$

donde F_z es la función de distribución normal estándar.

Ejemplo 13.5.1 Calcule el riesgo de falla del sistema de distribución de agua descrito en el ejemplo 13.4.1, suponiendo que el margen de seguridad está distribuido normalmente y que $\mu_C = 5$ unidades, $\sigma_C = 0.75$ unidades, $\mu_L = 3$ unidades, y $\sigma_L = 1$ unidad.

Solución. De la ecuación (13.5.2), $\mu_{MS} = \mu_C - \mu_L = 5 - 3 = 2$. De la ecuación (13.5.4)

$$\sigma_{MS} = (\sigma_C^2 + \sigma_L^2)^{1/2} = (1^2 + 0.75^2)^{1/2} = 1.250.$$

Utilizando (13.5.5),

$$\begin{aligned}\bar{R} &= F_z\left(-\frac{\mu_{MS}}{\sigma_{MS}}\right) \\ &= F_z\left(-\frac{2}{1.250}\right) \\ &= F_z(-1.60)\end{aligned}$$

la cual puede evaluarse utilizando la tabla 11.2.1 para encontrar $\bar{R} = 0.055$, que es bastante aproximado al valor obtenido en el ejemplo 13.4.1 en el cual se utilizó integración numérica (un procedimiento intrínsecamente aproximado). El riesgo de falla bajo las condiciones establecidas es $R = 0.055$, o 5.5%.

Nótese que este método de análisis supone que el margen de seguridad se encuentra normalmente distribuido pero no especifica cuáles pueden ser las distribuciones para la carga y la capacidad. Ang (1973) indica que, si $R > 0.001$, \bar{R} no es influido en forma importante por la escogencia de las distribuciones para L y C , y que la suposición de que el MS tiene una distribución normal es satisfactoria. Para un riesgo menor que éste (por ejemplo $\bar{R} = 0.00001$), las formas de las colas de las distribuciones de probabilidad para L y C se vuelven críticas y, en este caso, el riesgo de falla debe evaluarse utilizando el análisis de riesgo compuesto completo descrito en la sección 13.4.

Factor de seguridad

El factor de seguridad FS está dado por la relación C/L y el riesgo de falla se expresa como $P(FS < 1)$. Si se toman logaritmos a ambos lados en esta desigualdad se obtiene

$$\begin{aligned}\bar{R} &= P(SF < 1) \\ &= P(\ln(SF) < 0) \\ &= P\left(\ln \frac{C}{L} < 0\right)\end{aligned}\quad (13.5.6)$$

Si tanto la capacidad como la carga son independientes y están distribuidas en forma lognormal, entonces el riesgo puede expresarse (Huang, 1986) como

$$\bar{R} = F_z\left(\frac{-\ln \left[\frac{\mu_C}{\mu_L} \left(\frac{1 + CV_L^2}{1 + CV_C^2} \right)^{1/2} \right]}{\left\{ \ln [(1 + CV_C^2)(1 + CV_L^2)] \right\}^{1/2}}\right) \quad (13.5.7)$$

Ejemplo 13.5.2 Resuelva el ejemplo 13.5.1 suponiendo que tanto la capacidad como la carga están distribuidas en forma lognormal.

Solución. Del ejemplo 13.5.1, $\mu_C = 5$ y $\sigma_C = 0.75$, y por consiguiente $CV_C = 0.75/5 = 0.15$. En forma similar, $\mu_L = 3$ y $\sigma_L = 1$, luego $CV_L = 1/3 = 0.333$. Teniendo en cuenta esto, el riesgo se evalúa utilizando la ecuación (13.5.7) como

$$\bar{R} = F_z \left(\frac{-\ln \left\{ \frac{5}{3} \left[\frac{1 + (0.333)^2}{1 + (0.15)^2} \right]^{1/2} \right\}}{\left\{ \ln [(1 + (0.15)^2)(1 + (0.333)^2)] \right\}^{1/2}} \right)$$

$$= F_z(-1.5463) = 0.061$$

Luego, el riesgo de falla bajo las suposiciones mencionadas es del 6.1%. Para el mismo problema (ejemplo 13.5.1), en el cual se supuso que el margen de seguridad estaba distribuido normalmente, el riesgo encontrado fue de 5.5%; el nivel de riesgo no cambió en forma apreciable por el uso de la distribución lognormal en lugar de la distribución normal.

Relaciones riesgo-factor de seguridad-período de retorno

Una práctica de diseño bastante común es escoger un periodo de retorno y luego determinar la carga correspondiente L y utilizarla como la capacidad de diseño para una estructura hidráulica. El factor de seguridad está contenido intrínsecamente en la escogencia del periodo de retorno. Alternativamente, el valor de la carga puede multiplicarse por un factor de seguridad FS ; luego la estructura se diseña para una capacidad de $C = FS \times L$. Tal como se discutió previamente en este capítulo, existen varias clases de incertidumbre asociadas tanto a L como a la capacidad C de la estructura en el diseño. Utilizando el análisis de riesgo compuesto, puede calcularse un riesgo de falla para los períodos de retorno y el factor de seguridad seleccionados. El resultado de este tipo de cálculos se muestra en la figura 13.5.1, la cual presenta una carta de riesgo aplicada al diseño de un *culvert* en el río Glade cerca de Reston, Virginia. Los valores de riesgo de la carta representan las probabilidades de falla anuales. Por ejemplo, si el periodo de retorno es 100 años y el factor de seguridad es 1.0, el riesgo de falla es 0.015 o 1.5% en cualquier año dado, mientras que si el factor de seguridad se aumenta a 2, el riesgo de falla se reduce a $\bar{R} = 0.006$, o a 0.6% en cualquier año dado.

Las prácticas de diseño hidrológico actuales manejan la incertidumbre intrínseca de los fenómenos hidrológicos seleccionando el periodo de retorno de diseño, y las incertidumbres de modelo y parámetro mediante la asignación de factores de seguridad o márgenes de seguridad arbitrarios. Los riesgos y las incertidumbres pueden evaluarse en una forma más sistemática utilizando los procedimientos dados por los análisis de incertidumbre de primer orden y los análisis de riesgo compuesto, tal como se presentaron aquí. Sin embargo, siempre debe tenerse presente que como cualquier función de variables aleatorias es una variable aleatoria en sí mis-

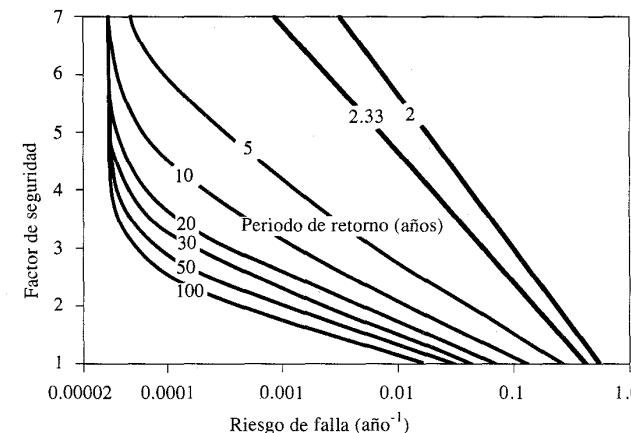


FIGURA 13.5.1

Relación riesgo-factor de seguridad-período de retorno para el diseño de un *culvert* en el río Glade, cerca de Reston, Virginia. La distribución de probabilidad de la carga usada para esta figura fue la distribución de Valor Extremo Tipo I de crecientes máximas anuales. Se desarrolló una distribución lognormal para la capacidad del *culvert* utilizando análisis de incertidumbre de primer orden. El nivel de riesgo para un periodo de retorno y un factor de seguridad dados se determinó usando análisis de riesgo compuesto (Fuente: Tung y Mays, 1980).

ma, los estimativos de riesgo y confiabilidad dados por estos métodos también tienen una incertidumbre asociada, y sus valores reales nunca podrán ser determinados en forma exacta.

REFERENCIAS

- Ang, A. H.-S., Structural risk analysis and reliability-based design, *J. Structural Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 99, No. ST9, pp. 1891-1910, 1973.
- Ang, A. H.-S., and W. H. Tang, *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, vol. I, Basic Principles, and vol. II, Decision, Risk and Reliability, Wiley, New York, 1975 and 1984, respectively.
- Chow, V. T., *Open-channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York, 1959.
- Corry, M. L., J. S. Jones, and P. L. Thompson, The design of encroachments on flood plains using risk analysis, hydraulic engineering circular No. 17, Federal Highway Administration, U. S. Department of Transportation, 1980.
- Harr, M. E., *Reliability-based Design in Civil Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1987.
- Huang, K.-Z., Reliability analysis on hydraulic design of open channel, in *Stochastic and Risk Analysis in Hydraulic Engineering*, ed. by B. C. Yen. Water Resources Publications, Littleton, Colo., p. 60, 1986.
- Hirsch, R. M., Synthetic hydrology and water supply reliability, *Water Resour. Res.*, vol. 15, No. 6, pp. 1603-1615, December 1979.
- Kapur, K. C., and L. R. Lamberson, *Reliability in Engineering Design*, Wiley, New York, 1977.
- Lee, H.-L., and L. W. Mays, Improved risk and reliability model for hydraulic structures, *Water Resour. Res.*, vol. 19, No. 6, pp. 1415-1422, 1983.
- Lee, H.-L., and L. W. Mays, Hydraulic uncertainties in flood levee capacity, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 112, No. 10, pp. 928-934, 1986.
- Milhous, R. T., and W. J. Grenney, The quantification and reservation of instream flows, *Prog. Wat. Tech.*, vol. 13, pp. 129-154, 1980.

- National Academy of Sciences. *Safety of Existing Dams: Evaluation and Improvement*. National Academy Press, Washington, D. C., 1983.
- Salas, J. D., et al., *Applied modelling of hydrologic time series*, Water Resources Publications. Littleton, Colo., 1980.
- Tang, W. H., and B. C. Yen. Hydrologic and hydraulic design under uncertainties. *Proceedings. International Symposium on Uncertainties in Hydrologic and Water Resources Systems*, Tucson, Ariz., vol. 2, pp. 868-882, 1972.
- Tung, Y.-K., and L. W. Mays. Risk analysis for hydraulic design. *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 106, No. HY5, pp. 893-913, 1980.
- U. S. Army Corps of Engineers Hydrologic Engineering Center, computer program catalog. Davis, Calif., August 1986.
- World Meteorological Organization. *Guide to Hydrological Practices*, vol. II, Analysis, forecasting and other applications, WMO No. 168, 4th ed., Geneva, Switzerland, 1983.
- Yen, B. C., Risks in hydrologic design of engineering projects, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 96, No. HY4, proc. paper 7229, pp. 959-966. April 1970.
- Yen, B. C., H. G. Wenzel, L. W. Mays, and W. H. Tang. Advanced methodologies for design of storm sewer systems, research report No. 112. Water Resources Center, University of Illinois at Urbana-Champaign. August 1976.
- Yen, B. C., ed., *Stochastic and Risk analysis in Hydraulic Engineering*. Water Resources Publications, Littleton, Colo., 1986.

PROBLEMAS

- 13.2.1** La sequía crítica de registro determinada a partir de información hidrológica de 30 años tuvo una duración de 3 años. Si el diseño de un sistema de suministro de agua está basado en esta sequía y la vida útil de diseño es 50 años, ¿cuál es la probabilidad de que durante la vida útil de diseño ocurra una sequía peor que ésta?
- 13.2.2** En el problema 13.2.1 ¿cuál es la probabilidad de que durante los primeros 10 años de la vida útil de diseño ocurra una sequía peor? ¿Y durante los primeros 20 años?
- 13.2.3** ¿Cuál es la probabilidad de que en los próximos 10 años se exceda la mayor creciente observada en 50 años de registro? ¿Y en los próximos 20 años?
- 13.2.4** Si una estructura tiene una vida útil de diseño de 15 años, calcule el periodo de retorno de diseño requerido si el riesgo de falla aceptable es 20% *a)* en cualquier año, *b)* durante la vida útil de diseño.
- 13.2.5** La reglamentación legal de una llanura de inundación prohíbe la construcción dentro de la zona de inundación con periodo de retorno de 25 años. ¿Cuál es el riesgo de que una estructura construida exactamente en el borde de esta llanura se inunde durante los próximos 10 años? ¿Cuánto se reduciría este riesgo si la construcción estuviera limitada al borde de la inundación causada por la creciente de 100 años?
- 13.2.6** Una casa tiene una vida útil de diseño de 30 años. ¿Cuál es la probabilidad de que se inunde dentro de su vida útil si se encuentra localizada en el borde de una llanura de inundación con periodo de retorno de 25 años? ¿Y en el borde de la llanura de inundación con periodo de retorno de 100 años?
- 13.2.7** Determine la escala óptima de desarrollo (periodo de retorno) para la estructura de control de inundación considerada en el ejemplo 13.2.3 si los costos de capital anuales dados en la tabla 13.2.1 se duplican. Utilice los mismos costos de daño que se muestran en la tabla 13.2.1.
- 13.2.8** Determine la escala óptima de desarrollo (periodo de retorno) para la estructura de control de inundaciones considerada en el ejemplo 13.2.3 si se duplican los costos de daño. Los costos de capital anuales permanecen iguales a los mostrados en la tabla 13.2.1.
- 13.2.9** Determine la escala óptima de desarrollo (periodo de retorno) para la estructura de control de inundaciones considerada en el ejemplo 13.2.3, si tanto los costos de daños como los costos de capital anuales se duplican.

- 13.3.1** Un canal rectangular tiene 200 pies de ancho, pendiente de lecho del 0.5%, un coeficiente *n* de Manning estimado en 0.040 y un caudal de diseño de 10,000 cfs. Calcule la profundidad de flujo de diseño. Si el coeficiente de variación del caudal de diseño es 0.20 y el del *n* de Manning es 0.15, calcule el error de estimación estándar para la profundidad de flujo. ¿Cuál es la probabilidad de que el nivel de agua real sea mayor que el valor esperado en un pie o más? ¿En qué rango se esperaría que estuviera el nivel del agua para el evento de diseño en el 70% de los eventos?
- 13.3.2** En el problema 13.3.1, calcule $\partial y/\partial Q$ y $\partial y/\partial n$ para las condiciones dadas ($Q = 10,000$ cfs y $n = 0.040$) y resuelva el problema utilizando estas derivadas.
- 13.3.3** Resuelva el problema 13.3.1 si el canal es trapezoidal con un ancho en la base de 150 pies y pendientes laterales de 1 vert. = 3 hor.
- 13.3.4** En un programa de computador se ha modelado el flujo en un canal natural y se ha encontrado una profundidad de flujo de 15 pies para un caudal de 8,000 cfs y un valor de *n* de Manning de 0.045. Nuevas corridas del programa muestran que cambiando el caudal de diseño en 1,000 cfs cambia la elevación de la superficie del agua en 0.8 pies y cambiando el *n* de Manning en 0.005 cambia la elevación de la superficie del agua en 0.6 pies. Si se ha supuesto que el caudal de diseño puede aproximarse con un margen de error de $\pm 30\%$ y el *n* de Manning con un margen de error de $\pm 10\%$, calcule el correspondiente error en la profundidad de flujo (o elevación de la superficie de agua).
- 13.3.5** Supóngase que para las condiciones dadas en el ejemplo 13.3.1 resuelto, se adopta una altura de las paredes del canal de 8.4 pies, es decir, la profundidad calculada de 7.4 pies más 1.0 pie de borde libre, o margen de seguridad. ¿Cuál es el factor de seguridad FS implícito en esta alternativa? ¿Cuál sería el factor de seguridad si el coeficiente de rugosidad de Manning verdadero fuera 0.045 en lugar de 0.035 tal como se supuso? ¿Es este un diseño seguro?
- 13.3.6** Utilizando el análisis de incertidumbre de primer orden en la ecuación de Manning, demuestre que el coeficiente de variación del caudal Q está dado por $CV_Q^2 = CV_n^2 + (1/4)CV_{S_f}^2$. ¿Cuáles son las suposiciones implícitas para las variables en la ecuación de Manning en esta ecuación para CV_Q ?
- 13.3.7** En algunos casos, los estudios sobre planicies de inundación se hacen utilizando secciones transversales de canales determinadas a partir de mapas topográficos en lugar de estudios topográficos *in situ*. Extienda el análisis de incertidumbre de primer orden para el nivel del agua en la sección 13.3 para incluir la incertidumbre en el área de la sección transversal *A* y en el perímetro mojado *P*. Si estas variables pueden determinarse con coeficientes de variación del 20% utilizando los mapas topográficos, calcule el riesgo adicional de que las casas del ejemplo 13.3.1 se inunden durante el evento de diseño, como resultado de utilizar, para delinear la planicie de inundación, secciones transversales de canales de mapas topográficos en lugar de estudios topográficos *in situ*.
- 13.4.1** Un diseño hidrológico tiene una carga con una media de 10 unidades y una desviación estándar de 2 unidades. Calcule el riesgo de falla si la capacidad es 12 unidades. Suponga que la carga está normalmente distribuida.
- 13.4.2** Resuelva el problema 13.4.1 si la carga está distribuida en forma lognormal.
- 13.4.3** En el problema 13.4.1, suponga que la capacidad está distribuida normalmente con una media de 12 unidades y una desviación estándar de 1 unidad. Vuelva a calcular el riesgo de falla suponiendo que la carga también está distribuida normalmente.
- 13.4.4** Alrededor de la mitad del suministro total de agua en el sur de California proviene de transferencias de agua de largas distancias desde el norte de California y desde el río Colorado. La demanda anual para estas transferencias se estimó en 1.48 MAF (millones de acres-pies, por sus siglas en inglés) en 1980, y se proyectó a 1.77 MAF en 1990 con un aumento lineal. Un estudio sobre las demandas anuales observadas desde 1980 a 1985 indicó que el coeficiente de variación de las demandas anuales observadas alrededor de las esperadas es aproximadamente 0.1 (esta variabilidad es causada por las variaciones año tras año en las condiciones climáticas y otros facto-

- res). Estime el nivel de demanda anual que tenga una posibilidad del 70% de ser excedido o igualado en 1986 y en 1990. Calcule la probabilidad de que las demandas observadas excedan el valor de 2.0 MAF/año en 1986 y en 1990. Suponga que las demandas anuales están distribuidas normalmente.
- 13.4.5** En el problema 13.4.4, calcule la probabilidad de que un límite de 2.0 MAF en las transferencias de agua sea excedido al menos una vez desde 1986 hasta 1990. Suponga que las demandas anuales son independientes de un año al siguiente.
- 13.5.1** Si tanto la capacidad como la carga están distribuidas en forma lognormal, demuestre que el riesgo puede calcularse utilizando la ecuación (13.5.7):

$$\bar{R} = F_z \left(\frac{-\ln \left[\frac{\mu_C}{\mu_L} \left(\frac{1 + CV_L^2}{1 + CV_C^2} \right)^{1/2} \right]}{\left\{ \ln[(1 + CV_C^2)(1 + CV_L^2)] \right\}^{1/2}} \right)$$

donde F_z es la función de distribución normal estándar.

- 13.5.2** Si tanto la capacidad como la carga están distribuidas en forma lognormal, demuestre que el riesgo puede aproximarse por

$$\bar{R} = F_z \left[\frac{\ln(\mu_L/\mu_C)}{(CV_L^2 + CV_C^2)^{1/2}} \right]$$

donde F_z es la función de distribución normal estándar.

- 13.5.3** Calcule el riesgo de falla en un canal, suponiendo que el margen de seguridad está distribuido normalmente. Se utiliza la ecuación de Manning para calcular la capacidad y se usa un análisis de primer orden para determinar el coeficiente de variación de la capacidad C . La carga media es 5,000 cfs y el coeficiente de variación de la carga es 0.2. La pendiente del canal es 0.01 con un coeficiente de variación $CV_{sf} = 0.10$. El factor de rugosidad de Manning es 0.035 y tiene un coeficiente de variación de $CV_n = 0.15$. La sección transversal del canal es rectangular con un ancho de 50 pies y una altura de 9 pies. Se supone que la falla ocurre si hay flujo que pase por encima de sus paredes laterales.

- 13.5.4** Calcule el riesgo de falla en el problema 13.5.3 suponiendo que tanto la capacidad como la carga están distribuidas en forma lognormal.

- 13.5.5** Utilice el método de análisis de riesgo de márgenes de seguridad para determinar la probabilidad de que las casas del ejemplo 13.3.1 se inunden.

CAPÍTULO

14

TORMENTAS DE DISEÑO

Una *tormenta de diseño* es un patrón de precipitación definido para utilizarse en el diseño de un sistema hidrológico. Usualmente la tormenta de diseño conforma la entrada al sistema, y los caudales resultantes a través de éste se calculan utilizando procedimientos de lluvia-escorrentía y tránsito de caudales. Una tormenta de diseño puede definirse mediante un valor de profundidad de precipitación en un punto, mediante un hietograma de diseño que especifique la distribución temporal de la precipitación durante una tormenta, o mediante un mapa de isoyetas que especifique el patrón espacial de la precipitación.

Las tormentas de diseño pueden basarse en información histórica de precipitación en un sitio o pueden construirse utilizando las características generales de la precipitación en regiones adyacentes. Su aplicación va desde el uso de valores puntuales de precipitación en el método racional para determinar los caudales picos en alcantarillados de aguas lluvias y alcantarillas de carreteras, hasta el uso de hietogramas de tormenta como las entradas para el análisis de lluvia-escorrentía en embalses de detención de aguas urbanas o en el diseño de vertederos en proyectos que involucren grandes embalses. Este capítulo cubre el desarrollo de la información puntual de precipitación, las relaciones intensidad-duración-frecuencia, los hietogramas de diseño y las tormentas límites estimadas basadas en la precipitación máxima probable.

14.1 PROFUNDIDAD DE PRECIPITACIÓN DE DISEÑO

Precipitación puntual

La precipitación puntual es aquella que ocurre en un punto único del espacio en contraste con la precipitación promedio sobre un área que es la precipitación que ocurre sobre una región completa. Para el análisis de frecuencia de la precipitación puntual, se selecciona la precipitación máxima anual con una duración dada aplicando el método descrito en la sección 3.4 para todas las tormentas de un año, para cada uno de los años del registro histórico. Este proceso se repite para cada una de

las series de duraciones. Para cada duración, el análisis de frecuencia se lleva a cabo, tal como se describió en la sección 12.2, para deducir las profundidades de precipitación de diseño con varios períodos de retorno; después, las profundidades de diseño se convierten en intensidades dividiéndolas por la duración de la precipitación.

Analizando los datos en esta forma, Hershfield (1961) desarrolló mapas de isoyetas de profundidad de lluvia de diseño para los Estados Unidos; éstos se publicaron en el reporte técnico No. 40 del U.S. Weather Bureau, comúnmente llamado TP 40. Los mapas presentados en el TP 40 tienen duraciones que varían desde 30 minutos a 24 horas y períodos de retorno que varían desde 1 hasta 100 años. Hershfield también elaboró diagramas de interpolación para hacer estimaciones de precipitación con duraciones y períodos de retorno diferentes a los mostrados en los mapas. La figura 14.1.1 muestra el mapa del TP 40 para lluvia de 100 años y 24 horas. Más tarde el U. S. Weather Bureau (1964) publicó mapas para duraciones de 2 a 10 días.

En muchos casos de diseño, como en el diseño de un alcantarillado de aguas lluvias, deben considerarse duraciones de 30 minutos o menos. En una publicación comúnmente conocida como HYDRO 35 (Frederick, Meyers y Auciello, 1977), el U. S. National Weather Service presentó mapas de isoyetas para eventos con duraciones desde 5 hasta 60 minutos, reemplazando parcialmente el TP 40. Los mapas de profundidades de precipitación para 5, 15 y 60 minutos de duración con períodos de retorno de 2 y 100 años para los 37 estados del este de los Estados Unidos se

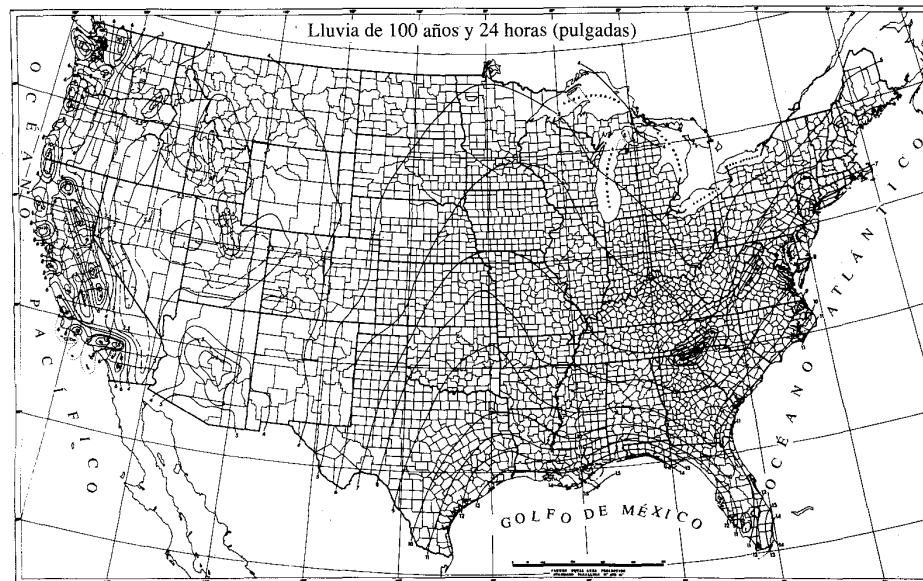


FIGURA 14.1.1

Lluvia de 100 años y 24 horas (pulg) en los Estados Unidos tal como se presenta en el reporte técnico 40 del U.S. Weather Bureau. (Fuente: Hershfield, 1961).

muestran en la figura 14.1.2. Las profundidades para duraciones de 10 y 30 minutos para un período de retorno dado se obtienen interpolando los datos de 5, 15 y 60 minutos para el mismo período de retorno:

$$P_{10 \text{ min}} = 0.41P_{5 \text{ min}} + 0.59P_{15 \text{ min}} \quad (14.1.1a)$$

$$P_{30 \text{ min}} = 0.51P_{15 \text{ min}} + 0.49P_{60 \text{ min}} \quad (14.1.1b)$$

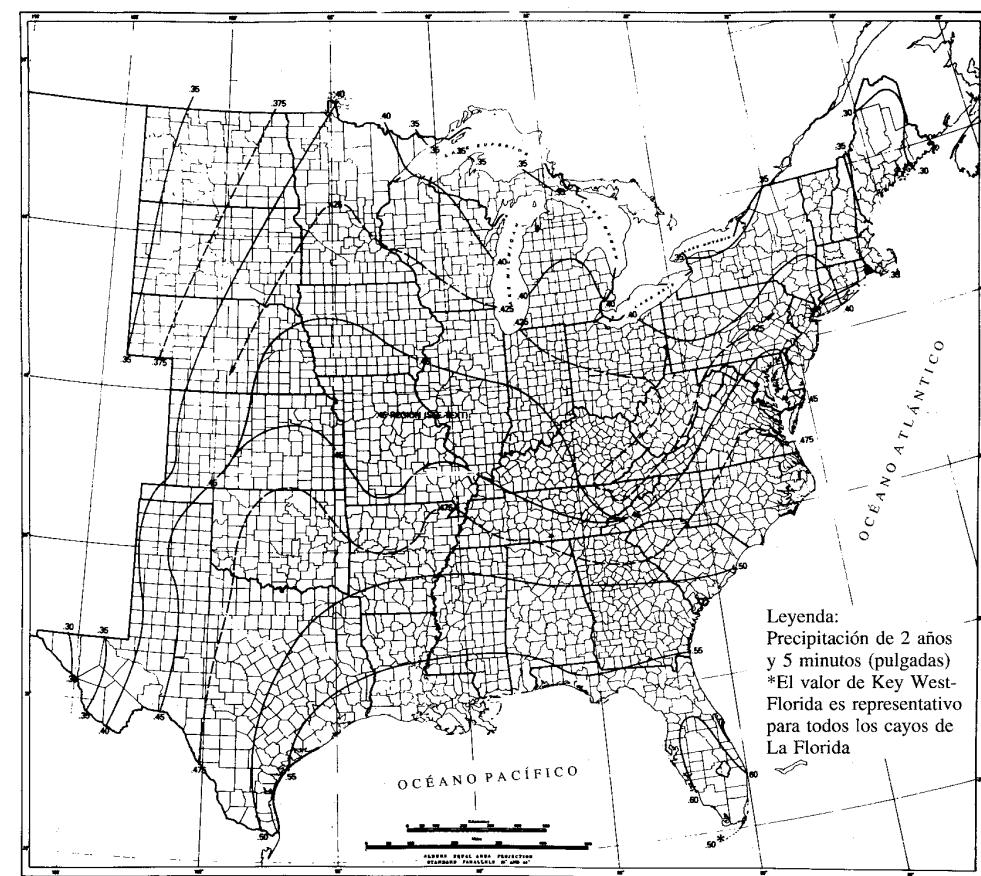


FIGURA 14.1.2a)

Precipitación de 2 años y 5 minutos (pulgadas). (Fuente: Frederick, Meyers y Auciello, 1977).



FIGURA 14.1.2b)
Precipitación de 100 años y 5 minutos (pulgadas). (*Fuente:* Frederick, Meyers y Auciello, 1977).

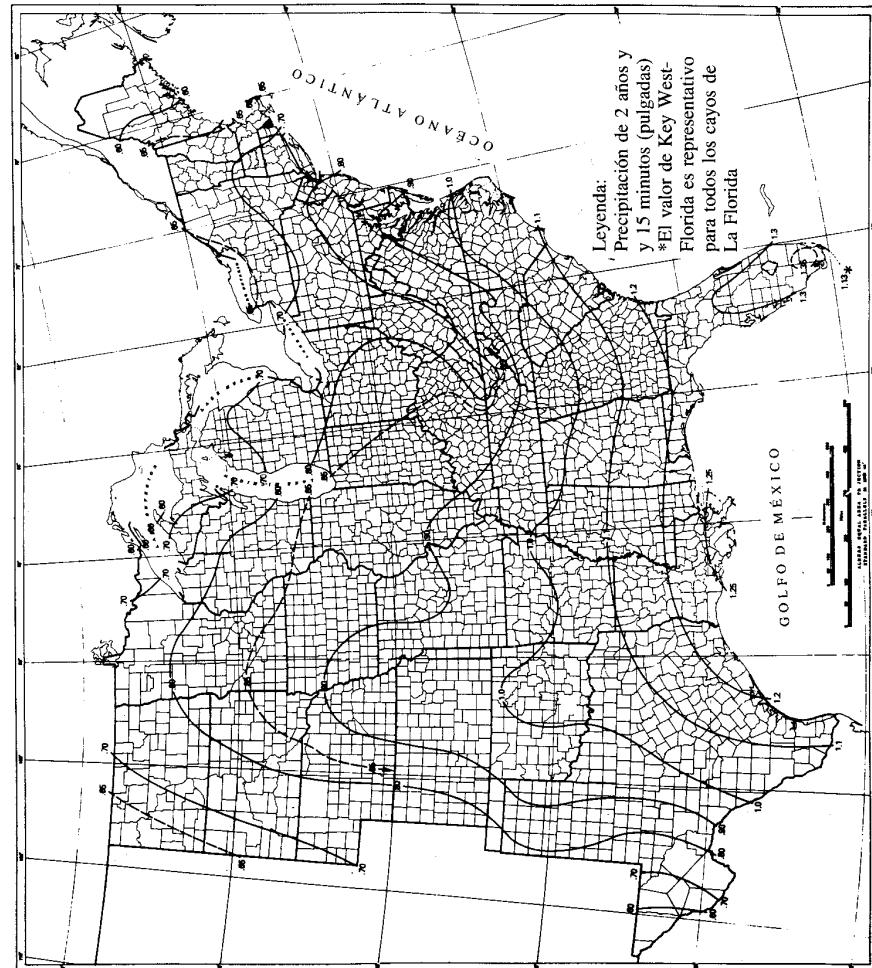


FIGURA 14.1.2c)
Precipitación de 2 años y 15 minutos (pulgadas). (*Fuente:* Frederick, Meyers y Auciello, 1977).

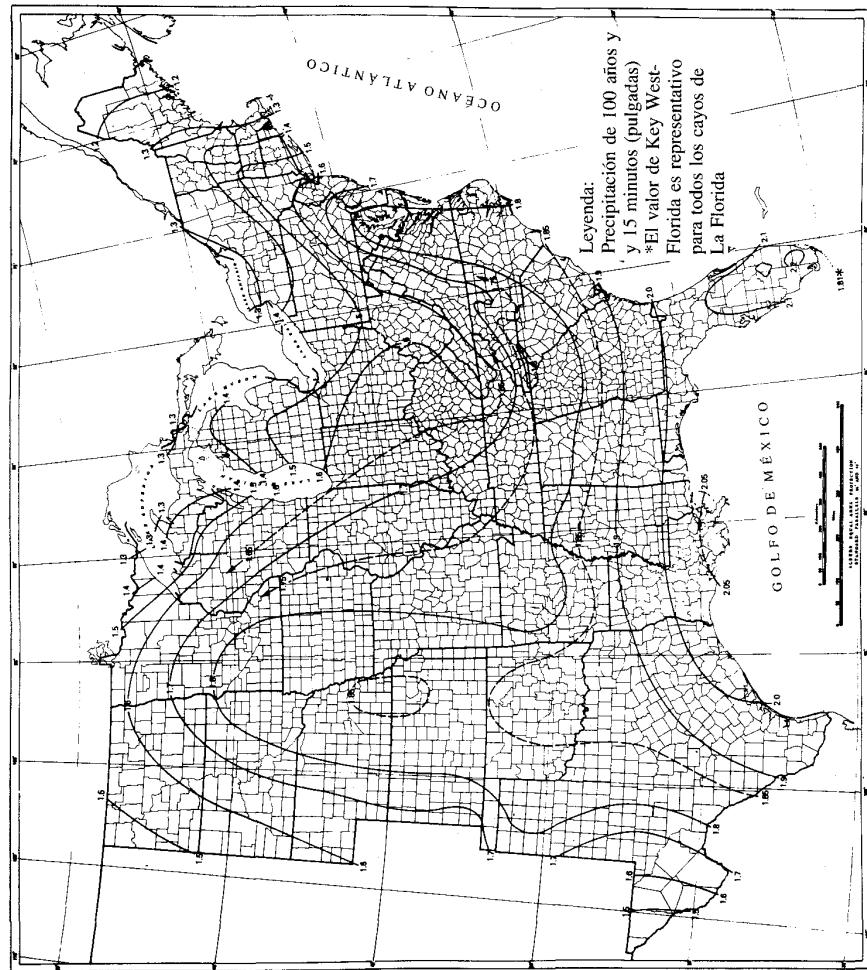


FIGURA 14.1.2d)
Precipitación de 100 años y 15 minutos (pulgadas). (*Fuente:* Frederick, Meyers y Auciello, 1977).

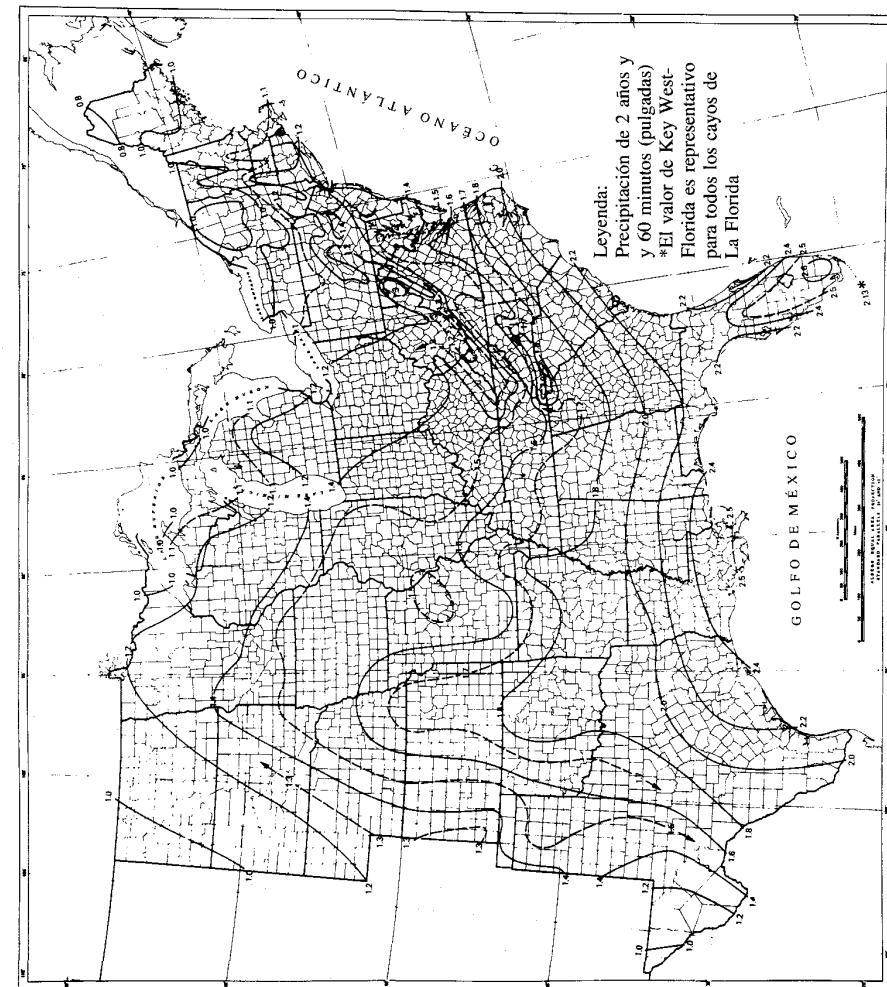


FIGURA 14.1.2e)
Precipitación de 2 años y 60 minutos (pulgadas). (*Fuente:* Frederick, Meyers y Auciello, 1977).

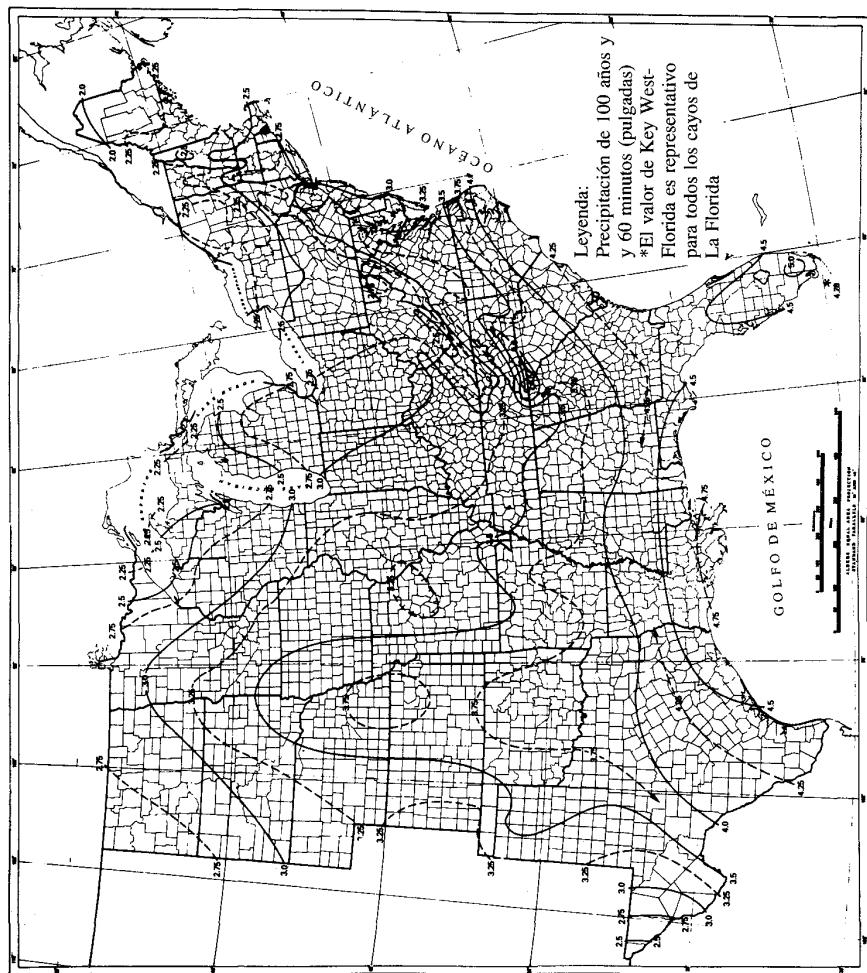


FIGURA 14.1.2f)
Precipitación de 100 años y 60 minutos (pulgadas). (Fuente: Frederick, Meyers y Auciello, 1977).

Para períodos de retorno diferentes de 2 ó 100 años, se utiliza la siguiente ecuación de interpolación, con los coeficientes apropiados a y b tomados de la tabla 14.1.1.

$$P_T \text{ años} = aP_{2 \text{ años}} + bP_{100 \text{ años}} \quad (14.1.2)$$

Miller, Frederick y Tracey (1973) presentaron mapas de isoyetas para duraciones de 6 y 24 horas para los 11 estados montañosos del oeste de los Estados Unidos; éstos reemplazan los correspondientes mapas en el TP 40.

Ejemplo 14.1.1 Determine la profundidad de lluvia de diseño para una tormenta de 25 años y 30 minutos en Oklahoma City.

Solución. Oklahoma City está localizada muy cerca del centro del estado de Oklahoma y los valores de precipitaciones de 15 y 60 minutos con períodos de retorno de 2 y 100 años pueden leerse en la figura 14.1.2 como $P_{2,15} = 1.02$ pulg, $P_{100,15} = 1.86$ pulg, $P_{2,60} = 1.85$ pulg y $P_{100,60} = 3.80$ pulg, respectivamente. Utilizando (14.1.1b), se calculan los valores de la profundidad para la precipitación de 30 minutos

$$P_{30 \text{ min}} = 0.51P_{15 \text{ min}} + 0.49P_{60 \text{ min}}$$

Para $T = 2$ años, $P_{2,30} = 0.51 \times 1.02 + 0.49 \times 1.85 = 1.43$ pulg.

Para $T = 100$ años, $P_{100,30} = 0.51 \times 1.86 + 0.49 \times 3.80 = 2.81$ pulg.

Luego se utiliza la ecuación (14.1.2) con coeficientes $a = 0.293$ y $b = 0.669$ tomados de la tabla 14.1.1 con lo cual se obtiene la profundidad de precipitación de 25 años y 30 minutos:

$$\begin{aligned} P_{25,30} &= aP_{2,30} + bP_{100,30} \\ &= 0.293 \times 1.43 + 0.669 \times 2.81 \\ &= 2.30 \text{ pulg} \end{aligned}$$

TABLA 14.1.1

Coeficientes para la interpolación de profundidades de precipitación utilizando la ecuación (14.1.2)

Período de retorno T años	a	b
5	0.674	0.278
10	0.496	0.449
25	0.293	0.669
50	0.146	0.835

Fuente: Frederick, Meyers y Auciello, 1977.

Profundidad de precipitación promedio sobre un área

El análisis de frecuencia para la precipitación sobre un área no se encuentra tan desarrollado como el análisis de la precipitación puntual. Ante la falta de información sobre la verdadera distribución de probabilidad de la precipitación promedio sobre un área, usualmente se extienden estimativos de precipitación puntual para desarrollar unas profundidades promedio de precipitación sobre un área. La estimación de la precipitación sobre el área puede ser centrada alrededor de la tormenta o fijada localmente. Para este último caso, se tiene en cuenta el hecho de que las estaciones de precipitación algunas veces están cerca del centro de la tormenta, otras veces cerca de los bordes exteriores y otras veces entre estos dos puntos. Un proceso de promediar produce curvas de profundidad-área fijadas localmente que relacionan la precipitación promedio sobre el área con medidas puntuales. La figura 14.1.3 muestra curvas para calcular profundidades de precipitación promedio sobre un área como un porcentaje de los valores de precipitación puntual (Organización Meteorológica Mundial, 1983).

Las relaciones profundidad-área para diferentes duraciones, tales como las que se muestran en la figura 14.1.3, se deducen de un análisis de profundidad-área-duración, en el cual se preparan mapas de isoyetas para cada duración utilizando la tabulación de lluvias máximas de n horas registradas en un área densamente instrumentada. Se determina el área contenida dentro de cada una de las isoyetas de estos

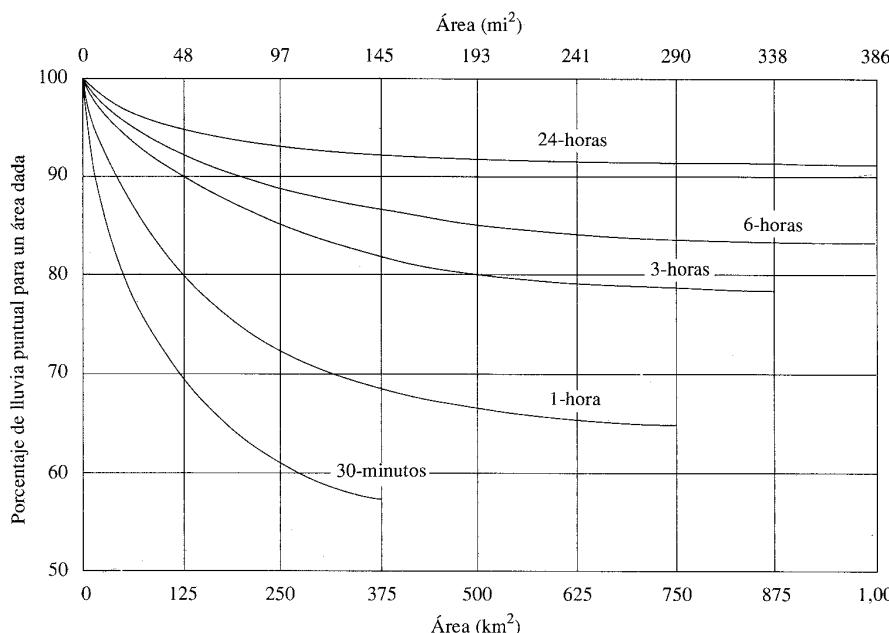


FIGURA 14.1.3

Curvas profundidad-área para reducir precipitación puntual con el fin de obtener valores promedio en el área. (Fuente: Organización Meteorológica Mundial, 1983; originalmente publicada en el Technical Paper 29, U. S. Weather Bureau, 1958).

mapas y luego se dibuja una gráfica de profundidad de precipitación promedio vs. área para cada duración.

14.2 RELACIONES INTENSIDAD-DURACIÓN-FRECUENCIA

Uno de los primeros pasos que debe seguirse en muchos proyectos de diseño hidrológico, como el diseño de un drenaje urbano, es la determinación del evento o los eventos de lluvia que deben usarse. La forma más común de hacerlo es utilizar una tormenta de diseño o un evento que involucre una relación entre la intensidad de lluvia (o profundidad), la duración y las frecuencias o períodos de retorno apropiados para la obra y el sitio. En muchos casos existen curvas estándar de intensidad-duración-frecuencia (IDF) disponibles para el sitio, luego no hay que llevar a cabo este análisis. Sin embargo, es conveniente entender el procedimiento utilizado para desarrollar estas relaciones. Usualmente los datos se presentan en forma gráfica, con la duración en el eje horizontal y la intensidad en el eje vertical, mostrando una serie de curvas, para cada uno de los períodos de retorno de diseño, tal como se muestra en la figura 14.2.1 para la ciudad de Chicago.

La intensidad es la tasa temporal de precipitación, es decir, la profundidad por unidad de tiempo (mm/h o pulg/h). Puede ser la intensidad instantánea o la intensi-

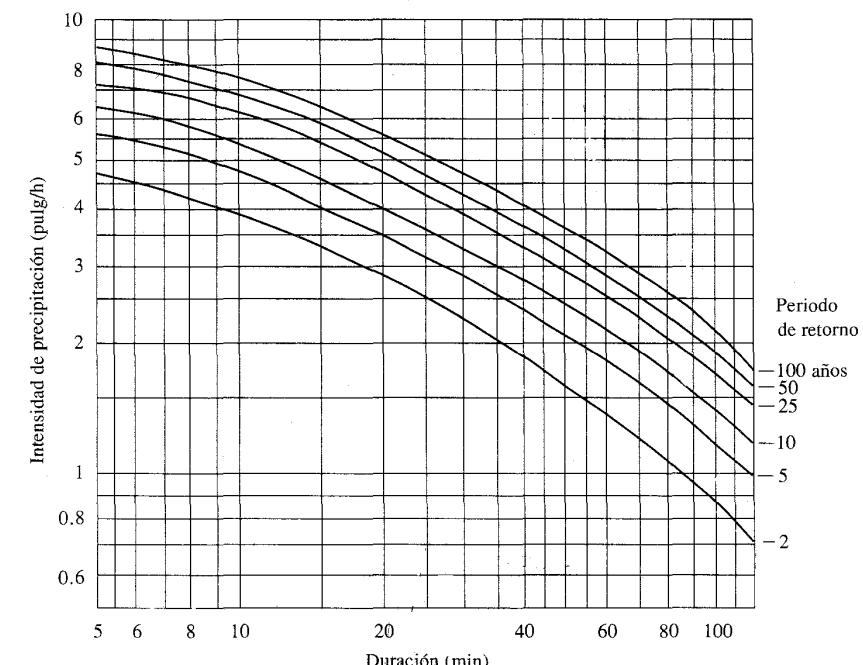


FIGURA 14.2.1

Curvas intensidad-duración-frecuencia para lluvia máxima en Chicago, Estados Unidos.

dad promedio sobre la duración de la lluvia. Comúnmente se utiliza la intensidad promedio, que puede expresarse como

$$i = \frac{P}{T_d} \quad (14.2.1)$$

donde P es la profundidad de lluvia (mm o pulg) y T_d es la duración, dada usualmente en horas. La frecuencia se expresa en función del periodo de retorno, T , que es el intervalo de tiempo promedio entre eventos de precipitación que igualan o exceden la magnitud de diseño.

Ejemplo 14.2.1 Determine la intensidad de la precipitación de diseño y la profundidad para una tormenta de 20 minutos de duración con un periodo de retorno de 5 años en Chicago.

Solución. Utilizando las curvas IDF para Chicago véase la figura 14.2.1), se encuentra que la intensidad de diseño para la tormenta de 5 años y 20 minutos es $i = 3.50$ pulg/h. La profundidad de precipitación correspondiente está dada por la ecuación (14.2.1) con $T_d = 20$ min = 0.333 h.

$$\begin{aligned} P &= iT_d \\ &= 3.50 \times 0.333 \\ &= 1.17 \text{ pulg} \end{aligned}$$

Ejemplo 14.2.2 Utilice los mapas del U. S. National Weather Service (véase la figura 14.1.2) y las ecuaciones (14.1.1) y (14.1.2) para graficar las curvas IDF para Oklahoma City, Oklahoma, para períodos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50 y 100 años. Considere duraciones de lluvia que vayan de 5 minutos hasta 1 hora.

Solución. Los seis mapas presentados en la figura 14.1.2 muestran la precipitación para duraciones de 5, 15 y 60 minutos y para períodos de retorno de 2 y 100 años. Los seis valores encontrados en estos mapas para Oklahoma City son: $P_{2,5} = 0.48$ pulg, $P_{100,5} =$

TABLA 14.2.1

Profundidades de precipitación de diseño (pulg) en Oklahoma City para diferentes duraciones y períodos de retorno (ejemplo 14.2.1)

Período de retorno T (años)	Duración T_d (min)				
	5	10	15	30	60
2	0.48	0.80	1.02	1.43	1.85
5	0.57	0.94	1.20	1.74	2.30
10	0.63	1.05	1.34	1.97	2.62
25	0.72	1.21	1.54	2.30	3.08
50	0.80	1.33	1.70	2.56	3.44
100	0.87	1.45	1.86	2.81	3.80

Los valores en cursiva se leen de la figura 14.1.2; los demás se obtienen por interpolación utilizando las ecuaciones (14.1.1) y (14.1.2).

TORMENTAS DE DISEÑO

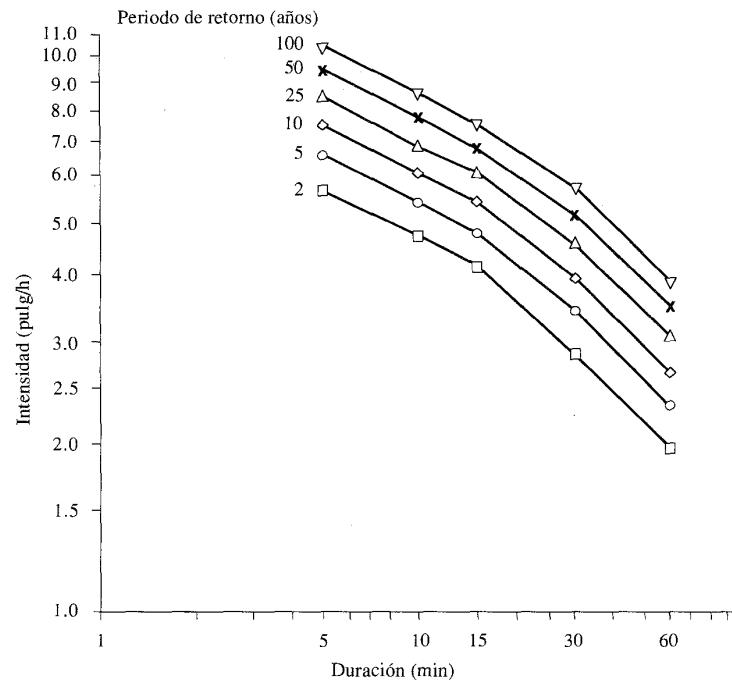


FIGURA 14.2.2

Curvas intensidad-duración-frecuencia para Oklahoma City (ejemplo 14.2.1).

0.87 pulg, $P_{2,15} = 1.02$ pulg, $P_{100,15} = 1.86$ pulg, $P_{2,60} = 1.85$ pulg y $P_{100,60} = 3.80$ pulg. Para $T = 2$ y 100 años, las precipitaciones con duraciones de 10 y 30 minutos se obtienen por interpolación entre los valores de 5, 15 y 60 minutos utilizando (14.1.1), tal como se ilustró en el ejemplo 14.1.1. Los valores para cada duración para los períodos de retorno $T = 5, 10, 25$ y 50 años, se obtienen utilizando los valores para $T = 2$ y 100 años en la ecuación (14.1.2) y en la tabla 14.1.1, tal como también se ilustró en el ejemplo 14.1.1. Los resultados se muestran en la tabla 14.2.1 en función de la profundidad de precipitación, y luego se convierten en intensidades dividiéndolos por su duración. Por ejemplo, $P_{25,30} = 2.30$ pulg, luego la intensidad correspondiente es $i = P/T_d = 2.30 \text{ pulg}/0.50 \text{ h} = 4.60 \text{ pulg/h}$. En la figura 14.2.2 se muestran las intensidades de precipitación resultantes para cada una de las duraciones y períodos de retorno.

Curvas IDF mediante análisis de frecuencia

Cuando la información de lluvia local está disponible, las curvas IDF pueden desarrollarse utilizando el análisis de frecuencia. Una distribución comúnmente utilizada en el análisis de frecuencia de lluvia es la distribución de valor extremo tipo I o Gumbel discutida en la sección 12.2. Para cada una de las duraciones seleccionadas, las profundidades de lluvias máximas anuales se extraen de los registros históricos.

TABLA 14.2.2
Serie de excedencia anual de datos de lluvia en Coshocton, Ohio

Orden	Periodo de retorno (años)	Máxima profundidad (pulg) y fecha para la duración mostrada			
		15 min	30 min	60 min	120 min
1	25.00	1.423 6/12/57	2.625 6/12/57	3.220 6/12/57	3.421 6/12/57
2	12.50	0.940 7/11/51	1.326 7/24/68	1.830 6/27/75	1.900 7/27/69
3	8.33	0.920 6/12/59	1.238 5/13/64	1.756 7/27/69	1.883 8/21/60
4	6.25	0.910 5/13/64	1.177 6/23/52	1.510 8/21/60	1.792 7/4/69
5	5.00	0.890 6/27/75	1.170 7/22/58	1.431 7/24/68	1.733 7/24/68
6	4.17	0.884 6/23/52	1.167 6/27/75	1.375 7/22/58	1.703 8/4/59
7	3.57	0.860 8/14/73	1.149 6/17/70	1.313 6/17/70	1.623 6/12/59
8	3.13	0.810 7/27/69	1.087 6/15/75	1.306 5/13/64	1.609 6/28/57
9	2.78	0.805 6/22/51	1.063 8/22/51	1.290 6/23/52	1.604 6/13/72
10	2.50	0.783 6/24/56	1.060 7/11/51	1.269 4/25/61	1.600 7/28/61
11	2.27	0.770 8/15/75	1.040 6/12/59	1.225 6/12/59	1.570 4/25/61
12	2.08	0.770 7/22/58	1.037 7/19/67	1.213 7/4/69	1.482 7/22/58
13	1.92	0.750 7/10/73	1.027 9/5/75	1.204 6/13/72	1.393 8/11/64
14	1.79	0.750 6/17/70	1.023 7/10/73	1.203 8/11/64	1.353 5/13/64
15	1.67	0.733 7/19/67	1.000 7/10/55	1.200 8/3/63	1.351 9/24/70
16	1.56	0.732 7/30/58	0.975 7/27/69	1.194 8/2/64	1.335 6/23/69
17	1.47	0.710 7/3/52	0.972 7/30/58	1.192 9/12/57	1.310 8/14/57
18	1.39	0.707 8/3/63	0.934 8/27/74	1.174 7/28/61	1.305 6/24/57
19	1.32	0.700 7/24/68	0.919 7/28/61	1.143 6/22/51	1.300 6/11/60
20	1.25	0.700 6/4/63	0.907 9/12/57	1.130 9/24/70	1.300 6/23/52
21	1.19	0.700 6/22/60	0.890 8/14/73	1.130 7/19/67	1.290 8/2/64
22	1.14	0.692 4/3/74	0.880 6/24/56	1.109 9/5/75	1.274 9/12/57
23	1.09	0.688 8/27/74	0.873 6/11/60	1.095 7/6/58	1.230 7/3/52
24	1.04	0.687 9/12/57	0.869 7/4/69	1.094 6/28/57	1.220 7/6/58
25	1.00	0.670 4/13/55	0.850 8/11/64	1.063 8/27/74	1.200 9/5/75

Fuente: Wenzel, 1982. Copyright de la American Geophysical Union.

TORMENTAS DE DISEÑO

ricos de lluvias y luego se aplica el análisis de frecuencia a la información anual. En algunos casos, particularmente donde sólo están disponibles datos de algunos pocos años (menos de 20 a 25 años), puede determinarse una serie de excedencia anual para cada una las duraciones ordenando las profundidades y escogiendo los N valores máximos de un registro de N años. Una serie de este tipo se muestra en la tabla 14.2.2 para un pluviómetro en Coshocton, Ohio. En la tabla, las líneas unen las precipitaciones para varias duraciones correspondientes al mismo evento de tormenta. Las profundidades de precipitación de diseño determinadas mediante la serie de excedencia anual pueden ajustarse para igualar las profundidades encontradas mediante una serie máxima anual, multiplicando las precipitaciones por 0.88 para los valores con periodo de retorno de 2 años, por 0.96 para valores con periodo de retorno de 5 años y por 0.99 para los valores con periodo de retorno de 10 años (Hershfield, 1961). Para periodos de retorno mayores no es necesario ajustar los estimativos.

Ejemplo 14.2.3 Utilizando la información presentada en la tabla 14.2.2, estime la profundidad de precipitación de 2 y 25 años para una tormenta de 15 minutos de duración en Coshocton, Ohio. Suponga que la distribución de Valor Extremo Tipo I (Gumbel) es aplicable.

Solución. La profundidad de lluvia de diseño para un periodo de retorno T dado se determina utilizando la ecuación (12.3.3):

$$x_{T,T_d} = \bar{x}_{T_d} + K_T s_{T_d}$$

donde \bar{x}_{T_d} y s_{T_d} son la media y la desviación estándar de las profundidades de lluvia para una duración especificada T_d , y K_T es el factor de frecuencia dado por la ecuación (12.3.8):

$$K_T = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[0.5772 + \ln \left(\ln \frac{T}{T-1} \right) \right]$$

Por ejemplo, considérese una duración de 15 minutos; la media y la desviación estándar para las precipitaciones de 15 minutos dadas en la tabla 14.2.2 son $\bar{x}_{15} = 0.799$ pulg y $s_{15} = 0.154$ pulg, respectivamente. Utilizando la ecuación (12.3.8), $K_2 = -(\sqrt{6}/\pi)(0.5772 + \ln\{\ln[T/(T-1)]\}) = -(\sqrt{6}/\pi)\{0.5772 + \ln[\ln(2/1)]\} = -0.164$; el valor correspondiente para $T = 25$ años es $K_{25} = 2.044$. Luego, utilizando (12.3.3) para un periodo de retorno de dos años.

$$\begin{aligned} x_{2,15} &= \bar{x}_{15} + K_2 s_{15} \\ &= 0.799 - 0.164 \times 0.154 \\ &= 0.774 \text{ pulg} \end{aligned}$$

Debido a que la información dada en la tabla 14.2.2 es una serie de excedencia anual, este valor debe multiplicarse por 0.88 para obtener la profundidad de precipitación de diseño $0.774 \times 0.88 = 0.68$ pulg correspondiente a un periodo de retorno de dos años. Para un periodo de retorno de 25 años

$$\begin{aligned}x_{25,15} &= \bar{x}_{15} + K_{25} s_{15} \\&= 0.799 + 2.044 \times 0.154 \\&= 1.11 \text{ pulg}\end{aligned}$$

Este valor no debe ajustarse debido a que su periodo de retorno es superior a 10 años.

Ecuaciones para las curvas IDF

Las curvas de intensidad-duración-frecuencia también pueden expresarse como ecuaciones con el fin de evitar la lectura de la intensidad de lluvia de diseño en una gráfica. Por ejemplo, Wenzel (1982) dedujo, para algunas ciudades de los Estados Unidos, coeficientes para utilizarse en una ecuación de la forma

$$i = \frac{c}{T_d^e + f} \quad (14.2.2)$$

donde i es la intensidad de lluvia de diseño, T_d es la duración y c , e y f son coeficientes que varían con el lugar y el periodo de retorno. La tabla 14.2.3 muestra los valores de estos coeficientes para períodos de retorno de 10 años en 10 ciudades de los Estados Unidos.

También es posible extender la ecuación (14.2.2) para incluir el periodo de retorno T utilizando la ecuación

$$i = \frac{c T^m}{T_d + f} \quad (14.2.3)$$

o

$$i = \frac{c T^m}{T_d^e + f} \quad (14.2.4)$$

Ejemplo 14.2.4 Determine y compare las intensidades de lluvia de diseño de 10 años y 20 minutos en Los Ángeles y Denver.

Solución. La intensidad de lluvia de diseño se calcula utilizando $T_d = 20$ min y los valores de los coeficientes para Los Ángeles ($c = 20.3$, $e = 0.63$ y $f = 2.06$) se obtienen de la tabla 14.2.3, con lo cual la ecuación (14.2.2) arroja

$$\begin{aligned}i &= \frac{c}{T_d^e + f} \\&= \frac{20.3}{20^{0.63} + 2.06} \\&= 2.34 \text{ pulg/h}\end{aligned}$$

En forma similar, para Denver $i = c/(T_d^e + f) = 96.6/(20^{0.97} + 13.90) = 3.00 \text{ pulg/h}$. La intensidad de diseño en Denver es mayor en $3.00 - 2.34 = 0.66 \text{ pulg/h}$, o 28%.

TABLA 14.2.3

Constantes para la ecuación de lluvia (14.2.2) para intensidades de tormenta de 10 años de periodo de retorno en diferentes lugares

Lugar	c	e	f
Atlanta	97.5	0.83	6.88
Chicago	94.9	0.88	9.04
Cleveland	73.7	0.86	8.25
Denver	96.6	0.97	13.90
Houston	97.4	0.77	4.80
Los Ángeles	20.3	0.63	2.06
Miami	124.2	0.81	6.19
New York	78.1	0.82	6.57
Santa Fe	62.5	0.89	9.10
St. Louis	104.7	0.89	9.44

Las constantes corresponden a i en pulgadas por hora y T_d en minutos. Fuente: Wenzel, 1982. Copyright de la American Geophysical Union.

14.3 HIETOGRAMAS DE DISEÑO UTILIZANDO ANÁLISIS DE EVENTOS DE TORMENTA

Analizando los eventos de tormenta observados, puede determinarse la secuencia temporal de precipitación en tormentas típicas. Huff (1967) desarrolló relaciones de distribución temporal para tormentas fuertes en áreas de hasta 400 mi^2 en Illinois. Los patrones de distribución temporal se desarrollaron para cuatro grupos de probabilidad, desde los más severos (primer cuartil) hasta los menos severos (cuarto cuartil). La figura 14.3.1a) muestra la distribución de probabilidad para las tormentas del primer cuartil. Estas curvas son suaves, lo cual refleja una distribución promedio de lluvia con el tiempo; no muestran las características bruscas de las tormentas observadas. La figura 14.3.1b) muestra histogramas seleccionados para las tormentas del primer cuartil con probabilidades de ocurrencia acumuladas de 10, 50 y 90%, cada uno ilustra el porcentaje de la lluvia total para incrementos del 10% en la duración de la tormenta. El histograma del 50% representa un patrón de lluvia acumulada que debe ser excedido por la mitad de las tormentas. El histograma del 90% puede interpretarse como una distribución de tormenta que es igualada o excedida en el 10% de las tormentas o menos. La distribución del 50% del primer cuartil se ha utilizado en el modelo de simulación de drenaje de tormentas ILLUDAS por Terstriep y Stall (1974).

El Soil Conservation Service del U. S. Department of Agriculture (1986) desarrolló hietogramas sintéticos de tormentas para utilizarse en los Estados Unidos con duraciones de tormentas de 6 y 24 horas. Estos hietogramas se dedujeron al utilizar la información presentada por Hershfield (1961) y Miller, Frederick y Tracey (1973) y datos de tormentas adicionales. La tabla 14.3.1 y la figura 14.3.2 presentan los hietogramas acumulados. Existen cuatro tormentas de 24 horas de duración, llamadas Tipo I, IA, II y III, respectivamente; la figura 14.3.3 muestra la localización

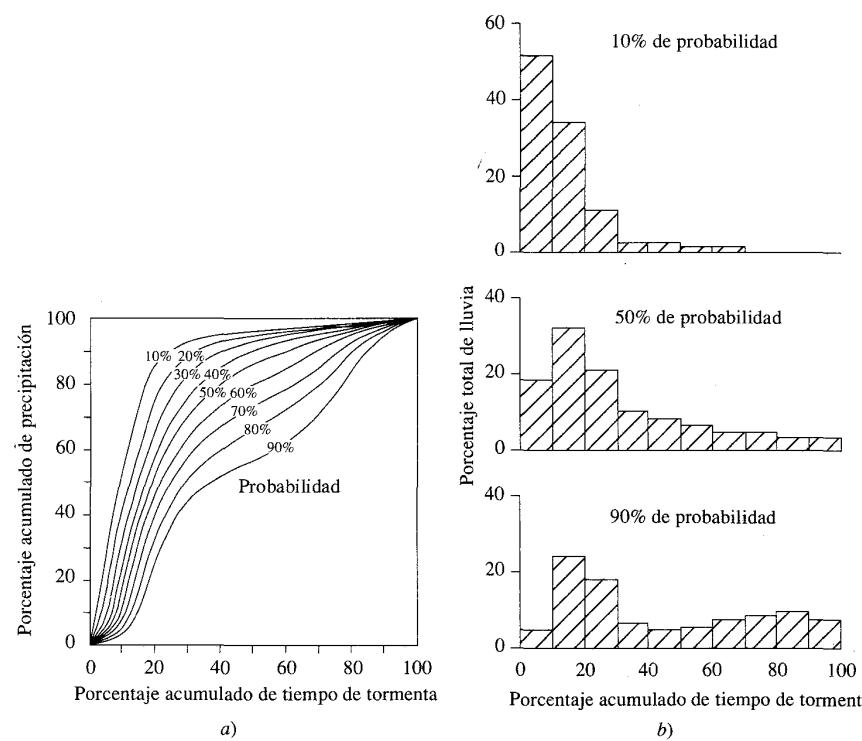


FIGURA 14.3.1

a) Distribución temporal de tormentas de primer cuartil. La probabilidad mostrada es la posibilidad de que el patrón de tormenta observado caiga a la izquierda de la curva. b) Histogramas seleccionados de tormentas del primer cuartil. (Fuente: Huff, 1967, Copyright de la American Geophysical Union).

geográfica en los Estados Unidos donde dichos hietogramas podrían aplicarse. Los Tipos I y IA corresponden al clima marítimo del Pacífico con inviernos húmedos y veranos secos. El Tipo III corresponde al Golfo de México y las áreas costeras del Atlántico, donde las tormentas tropicales producen lluvias de 24 horas muy grandes. El Tipo II corresponde al resto del país.

Pilgrim y Cordery (1975) desarrollaron un método de análisis de hietogramas basado en el ordenamiento de los intervalos de tiempo de una tormenta teniendo en cuenta la profundidad de precipitación que ocurre en cada uno de ellos y repitiendo ese procedimiento en muchas tormentas en la región. Sumando el orden de cada intervalo, puede obtenerse la forma típica del hietograma. Esta metodología es la estándar en el diseño hidrológico en Australia (The Institution of Engineers Australia, 1987).

TABLA 14.3.1
Distribuciones de lluvia SCS

Tormenta de 24 horas						Tormenta de 6 horas		
		P_t/P_{24}						
Hora t	$t/24$	Tipo I	Tipo IA	Tipo II	Tipo III	Hora t	$t/6$	P_t/P_6
0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.0	0.083	0.035	0.050	0.022	0.020	0.60	0.10	0.04
4.0	0.167	0.076	0.116	0.048	0.043	1.20	0.20	0.10
6.0	0.250	0.125	0.206	0.080	0.072	1.50	0.25	0.14
7.0	0.292	0.156	0.268	0.098	0.089	1.80	0.30	0.19
8.0	0.333	0.194	0.425	0.120	0.115	2.10	0.35	0.31
8.5	0.354	0.219	0.480	0.133	0.130	2.28	0.38	0.44
9.0	0.375	0.254	0.520	0.147	0.148	2.40	0.40	0.53
9.5	0.396	0.303	0.550	0.163	0.167	2.52	0.42	0.60
9.75	0.406	0.362	0.564	0.172	0.178	2.64	0.44	0.63
10.0	0.417	0.515	0.577	0.181	0.189	2.76	0.46	0.66
10.5	0.438	0.583	0.601	0.204	0.216	3.00	0.50	0.70
11.0	0.459	0.624	0.624	0.235	0.250	3.30	0.55	0.75
11.5	0.479	0.654	0.645	0.283	0.298	3.60	0.60	0.79
11.75	0.489	0.669	0.655	0.357	0.339	3.90	0.65	0.83
12.0	0.500	0.682	0.664	0.663	0.500	4.20	0.70	0.86
12.5	0.521	0.706	0.683	0.735	0.702	4.50	0.75	0.89
13.0	0.542	0.727	0.701	0.772	0.751	4.80	0.80	0.91
13.5	0.563	0.748	0.719	0.799	0.785	5.40	0.90	0.96
14.0	0.583	0.767	0.736	0.820	0.811	6.00	1.0	1.00
16.0	0.667	0.830	0.800	0.880	0.886			
20.0	0.833	0.926	0.906	0.952	0.957			
24.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000			

Fuente: U. S. Dept. of Agriculture, Soil Conservation Service, 1973, 1986.

Método del hietograma triangular

Un triángulo es una figura simple para un hietograma de diseño debido a que una vez que se conozcan tanto la profundidad de precipitación de diseño P como la duración T_d , la longitud de la base y la altura del triángulo se determinan. Considérese un hietograma triangular como el mostrado en la figura 14.3.4. La longitud de la base es T_d y la altura es h , luego la profundidad total de precipitación en el hietograma está dada por $P = \frac{1}{2} T_d h$, de donde

$$h = \frac{2P}{T_d} \quad (14.3.1)$$

Un coeficiente del avance de tormenta r se define como la relación del tiempo antes del pico t_a con respecto a la duración total:

$$r = \frac{t_a}{T_d} \quad (14.3.2)$$

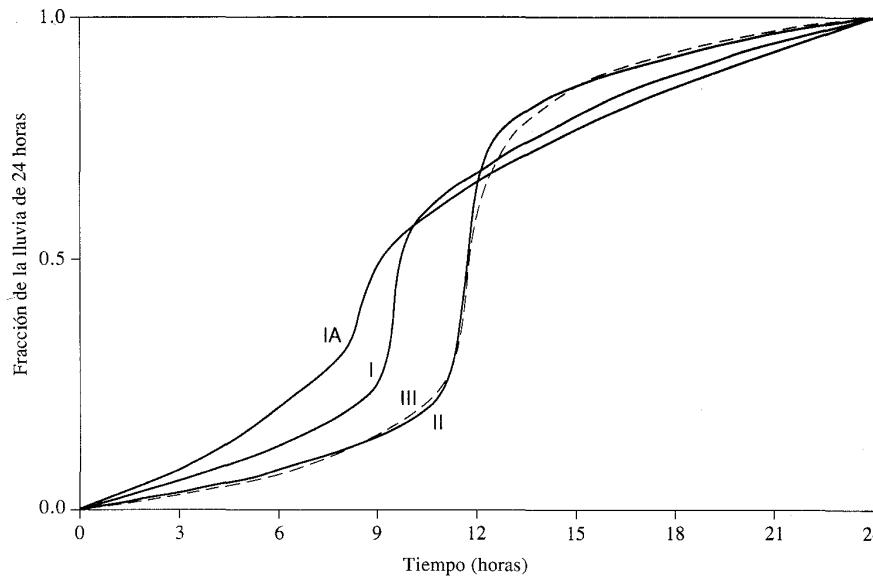


FIGURA 14.3.2
Hietogramas de lluvia de 24 horas del Soil Conservation Service. (Fuente: U. S. Dept. of Agriculture, Soil Conservation Service, 1986).

Luego el tiempo de recession t_b está dado por

$$\begin{aligned} t_b &= T_d - t_a \\ &= (1 - r)T_d \end{aligned} \quad (14.3.3)$$

Un valor de r igual a 0.5 corresponde a una intensidad pico que ocurre en la mitad de la tormenta, mientras que un valor menor que 0.5 tendrá el pico antes y un valor mayor que 0.5 tendrá el pico después del punto medio de la tormenta. Un valor apropiado de r se determina calculando la relación entre el tiempo de intensidad pico y la duración de la tormenta para una serie de tormentas de diferentes duraciones. La media de estas relaciones, ponderada de acuerdo con la duración de cada evento, es el valor de r . Los valores de r reportados en la literatura técnica se presentan en la tabla 14.3.2, la cual muestra que en muchos lugares las tormentas tienden a ser de un tipo avanzado, con r menor que 0.5.

Yen y Chow (1980) analizaron 9,869 tormentas en cuatro lugares: Urbana, Illinois; Boston, Massachusetts; Elizabeth City, New Jersey; y San Luis Obispo, California. Su análisis indicó que los hietogramas triangulares para la mayor parte de las tormentas fuertes eran idénticos en su forma, con sólo algunos efectos secundarios causados por la duración de la tormenta, las inexactitudes de las medidas y la localización geográfica.

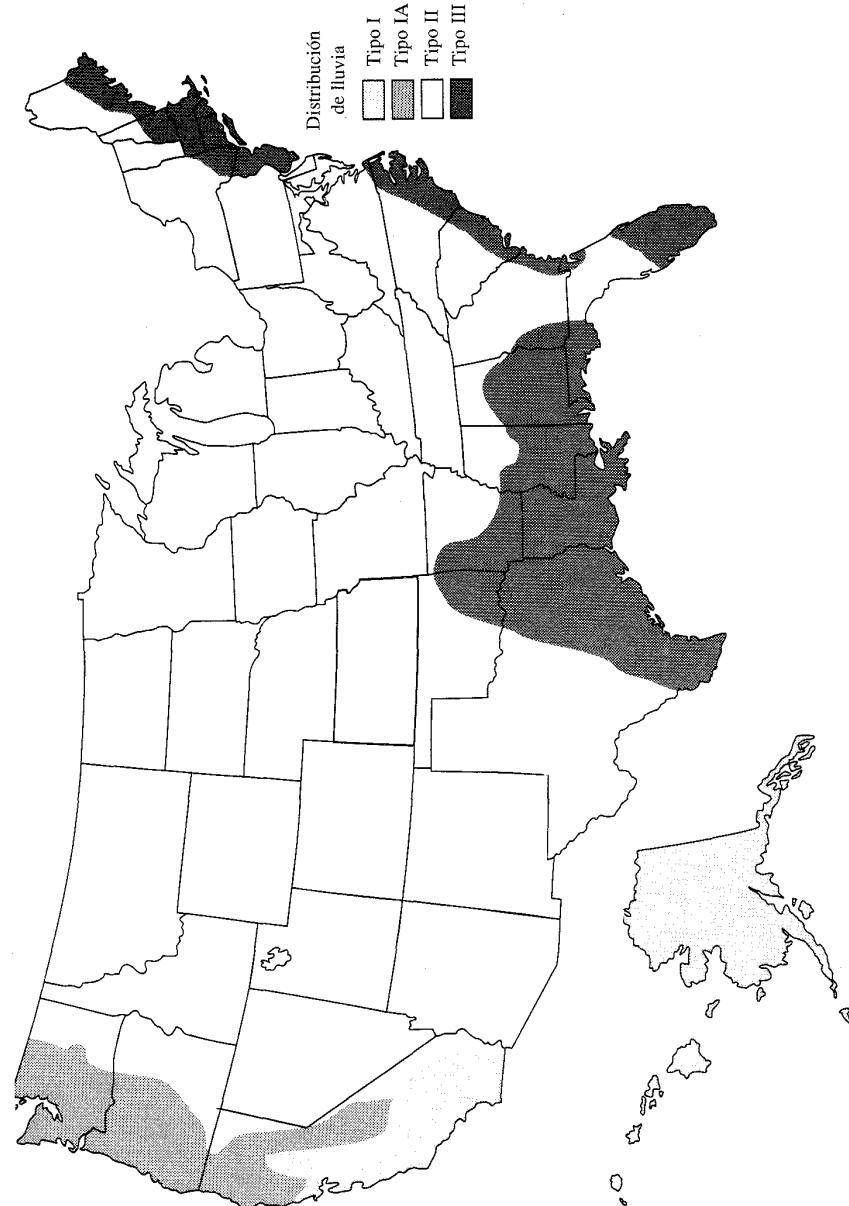


FIGURA 14.3.3
Localización en los Estados Unidos para la aplicación de los hietogramas de lluvia de 24 horas del SCS. (Fuente: U.S. Dept. of Agriculture, Soil Conservation Service, 1986).

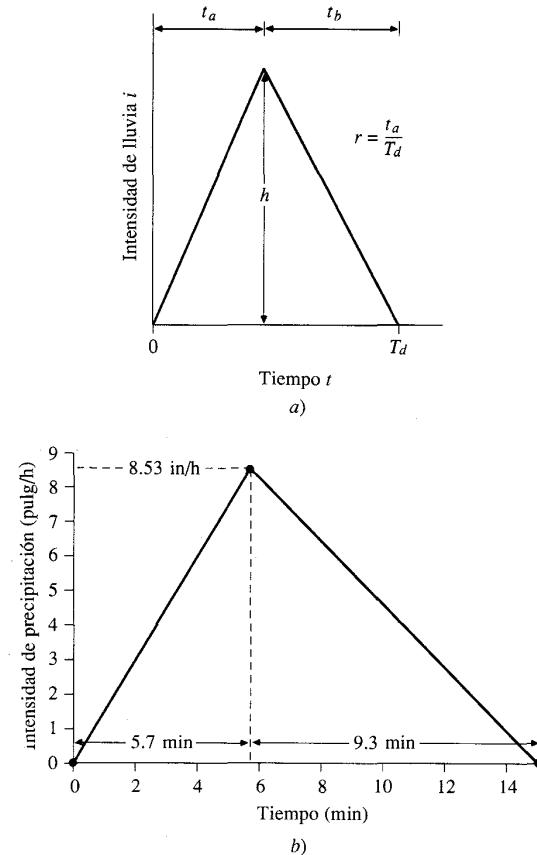


FIGURA 14.3.4
Hietogramas triangulares de diseño. a) Hietograma triangular general de diseño. b) Hietograma triangular de diseño para una tormenta de 5 años y 15 minutos en Urbana, Illinois (ejemplo 14.3.1).

TABLA 14.3.2
Valores del coeficiente de avance de tormenta r para varios lugares

Lugar	r	Referencia
Baltimore	0.399	McPherson (1958)
Chicago	0.375	Keifer y Chu (1957)
Chicago	0.294	McPherson (1958)
Cincinnati	0.325	Preul y Papadakis (1973)
Cleveland	0.375	Havens y Emerson (1968)
Gauhati, India	0.416	Bandyopadhyay (1972)
Ontario	0.480	Marsalek (1978)
Philadelphia	0.414	McPherson (1958)

Fuente: Wenzel, 1982. Copyright de la American Geophysical Union.

Ejemplo 14.3.1 Determine el hietograma triangular para el diseño de un alcantarillado de aguas lluvias en Urbana, Illinois; el periodo de retorno de diseño es de 5 años y la duración de lluvia de diseño se ha fijado en 15 minutos. El coeficiente de avance de la tormenta es $r = 0.38$.

Solución. De la figura 14.1.2, para la precipitación en Urbana (Illinois central), $P_{2,15} = 0.88$ pulg y $P_{100,15} = 1.70$ pulg. La profundidad para un periodo de retorno de 5 años está dada por la ecuación (14.1.2) con $a = 0.674$ y $b = 0.278$ de acuerdo con la tabla 14.1.1:

$$\begin{aligned} P_{5,15} &= 0.674P_{2,15} + 0.278P_{100,15} \\ &= 0.674 \times 0.88 + 0.278 \times 1.70 \\ &= 1.07 \text{ pulg} \end{aligned}$$

La intensidad pico h se calcula utilizando (14.3.1) con $T_d = 15 \text{ min} = 0.25 \text{ h}$:

$$h = \frac{2P}{T_d} = \frac{2 \times 1.07}{0.25} = 8.56 \text{ pulg/h}$$

El tiempo t_a hasta la intensidad pico se calcula utilizando la ecuación (14.3.2):

$$t_a = rT_d = 0.38 \times 0.25 = 0.095 \text{ h} = 5.7 \text{ min}$$

El tiempo de recession t_b es

$$t_b = T_d - t_a = 0.25 - 0.095 = 0.155 \text{ h} = 9.3 \text{ min}$$

El hietograma de diseño resultante está graficado en la figura 14.3.4b. Los valores para intensidad de precipitación en intervalos regulares pueden calcularse y convertirse en profundidades de precipitación para el análisis de lluvia-escorrentía del alcantarillado de aguas lluvias.

14.4 HIETOGRAMAS DE PRECIPITACIÓN DE DISEÑO UTILIZANDO LAS RELACIONES IDF

En los métodos de diseño en hidrología desarrollados hace muchos años, tal como el método racional, sólo se utilizaba el caudal pico. No existía consideración alguna sobre el tiempo de distribución del caudal (el hidrograma de caudal) o sobre la distribución temporal de la precipitación (el hietograma de precipitación). Sin embargo, los métodos de diseño desarrollados más recientemente, los cuales utilizan el análisis de flujo no permanente, requieren de predicciones confiables del hietograma de diseño para obtener los hidrogramas de diseño.

Método del bloque alterno

El *método del bloque alterno* es una forma simple para desarrollar un hietograma de diseño utilizando una curva de intensidad-duración-frecuencia. El hietograma de diseño producido por este método especifica la profundidad de precipitación que ocurre en n intervalos de tiempo sucesivos de duración Δt sobre una duración total de $T_d = n\Delta t$. Después de seleccionar el periodo de retorno de diseño, la intensidad es leída en una curva IDF para cada una de las duraciones Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$, ..., y la profundidad de precipitación correspondiente se encuentra al multiplicar la intensidad y la duración. Tomando diferencias entre valores sucesivos de profundidad de precipita-

ción, se encuentra la cantidad de precipitación que debe añadirse por cada unidad adicional de tiempo Δt . Estos incrementos o bloques se reordenan en una secuencia temporal de modo que la intensidad máxima ocurra en el centro de la duración requerida T_d y que los demás bloques queden en orden descendente alternativamente hacia la derecha y hacia la izquierda del bloque central para formar el hietograma de diseño.

Ejemplo 14.4.1 Determine, en incrementos de 10 minutos, el hietograma de precipitación de diseño para una tormenta de 2 horas en Denver con un periodo de retorno de 10 años.

Solución. Tal como se ilustró en el ejemplo 14.2.4, la intensidad de precipitación de 10 años para una duración dada en Denver puede calcularse utilizando la ecuación (14.2.2) con $c = 96.6$, $e = 0.97$ y $f = 13.90$. Para una duración de 20 minutos, este cálculo arroja $i = 3.00$ pulg/h. Los valores para otras duraciones en intervalos de 10 minutos se muestran en la columna 2 de la tabla 14.4.1. Multiplicando la intensidad y la duración se calcula la correspondiente profundidad de precipitación. Para una duración de 20 minutos $P = iT_d = (3.00 \text{ pulg/h}) \times 0.333 = 1.001 \text{ pulg}$; en la columna 3 de la tabla 14.4.1 se muestran cálculos similares para las otras duraciones. Se puede ver que la profundidad acumulada se incrementa con la duración hasta el límite de 2 horas o 120 minutos.

La profundidad de precipitación de 10 minutos es 0.693 comparada con 1.001 pulg para 20 minutos, luego, durante los 20 minutos más intensos de la tormenta de diseño, 0.693 pulg caerán en 10 minutos, mientras que $1.001 - 0.693 = 0.308$ pulg caerán en los 10 minutos restantes. Utilizando este razonamiento y tomando incrementos sucesivos de profundidad de precipitación acumulada, tal como se muestra en la columna 4 de la tabla 14.4.1, se encuentra la profundidad de precipitación añadida por cada uno de los incrementos adicionales en la duración de la tormenta. En la columna 6 se encuentran orde-

TABLA 14.4.1
Hietograma de precipitación de diseño desarrollado en incrementos de 10 min para una tormenta de 10 años y 2 horas en Denver, utilizando el método del bloque alterno (ejemplo 14.4.1)

Columna:	1 Duración (min)	2 Intensidad (pulg/h)	3 Profundidad acumulada (pulg)	4 Profundidad incremental (pulg)	5 Tiempo (min)	6 Precipitación (pulg)
	10	4.158	0.693	0.693	0-10	0.024
	20	3.002	1.001	0.308	10-20	0.033
	30	2.357	1.178	0.178	20-30	0.050
	40	1.943	1.296	0.117	30-40	0.084
	50	1.655	1.379	0.084	40-50	0.178
	60	1.443	1.443	0.063	50-60	0.693
	70	1.279	1.492	0.050	60-70	0.308
	80	1.149	1.533	0.040	70-80	0.117
	90	1.044	1.566	0.033	80-90	0.063
	100	0.956	1.594	0.028	90-100	0.040
	110	0.883	1.618	0.024	100-110	0.028
	120	0.820	1.639	0.021	110-120	0.021

TORMENTAS DE DISEÑO

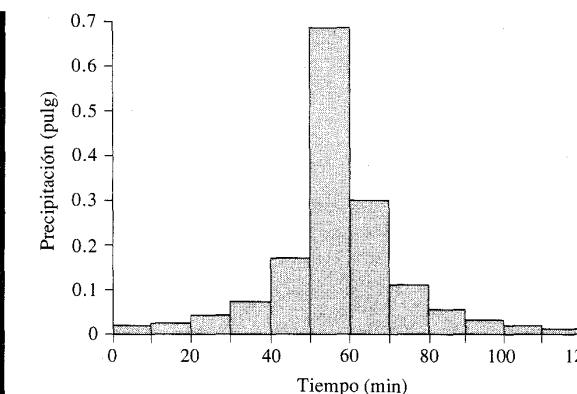


FIGURA 14.4.1
Hietograma de diseño de 10 años y 2 horas desarrollado para Denver utilizando el método del bloque alterno (ejemplo 14.4.1).

nadas las profundidades de precipitación, de tal manera que el bloque máximo (0.693 pulg) se localiza en el intervalo 50-60 min; el segundo mayor bloque (0.308 pulg) se localiza a la derecha del bloque máximo, en el intervalo 60-70 min (usando una intensidad de 1.00 pulg entre los minutos 50-70, tal como se requiere), el tercer mayor bloque (0.178 pulg) se localiza a la izquierda del bloque máximo (40-50 min) y así sucesivamente. Los resultados se encuentran graficados en la figura 14.4.1, en donde puede verse el orden descendente de los bloques a la izquierda y a la derecha del bloque máximo. Un hietograma de diseño construido en esta forma, representa un evento de 10 años tanto para una duración total de 2 horas como para cualquier otro periodo dentro de esta duración centrado en el bloque máximo.

Método de la intensidad instantánea

Si se conoce la ecuación que define la curva intensidad-duración-frecuencia, pueden desarrollarse ecuaciones que describan la variación de la intensidad con el tiempo en el hietograma de diseño. El principio es similar al empleado en el método del bloque alterno, es decir, la profundidad de precipitación para un periodo de duración T_d alrededor del pico de la tormenta es igual al valor dado por la curva o ecuación de IDF. La diferencia entre este nuevo método y el método del bloque alterno es que se considera que la intensidad de precipitación varía en forma continua a través de la tormenta.

Considérese el hietograma de tormenta mostrado en la figura 14.4.2. La línea horizontal punteada dibujada en el hietograma para una intensidad de precipitación dada i intersecará el hietograma antes y después del pico. Medido con respecto al tiempo de intensidad pico, el tiempo de intersección antes del pico se denota como t_a y después del pico como t_b . El tiempo total entre las intersecciones se denomina T_d , de tal manera que

$$T_d = t_a + t_b \quad (14.4.1)$$

El coeficiente de avance de la tormenta r se define igual que antes, como la relación del tiempo antes del pico con respecto al tiempo entre intersecciones

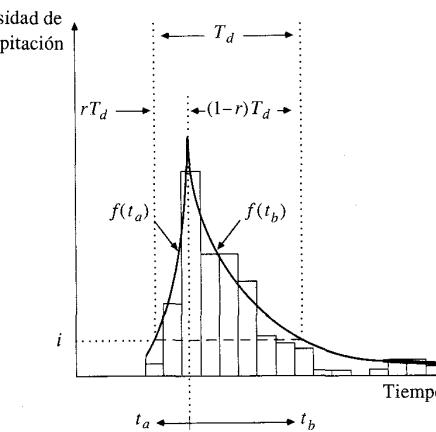


FIGURA 14.4.2
Ajuste de un hietograma mediante curvas.

$$r = \frac{t_a}{T_d} \quad (14.4.2)$$

Utilizando las ecuaciones (14.4.1) y (14.4.2) se encuentra que

$$T_d = \frac{t_a}{r} = \frac{t_b}{1-r} \quad (14.4.3)$$

Tal como se muestra en la figura 14.4.2, se supone que dos curvas, $i_a = f(t_a)$ e $i_b = f(t_b)$, se ajustan a las intensidades de precipitación del hietograma, donde i_a e i_b son las intensidades de precipitación antes y después del pico, respectivamente. Luego, la cantidad total de lluvia R durante el tiempo T_d está dada por el área bajo las curvas:

$$R = \int_0^{rT_d} f(t_a) dt_a + \int_0^{(1-r)T_d} f(t_b) dt_b \quad (14.4.4)$$

Nótese que $f(t_a) = f(t_b)$ para cualquier T_d ; diferenciando la ecuación (14.4.4) con respecto a T_d se obtiene

$$\frac{dR}{dT_d} = f(t_a) = f(t_b) \quad (14.4.5)$$

Si la intensidad de lluvia promedio para la duración T_d es i_{med} , entonces

$$R = T_d i_{\text{med}} \quad (14.4.6)$$

Diferenciando (14.4.6) con respecto a T_d se obtiene

$$\frac{dR}{dT_d} = i_{\text{med}} + T_d \frac{di_{\text{med}}}{dT_d} = f(t_a) = f(t_b) \quad (14.4.7)$$

Keifer y Chu (1957) desarrollaron un hietograma sintético de este tipo para usarse en el diseño del sistema de alcantarillado en Chicago. Ellos definieron la intensidad promedio de lluvia i_{med} tal como en la ecuación (14.2.2):

$$i_{\text{med}} = \frac{c}{T_d^e + f} \quad (14.4.8)$$

Diferenciando la ecuación (14.4.8) y sustituyendo el resultado en la ecuación (14.4.7) puede demostrarse que la intensidad i para la cual la línea interseca el hietograma para una duración T_d está dada por

$$i = \frac{c[(1-e)T_d^e + f]}{(T_d^e + f)^2} \quad (14.4.9)$$

Las ecuaciones para las intensidades i_a e i_b en términos de t_a y t_b se encuentran al sustituir T_d de la ecuación (14.4.3) en la ecuación (14.4.9).

Ejemplo 14.4.2 Desarrolle un hietograma de diseño de 2 horas para una tormenta con periodo de retorno de 10 años, en Denver, utilizando un coeficiente de avance de tormenta de $r = 0.5$.

Solución. Para el valor de $r = 0.5$ en una tormenta de 120 minutos de duración la intensidad pico ocurre en el tiempo $t = 60$ min medida desde el inicio de la tormenta. Los tiempos relativos t_a y t_b antes y después del tiempo del pico se muestran en la columna 2 de la tabla 14.4.2. Se utiliza un intervalo de tiempo de 2 minutos alrededor del pico para aumentar la exactitud y un intervalo de tiempo de 10 minutos para el resto. Las intensidades de lluvia se calculan mediante la ecuación (14.4.9) usando los valores $c = 96.6$, $e = 0.97$ y $f = 13.9$ tomados de la tabla 14.2.3; $r = 0.5$; y T_d dado por la ecuación (14.4.3).

$$i = \frac{c[(1-e)T_d^e + f]}{(T_d^e + f)^2}$$

Antes del pico, $T_d = t_a/r$, luego para $t = 50$ min, por ejemplo, $t_a = 60 - 50 = 10$ min y $T_d = t_a/r = 10/0.5 = 20$ min; luego

$$i = i_a = \frac{96.6[(1-0.97)20^{0.97} + 13.9]}{(20^{0.97} + 13.9)^2}$$

$$= 1.348 \text{ pulg/h}$$

En la columna 3 de la tabla 14.4.2 se muestran valores calculados en forma similar para todos los intervalos de tiempo. Los valores de intensidad después del pico se calculan utilizando el mismo procedimiento con $T_d = t_b/(1-r)$. Por ejemplo, cuando $t = 70$ min, $t_b = 70 - 60 = 10$ min y $T_d = 10/(1-0.5) = 20$ min, luego $i_b = 1.348 \text{ pulg/h}$ para este caso también.

Los valores de intensidad de precipitación determinados en esta forma son valores instantáneos; la profundidad de precipitación en cada intervalo de tiempo puede calcularse utilizando la regla trapezoidal. Por ejemplo, con referencia a la tabla 14.4.2, la

TABLA 14.4.2
Cálculo del hietograma de diseño de 10 años y
2 horas en Denver mediante el método de la intensidad
instantánea (ejemplo 14.4.2)

Columna:	1 Tiempo <i>t</i> (min)	2 Tiempo relativo <i>t_a, t_b</i> (min)	3 Intensidad (pulg/h)	4 Precipitación incremental (pulg)
	0	60	0.118	
	10	50	0.156	0.023
	20	40	0.219	0.031
	30	30	0.334	0.046
	40	20	0.585	0.077
	50	10	1.348	0.161
	52	8	1.691	0.051
	54	6	2.193	0.065
	56	4	2.975	0.086
	58	2	4.303	0.121
	60	0	6.950	0.188
	62	2	4.303	0.188
	64	4	2.975	0.121
	66	6	2.193	0.086
	68	8	1.691	0.065
	70	10	1.348	0.051
	80	20	0.585	0.161
	90	30	0.334	0.077
	100	40	0.219	0.046
	110	50	0.156	0.031
	120	60	0.118	0.023
Profundidad total (pulg)		1.697		

profundidad de precipitación durante los primeros 10 minutos es $[(0.118 + 0.156)/2] \times (10/60) = 0.023$ pulg, tal como se muestra en la columna 4. La suma de todos los incrementos de precipitación es 1.697 pulg, la cual es levemente mayor que la profundidad de precipitación real de 1.64 pulg para una tormenta de 10 años de periodo de retorno y 2 horas de duración en Denver, calculada en el ejemplo 14.4.1. Esta diferencia surge debido a la discretización de la escala continua de tiempo que se hace en este ejemplo y al uso de una simple regla trapezoidal para calcular la profundidad de precipitación. La diferencia se hubiera disminuido si se utilizan incrementos de tiempo de 2 minutos para todo el horizonte de tiempo, y no solamente alrededor de la intensidad pico en la tabla 14.4.2.

La figura 14.4.3 muestra el hietograma desarrollado en este ejemplo junto con un hietograma calculado en forma similar con un coeficiente de avance de 0.25. Puede verse que el efecto del cambio en el coeficiente de avance simplemente es cambiar la localización de la intensidad pico pero no su magnitud.

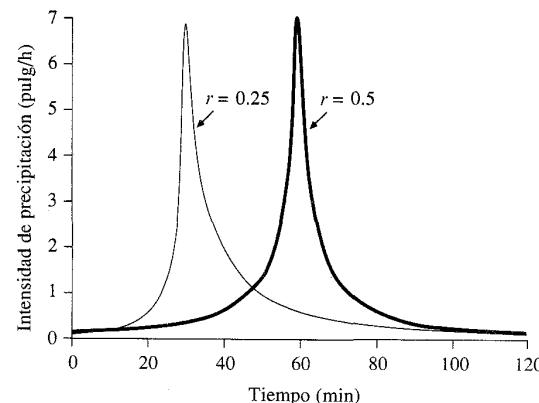


FIGURA 14.4.3
Hietogramas de diseño para
una tormenta de 10 años en
Denver, desarrollados mediante
el método de la intensidad ins-
tantánea, con coeficientes de
avance *r* = 0.25 y 0.5 (ejemplo
14.4.2).

14.5 TORMENTAS LÍMITES ESTIMADAS

Los valores límites estimados (VLE) comúnmente utilizados en el diseño de estructuras para el control de agua son la *precipitación máxima probable* (PMP), la *tormenta máxima probable* (TMP) y la *creciente máxima probable* (CMP), a pesar de que sería posible desarrollar otros VLE como criterios para diferentes tipos de diseños hidrológicos. La PMP proporciona solamente una profundidad de precipitación, cuya distribución temporal debe definirse para formar una TMP. La TMP puede utilizarse como entrada a un modelo de lluvia-escorrentía de un sistema de drenaje de cuencas, el cual puede utilizarse posteriormente para desarrollar una CMP para el diseño de estructuras de control de escorrentía.

Precipitación máxima probable

La PMP es el valor límite estimado de precipitación. En consecuencia, la PMP puede definirse como la mayor profundidad de precipitación estimada analíticamente para una duración dada que sea físicamente posible y que caracterice razonablemente una región geográfica particular en un determinado periodo del año. En la práctica no se tienen en cuenta los efectos del cambio de clima a largo plazo para la estimación de la PMP. Debe tenerse en cuenta que el concepto de PMP no es totalmente confiable, debido a que no puede estimarse perfectamente y a que su probabilidad de ocurrencia es desconocida. Sin embargo, en las aplicaciones prácticas, se ha encontrado que la PMP es útil y su uso continuará debido a la preocupación pública acerca de la seguridad de proyectos tales como grandes represas.

Existe una gran variedad de métodos para determinar la PMP. Debido a las incertidumbres y limitaciones en los datos y su conocimiento, puede considerarse la PMP como un estimativo y el criterio y la experiencia deben utilizarse al fijar su valor. En los siguientes párrafos se discuten los métodos para estimar la PMP.

1. *Aplicación de modelos de tormenta.* Los modelos de tormenta pueden utilizarse para estimar la PMP donde no exista suficiente información de tormentas o ésta no sea representativa, o donde existe una topografía abrupta que complica el

fenómeno de la tormenta y hace que la medida de precipitación sea difícil. El modelo de celda convectiva para tormentas eléctricas presentado en la sección 3.3 es un ejemplo de un modelo de tormenta y Wiesner (1970) presentó un modelo similar para la precipitación producida por la elevación orográfica de masas de aire húmedo sobre colinas o montañas. Cuando los efectos orográficos y convectivos ocurren en forma simultánea, los dos tipos de modelos pueden superponerse.

El uso de modelos de tormenta es más eficiente para determinar la PMP en grandes áreas que en áreas pequeñas. Sobre un área grande el principio de continuidad puede aplicarse más fácilmente utilizando velocidades medias del flujo de entrada y de salida, y el contenido de humedad del aire entrante puede definirse a partir de la temperatura del punto de rocío que persista durante un tiempo considerable (usualmente 12 horas). Es más difícil definir estos factores para las tasas de precipitación extremas que ocurren localmente y durante períodos cortos. Por consiguiente, a pesar de que los modelos de tormenta pueden indicar la magnitud de la precipitación que puede esperarse, deben calibrarse cuidadosamente a partir de los datos de tormentas observadas en la región de interés antes de utilizarse en diseños.

2. *Maximización de tormentas reales.* La principal deficiencia de los modelos de tormenta es su representación demasiado simplificada de la tormenta real. Si hay disponibilidad de registros de tormentas reales, éstos deben maximizarse para obtener los valores de la PMP. Este proceso involucra incrementar la precipitación de las tormentas observadas usando la relación del flujo de entrada de humedad real de la tormenta con respecto al máximo flujo de entrada de humedad teóricamente posible en el sitio.

Si no existen registros de tormenta adecuados en la cuenca del proyecto, es posible transponer tormentas de otras áreas a la cuenca del proyecto para el cálculo de la PMP como si estas tormentas hubieran ocurrido en la cuenca. El procedimiento de transposición de tormentas involucra la selección de tormentas adecuadas para la transposición, la determinación de la orientación de las tormentas críticas para la cuenca y los ajustes por diferencias, si existen, en la temperatura de punto de rocío, la elevación, el viento prevaleciente y los efectos orográficos.

Las lluvias más intensas registradas en el mundo, de acuerdo con la Organización Meteorológica Mundial (1983), se aproximan por la ecuación

$$P = 422T_d^{0.475} \quad (14.5.1)$$

donde P es la profundidad de precipitación en milímetros y T_d es la duración en horas. Esta ecuación se obtuvo ajustando los datos de lluvias extremas observadas en muchos lugares para duraciones que varían desde un minuto hasta algunos meses. Esta ecuación es un estimativo de las profundidades de precipitación que pueden ocurrir bajo circunstancias muy extremas.

3. *Cartas generalizadas de PMP.* Los estimativos de PMP pueden hacerse ya sea para cuencas individuales o para grandes regiones que incluyan numerosas cuencas de varios tamaños. En este último caso, los estimativos se conocen como *estimativos generalizados* y usualmente se muestran como mapas de isoyetas que describen la variación regional de la PMP para alguna duración especificada, tamaño de cuenca y variación anual o estacional. Estos mapas se conocen como *cartas generalizadas de PMP*.

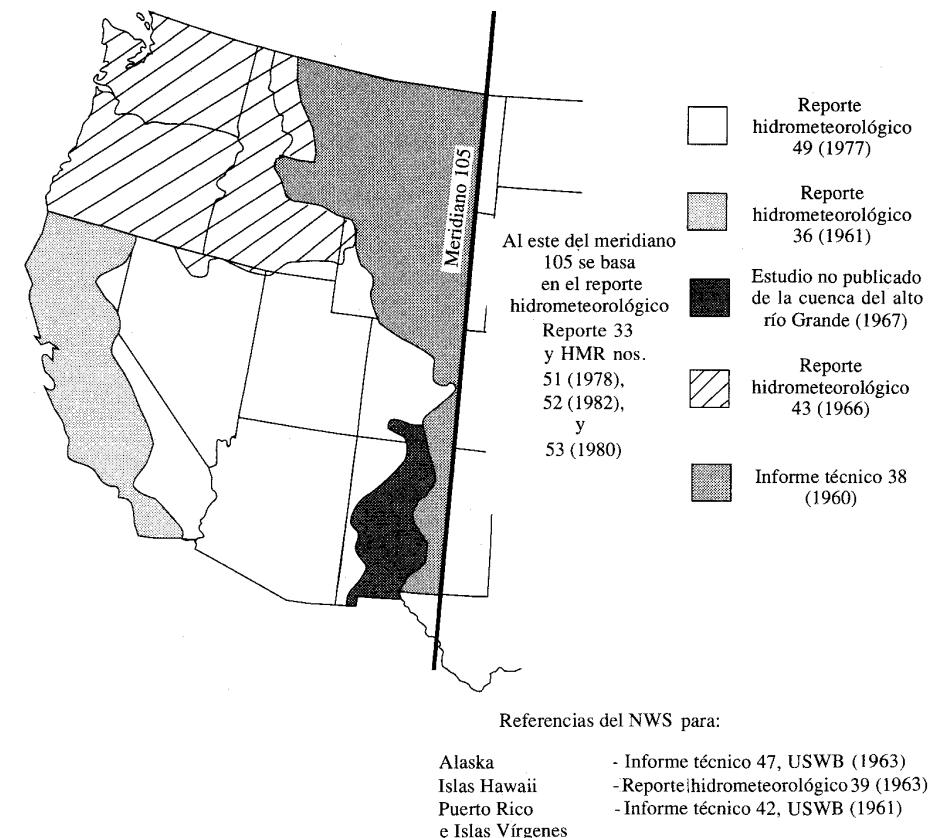


FIGURA 14.5.1

Fuentes de información para cálculos de precipitación máxima probable en los Estados Unidos. (Fuente: National Academy of Sciences, 1983. Utilizada con autorización).

Las cartas generalizadas de PMP más ampliamente utilizadas en los Estados Unidos son aquellas contenidas en el reporte hidrometeorológico No. 51 del U. S. National Weather Service, comúnmente conocido como HMR 51 (Schreiner y Riedel, 1978), para los Estados Unidos al este del meridiano 105. Estos mapas especifican la profundidad de precipitación máxima probable para cualquier periodo del año (conocido como un estimativo para todas las estaciones) como una función del área de la tormenta, variando desde 10 hasta 20,000 mi², y una duración de tormenta que varía desde 6 hasta 72 horas. Para las regiones localizadas al oeste del meridiano 105, la National Academy of Sciences (1983) ha preparado el diagrama mostrado en la figura 14.5.1, el cual especifica la publicación del National Weather Service apropiada para obtener información de precipitación máxima probable.

Tormenta máxima probable

La TMP, o tormenta máxima probable, involucra la distribución temporal de la lluvia. Los valores de TMP generalmente están dados como profundidades máximas acumuladas para cualquier duración especificada. Por ejemplo, las profundidades dadas para 6, 12, 18 y 24 horas representan en forma típica la profundidad total para cada duración y no la secuencia temporal en la cual ocurre la precipitación.

Con el fin de desarrollar el hietograma de una TMP, es necesario conocer las distribuciones espaciales y temporales de la PMP. Hansen, Schreiner y Miller (1982) esbozaron, en el reporte hidrometeorológico No. 52 (HMR 52), un procedimiento para determinar la TMP para áreas de los Estados Unidos localizadas al este del meridiano 105.

Con el propósito de modelar la escorrentía máxima, es necesario investigar diferentes secuencias temporales críticas de incrementos de PMP. En general, la distribución temporal crítica de los incrementos de PMP se determina utilizando la experiencia y la información disponible, tal como la que se obtiene de mapas climáticos de tormentas históricas críticas. Una secuencia comúnmente adoptada es la distribución temporal más avanzada, es decir, aquella que comienza con la mayor cantidad y continúa con incrementos decrecientes.

Creciente máxima probable

La CMP es la mayor creciente que puede esperarse suponiendo una coincidencia completa de todos los factores que producirían la máxima lluvia y la máxima escorrentía. Esta creciente está basada en una PMP y por consiguiente su frecuencia no puede determinarse. Desde el punto de vista económico, usualmente es prohibitivo diseñar una estructura para la CMP, con excepción de los vertederos de grandes presas cuya falla podría producir daños excesivos y pérdidas de vidas humanas. Por consiguiente, una forma pragmática utilizada en muchas situaciones de diseño es no definir la creciente de diseño como el valor límite estimado, sino disminuir éste en un determinado porcentaje que es función del tipo de estructura y de su amenaza en caso de falla. Con este propósito, en el diseño realmente se utiliza un evento de creciente que corresponde a la creciente máxima que puede esperarse razonablemente, teniendo en cuenta todas las condiciones pertinentes de localización, meteorología, hidrología y topografía. Esta creciente de diseño puede determinarse analíticamente como la creciente causada por la mayor tormenta histórica transpuesta y su magnitud puede ser una fracción del VLE.

En la práctica, la creciente de diseño usualmente se conoce como *creciente estandar de proyecto* (CEP). La CEP se estima al utilizar una modelación de lluvia-escorrentía aplicando el método del hidrograma unitario a la *tormenta estandar de proyecto* (TEP), la cual es la mayor tormenta que puede esperarse en forma razonable. La TEP puede deducirse a partir de un análisis detallado de los patrones de tormenta y una transposición de tormentas a posiciones que produzcan las máximas escorrentías. Para un área de drenaje particular y una estación del año en la cual el derretimiento de nieve no sea de interés, el estimativo de la TEP debería representar la relación profundidad-área-duración que produzca la creciente más severa y el patrón de isoyetas de cualquier tormenta que razonablemente se considere como característica de la región. Deben considerarse las características de escorrentía de la cuenca y cualquier estructura para el control de aguas en ésta. Cuando el derreti-

miento de nieve constituya un volumen sustancial de la escorrentía para el hidrograma de la CEP, deben tenerse en cuenta dichos derretimientos en el estimativo. Cuando las crecientes predominantemente son el resultado del derretimiento de nieve, el estimativo de la CEP debería basarse en las combinaciones más críticas de nieve, temperatura y pérdida de agua, consideradas como razonablemente características. Estimativos pasados han indicado que las magnitudes de la TEP y los caudales de la CEP generalmente se localizan en el rango del 40 al 60% del VLE para la misma cuenca.

En algunos casos el estimativo de la CEP puede tener mucho que ver en el diseño de un proyecto particular; en otros casos este estimativo puede servir solamente como una indicación del grado de protección parcial propuesto para el proyecto. Los estimativos de la CEP se hacen sólo para estructuras intermedias y grandes debido a que necesitan un esfuerzo considerable en los estudios.

Programas de computador para el desarrollo de TMP Y CMP

El U. S. Army Corps of Engineers Hydrologic Engineering Center (1984) describe un programa de computador conocido como el HMR 52 el cual calcula la precipitación promedio sobre una cuenca para la tormenta máxima probable de acuerdo con los criterios planteados en el reporte hidrometeorológico No. 52. Las entradas a este programa incluyen los estimativos de la PMP del HMR 51; el programa calcula la PMP promediada espacialmente para cada una de las subcuenca o combinaciones de subcuenca en el área de drenaje. Así mismo selecciona el tamaño del área de la tormenta y su orientación con el fin de producir la precipitación promedio máxima de la cuenca. El usuario debe proporcionar el centro de las tormentas y su distribución temporal. Este programa puede utilizarse en conjunto con el U. S. Army Corps of Engineers HEC-1 (sección 15.2) que es un modelo de lluvia-escorrentía para calcular la creciente máxima probable.

14.6 CÁLCULO DE PRECIPITACIÓN MÁXIMA PROBABLE

Los estimativos de la escorrentía causada por la PMP se requieren para el diseño de vertederos y para el estudio de seguridad de presas. Con el fin de llevar a cabo un análisis de lluvia-escorrentía que utilice la PMP, se deben conocer las distribuciones temporales y espaciales de los estimativos de PMP. Hansen, Schreiner y Miller (1982) desarrollaron un procedimiento para deducir la distribución de la PMP para los Estados Unidos al este del meridiano 105, en el informe hidrometeorológico No. 52. Este procedimiento se utiliza para la determinación de la tormenta máxima probable, la cual se requiere para determinar el caudal pico y para encontrar el hidrograma de la creciente máxima probable por medio de un análisis de lluvia-escorrentía. El procedimiento está basado en la información deducida de las mayores tormentas registradas y es aplicable a las regiones no orográficas localizadas al este de los Estados Unidos.

El procedimiento para determinar la precipitación máxima probable sobre una cuenca tiene cinco elementos importantes: 1) *curvas profundidad-área-duración*, las cuales especifican la PMP para un área de tormenta y una duración determinadas; 2) un *patrón de isoyetas estandar* que distribuya espacialmente la precipitación

en la forma de una elipse; 3) un *factor de ajuste de orientación*, el cual reduce el estimativo de la PMP si el eje longitudinal del patrón de isoyetas estándar no está orientado en la dirección del flujo de la humedad atmosférica normal para la región; 4) un *área de tormenta crítica*, la cual genera la PMP sobre la cuenca; y 5) un *factor de ajuste de isoyetas*, que especifica el porcentaje de profundidad del PMP que se aplica a cada uno de los niveles del patrón de isoyetas estándar.

Curvas profundidad-área-duración. En los estimativos de precipitación puntual basados en probabilidades, existen tres variables que deben considerarse: intensidad (o profundidad), duración y frecuencia de ocurrencia. Para la PMP, la frecuencia de ocurrencia se reemplaza por el área de tormenta como la tercera variable. La figura 14.6.1 muestra la PMP para el este de los Estados Unidos con un área de 10 mi^2 y con duraciones de 6 y 12 horas. Por ejemplo, para Chicago la figura 14.6.1a) indica que la PMP con 6 horas de duración tiene una profundidad de 26 pulg aproximadamente, y la figura 14.6.1b) arroja una profundidad de 30 pulg aproximadamente para la PMP de 12 horas. Entonces en una tormenta máxima probable de 12 horas sobre un área de 10 mi^2 en Chicago, caerán 26 pulg en las 6 horas más intensas y $30 - 26 = 4$ pulg ocurrirán en las 6 horas restantes. Para un lugar dado, la gráfica de profundidad-área-duración es una gráfica de profundidad vs. área de tormenta con curvas para diferentes duraciones.

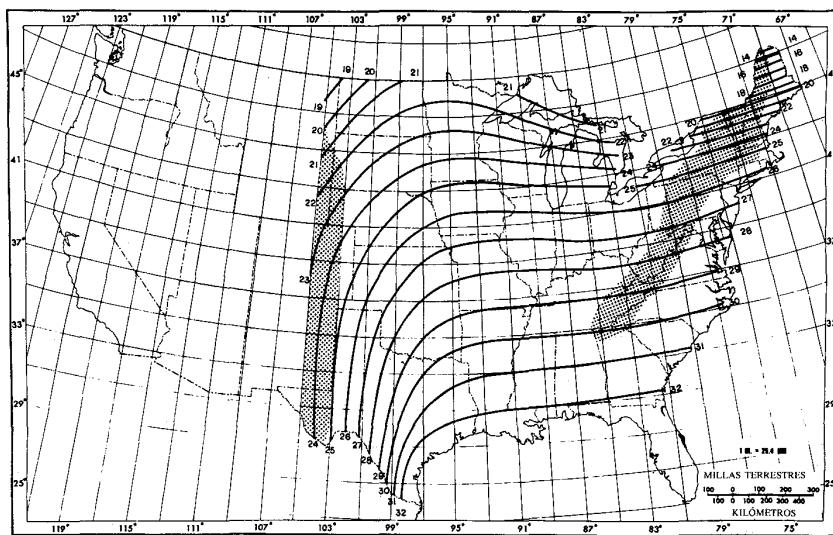


FIGURA 14.6.1a)
PMP (pulg) de todas las estaciones para 6 horas, 10 mi^2 . (Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

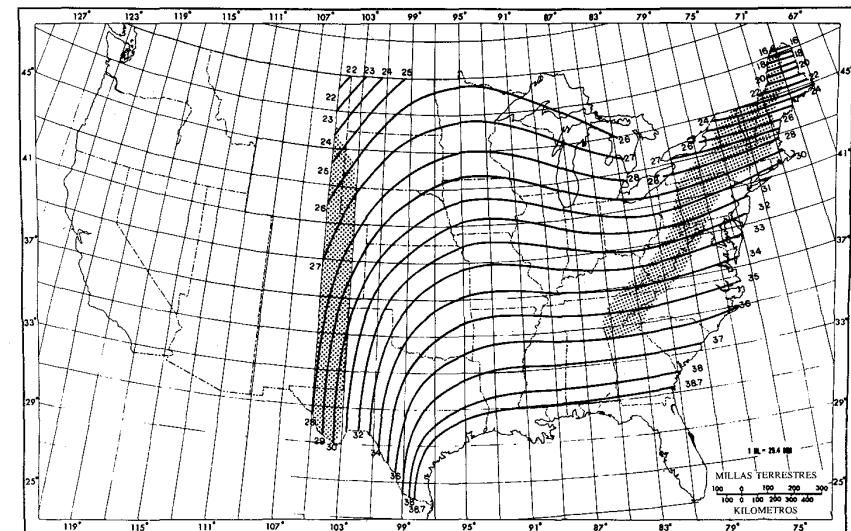


FIGURA 14.6.1b)
PMP (pulg) de todas las estaciones para 12 horas, 10 mi^2 . (Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

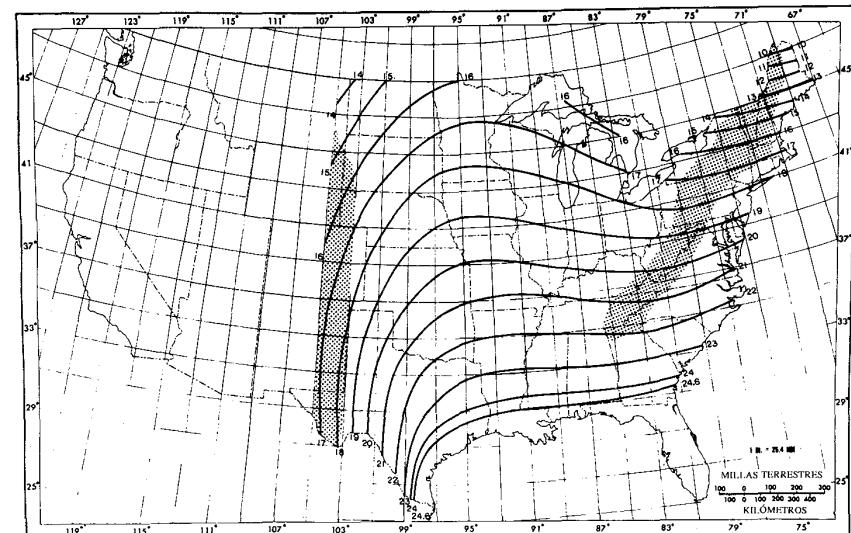


FIGURA 14.6.1c)
PMP (pulg) de todas las estaciones para 6 horas, 200 mi^2 . (Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

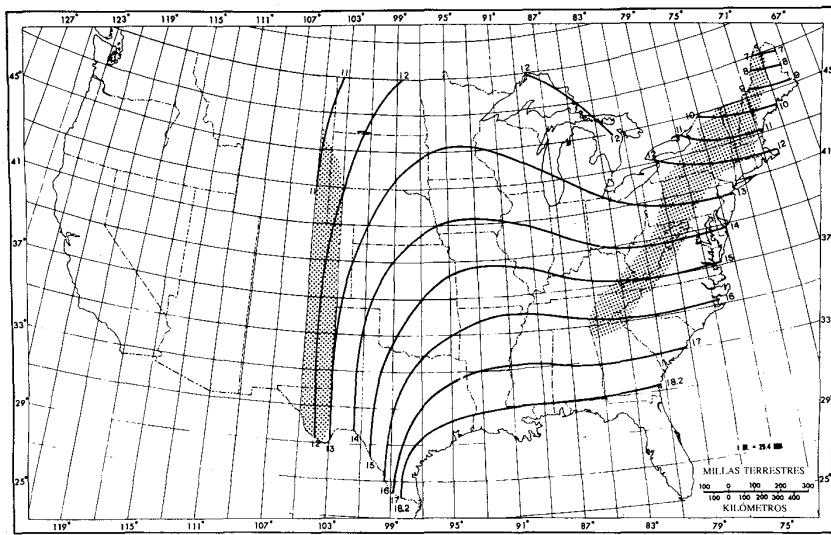


FIGURA 14.6.1d)

PMP (pulg) de todas las estaciones para 6 horas, $1,000 \text{ mi}^2$. (Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

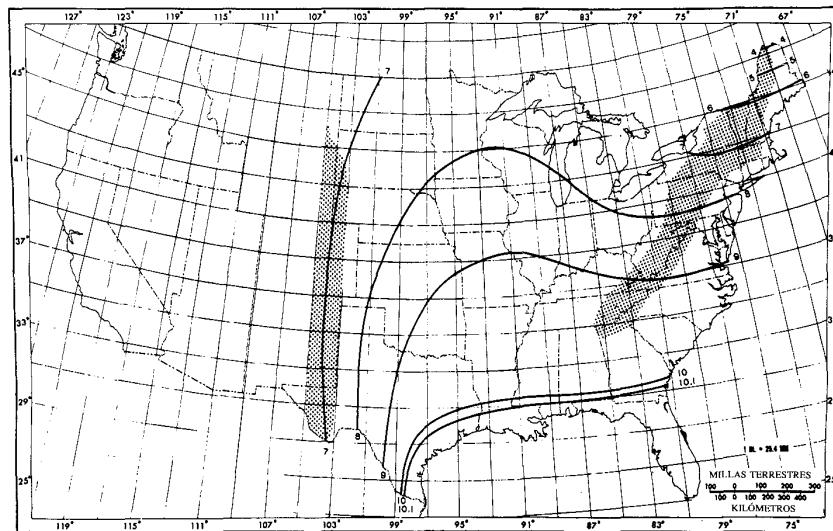


FIGURA 14.6.1e)

PMP (pulg) de todas las estaciones para 6 horas, $5,000 \text{ mi}^2$. (Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

Patrón de isoyetas estándar. En la figura 14.6.2 se muestra un patrón de tormenta elíptico estándar adoptado en el HMR 52. Éste tiene 14 niveles, denominados de A a N, cada uno de los cuales encierra un área específica: el nivel A contiene 10 mi^2 , el nivel B 25 mi^2 , y así sucesivamente. La relación de las longitudes de los ejes mayor y menor de las elipses mostradas es 2.5 a 1. Si a y b son las longitudes de los semiejes mayor y menor mostrados en la figura 14.6.2, el área de la ellipse está dada por

$$A = \pi ab \quad (14.6.1)$$

Como $a = 2.5b$, la sustitución en (14.6.1) da la longitud del semieje menor como:

$$b = \left(\frac{A}{2.5\pi} \right)^{1/2} \quad (14.6.2)$$

Por ejemplo, para $A = 10 \text{ mi}^2$, $b = (10/2.5\pi)^{1/2} = 1.13 \text{ mi}$ y $a = 2.5b = 2.5 \times 1.13 = 2.82 \text{ mi}$. La longitud r para un radio que subtiende un ángulo θ con respecto al eje mayor está dada por

$$r^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta} \quad (14.6.3)$$

Por ejemplo, para $\theta = 45^\circ$, $a = 2.82$ y $b = 1.13 \text{ mi}$, $r^2 = 2.82^2 \times 1.13^2 / (2.82^2 \sin^2 45^\circ + 1.13^2 \cos^2 45^\circ) = 2.20 \text{ mi}$.

Factor de ajuste por orientación. La orientación del patrón de isoyetas que conduzca con mayor posibilidad a un evento de PMP en cualquier lugar de los Estados Unidos al este del meridiano 105 se indica en la figura 14.6.3. El norte se considera como 0° en esta figura, y los ángulos se miden en el sentido de las agujas del reloj desde esta dirección. La figura está basada en promedios de orientaciones de isoyetas promedio para las tormentas más grandes en los Estados Unidos, las cuales tienen predominantemente un flujo de humedad desde el sur y el oeste (180° a 270°). Es importante anotar que el flujo de humedad para un evento de PMP en cualquier lugar no está restringido a orientación alguna; es razonable esperar que el contenido de humedad ocurra sobre un rango de orientaciones centradas alrededor de los valores dados en la figura 14.6.3. Si el eje longitudinal de patrón de tormenta es oblicuo con respecto a la orientación recomendada, el estimativo de PMP debe reducirse en un porcentaje dependiendo del ángulo entre las dos direcciones. La figura 14.6.4 muestra el factor de ajuste para diferencias de la orientación.

Área de tormenta crítica. El área de tormenta crítica es aquella para la cual la precipitación de la curva profundidad-área-duración arroja la mayor PMP sobre la cuenca, teniendo en cuenta que el área de la cuenca no tiene una forma elíptica similar a la del patrón de isoyetas estándar.

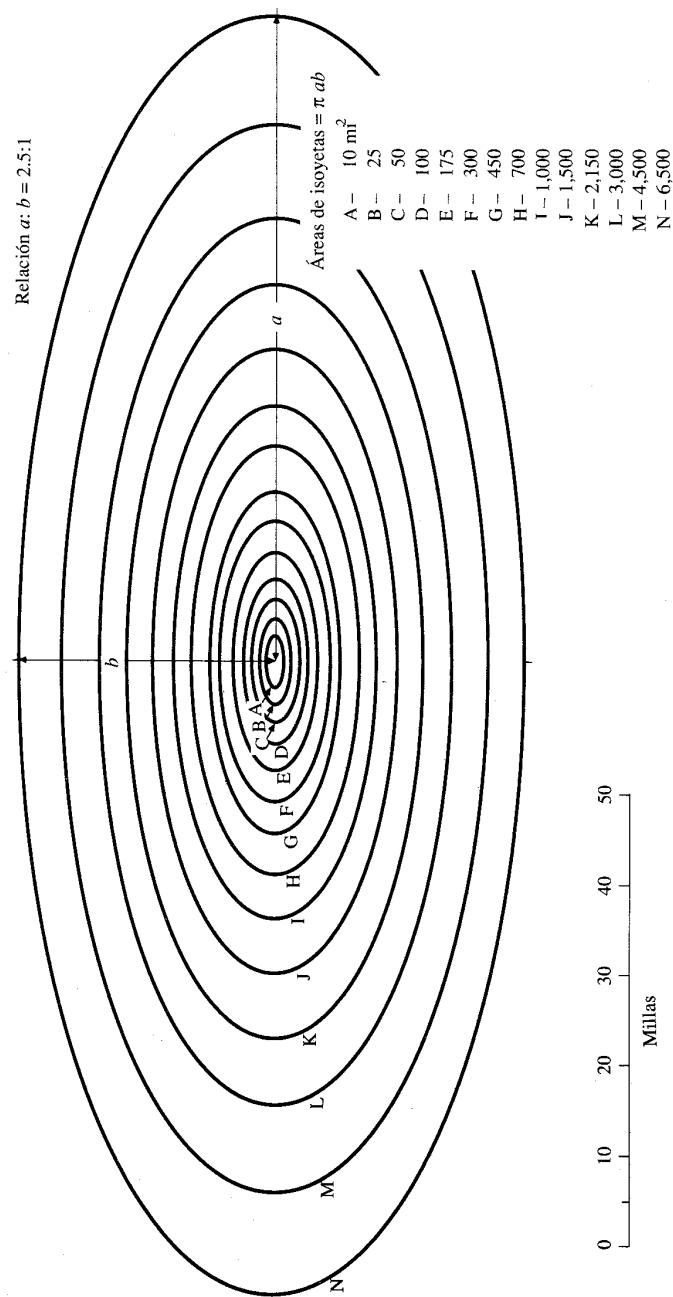


FIGURA 14.6.2 Patrón de isoyetas estandar recomendado para la distribución espacial de la PMP al este del meridiano no 105. (Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

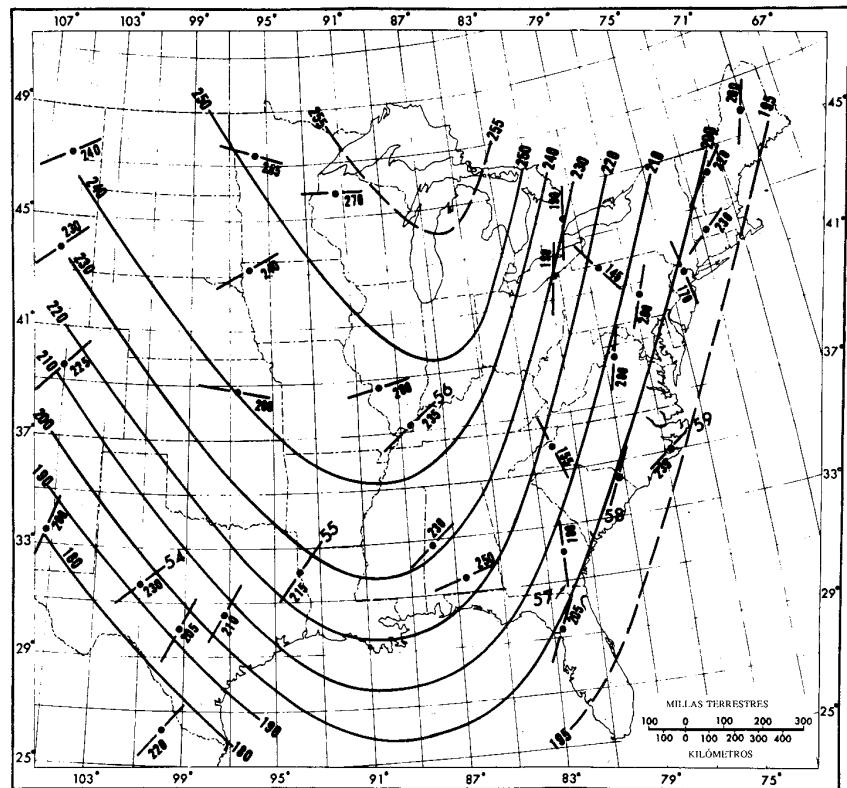
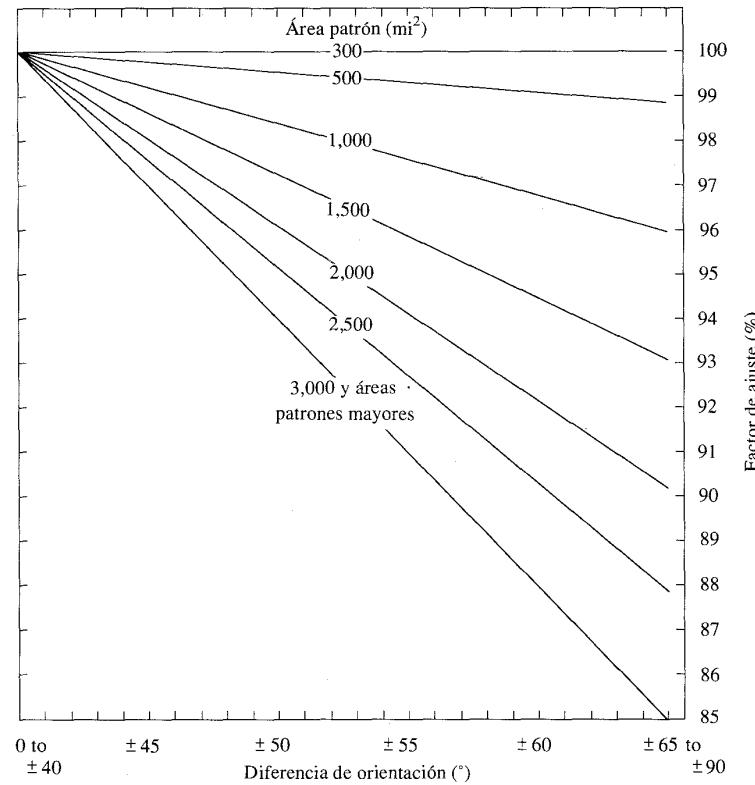


FIGURA 14.6.3

Análisis de la orientación de isoyetas para tormentas grandes seleccionadas, adoptadas como orientaciones recomendadas de la PMP, dentro de $\pm 40^\circ$. (Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

Factor de área de isoyetas. El valor de la PMP representa la profundidad promedio de precipitación sobre un área específica para una duración dada. Cuando una tormenta está representada por el patrón de isoyetas estándar, existirán regiones con mayores profundidades de precipitación cerca del centro del patrón y regiones con menor profundidad de precipitación cerca de los bordes. La figura 14.6.5 muestra, para el intervalo de tormenta con las 6 horas más extensas, el porcentaje de la profundidad de la PMP específica que debe aplicarse a cada uno de los niveles en el patrón de isoyetas estándar para obtener la distribución espacial correcta. Por ejemplo, utilizando la PMP para un área de 10 mi^2 , de acuerdo con la gráfica, el nivel A (área 10 mi^2) recibe el 100% de la profundidad de la PMP y el nivel B (área 25 mi^2) recibe el 64%. Por consiguiente, como la profundidad de la PMP de 6 horas para 10 mi^2 en Chicago es 26 pulg, tal como se encontró anteriormente, esta tormenta tendría una profundidad de $26 \times 0.64 = 16.4$ pulg sobre 25 mi^2 , lo cual representa un volumen de $25 \text{ mi}^2 \times 16.4$ pulg = $416 \text{ mi}^2 \cdot \text{pulg}$ de precipitación, de la cual $10 \text{ mi}^2 \times 26 \text{ pulg} = 260 \text{ mi}^2 \cdot \text{pulg}$, o el 63% ocurre en el área de 10 mi^2 con mayor intensidad de lluvia.

**FIGURA 14.6.4**

Factores de ajuste para diferencias de orientación de isoyetas. Esta figura se utiliza para determinar el factor de ajuste que debe aplicarse a los valores de la figura 14.6.2 cuando el patrón se coloca con una orientación desviada más de 40° con respecto a lo recomendado en la figura 14.6.3. (Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

Ejemplo 14.6.1 Determine la distribución espacial y la profundidad promedio sobre la cuenca producida por la precipitación máxima probable de 6 horas en la cuenca de drenaje del río León aguas arriba del embalse Belton, en Texas. El área de la cuenca de drenaje es de $3,660 \text{ mi}^2$ aproximadamente con el centro de drenaje localizado en $31^{\circ} 45' \text{N}$, $98^{\circ} 15' \text{O}$. (Este ejemplo es una versión simplificada de un ejemplo de diseño presentado en el HMR 52).

Solución.

1. *Desarrollo de la curva profundidad-área-duración.* La profundidad de la PMP de 6 horas en el río León para diferentes tormentas puede leerse en los mapas estándar de PMP, incluyendo aquellos mostrados en la figura 14.6.1. La profundidad de PMP se grafica como una función del área de tormenta y de la duración, tal como se muestra en

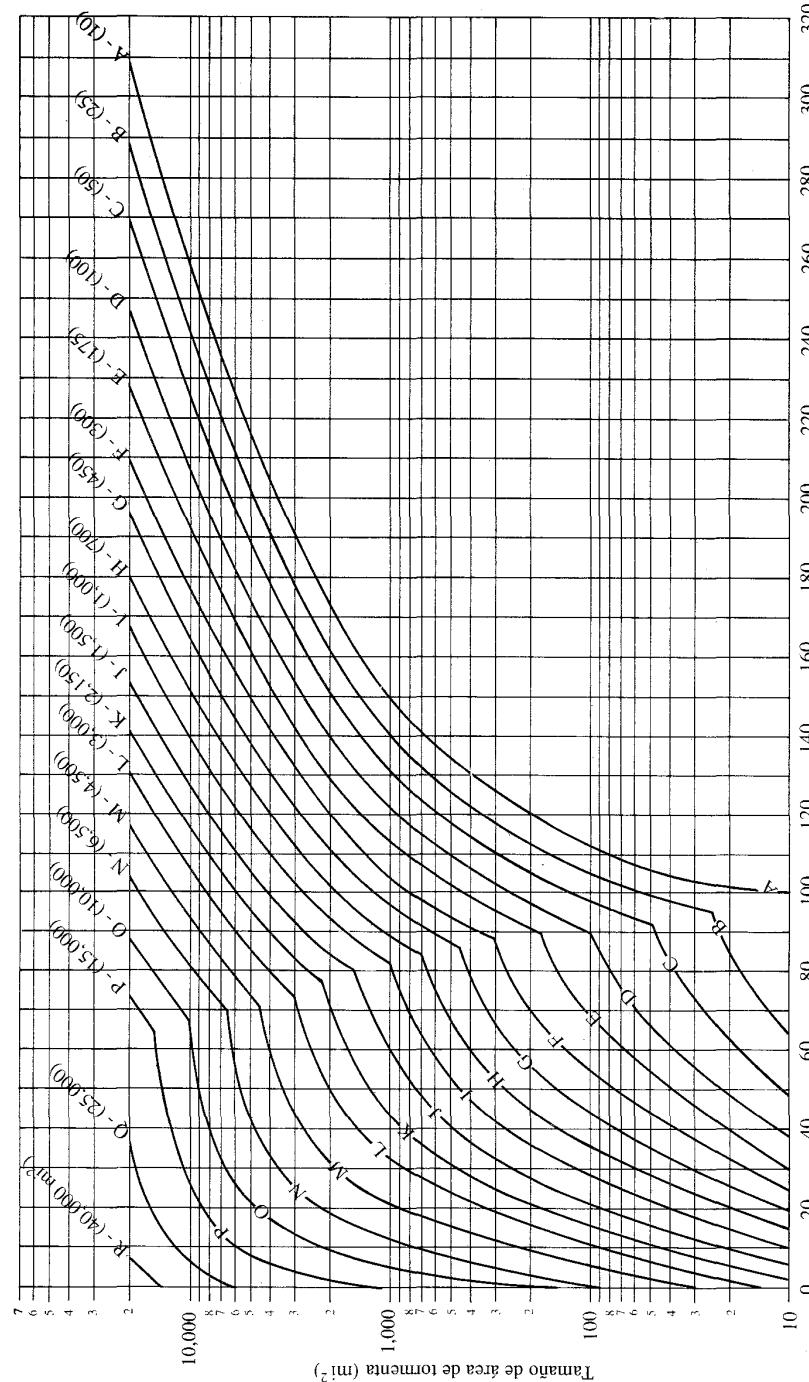


FIGURA 14.6.5
Nomograma para determinar valores de precipitación entre isoyetas utilizando el estimativo de la PMP para un área de tormenta dada.
(Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

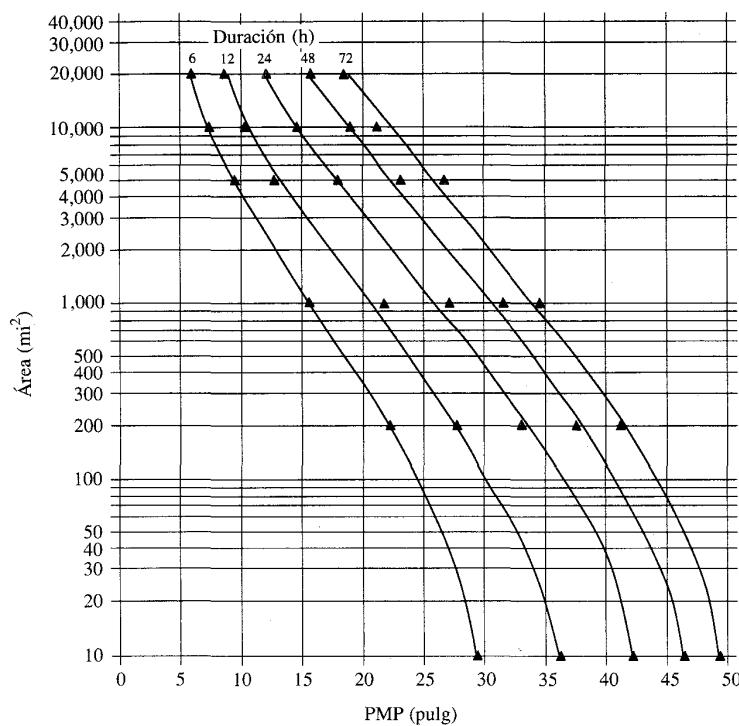


FIGURA 14.6.6

Curvas profundidad-área-duración para 31°45'N, 98°15'O aplicable al drenaje del río León, Texas.
(Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

la figura 14.6.6. En este ejemplo solamente se considerará la curva de 6 horas. Los puntos tomados de los mapas se grafican y se conectan con una línea suave para formar la curva de profundidad-área para esta duración. Luego se leen las profundidades de la PMP para un cierto número de áreas de tormenta tal como se muestra en la columna 2 de la tabla 14.6.1.

2. Ajuste por orientación de la cuenca. En la figura 14.6.7 se muestra la forma como se centra el patrón de isoyetas estándar sobre la cuenca de drenaje del río León. El eje longitudinal de la cuenca parte del sureste (134°) hacia el noroeste (314°) en forma oblicua a la dirección preferencial para este lugar, desde el suroeste (208°). El mapa mostrado en la figura 14.6.4 se aplica a una orientación que varía desde 135° hasta 315° , luego la orientación preferencial (208°) se resta de la dirección del eje de la cuenca que caiga en el rango 135° a 315° (314° en este caso), es decir, $314^\circ - 208^\circ = 106^\circ$. Cuando la diferencia en orientación es mayor que 90° , se utiliza el valor de 180° menos la diferencia en orientación para esta figura, es decir, en este caso $180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$. Los valores de factor de ajuste por orientación para 74° y para áreas de tormenta pueden leerse en la figura 14.6.4 para ser colocados en la columna 3 de la tabla 14.6.1. La multiplicación de las columnas 2 y 3 arroja las profundidades ajustadas que se muestran en la columna 4.

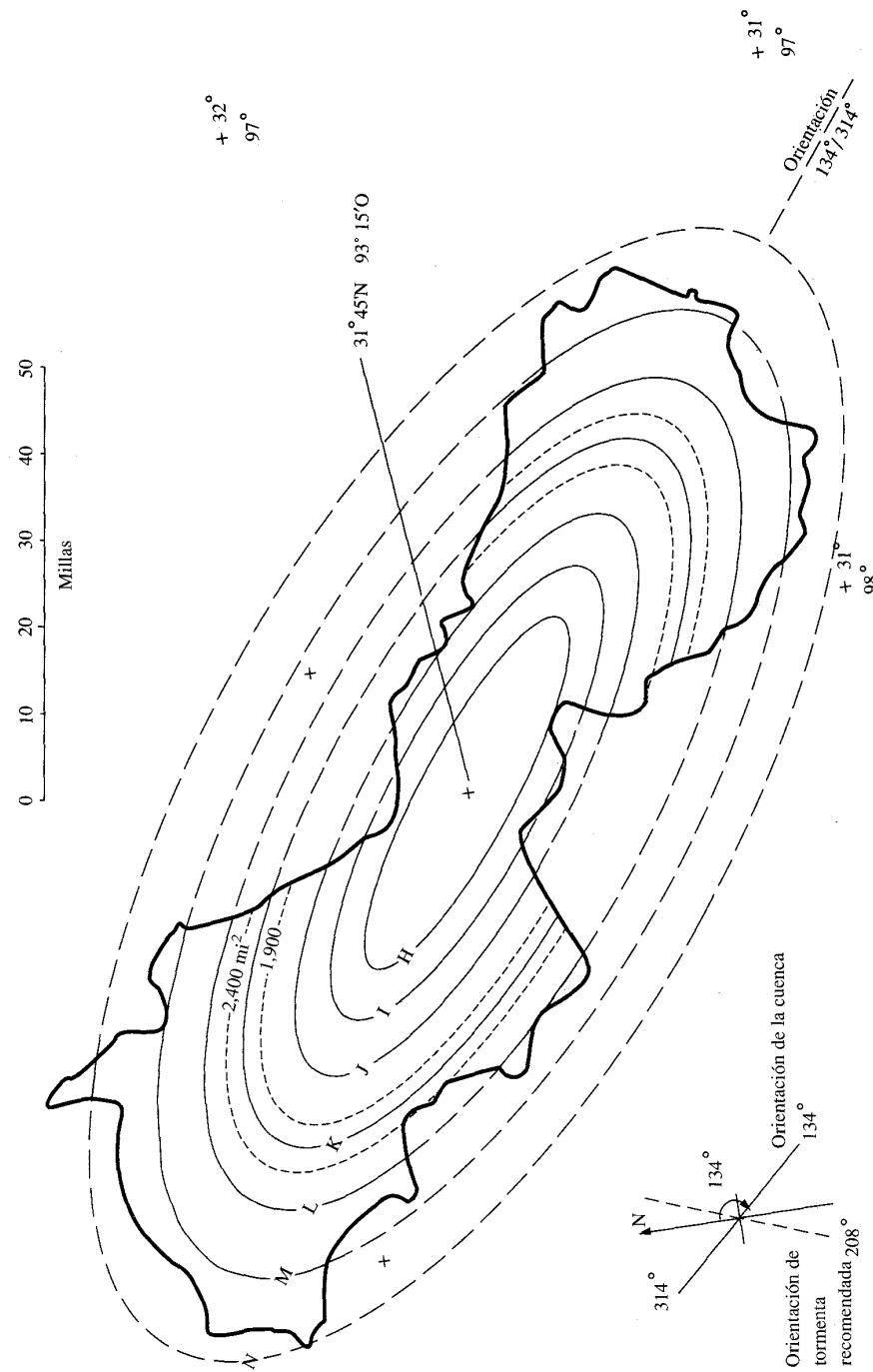


FIGURA 14.6.7
Patrón de isoyetas colocado en el drenaje del río León, Texas, para dar el máximo volumen de precipitación. (*Fuente:* Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

3. *Encontrar el área de tormenta crítica.* Para un área de tormenta dada, los factores de ajuste de isoyetas para cada nivel se leen en la figura 14.6.5 encontrando el área de la tormenta en el eje vertical y leyendo horizontalmente la curva para esa isoyeta. Por ejemplo, para un área de 1,500 mi² la gráfica da un factor de ajuste del 162% o 1.62 para la isoyeta A. Los factores de ajuste para todas las isoyetas en un área de tormenta de 1,500 mi² se muestran en la columna 2 de la tabla 14.6.2. El ajuste en la profundidad de PMP para el área de tormenta de 1,500 mi² es 13.44 pulg tal como se muestra en la tabla 14.6.1, y este valor se multiplica por el factor de ajuste de isoyetas para dar la profundidad de precipitación de cada isoyeta en la columna 3 de la tabla 14.6.2; por ejemplo, en la isoyeta A, la profundidad es $1.62 \times 13.44 = 21.77$ pulg. En la columna 4 se muestran las profundidades de precipitación promedio P_{med} entre isoyetas adyacentes. Para la isoyeta B, $P_{\text{med}} = (21.77 + 20.43)/2 = 21.10$ pulg, por ejemplo.

TABLA 14.6.1
Precipitación máxima probable de 6 horas para el río León,
ajustada por orientación de la cuenca con respecto a la dirección
del máximo flujo de humedad atmosférica (ejemplo
14.6.1).

Columna:	1 Área de tormenta nominal	2 PMP de 6 h de la curva profundidad- área-duración	3 Factor de ajuste por orientación	4 PMP de 6 h
	(mi ²)	(pulg)		(pulg)
	1,000	16.1	0.961	15.47
	1,500	14.4	0.933	13.44
	2,150	12.9	0.897	11.57
	3,000	11.5	0.850	9.78
	4,500	9.8	0.850	8.33
	6,500	8.5	0.850	7.23
	10,000	7.1	0.850	6.04
	15,000	5.9	0.850	5.02

En la columna 5 de la tabla 14.6.2 se muestran las áreas incrementales ΔA sumadas para incluir cada isoyeta sucesiva. Tal como se muestra en la figura 14.6.7, las isoyetas A a H están contenidas completamente dentro de la cuenca, de tal manera que el área incremental asignada a cada una de ellas es simplemente el incremento en áreas, desde la isoyeta previa, cuyas áreas se muestran en la figura 14.6.2. Por ejemplo, la isoyeta B mide 25 mi², de las cuales 10 mi² caen dentro de la isoyeta A, de tal manera que el área incremental para la isoyeta B es $25 - 10 = 15$ mi². Para las isoyetas I hasta N, el área incremental mostrada en la columna 5 corresponde a aquella parte del área de isoyeta que está comprendida dentro de la cuenca. El volumen incremental ΔV añadido por cada una de las isoyetas se calcula de $\Delta V = P_{\text{med}}\Delta A$. Por ejemplo, el volumen dentro de la isoyeta A es $21.77 \text{ pulg} \times 10 \text{ mi}^2 = 217.7 \text{ pulg} \cdot \text{mi}^2$, mientras que la isoyeta B incluye un volumen adicional de $21.10 \text{ pulg} \times 15 \text{ mi}^2 = 316.5 \text{ pulg} \cdot \text{mi}^2$, tal como se muestra en la columna 6 de la tabla. Sumando todos los volúmenes incrementales para las isoyetas que contienen al

TABLA 14.6.2

Cálculo de las profundidades promedio de isoyeta y de área para la precipitación máxima probable de 6 horas en el río León para un área nominal de tormenta de 1,500 mi² (ejemplo 14.6.1)

Columna:	1 Nombre de isoyeta	2 Factor de ajuste de isoyeta	3 Profundidad de precipitación de isoyeta*	4 Profundidad promedio P_{med} entre isoyetas	5 Área incremental ΔA en la cuenca	6 Volumen incremental $\Delta V = P_{\text{med}}\Delta A$
			(pulg)	(pulg)	(mi ²)	(pulg · mi ²)
	A	1.62	21.77	21.77	10	217.7
	B	1.52	20.43	21.10	15	316.5
	C	1.42	19.08	19.76	25	493.9
	D	1.32	17.74	18.41	50	920.6
	E	1.22	16.40	17.07	75	1,280.2
	F	1.12	15.05	15.72	125	1,965.6
	G	1.05	14.11	14.58	150	2,187.4
	H	0.96	12.90	13.51	250	3,376.8
	I	0.88	11.83	12.36	271	3,350.9
	J	0.80	10.75	11.29	393	4,436.8
	K	0.56	7.53	9.14	488	4,459.9
	L	0.41	5.51	6.52	582	3,793.7
	M	0.26	3.49	4.50	737	3,318.3
	N	0.16	2.15	2.82	489	1,380.2
	Total				3,660	31,498.5

$$\text{PMP promedio sobre la cuenca (pulg)} = 31,498.5 / 3,660 = 8.61 \text{ pulg}$$

* La PMP para 1,500 mi² es 13.44 pulg.

menos parte de su área dentro de la cuenca, se encuentra el volumen total y luego éste se divide por el área de la cuenca para calcular la profundidad de precipitación promedio. En este caso la profundidad promedio es $31,489.5 \text{ pulg} \cdot \text{mi}^2 / 3,660 \text{ mi}^2 = 8.61 \text{ pulg}$.

El procedimiento descrito anteriormente se repite para todas las áreas de tormenta dadas en la tabla 14.6.1 con el fin de encontrar el área de tormenta crítica: el área que da la mayor PMP promedio sobre la cuenca. En este caso el área de 1,500 mi² arroja la mayor profundidad promedio y es el área de tormenta crítica. En la columna 3 de la tabla 14.6.2 se muestra el patrón de isoyetas de precipitación para la PMP de 6 horas en el río León y la PMP promedio de 6 horas para la cuenca es 8.61 pulg.

Este proceso puede repetirse para varias duraciones con el fin de obtener las correspondientes profundidades de isoyetas y profundidades promedio. Con estas profundidades se puede desarrollar un hietograma de tormenta utilizando el método del bloque alterno (sección 14.4) o cualquier otro método. Si para un diseño específico se requiere solamente un porcentaje de la precipitación máxima probable (por ejemplo, 50%, tal como se muestra en la tabla 13.1.1 para algunos diseños de presas), los valores de las profundidades de precipitación de isoyetas dadas en la columna 3 de la tabla 14.6.2 se reducen en el porcentaje deseado.

REFERENCIAS

- Bandyopadhyay, M., Synthetic storm pattern and runoff for Gauhati, India, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 98, No. HY5, pp. 845-857, 1972.
- Frederick, R. H., V. A. Myers, and E. P. Auciello, Five to 60-minute precipitation frequency for the eastern and central United States, NOAA technical memo NWS HYDRO-35, National Weather Service, Silver Spring, Maryland, June 1977.
- Hansen, E. M., L. C. Schreiner, and J. F. Miller, Application of probable maximum precipitation estimates - United States east of the 105th meridian, NOAA hydrometeorological report No. 52, National Weather Service, Washington, D. C., August 1982.
- Havens and Emerson, consulting engineers, master plan for pollution abatement, Cleveland, Ohio, July 1968.
- Hershfield, D. M., Rainfall frequency atlas of the United States for durations from 30 minutes to 24 hours and return periods from 1 to 100 years, tech. paper 40, U. S. Dept. of Comm., Weather Bureau, Washington, D. C., May 1961.
- Huff, F. A., Time distribution of rainfall in heavy storms, *Water Resour. Res.*, vol. 3, No. 4, pp 1007-1019, 1967.
- Institution of Engineers Australia, *Australian Rainfall and Runoff*, vol. 1 ed. by D. H. Pilgrim, vol. 2 ed. by R. P. Canterbury, Canberra, Australia, 1987.
- Keifer, C. J., and H. H. Chu, Synthetic storm pattern for drainage design, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 83, No. HY4, pp. 1-25, 1957.
- Marsalek, J., Research on the design storm concept, tech. memo. 33, *Am. Soc. Civ. Eng.*, Urban Water Resour. Res. Prog., New York, 1978.
- McPherson, M. B., Discussion of "Synthetic storm pattern for drainage design", *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 84, No. HY1, pp. 49-60, 1958.
- Miller, J. F., R. H. Frederick, and R. J. Tracey, Precipitation-frequency atlas of the conterminous western United States (by states), NOAA atlas 2, 11 vols., National Weather Service, Silver Spring, Maryland, 1973.
- National Academy of Sciences, *Safety of Existing Dams: Evaluation and Improvement*, National Academy Press, Washington, D. C., 1983.
- Pilgrim, D. H., and I. Cordery, Rainfall temporal patterns for design floods, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 101, No. HY1, pp. 81-95, 1975.
- Preul, H. D., and C. N. Papadakis, Development of design storm hyetographs for Cincinnati, Ohio, *Water Resour. Bull.*, vol. 9, No. 2, pp. 291-300, 1973.
- Schreiner, L. C., and J. T. Riedel, Probable maximum precipitation estimates. United States east of the 105th meridian, NOAA hydrometeorological report No. 51, National Weather Service, Washington, D. C., June 1978.
- Terstriep, M. L., and J. B. Stall, The Illinois urban drainage area simulator, ILLUDAS, bulletin 58, Illinois State Water Survey, Urbana, III., 1974.
- U. S. Army Corps of Engineers Hydrologic Engineering Center, Probable maximum storm (eastern United States), HMR 52, user's manual, CPD-46, March 1984.
- U. S. Department of Commerce, Probable maximum precipitation estimates, Colorado River and Great runoff in small watersheds, tech. paper 149, Washington, D.C., April 1973.
- U. S. Department of Agriculture Soil Conservation Service, Urban hydrology for small watersheds, tech. release No. 55, June 1986.
- U. S. Department of Commerce, Probable maximum precipitation estimates, Colorado River and Great Basin drainages, hydrometeorological report No. 49, NOAA, National Weather Service, Silver Spring, Md., September 1977.
- U. S. Department of Commerce, Seasonal variation of 10-square-mile probable maximum precipitation estimates. United States east of the 105th meridian, hydrometeorological report No. 53, NOAA, National Weather Service, Silver Spring, Md., April 1980.
- U. S. Weather Bureau, Seasonal variation of the probable maximum precipitation east of the 105th meridian, hydrometeorological report No. 33, Washington, D.C., 1956.
- U. S. Weather Bureau, Rainfall-intensity-frequency regime, Part 2 - Southeastern United States, tech. paper No. 29, March 1958.
- U. S. Weather Bureau, Generalized estimates of probable maximum precipitation west of the 105th meridian, tech. paper No. 38, Washington, D.C., 1960.
- U. S. Weather Bureau, Generalized estimates of probable maximum precipitation and rainfall-frequency data for Puerto Rico and Virgin Islands, tech. paper No. 42, Washington, D. C., 1961.
- U. S. Weather Bureau, Probable maximum precipitation in the Hawaiian Islands, hydrometeorological report No. 39, Washington, D. C., 1963a.

TORMENTAS DE DISEÑO

- U. S. Weather Bureau, Probable maximum precipitation rainfall-frequency data for Alaska, tech. report No. 47, Washington, D.C., 1963b.
- U. S. Weather Bureau, Two- to ten-day precipitation for return periods of 2 to 100 years in the contiguous United States, tech. paper 49, Washington, D.C., 1964.
- U. S. Weather Bureau, Meteorological conditions for the probable maximum flood on the Yukon River above Rampart, Alaska, hydrometeorological report No. 42, Environmental Science Services Administration, Washington, D. C., May 1966a.
- U. S. Weather Bureau, Probable maximum precipitation, northwest states, hydrometeorological report No. 43, Washington, D. C., 1966b.
- U. S. Weather Bureau, Interim report-probable maximum precipitation in California, hydrometeorological report No. 36, Washington, D. C., October 1961, with revisions in October 1969.
- Wenzel, H. G., Rainfall for urban stormwater design, in *Urban Storm Water Hydrology*, ed. by David F. Kibler, Water Resources Monograph 7, American Geophysical Union, Washington, D. C., 1982.
- Wiesner, C. J., *Hydrometeorology*, Chapman and Hall, London, 1970.
- World Meteorological Organization, *Guide to Hydrological Practices*, vol. II, Analysis, forecasting and other applications, WMO No. 168, 4th ed., Geneva, Switzerland, 1983.
- Yen, B. C., Risk-based design of storm sewers, report No. INT 141, Hydraulics Research Station, Wallingford, Oxfordshire, England, July 1975.
- Yen, B. C., and V. T. Chow, Design hyetographs for small drainage structures, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 106, No. HY6, pp. 1055-1076, 1980.

PROBLEMAS

- 14.1.1** Determine la profundidad de precipitación con periodo de retorno de 50 años para una duración de 30 minutos en Austin, Texas, utilizando los mapas de isoyetas dados en la figura 14.1.2.
- 14.1.2** Determine las profundidades de precipitación con períodos de retorno de 2, 10, 25 y 100 años para una tormenta de 15 minutos de duración en San Luis, Missouri.
- 14.1.3** Determine las profundidades de precipitación con períodos de retorno de 2, 10, 25 y 100 años en Miami, Florida, para una duración de 15 minutos. ¿Qué tan grandes son estos valores en comparación con los encontrados para San Luis? ¿Por qué la profundidad de precipitación en Miami es mayor que en San Luis?
- 14.2.1** Determine la profundidad y la intensidad de lluvia de diseño con periodo de retorno de 10 años y 1 hora de duración para Chicago, utilizando la curva IDF dada en la figura 14.2.1.
- 14.2.2** Utilizando los mapas de isoyetas dados en la figura 14.1.2, desarrolle las curvas de intensidad-duración-frecuencia para San Luis, Missouri, graficando los puntos para duraciones de 5, 10, 15, 30 y 60 minutos y períodos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50 y 100 años.
- 14.2.3** Resuelva el problema 14.2.2 para Atlanta, Georgia.
- 14.2.4** Determine las intensidades de lluvia de diseño para tormentas con períodos de retorno de 10, 25 y 100 años y 120 minutos de duración para un lugar donde la profundidad de lluvia promedio es 2.22 pulg y la desviación estándar es 0.823 pulg. Suponga que puede aplicarse la distribución Gumbel (Valor Extremo Tipo I).
- 14.2.5** Utilice el análisis de incertidumbre de primer orden y la ecuación (14.2.2) de intensidad-duración de lluvia para encontrar una expresión del coeficiente de variación de intensidad de lluvia i debido a la incertidumbre en la duración T_d .
- 14.2.6** Utilizando el análisis de incertidumbre de primer orden, determine el coeficiente de variación de la intensidad de lluvia i debido a la incertidumbre en la duración para la cuenca Derby en Inglaterra central (Yen, 1975). La relación intensidad-duración-frecuencia de lluvia aplicable en este caso es

$$i = \frac{12.1T^{0.25}}{T_d^{0.75} + 0.125} = \frac{C}{T_d^{0.75} + 0.125}$$

- donde i está dada en milímetros por hora y T_d en horas. Suponga que el coeficiente de variación de T_d es 0.20. Determine CV_i para duraciones de 10, 20, 30 min, 1 hora y 2 horas.
- 14.2.7** Grafique los datos de profundidad-duración-frecuencia para Coshocton, Ohio, dados en la tabla 14.2.2 con el periodo de retorno en las abscisas y la profundidad de precipitación (pulgadas) en las ordenadas. Utilizando la distribución de Valor Extremo Tipo I, ajuste una línea para cada una de las duraciones 15, 30, 60 y 120 minutos. Utilice periodos de retorno de 2, 5, 10 y 25 años.
- 14.2.8** Utilizando los datos de Coshocton, Ohio (tabla 14.2.2) lleve a cabo un análisis de frecuencia utilizando la distribución de Valor Extremo Tipo I para las profundidades de lluvia de 30 minutos de duración, e identifique las profundidades de lluvia con períodos de retorno de 10, 25 y 100 años para esta duración.
- 14.2.9** Utilizando los datos de Coshocton, Ohio (tabla 14.2.2), haga un análisis de frecuencia utilizando la distribución de Valor Extremo Tipo I para las profundidades de lluvia con duración de 120 minutos, e identifique las profundidades de lluvia con períodos de retorno de 10, 25 y 100 años para esta duración.
- 14.2.10** La media y la desviación estándar de las profundidades de lluvias anuales máximas para diferentes duraciones en Austin, Texas, se muestran a continuación. Determine, para cada una de las duraciones, la intensidad de lluvia de diseño con períodos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50 y 100 años. Utilice la distribución de Valor Extremo Tipo I (Gumbel). Grafique los resultados como un conjunto de curvas intensidad-duración-frecuencia.

Duración	Profundidad media (pulg)	Desviación estándar (pulg)
5 min	0.493	0.133
10 min	0.795	0.225
15 min	1.040	0.298
30 min	1.480	0.493
1 h	1.910	0.665
2 h	2.220	0.823
3 h	2.470	0.793
1 día	4.140	2.490

- 14.3.1** Utilice el mapa de precipitación de 100 años y 24 horas en los Estados Unidos (véase la figura 14.1.1) y el patrón de distribución de tormentas del SCS (tabla 14.3.1) para desarrollar el hietograma de tormenta de diseño de 100 años y 24 horas en Washington, D. C.
- 14.3.2** Determine un hietograma triangular para el diseño de un *culvert* en Philadelphia. El periodo de retorno de diseño es de 10 años y la duración es de 60 minutos. El valor de r se da en la tabla 14.3.2.
- 14.3.3** Construya un hietograma triangular para el diseño de un *culvert* en Baltimore con un periodo de retorno de 50 años y una duración de 1 hora. El valor de r se da en la tabla 14.3.2.
- 14.3.4** Demuestre que el tiempo entre el inicio y el centroide de la precipitación para un hietograma triangular de diseño está dado por $(T_d + t_a)/3$, donde T_d es la duración del hietograma y t_a es el tiempo hasta la intensidad pico.
- 14.4.1** Utilizando las curvas IDF para Chicago dadas en la figura 14.2.1, desarrolle un hietograma de diseño de 1 hora con incrementos de 10 minutos utilizando el método del bloque alterno; considere un periodo de retorno de 10 años.

- 14.4.2** Encuentre y grafique el hietograma de lluvia de diseño de una hora para Los Angeles utilizando el método de la intensidad instantánea con $r = 0.5$.
- 14.4.3** Resuelva el problema 14.4.2 utilizando un coeficiente de avance r de 0.375. Grafique los hietogramas de diseño para $r = 0.5$ y $r = 0.375$ en la misma gráfica.
- 14.4.4** Desarrolle el hietograma de diseño de 1 hora para Los Angeles utilizando el método del bloque alterno e incrementos de tiempo de 10 minutos. Utilice un periodo de retorno de 10 años.
- 14.4.5** Desarrolle y grafique un hietograma de lluvia de diseño de 10 años y 2 horas para Miami utilizando el método del bloque alterno con incrementos de tiempo de 10 minutos.
- 14.4.6** Desarrolle y grafique el hietograma de diseño de 10 años y 1 hora para Cleveland utilizando el método de la intensidad instantánea. En las tablas 14.2.3 y 14.3.2 se dan los valores de los coeficientes requeridos.
- 14.4.7** Deduzca la ecuación de intensidad para un hietograma de diseño desarrollado utilizando el método de la intensidad instantánea con la siguiente ecuación de intensidad-duración-frecuencia de lluvia:

$$i_{\text{med}} = \frac{c'}{(T_d + f')^{e'}}$$

donde T_d es la duración de la lluvia. Para Los Ángeles $c' = 10.9$, $e' = 0.51$, $f' = 1.15$ y $r = 0.5$. Construya un hietograma de diseño de una hora para esta ciudad.

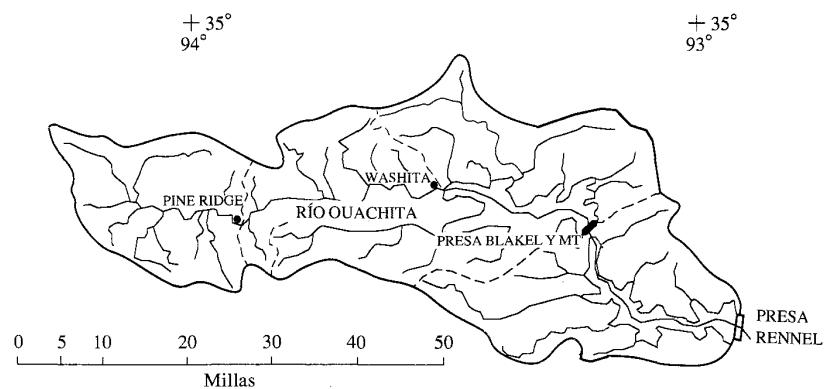
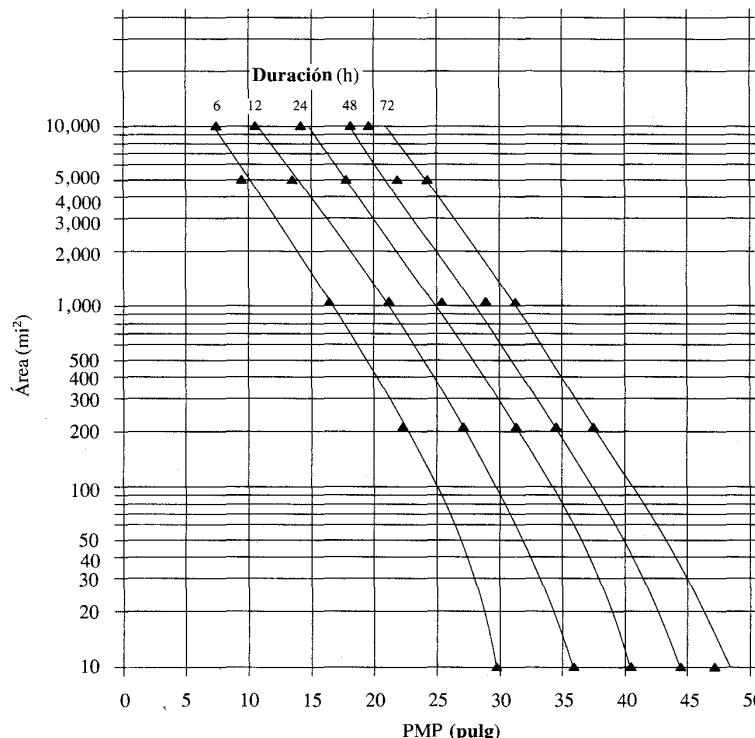


FIGURA 14.P.1

Río Ouachita, Arkansas ($1,600 \text{ mi}^2$) aguas arriba de la presa Rennel, mostrando el área de drenaje. (Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

- 14.5.1** Utilice la ecuación (14.5.1) que describe las mayores lluvias registradas en el mundo, con el fin de encontrar y grafique un hietograma de diseño de 24 horas utilizando incrementos de tiempo de 1 hora y el método de bloque alterno.
- 14.6.1** Determine la profundidad de la PMP promedio de 6 horas sobre la cuenca del río León con una tormenta de área nominal de $2,150 \text{ mi}^2$. Tenga en cuenta el ejemplo 14.6.1 para obtener información.
- 14.6.2** Tomando áreas de tormenta diferentes a aquellas mostradas en la tabla 14.6.1, determine el área de tormenta crítica para la profundidad máxima de PMP de 6 horas sobre la cuenca del río León.
- 14.6.3** Evalúe la profundidad de la PMP promedio de 6 horas sobre la cuenca del río León suponiendo que no existe ajuste por orientación. Tenga en cuenta el ejemplo 14.6.1 para obtener información.
- 14.6.4** Utilice las curvas de profundidad-área-duración para el río León (véase la figura 14.6.6), con el fin de desarrollar un hietograma de PMP de diseño para una precipitación promedio sobre un área de $1,000 \text{ mi}^2$ la cual tiene la forma elíptica del patrón de isoyetas estándar. Suponga que no es necesario hacer ningún ajuste por orientación.

**FIGURA 14.P.2**

Curvas profundidad-área-duración para $34^{\circ}36'N$, $93^{\circ}27'O$, aplicable al drenaje del río Ouachita, Arkansas. (Fuente: Hansen, Schreiner y Miller, 1982).

- 14.6.5** Utilizando las curvas profundidad-área-duración para el río León (véase la figura 14.6.6), calcule la profundidad de precipitación adicional en una PMP de 12 horas adicional a aquella de una PMP de 6 horas para áreas de tormenta de 10, 100, 1,000 y $10,000 \text{ mi}^2$.
- 14.6.6** Determine la distribución espacial y la profundidad promedio de la precipitación máxima probable de 6 horas en el río Ouachita, Arkansas, aguas arriba de la presa Rennel (véase la figura 14.P.1). El área de la cuenca de drenaje es de $1,600 \text{ mi}^2$ aproximadamente con su centro de drenaje localizado en $34^{\circ} 36'N$, $93^{\circ} 27'O$. Considere un área de tormenta de $2,150 \text{ mi}^2$. Las curvas de profundidad-área-duración para este sitio están dadas en la figura 14.P.2. Suponga que el eje mayor del patrón de tormenta elíptico apunta en la dirección $95^{\circ}/275^{\circ}$. La cuenca contiene todos los niveles desde el A hasta el H para el patrón de tormenta. Los niveles desde I hasta L añaden las siguientes áreas incrementales (en mi^2): I, 242; J, 242; K, 224; L, 192.
- 14.6.7** Resuelva el problema 14.6.6 para determinar la profundidad promedio de la precipitación máxima probable de 6 horas en el río Ouachita, Arkansas, aguas arriba de la presa Rennel (véase la figura 14.P.1) considerando un área de tormenta de $1,500 \text{ mi}^2$.
- 14.6.8** Considere varias áreas de tormenta con el fin de determinar el área de tormenta crítica para PMP de 6 horas en la cuenca del río Ouachita (véase el problema 14.6.6).

CRECIENTES DE DISEÑO

El diseño hidrológico para el control de aguas está relacionado con la mitigación de los efectos adversos causados por caudales altos o crecientes. Se considera que una creciente es cualquier caudal alto que desborde los terraplenes ya sean artificiales o naturales a lo largo de la corriente. Las magnitudes de las crecientes están descritas por sus caudales, sus elevaciones y sus volúmenes. Cada uno de estos factores es importante en el diseño hidrológico de diferentes tipos de estructuras para el control de flujo. La mayor parte de este capítulo se relaciona con el estudio del caudal de diseño o la creciente de diseño para estructuras de regulación (embalses de detención, embalses para el control de crecientes, etc.) y para estructuras de conducción (alcantarillados de aguas lluvias, canales de drenaje, diques de crecientes, estructuras de derivación, etc.). El propósito de las estructuras de regulación de crecientes es atenuar los caudales picos, haciendo decrecer de esta manera los picos de elevación de la creciente aguas abajo, y el propósito de las estructuras de conducción es llevar en forma segura el flujo hacia puntos localizados aguas abajo donde los efectos adversos de las crecientes sean controlados o se minimicen. Este capítulo discute los métodos y los modelos de simulación que pueden utilizarse en el diseño hidrológico de estructuras de control de flujos, desde sistemas de drenaje urbano hasta embalses para el control de crecientes.

El diseño hidrológico para el uso del agua está relacionado con el desarrollo de los recursos hidráulicos para cubrir las necesidades humanas y con la conservación de la vida natural en los ambientes hídricos. A medida que la población y la actividad económica se incrementan, también aumentan las demandas para uso de agua. Pero ésta tiene que balancearse con la oferta finita dada por la naturaleza y el deseo de mantener la vida vegetal y animal en los ríos, lagos y estuarios. La información hidrológica juega un papel vital en el manejo del balance entre la oferta y la demanda de recursos hidráulicos y en la planeación de proyectos de desarrollo de este tipo de recursos. En contraste con el diseño hidrológico para el control de aguas, el cual está relacionado con la mitigación de efectos adversos causados por grandes crecientes, el diseño hidrológico para el uso del agua está dirigido a la utilización de los caudales promedios y a la mitigación de los efectos causados por caudales extremadamente bajos.

15.1 DISEÑO DE ALCANTARILLADO DE AGUAS LLUVIAS

Tanto el crecimiento de la población como el desarrollo urbano pueden crear severos problemas potenciales en el manejo de aguas urbanas. Una de las estructuras más importantes para la preservación y el mejoramiento del ambiente de aguas urbanas es un sistema de drenaje de aguas lluvias adecuado y que funcione correctamente. La construcción de casas, edificios comerciales, parqueaderos, caminos pavimentados y calles incrementa la cubierta impermeable en una cuenca y reduce la infiltración. Además, con la urbanización, el patrón espacial del flujo en la cuenca se altera y la eficiencia hidráulica se incrementa a través de canales artificiales, cunetas y sistemas de recolección y drenaje de aguas lluvias. Estos factores incrementan el volumen y la velocidad de la escorrentía y producen caudales de crecientes con picos mayores en las cuencas urbanizadas que aquellos que ocurrían antes de la urbanización. Muchos sistemas de drenaje urbano construidos bajo un cierto nivel de urbanización operan hoy en día bajo niveles de urbanización mayores por lo cual tienen una capacidad inadecuada.

En la figura 15.1.1 se muestra un esquema de un sistema de drenaje urbano típico. Puede considerarse que el sistema consta de dos tipos de elementos principales: *elementos de localización* y *elementos de transferencia*. Los elementos de localización son los lugares donde el agua es retenida y sufre algunos cambios como resultado de los procesos controlados por el hombre, como por ejemplo el almacenamiento de agua, la purificación y el uso de la misma y el tratamiento de aguas residuales. Los elementos de transferencia conectan los elementos de localización; estos elementos incluyen canales, tuberías, alcantarillados de aguas lluvias, alcanta-

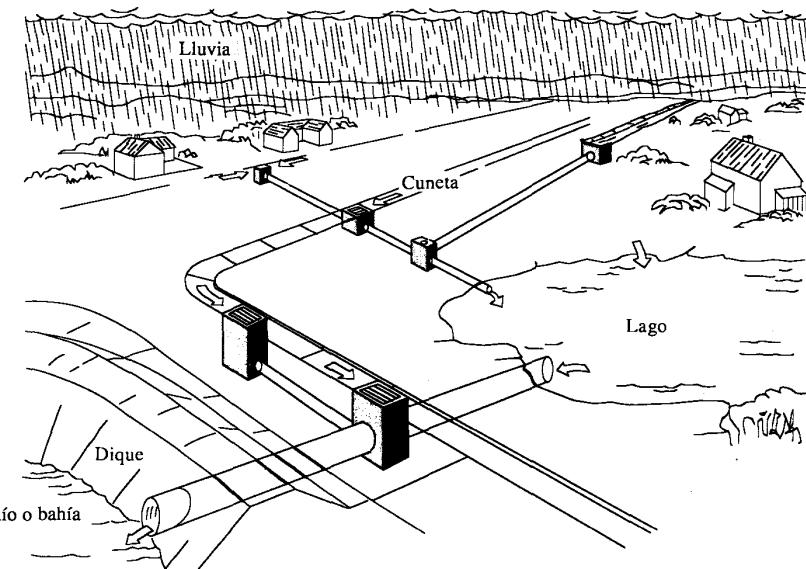


FIGURA 15.1.1

Sistema de drenaje urbano típico. (Fuente: Roesner, 1982, Copyright de la American Geophysical Union).

rillados de aguas residuales y calles. El sistema es alimentado por la lluvia, el agua proveniente de diferentes fuentes y el agua traída por tuberías y canales. El cuerpo de agua receptor puede ser un río, un lago o un océano. La figura 15.1.1 muestra un *sistema de alcantarillado de aguas lluvias* utilizado para la recolección de aguas lluvias mediante un sistema de tuberías que descarga en un cuerpo de agua receptor. Esta sección considera el diseño de un sistema de alcantarillado para el drenaje de aguas lluvias.

Los conceptos de sistemas se están utilizando cada vez más como una ayuda para el entendimiento y la solución a problemas urbanos complejos. Estos problemas involucran sistemas distribuidos y deben analizarse para tener en cuenta tanto las variaciones espaciales como las temporales. Las cuencas urbanas varían en el espacio debido a que la pendiente de la superficie del suelo, su cubierta y el tipo de suelo cambian de un lugar a otro dentro de la cuenca. Las cuencas varían con el tiempo ya que las características hidrológicas cambian con el proceso de urbanización. La formulación matemática de modelos para los sistemas de aguas urbanas distribuidos tanto en el tiempo como en el espacio es una tarea complicada. En consecuencia, algunas veces se ignora la variación espacial, y el sistema se maneja como un sistema agregado. Algun tipo de variación espacial puede introducirse dividiendo el sistema de la cuenca en varios subsistemas, cada uno de los cuales se considera como agregado, y luego se unen estos modelos de sistemas agregados para producir un modelo del sistema completo.

Los modelos pueden utilizarse como herramienta para la planeación y administración. En particular, se han propuesto varios modelos para la simulación de cuencas en computadores. La determinación del volumen de escorrentía y el caudal pico son asuntos muy importantes en el manejo de aguas lluvias urbanas, y los métodos para calcular estas variables van desde la muy conocida fórmula racional hasta los más avanzados modelos de simulación en computador tal como el Storm Water Management Model (SWMM; véase Huber, et al., 1975).

Filosofía de diseño

Un *sistema de alcantarillado de aguas lluvias* es una red de tuberías utilizada para conducir la escorrentía de una tormenta a través de una ciudad. El diseño de sistemas de alcantarillado de aguas lluvias involucra la determinación de los diámetros, las pendientes, las elevaciones de clave y de batea para cada tubo del sistema. Las elevaciones de clave y de batea en un tubo son, respectivamente, las elevaciones de la parte superior y de la parte inferior de la circunferencia interna de la tubería.

La selección de una *distribución* o localización de la red de tubería para un sistema de alcantarillado de aguas lluvias requiere cantidades considerables de criterios subjetivos. Usualmente los hidrólogos pueden investigar sólo una pequeña cantidad de las posibles distribuciones. Generalmente, los pozos de inspección se localizan en las intersecciones de calles y en los cambios de pendientes más fuertes, y las tuberías de alcantarillado se tienden con una pendiente paralela a la superficie del terreno, con el fin de conectarlas con los alcantarillados principales o matrices localizados aguas abajo. Una vez que se ha seleccionado una distribución, puede utilizarse el método racional para seleccionar el diámetro de las tuberías. Este enfoque convencional de diseño está basado en un conjunto de criterios y estándares de diseño, tales como los propuestos por la American Society of Civil Engineers (1960) y varias agencias de planeación.

El diseño del drenaje de aguas lluvias puede dividirse en dos partes: predicción de la escorrentía y diseño del sistema. En años recientes, la modelación del proceso de lluvia-escorrentía para cuencas urbanas ha sido una actividad muy popular y hoy en día está disponible una gran variedad de tales modelos de lluvia-escorrentía, como los descritos por Chow y Yen (1977), Heeps y Mein (1974), Brands-tetter (1976), McPherson (1975), Colyer y Pethick (1977), Yen (1978) y Kibler (1982). Los modelos de computador se describen en forma más completa en la sección 15.2.

Las siguientes restricciones y suposiciones son de uso común en la práctica de diseño de alcantarillado de aguas lluvias:

1. Existe flujo a superficie libre para los caudales de diseño; es decir, el sistema de alcantarillado se diseña para "flujo gravitacional"; no se consideran ni estaciones de bombeo ni alcantarillados presurizados.
2. Las tuberías de alcantarillado son de sección circular con diámetros comerciales no menores de 8 pulg.
3. El diámetro de diseño es el menor diámetro comercialmente disponible que tenga una capacidad de flujo igual o mayor que el caudal de diseño y que satisfaga todas las restricciones apropiadas.
4. Los alcantarillados de aguas lluvias deben colocarse a una profundidad tal que no sean susceptibles de congelamiento, que sean capaces de drenar sótanos y que tengan un colchón lo suficientemente grande para prevenir los rompimientos debidos a cargas en la superficie del terreno. Teniendo en cuenta esto, deben especificarse las profundidades de recubrimiento mínimas.
5. Las alcantarillas deben estar unidas en los nodos de tal manera que la elevación de clave del alcantarillado de aguas arriba no sea inferior que la del alcantarillado de aguas abajo.
6. Con el fin de prevenir o reducir la sedimentación excesiva de material sólido en los alcantarillados, debe especificarse una velocidad de flujo mínima permisible para el caudal de diseño o cuando el tubo fluuya a máxima capacidad con flujo gravitacional (por ejemplo 2.5 pies/s).
7. Para prevenir la socavación y otros efectos indeseables causados por una alta velocidad de flujo, también debe especificarse una velocidad máxima permisible.
8. En cualquier nodo o pozo de inspección el alcantarillado de aguas abajo no puede ser menor que cualquiera de los alcantarillados de aguas arriba de ese nodo.
9. El sistema de alcantarillado es una red dendrítica o con brazos que converge en la dirección aguas abajo sin ningún circuito cerrado.

Método racional

El *método racional*, el cual empezó a utilizarse alrededor de la mitad del siglo XIX, es probablemente el método más ampliamente utilizado hoy en día para el diseño de alcantarillados de aguas lluvias (Pilgrim, 1986; Linsley, 1986). A pesar de que han surgido críticas válidas acerca de lo adecuado de este método, se sigue utilizando para el diseño de alcantarillados debido a su simplicidad. Una vez que se ha seleccionado la distribución y se han determinado los tamaños de las tuberías por el método racional, la bondad del sistema puede verificarse utilizando un tránsito dinámico de los hidrogramas de caudal a través del sistema.

La idea detrás del método racional es que si una lluvia con intensidad i empieza en forma instantánea y continúa en forma indefinida, la tasa de escorrentía continuará hasta que se llegue al tiempo de concentración t_c , en el cual toda la cuenca está contribuyendo al flujo en la salida. El producto de la intensidad de lluvia i y el área de la cuenca A es el caudal de entrada al sistema, iA , y la relación entre este caudal y el caudal pico Q (que ocurre en el tiempo t_c) se conoce como el *coeficiente de escorrentía C* ($0 \leq C \leq 1$). Éste se expresa en la fórmula racional:

$$Q = CiA \quad (15.1.1)$$

Comúnmente, Q está dado en pies cúbicos por segundo (cfs), i en pulgadas por hora y A en acres, por lo cual el factor de conversión ($1 \text{ cfs} = 1.008 \text{ acre} \cdot \text{pulg/hora}$) se considera incluido en el coeficiente de escorrentía. La duración utilizada para la determinación de la intensidad de precipitación de diseño i en (15.1.1) es el tiempo de concentración en la cuenca.

En áreas urbanas, el área de drenaje usualmente está compuesta de subáreas o subcuencas de diferentes características superficiales. Como resultado, se requiere un análisis compuesto que tenga en cuenta las diferentes características superficiales. Las áreas de las subcuencas se denominan como A_j y los coeficientes de escorrentía para cada una de ellas se denominan como C_j . La escorrentía pico se calcula al utilizar la siguiente forma de la fórmula racional:

$$Q = i \sum_{j=1}^m C_j A_j \quad (15.1.2)$$

donde m es el número de subcuencas drenadas por un alcantarillado.

Las suposiciones asociadas con el método racional son:

1. La tasa de escorrentía pico calculada en el punto de salida de la cuenca es una función de la tasa de lluvia promedio durante el tiempo de concentración, es decir, el caudal pico no resulta de una lluvia más intensa, de menor duración, durante la cual solamente una porción de la cuenca contribuye a la escorrentía a la salida de ésta.
2. El tiempo de concentración empleado es el tiempo para que la escorrentía se establezca y fluya desde la parte más remota del área de drenaje hacia el punto de entrada del alcantarillado que se está diseñando.
3. La intensidad de lluvia es constante durante toda la tormenta.

Coefficiente de escorrentía

El coeficiente de escorrentía C es la variable menos precisa del método racional. Su uso en la fórmula implica una relación fija entre la tasa de escorrentía pico y la tasa de lluvia para la cuenca de drenaje, lo cual no es cierto en la realidad. Una selección apropiada del coeficiente de escorrentía requiere del conocimiento y la experiencia por parte del hidrólogo. La proporción de la lluvia total que alcanzarán los drenajes de tormenta depende del porcentaje de permeabilidad, de la pendiente y de las características de encarcamiento de la superficie. Superficies impermeables, tales como los pavimentos de asfalto o los techos de edificios, producirán una escorrentía de casi el ciento por ciento después de que la superficie haya sido completamente mojada, independientemente de la pendiente. Inspecciones de cam-

depresión. Debe escogerse un coeficiente razonable para representar los efectos integrados de todos estos factores. En la tabla 15.1.1 se dan algunos coeficientes escogidos para diferentes tipos de superficie, utilizados en Austin, Texas.

Intensidad de lluvia

La intensidad de lluvia i es la tasa promedio de lluvia en pulgadas por hora para una cuenca o subcuenca de drenaje particular. La intensidad se selecciona con base en la duración de lluvia de diseño y el periodo de retorno, tal como se describió en la sección 14.2. La duración de diseño es igual al tiempo de concentración para el área de drenaje en consideración. El periodo de retorno se establece utilizando estándares de diseño o es escogido por el hidrólogo como un parámetro de diseño.

Se supone que la escorrentía alcanza su pico en el tiempo de concentración t_c cuando toda la cuenca está contribuyendo al flujo en su salida. El tiempo de concentración es el tiempo requerido por una gota de agua para fluir desde el punto más remoto en la cuenca hasta el punto de interés. Puede utilizarse un procedimiento de tanteos para determinar el tiempo crítico de concentración donde existen varias rutas posibles que deben considerarse. El tiempo de concentración de cualquier punto en un sistema de drenaje de aguas lluvias es la suma del tiempo de entrada t_o (el tiempo que se toma para fluir desde el punto más remoto hasta la entrada al alcantarillado) y del tiempo de flujo t_f en los alcantarillados localizados aguas arriba conectados al punto de salida:

$$t_c = t_o + t_f \quad (15.1.3)$$

El tiempo de flujo está dado por la ecuación (5.7.3):

$$t_f = \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{V_i} \quad (15.1.4)$$

donde L_i es la longitud del i -ésimo tubo a lo largo de la trayectoria de flujo y V_i es la velocidad del flujo en el tubo.

El tiempo de entrada, o tiempo de concentración para el caso de que no exista alcantarillado aguas arriba, puede obtenerse mediante observaciones experimentales o puede estimarse utilizando ecuaciones como las presentadas en la tabla 15.1.2. Pueden existir varias rutas posibles de flujo para diferentes cuencas drenadas por un alcantarillado; el mayor tiempo de concentración de todos los tiempos para las diferentes rutas se supone que es el tiempo de concentración crítico del área drenada.

Debido a que las áreas que llegan a la mayor parte de las obras de captación de aguas lluvias son relativamente pequeñas, también es bastante común determinar el tiempo de entrada con base en experiencias bajo condiciones similares. El tiempo de entrada disminuye a medida que tanto la pendiente como la impermeabilidad de la superficie aumentan, y se incrementa a medida que la distancia sobre la cual tiene que viajar el agua se incrementa y a medida que la retención en las superficies de contacto aumenta. Todos los tiempos de entrada determinados con base en la experiencia deben verificarse mediante cálculos directos de la escorrentía superficial en el terreno.

po y fotografías aéreas son muy útiles en la estimación de la naturaleza de la superficie dentro del área de drenaje.

El coeficiente de escorrentía también depende de las características y las condiciones del suelo. La tasa de infiltración disminuye a medida que la lluvia continúa y también es influída por las condiciones de humedad antecedentes en el suelo. Otros factores que influyen en el coeficiente de escorrentía son la intensidad de lluvia, la proximidad del nivel freático, el grado de compactación del suelo, la porosidad del subsuelo, la vegetación, la pendiente del suelo y el almacenamiento por

TABLA 15.1.1
Coeficientes de escorrentía para ser usados en el método racional

Característica de la superficie	Periodo de retorno (años)						
	2	5	10	25	50	100	500
Áreas desarrolladas							
Asfáltico	0.73	0.77	0.81	0.86	0.90	0.95	1.00
Concreto/techo	0.75	0.80	0.83	0.88	0.92	0.97	1.00
Zonas verdes (jardines, parques, etc.)							
Condición pobre (cubierta de pasto menor del 50% del área)							
Plano, 0-2%	0.32	0.34	0.37	0.40	0.44	0.47	0.58
Promedio, 2-7%	0.37	0.40	0.43	0.46	0.49	0.53	0.61
Pendiente, superior a 7%	0.40	0.43	0.45	0.49	0.52	0.55	0.62
Condición promedio (cubierta de pasto del 50 al 75% del área)							
Plano, 0-2%	0.25	0.28	0.30	0.34	0.37	0.41	0.53
Promedio, 2-7%	0.33	0.36	0.38	0.42	0.45	0.49	0.58
Pendiente, superior a 7%	0.37	0.40	0.42	0.46	0.49	0.53	0.60
Condición buena (cubierta de pasto mayor del 75% del área)							
Plano, 0-2%	0.21	0.23	0.25	0.29	0.32	0.36	0.49
Promedio, 2-7%	0.29	0.32	0.35	0.39	0.42	0.46	0.56
Pendiente, superior a 7%	0.34	0.37	0.40	0.44	0.47	0.51	0.58
Áreas no desarrolladas							
Área de cultivos							
Plano, 0-2%	0.31	0.34	0.36	0.40	0.43	0.47	0.57
Promedio, 2-7%	0.35	0.38	0.41	0.44	0.48	0.51	0.60
Pendiente, superior a 7%	0.39	0.42	0.44	0.48	0.51	0.54	0.61
Pastizales							
Plano, 0-2%	0.25	0.28	0.30	0.34	0.37	0.41	0.53
Promedio, 2-7%	0.33	0.36	0.38	0.42	0.45	0.49	0.58
Pendiente, superior a 7%	0.37	0.40	0.42	0.46	0.49	0.53	0.60
Bosques							
Plano, 0-2%	0.22	0.25	0.28	0.31	0.35	0.39	0.48
Promedio, 2-7%	0.31	0.34	0.36	0.40	0.43	0.47	0.56
Pendiente, superior a 7%	0.35	0.39	0.41	0.45	0.48	0.52	0.58

Nota: Los valores de la tabla son los estándares utilizados en la ciudad de Austin, Texas. Utilizada con autorización.

TABLA 15.1.2
Resumen de las ecuaciones de tiempo de concentración

Método y fecha	Fórmula para t_c (min)	Observaciones
Kirpich (1940)	$t_c = 0.0078L^{0.775} - 0.385$ L = longitud del canal desde aguas arriba hasta la salida, pies S = pendiente promedio de la cuenca, pies/pie	Desarrollada a partir de información del SCS en siete cuencas rurales en Tennessee con canales bien definidos y pendientes empinadas (3 a 10%); para flujo superficial en superficies de concreto o asfalto se debe multiplicar t_c por 0.4; para canales de concreto se debe multiplicar por 0.2; no se debe hacer ningún ajuste para flujo superficial en suelo descubierto o para flujo en cunetas.
California Culverts Practice (1942)	$t_c = 60(11.9L^3/H)^{0.385}$ L = longitud del curso de agua más largo, mi H = diferencia de nivel entre la divisoria de aguas y la salida, pies	Eseencialmente es la ecuación de Kirpich; desarrollada para pequeñas cuencas montañosas en California (U. S. Bureau of Reclamation, 1973, pp. 67-71).
Izzard (1946)	$t_c = \frac{41.025(0.0007i + c)L^{0.33}}{S^{0.33}i^{0.67}}$ i = intensidad de lluvia, pulg/h c = coeficiente de retraso L = longitud de la trayectoria de flujo, pies S = pendiente de la trayectoria de flujo, pies/pie	Desarrollada experimentalmente en laboratorio por el Bureau of Public Roads para flujo superficial en caminos y áreas de césped; los valores del coeficiente de retraso varían desde 0.0070 para pavimentos muy lisos hasta 0.012 para pavimentos de concreto y 0.006 para superficies densamente cubiertas de pasto; la solución requiere de procesos iterativos; el producto de i por L debe ser ≤ 500 .
Federal Aviation Administration (1970)	$t_c = 1.8(1.1 - C)L^{0.50}/S^{0.333}$ C = coeficiente de escorrentía del método racional L = longitud del flujo superficial, pies S = pendiente de la superficie, %	Desarrollada de información sobre el drenaje de aeropuertos recopilada por el Corps of Engineers; el método tiene como finalidad el ser usado en problemas de drenaje de aeropuertos, pero ha sido frecuentemente usado para flujo superficial en cuencas urbanas.

TABLA 15.1.2 (cont.)

Método y fecha	Fórmula para t_c (min)	Observaciones
Ecuaciones de onda cinemática Morgali y Linsley (1965) Aron y Erborge (1973)	$t_c = \frac{0.94L^{0.6}n^{0.6}}{(i^{0.5}S^{0.3})}$ L = longitud del flujo superficial, pies n = coeficiente de rugosidad de Manning i = intensidad de lluvia, pulg/h S = pendiente promedio del terreno, pies/pie	Ecuación para flujo superficial desarrollada a partir de análisis de onda cinemática de la escorrentía superficial desde superficies desarrolladas; el método requiere iteraciones debido a que tanto i (intensidad de lluvia) como t_c son desconocidos; la superposición de una curva de intensidad-duración-frecuencia da una solución gráfica directa para t_c .
Ecuación de retardo SCS (1973)	$t_c = \frac{100L^{0.8}(1,000/CN) - 910.7}{1,900S^{0.5}}$ L = longitud hidráulica de la cuenca (mayor trayectoria de flujo), pies CN = número de curva SCS S = Pendiente promedio de la cuenca, %	Ecuación desarrollada por el SCS a partir de información de cuencas de uso agrícola; ha sido adaptada a pequeñas cuencas urbanas con áreas inferiores a 2,000 acres; se ha encontrado que generalmente es buena cuando el área se encuentra completamente pavimentada; para áreas mixtas tiene tendencia a la sobreestimación; se aplican factores de ajuste para corregir efectos de mejoras en canales e impermeabilización de superficies; la ecuación supone que $t_c = 1.67 \times$ retardo de la cuenca.
Cartas de velocidad promedio del SCS (1975, 1986)	$t_c = \frac{1}{60} \sum \frac{L}{V}$ L = longitud de la trayectoria de flujo, pies V = velocidad promedio en pies por segundo de la figura 3-1 del TR 55 para diferentes superficies	Las cartas de flujo superficial de la figura 3-1 del TR 55 muestran la velocidad promedio como una función de la pendiente del curso de agua y de la cubierta superficial. (Véase también la tabla 5.7.1)

Fuente: Kibler, 1982, Copyright de la American Geophysical Union.

Área de drenaje

Debe determinarse el tamaño y la forma de la cuenca o subcuenca bajo consideración. El área puede determinarse utilizando planímetros en mapas topográficos, o mediante trabajos topográficos de campo cuando los datos topográficos han cambiado o cuando el intervalo entre las líneas de nivel en los mapas es demasiado grande para distinguir la dirección del flujo. Deben medirse el área de drenaje que contribuye al sistema que se está diseñando y la subárea de drenaje que contribuye a cada uno de los puntos de entrada. El esquema de la divisoria del drenaje debe seguir las fronteras reales de la cuenca, en lugar de las fronteras comerciales de los terrenos, como puede utilizarse en alcantarillados de aguas residuales. Las líneas divisorias del drenaje están influidas por las pendientes de pavimentos, la localización de conductos subterráneos y parques pavimentados o no pavimentados, la calidad de pastos, los céspedes, y muchas otras características introducidas por la urbanización.

Capacidad de la tubería

En la escogencia de los diámetros de las tuberías de alcantarillado de aguas lluvias, se calcula el mínimo diámetro requerido y se selecciona el siguiente diámetro comercial disponible. Los tubos comerciales están disponibles en diámetros de 8, 10, 12, 15, 16 y 18 pulg, en incrementos de 3 pulg entre 18 y 36 pulg e incrementos de 6 pulg entre 3 y 10 pies.

Una vez que se ha calculado el caudal de diseño Q que entra en el tubo de alcantarillado utilizando la fórmula racional, se determina el diámetro del tubo D requerido para conducir dicho caudal. Es usual suponer que el tubo fluye lleno bajo condiciones gravitacionales, pero que no se presuriza, luego la capacidad del tubo puede calcularse utilizando las ecuaciones de Manning o de Darcy-Weisbach para el flujo en canales abiertos. Para la ecuación de Manning, el área es $A = \pi D^2/4$ y el radio hidráulico es $R = A/P = (\pi D^2/4)/\pi D = D/4$. La pendiente de fricción S_f se supone igual a la pendiente de lecho para la tubería, S_0 , si se supone flujo uniforme y el caudal puede calcularse, para flujo lleno en la tubería, como

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1.49}{n} S_0^{1/2} A R^{2/3} \\ &= \frac{1.49}{n} S_0^{1/2} \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) \left(\frac{D}{4} \right)^{2/3} \\ &= \frac{0.463}{n} S_0^{1/2} D^{8/3} \end{aligned} \quad (15.1.5)$$

Ésta se resuelve para el diámetro requerido D como

$$D = \left(\frac{2.16 Q n}{\sqrt{S_0}} \right)^{3/8} \quad (15.1.6)$$

la cual es válida para Q en pies cúbicos por segundo y D en pies. Cuando se utiliza el sistema internacional SI de unidades, con Q en metros cúbicos por segundo y D en metros, el coeficiente 2.16 de la ecuación (15.1.6) debe reemplazarse por $2.16 \times 1.49 = 3.21$.

Utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach (2.5.4), con A , R y S_f iguales a los usados en la ecuación de Manning,

$$\begin{aligned} Q &= A \left(\frac{8g}{f} R S_f \right)^{1/2} \\ &= \frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{8g}{f} \frac{D}{4} S_0 \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (15.1.7)$$

Resolviendo esta ecuación para D se obtiene

$$D = \left(\frac{0.811 f Q^2}{g S_0} \right)^{1/5} \quad (15.1.8)$$

donde f es el factor de fricción de Darcy-Weisbach y g es la aceleración debida a la gravedad. La ecuación (15.1.8) es válida para cualquier sistema de unidades dimensionalmente consistente.

Validez del método racional

El método racional es criticado por algunos hidrólogos debido a su forma simplificada de calcular los caudales de diseño. Sin embargo, el método racional es aún ampliamente usado para el diseño de sistemas de alcantarillado de aguas lluvias en los Estados Unidos y en otros países debido a su simplicidad y al hecho de que las dimensiones requeridas de los alcantarillados se determinan a medida que el cálculo avanza. Los procedimientos más realistas para la simulación de flujos involucran el tránsito de hidrogramas de caudal, los cuales requieren que las dimensiones de las estructuras de conducción del flujo sean conocidas de antemano. El diseño del sistema de alcantarillado de aguas lluvias producto del método racional puede considerarse como un diseño preliminar cuya bondad puede verificarse transitando hidrogramas de caudales a través del sistema.

Las incertidumbres envueltas en el método racional pueden examinarse mediante los procedimientos de análisis de riesgo, descritos en el capítulo 13 (Yen, 1975; Yen, et al., 1976; Yen, 1978). En este caso, la carga del sistema se describe mediante la fórmula racional (15.1.2) y la capacidad mediante las ecuaciones de conducción de la tubería (15.1.5) o (15.1.7). Los problemas 15.1.8 a 15.1.16 están relacionados con este tema.

Ejemplo 15.1.1 En la figura 15.1.2 se muestra una cuenca de drenaje hipotética compuesta por 7 subcuenca. Determine la capacidad requerida por el alcantarillado de aguas lluvias EB que drena la subárea III para una tormenta con cinco años de periodo de retorno. Esta subcuenca tiene un área de 4 acres, un coeficiente de escorrentía de 0.6 y un tiempo de entrada de 10 minutos. La intensidad de precipitación de diseño para este lugar está dada por $i = 120T^{0.175}/(T_d + 27)$, donde i es la intensidad dada en pulgadas por hora, T es el periodo de retorno y T_d es la duración en minutos. Las elevaciones del terreno en los puntos E y B son 498.43 y 495.55 pies por encima del nivel medio del mar, respectivamente, y la longitud del tubo EB es 450 pies. Suponga que el n de Manning es 0.015. Calcule el tiempo de flujo en la tubería.

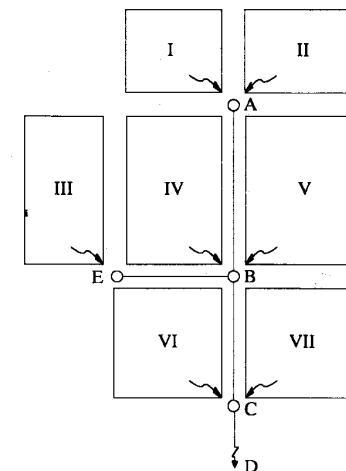


FIGURA 15.1.2

Cuenca de drenaje y sistema de alcantarillado de aguas lluvias para los ejemplos 15.1.1 y 15.1.2.

Solución. El tiempo de concentración para el flujo en el alcantarillado EB es simplemente el tiempo de entrada de 10 minutos para el flujo desde la subcuenca III hasta el punto E. Luego, $T_d = 10$ min y la intensidad de lluvia de diseño con $T = 5$ años es

$$\begin{aligned} i &= \frac{120T^{0.175}}{(T_d + 27)} \\ &= \frac{120(5)^{0.175}}{(10 + 27)} \\ &= 4.30 \text{ pulg/h} \end{aligned}$$

El caudal de diseño está dado por la ecuación (15.1.1):

$$\begin{aligned} Q &= CiA \\ &= 0.6 \times 4.30 \times 4 \\ &= 10.3 \text{ cfs} \end{aligned}$$

La pendiente del tubo EB es la diferencia entre las elevaciones de los puntos E y B dividida por la longitud del tubo: $S_0 = (498.43 - 495.55)/450 = 0.0064$. El diámetro requerido se calcula utilizando (15.1.6):

$$\begin{aligned} D &= \left(\frac{2.16 Q n}{\sqrt{S_0}} \right)^{3/8} \\ &= \left(\frac{2.16 \times 10.3 \times 0.015}{\sqrt{0.0064}} \right)^{3/8} \\ &= 1.71 \text{ pies} \end{aligned}$$

El diámetro se redondea hasta el siguiente diámetro comercial disponible, 1.75 pies o 21 pulg.

La velocidad del flujo a través de la tubería EB se encuentra al tomar el diámetro nominal (1.75 pies) y al suponer que el agua está fluyendo a tubo lleno con $Q = 10.3 \text{ cfs}$. Por consiguiente, $V = Q/A = 10.3 / (\pi \times 1.75^2/4) = 4.28 \text{ pies/s}$. El tiempo del flujo es $L/V = 450/4.28 = 105 \text{ s} = 1.75 \text{ min}$. Debe notarse que un pequeño error en el tiempo de flujo calculado se introduce por la suposición de que el agua está fluyendo a tubo lleno. La velocidad para flujo en la tubería parcialmente llena puede calcularse utilizando la técnica de iteración de Newton, presentada en el capítulo 5, si se considera necesario.

Ejemplo 15.1.2 Determine los diámetros de las tuberías AB, BC y CD en la cuenca de drenaje de 27 acres mostrada en la figura 15.1.2. El área, los coeficientes de escorrentía y el tiempo de entrada para cada una de las subcuenas se muestran en la tabla 15.1.3, y la longitud y pendiente de cada una de las tuberías se muestra en las columnas 2 y 3 de la tabla 15.1.4. Utilice la misma ecuación para la intensidad de lluvia que en el ejemplo 15.1.1 y suponga que los tubos tienen un n de Manning de 0.015.

Solución. Para cada una de las tuberías se utiliza el mismo método ilustrado en el ejemplo 15.1.1, excepto que ahora el tiempo de concentración debe incluir tanto el tiempo de entrada como el tiempo de tránsito a través de los alcantarillados localizados aguas arriba. Los resultados obtenidos en el ejemplo 15.1.1 para el tubo EB se muestran en la primera fila de la tabla 15.1.4.

Tubo AB. Este tubo drena las subcuenas I y II. De la tabla 15.1.3, $A_I = 2 \text{ acres}$, $C_I = 0.7$ y el tiempo de entrada es $t_I = 5 \text{ min}$, mientras que $A_{II} = 3 \text{ acres}$, $C_{II} = 0.7$ y $t_{II} = 7 \text{ min}$. Por consiguiente, el área total drenada por el tubo AB es 5 acres y $\Sigma CA = C_I A_I + C_{II} A_{II} = 0.7 \times 2 + 0.7 \times 3 = 3.5$. El tiempo de concentración utilizado es 7 min, el más largo de los dos tiempos de entrada. Los cálculos para el diámetro requerido se llevan a cabo en forma igual a la utilizada en el ejemplo 15.1.1; los resultados se muestran en la segunda fila de la tabla 15.1.1. El diámetro calculado, 1.94 pies, se aproxima hasta el siguiente diámetro comercial de 2.0 pies (24 pulg) para el tubo AB.

Tubo BC. Este tubo drena las cuencas I a V; las subcuenas I y II a través del tubo AB, la subcuenca III a través del tubo EB y las subcuenas IV y V en forma directa. Luego, existen cuatro posibles rutas para el flujo del agua que llega al punto E; el tiempo de concentración es el mayor de estos tiempos de flujo. El tiempo de flujo para los caudales que vienen del tubo AB es 7 minutos de entrada más 1.76 minutos de tránsito, o 8.76 minutos; para el flujo a través del tubo EB el tiempo de entrada es 10 minutos más 1.75 minutos de tránsito, o 11.75 minutos; los tiempos de entrada para las subcuenas IV y V son 10 min y 15 min respectivamente. Luego el tiempo de concentración para el tubo BC se toma como 15 minutos.

Para las subcuenas I y II, $\Sigma CA = 3.5$, tal como se mostró anteriormente. Para las subcuenas III a V, los valores del coeficiente de escorrentía y el área de la cuenca están dados en la tabla 15.1.3; en el punto C, utilizando estos valores, $\Sigma CA = 3.5 + 0.6 \times 4 + 0.6 \times 4 + 0.5 \times 5 = 10.8$. Procediendo como se hizo en el ejemplo 15.1.1, el diámetro del tubo calculado es 2.87 pies, el cual se aproxima hasta 3.0 pies (36 pulg) para el tubo BC (tercera fila de la tabla 15.1.4).

Tubo CD. Este tubo drena todas las siete subcuenas. Utilizando el mismo método que para los tubos anteriores, el tiempo de concentración (hasta el punto C) es de 15 minutos (hasta el punto B) más 1.2 minutos de tránsito en el tubo BC, o 16.2 minutos, y $\Sigma CA = 15.3$. El diámetro calculado, 3.22 pies, se redondea al siguiente diámetro comercial de 3.50 pies (42 pulg), (cuarta fila de la tabla 15.1.4).

TABLA 15.1.3

Características de la cuenca de drenaje para el ejemplo 15.1.2

Cuenca	Área A (acres)	Coeficiente de escorrentía C	Tiempo de entrada t_f (min)
I	2	0.7	5
II	3	0.7	7
III	4	0.6	10
IV	4	0.6	10
V	5	0.5	15
VI	4.5	0.5	15
VII	4.5	0.5	15

Los diámetros requeridos en los tubos AB, BC y CD son 21, 36 y 42 pulg, respectivamente.

15.2 SIMULACIÓN DE CRECIENTES DE DISEÑO

Desde principios de los años 60 se ha desarrollado una gran cantidad de modelos determinísticos de simulación hidrológica. Éstos incluyen modelos de *simulación de eventos* que pueden modelar un evento único de lluvia-escorrentía y modelos de *simulación continua*, los cuales incluyen procedimientos para tener en cuenta el contenido de humedad del suelo con el fin de simular la escorrentía causada por lluvias con intervalos de días u horas a lo largo de grandes períodos. Algunos ejemplos de modelos de simulación de evento incluyen: el U. S. Army Corps of Engineers (1981) HEC-1, el cual es un modelo de hidrograma de crecientes; el Soil Conservation Service (1965) TR-20, el cual es un programa de computador para el cálculo de la hidrología de un proyecto; el U. S. Environmental Protection Agency (1977) SWMM, que es un modelo para el manejo de aguas de tormenta; y el Illinois State Water Survey, ILLUDAS, un modelo desarrollado por Terstriep y Stall (1974). Algunos ejemplos de modelos de simulación continua son: el U.S. National Weather Service Runoff Forecast System, el cual es un sistema para el pronóstico de escorrentía (Day, 1985); el U. S. Army Corps of Engineers (1976) STORM; y el U. S. Army Corps of Engineers (1972) SSARR, que es un modelo para la síntesis de caudales y la regulación de embalses. Esta no es una lista completa de todos los modelos disponibles, pero cubre la mayoría de los modelos comúnmente utilizados en la práctica hidrológica. El modelo HEC-1 es probablemente el modelo de simulación de evento más ampliamente utilizado. Las siglas HEC significan Hidrologic Engineering Center (Centro de Ingeniería Hidrológica), el centro de investigación del U. S. Army Corps of Engineers, localizado en Davis, California, donde el modelo fue desarrollado.

Modelo HEC-1

El HEC-1 está diseñado para simular la escorrentía superficial que resulta de una precipitación, mediante la representación de la cuenca como un sistema de compo-

TABLA 15.1.4
Diseño de alcantarillados utilizando el método racional (ejemplos 15.1.1 y 15.1.2)

1 Tubo de alcanta- rillado	2 Longitud (pies)	3 Pendiente S_o (pies/pie)	4 Área total (acres)	5 ΣCA	6 t_c (min)	7 Intensidad de lluvia i (pulg/h)	8 Caudal de diseño Q (cfs)	9 Diámetro de alcantarillado calculado (pies)	10 Tamaño de tubo utilizado (pies)	11 Velocidad de flujo Q/A (pies/s)	12 Tiempo de flujo L/V (min)
EB	450	0.0064	4	2.4	10.0	4.30	10.3	1.71	1.75	4.28	1.75
AB	550	0.0081	5	3.5	7.0	4.68	16.4	1.94	2.00	5.21	1.76
BC	400	0.0064	18	10.8	15.0	3.79	40.9	2.87	3.00	5.78	1.15
CD	450	0.0064	27	15.3	16.2	3.68	56.3	3.22	3.50	5.85	1.28

nentes interconectados. Cada componente modela un aspecto del proceso lluvia-escorrentía dentro de una subcuenca o subárea; los componentes incluyen la escorrentía superficial de la subárea, los canales y los embalses; cada componente se representa por un conjunto de parámetros que especifica las características particulares del componente y las relaciones matemáticas que describen sus procesos físicos. Los resultados finales del proceso de modelación son los hidrogramas de escorrentía directa para varias subáreas y los hidrogramas de caudal en lugares pre-determinados de la cuenca.

El *componente de escorrentía superficial* para una subárea se utiliza para representar el movimiento del agua sobre la superficie del terreno hacia los cauces de ríos y riachuelos. La entrada en este componente es un hictograma de precipitación. El exceso de lluvia se calcula restando la infiltración y las pérdidas por detención, con base en una función de infiltración que debe escogerse de varias opciones, incluyendo el número de curva SCS de la tasa de pérdida tal como se presentó en la sección 5.5. Se supone que tanto la lluvia como la infiltración están distribuidas uniformemente en toda la subcuenca. El exceso de lluvia resultante se aplica al hidrograma unitario para encontrar el hidrograma de escorrentía a la salida de la subárea. Las opciones del hidrograma unitario incluyen el hidrograma unitario de Snyder y el hidrograma adimensional unitario del SCS presentados en el capítulo 7. Alternativamente, puede utilizarse un modelo de onda cinemática para calcular los hidrogramas de escorrentía de las subcuencas.

Un *componente de tránsito de caudales* se utiliza para representar el movimiento de las ondas de creciente en un canal. La entrada en este componente es el hidrograma de aguas arriba que resulta de las contribuciones individuales o combinadas de la escorrentía de las subáreas, el tránsito de caudales o las derivaciones. Este hidrograma se transita aguas abajo utilizando las características del canal. Las técnicas disponibles para transitar el hidrograma de escorrentía incluyen el método de Muskingum, el tránsito de embalse nivelado y el método de la onda cinemática.

Puede utilizarse una combinación apropiada de los componentes de escorrentía de la subárea y del tránsito de caudales para representar un problema de lluvia-escorrentía y tránsito en un río. La conectividad de los componentes de la red de ríos está implícita en la forma como están ordenados los componentes de la información de entrada. La simulación siempre debe empezar en la parte más alta de la subárea en uno de los brazos de la red de ríos, y prosigue aguas abajo hasta alcanzar una confluencia. Antes de simular hacia abajo de la confluencia, todos los caudales localizados aguas arriba de ésta deben transitarse. Luego, los caudales se combinan en la confluencia y este caudal combinado se transita aguas abajo.

El uso de un *componente de embalse* es similar al del componente del tránsito de caudales. Un componente de embalse representa las características almacenamiento-caudal de salida de un embalse o una estructura retardadora de crecientes. El componente de embalse opera recibiendo caudales de entrada aguas arriba y transitándolos a través del embalse utilizando métodos de tránsito y almacenamiento. El caudal de salida del embalse es una función únicamente del almacenamiento (o elevación de la superficie de agua) en el embalse y no depende de los controles localizados aguas abajo. Las características del vertedero son datos de entrada junto con las características de la cresta de la presa para el cálculo de flujo por encima de ésta. También está disponible una opción simplificada de rompimiento de presa.

Ejemplo 15.2.1 (Adaptado de Ford, 1986) Desarrolle un modelo de lluvia-escorrentía utilizando el programa de computador HEC-1 para la cuenca de la quebrada Castro Valley, mostrada en la figura 15.2.1, con el fin de analizar los efectos de la urbanización. La cuenca se divide en cuatro subcuenca; en la figura 15.2.2 se muestra un diagrama esquemático de la cuenca. La subcuenca 4 está siendo urbanizada mediante el desarrollo de un área residencial nueva y se están estudiando un embalse de detención en la subcuenca 4 y algunas modificaciones del canal aguas abajo, con el propósito de reducir los efectos del flujo adicional resultante del desarrollo urbano. El objetivo del problema es calcular el hidrograma de escorrentía a la salida de la cuenca para tres condiciones diferentes: 1) las condiciones existentes a través de la cuenca, 2) las condiciones existentes en las subcuenca 1 a 3 con urbanización en la subcuenca 4, y 3) igual que en 2) pero con un canal modificado y un embalse de detención en la subcuenca 4. Los cálculos de escorrentía para las subáreas se llevan a cabo utilizando el hidrograma unitario sintético de Snyder, con tasas de pérdidas de lluvia calculadas mediante el método del número de curva del SCS, el tránsito a través de los canales se lleva a cabo usando el método de Muskingum y el tránsito a través del embalse utilizando el método del embalse nivelado.

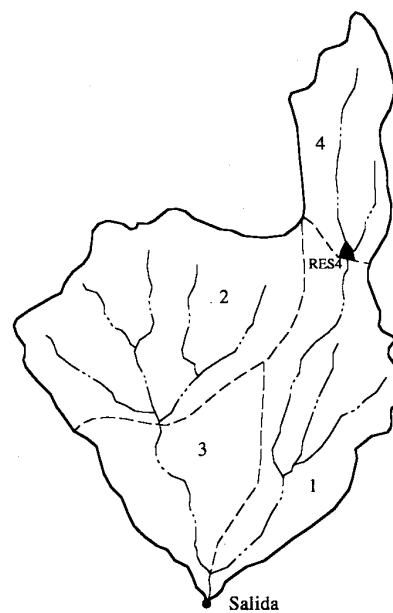


FIGURA 15.2.1
Cuenca de Castro Valley (ejemplo 15.2.1). (Fuente: Ford, 1986).

CRECIENTES DE DISEÑO

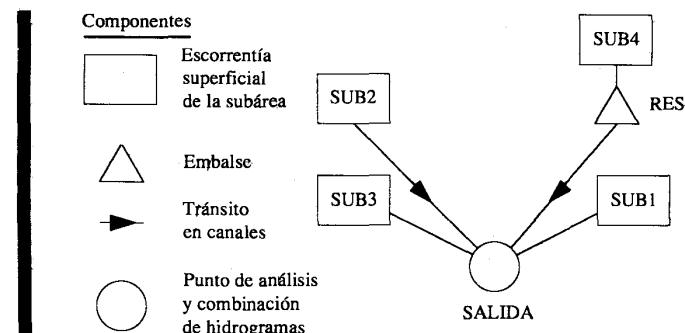


FIGURA 15.2.2

Diagrama esquemático de la cuenca de Castro Valley mostrando los componentes para el análisis del HEC-1.

La siguiente tabla presenta las características existentes de las subcuenca. El área total de la cuenca es 5.51 mi^2 .

Subcuenca	Área (mi^2)	Longitud de la cuenca L (mi)	Longitud hasta el centroide L_{CA} (mi)	Número de curva SCS CN
1	1.52	2.65	1.40	70
2	2.17	1.85	0.68	84
3	0.96	1.13	0.60	80
4	0.86	1.49	0.79	70

Los parámetros del hidrograma unitario sintético de Snyder para las condiciones existentes son $C_p = 0.25$ y $C_t = 0.38$. El tiempo de tránsito de la onda de creciente (coeficiente K de Muskingum) para el tramo de río que pasa a través de la subárea 3 se estima en 0.3 h y el tiempo de tránsito para la subárea 1 se estima en 0.6 h. El coeficiente X de Muskingum se ha aproximado a 0.2 para cada uno de los dos tramos del río.

La lluvia de diseño es una tormenta hipotética con un periodo de retorno de 100 años definida por la siguiente información de profundidad-duración.

Duración	5 min	15 min	1 h	2 h	3 h	6 h	12 h	24 h
Lluvia (pulg)	0.38	0.74	1.30	1.70	2.10	3.00	5.00	7.00

El desarrollo residencial en la subcuenca 4 incrementará el área impermeable de tal manera que el número de curva SCS después del desarrollo será 85. Se espera que los parámetros del hidrograma unitario cambien a $C_t = 0.19$ y $C_p = 0.5$. La modificación del canal a través de la subcuenca 1 cambiará los parámetros de tránsito de Muskingum a $K = 0.4$ h y $X = 0.3$. El embalse de detención que será construido a la salida de la subcuenca 4 tiene las siguientes características:

Salida de nivel bajo		Capacidad de embalse (acre . pie)	Elevación (pies sobre NMM)
Diámetro	5 pies		
Área transversal	19.63 pies ²		
Coeficiente de orificio	0.71	0	388.5
Elevación de la línea central	391 pies (sobre NMM)	6	394.2
		12	398.2
Vertedero de excesos (tipo ogée)		18	400.8
		23	401.8
Longitud	30 pies	30	405.8
Coeficiente de descarga	2.86		
Elevación de la cresta	401.8 pies (sobre NMM)		

Solución. Los parámetros utilizados para el hidrograma unitario de Snyder en HEC-1 son t_p y C_p ; t_p se calcula para las condiciones existentes utilizando la ecuación (7.7.2) con $C_1 = 1.0$ y C_t , L y L_{CA} tal como se dieron anteriormente. Por ejemplo, para la subcuenca 1,

$$t_p = C_t (LL_{CA})^{0.3} = 0.38(2.65 \times 1.40)^{0.3} = 0.56 \text{ h}$$

Los resultados de este cálculo para las cuatro sucesiones son:

	Subcuenca				
	1	2	3	4	4 urbanizada
C_t	0.38	0.38	0.38	0.38	0.19
t_p	0.56	0.41	0.34	0.40	0.20

En la tabla 15.2.1 se muestra la información de entrada al HEC-1 para la cuenca del Castro Valley. En el archivo de entrada de información presentado en la tabla se han hecho comentarios para que sea fácil de entender. El uso de la opción multiplán del HEC-1 permite que en una sola corrida del programa se calculen los hidrogramas de escurrimiento para todas las tres condiciones. El plan 1 corresponde a las condiciones existentes, el plan 2 incluye la subcuenca 4 urbanizada y el plan 3 introduce el embalse y las modificaciones del canal.

Cada operación de componente empieza con una instrucción KK. La información de entrada se ha organizado de tal manera que se determina primero la escorrentía de la subcuenca 4, luego se lleva a cabo el tránsito a través del embalse de detención propuesto, seguido por el tránsito de Muskingum a través de la subcuenca 1. A continuación se hacen los cálculos del proceso lluvia-escorrentía para la subcuenca 1 y el hidrograma de escorrentía resultante se suma al hidrograma de escorrentía de la subcuenca 4. Luego se llevan a cabo los cálculos de lluvia-escorrentía para la subcuenca 2, y esta escorrentía se transita a través de la subcuenca 3 para ser sumada al hidrograma de salida. El último paso es llevar a cabo los cálculos de lluvia-escorrentía para la subcuenca 3 y añadir este resultado al hidrograma de salida.

TABLA 15.2.1
Entradas al HEC-1 para la cuenca Castro Valley (ejemplo 15.2.1)

TABLA 15.2.1 (cont.)
Entrada al HEC-1 para la cuenta Castro Valley (ejemplo 15.2.1)

Col. 1:	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
24	KP	3								[Tránsito a través del embalse en plan 3]
25	RS	1	STOR	0						[Tránsito en el embalse]
26	SV	0	6	12	18	23				[Volumen en acre-pie]
27	SE	388.5	394.2	398.2	400.8	401.8	405.8			[Elevación en pies sobre el NMM]
28	SL	391	19.63	0.71	0.5					[Características de la tubería de salida]
29	SS	401.8	30	2.86	1.5					[Características del vertedero]
30	KK	OUT								[Componente de tránsito en el canal]
31	KM	ROUTE SUBCATCHMENT 4 RUNOFF TO OUTLET								
32	KP	1								[Plan 1 y 2 son lo mismos]
33	RM	1	0.6	0.2						[Parámetros de Muskingum $K = 0.6$ h, $X = 0.2$]
34	KP	3								
35	RM	1	0.4	0.3						[Nuevos parámetros de Muskingum para plan 3]
36	KK	SUB ¹ ₁								
37	KM	RUNOFF COMPUTATIONS FOR SUBCATCHMENT 1								
38	BA	1.52								
39	LS	0	70							
40	US	0.56	0.25							
41	KK	OUT								[Suma de los hidrogramas]
42	KM	COMBINE SUBCATCHMENT 1 RUNOFF WITH SUBCATCHMENT RUNOFF ROUTED TO OUTLET								
43	HC	2								
44	KK	SUB ² ₂								
45	KM	RUNOFF COMPUTATIONS FOR SUBCATCHMENT 2								
46	BA	2.17								
47	LS	0	84							
48	US	0.41	0.25							

HIDROLOGÍA APLICADA

CRECIENTES DE DISEÑO

TABLA 15.2.1 (cont.)
Entrada al HEC-1 para la cuenta Castro Valley (ejemplo 15.2.1)

Col. 1:	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
49	KK	OUT								
50	KM	ROUTE SUBCATCHMENT 2 RUNOFF TO OUTLET								
51	RM	1	0.3	0.2						[Tránsito en el canal por el método de Muskingum]
52	KK	OUT								
53	KM	COMBINE HYDROGRAPHS AT OUTLET								
54	HC	2								
55	KK	SUB ³ ₃								
56	KM	RUNOFF COMPUTATIONS FOR SUBCATCHMENT 3								
57	BA	0.96								
58	LS	0	80							
59	US	0.34	0.25							
60	KK	OUT								[Suma de los hidrogramas]
61	KM	COMBINE HYDROGRAPHS AT OUTLET								
62	HC	2								

63 ZZ

Los comentarios entre corchetes [] sirven para interpretación y no forman parte de la información de entrada real.

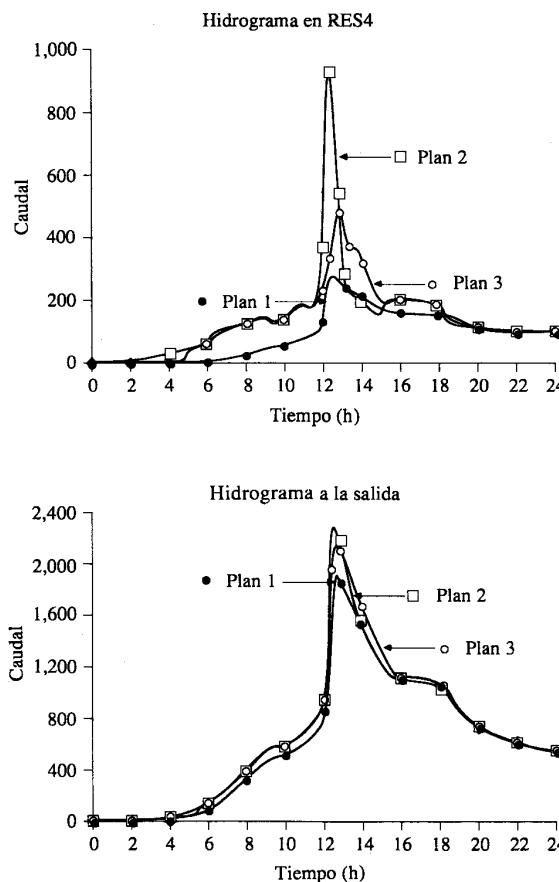


FIGURA 15.2.3
Hidrogramas de caudal en RES4 y en la salida (ejemplo 15.2.1). El plan 1 corresponde a las condiciones existentes, el plan 2 contiene la subcuenca 4 urbanizada y el plan 3 introduce un embalse y mejoras en el canal aguas abajo de la subcuenca 4.

Los hidrogramas de escorrentía resultantes a la salida de la subcuenca 4 y a la salida de toda la cuenca para cada uno de los 3 planes se muestran en la figura 15.2.3. El caudal pico en la subcuenca 4 bajo las condiciones existentes es 271 cfs y bajo las condiciones de urbanización es 909 cfs. El embalse de detención reduce el caudal pico a 482 cfs. La elevación pico de la superficie de agua en el embalse es 402.88 pies sobre el nivel medio del mar en el tiempo 12.67 h. Los caudales pico a la salida son 1,906 cfs para las condiciones existentes, 2,258 cfs para las condiciones urbanizadas y 2,105 cfs para condiciones urbanizadas con el embalse y las modificaciones del canal.

Modelos para el drenaje urbano de aguas lluvias

Los primeros modelos de computador para el drenaje urbano de tormentas se desarrollaron durante los últimos años de la década de 1960 y desde ese momento se ha discutido una gran cantidad de ellos en la literatura técnica. Los modelos aplicables

al diseño de sistemas de alcantarillado de aguas lluvias pueden clasificarse como *modelos de diseño, modelos de predicción de caudales y modelos de planeación*.

Modelos de diseño. Estos modelos determinan las dimensiones geométricas de las alcantarillas de aguas lluvias (y de otras estructuras) para un sistema nuevo o una extensión o mejora de un sistema existente. Los cálculos de diseño se llevan a cabo para un periodo de retorno de diseño especificado.

Los modelos de diseño pueden subclasicarse en *modelos de diseño hidráulico* y *modelos de diseño de menor costo óptimo*. Los modelos de diseño hidráulico varían desde el simple método racional hasta los modelos de simulación mucho más sofisticados basados en la solución de las ecuaciones de onda dinámica. Un ejemplo de un modelo de diseño hidráulico es el ILLUDAS (Illinois Urban Drainage Area Simulator), desarrollado por Terstriep y Stall (1974), el cual es muy popular en los Estados Unidos y en otros países. Este modelo es una extensión del modelo británico TRRL (Transportation and Road Research Laboratory) (Watkins, 1962) para incluir tanto hidrogramas de áreas pavimentadas como hidrogramas de zonas verdes. En la figura 15.2.4 se muestra un diagrama de flujo para el programa ILLUDAS.

Los modelos de diseño de menor costo óptimo tienen como objetivo determinar la distribución del alcantarillado de aguas lluvias y los diámetros de tubería con el menor costo que conduzcan las aguas de tormenta en forma adecuada. Estos modelos están basados en técnicas de optimización como la programación lineal, la programación dinámica, la programación no lineal, las técnicas heurísticas o una combinación de todas éstas. La simulación del flujo a través de la red de alcantarillados se considera como una parte de la optimización. Uno de los modelos más completos de este tipo es un modelo de programación dinámica conocido como ILSD (Illinois Sewer Design) desarrollado por Yen, *et al.* (1976).

Modelos de predicción de caudales. Estos modelos simulan los caudales de tormenta en sistemas existentes con dimensiones geométricas conocidas o en sistemas propuestos con dimensiones geométricas predeterminadas. La mayor parte de los modelos de predicción simulan caudales para un evento de lluvia único, pero algunos de ellos pueden simular la respuesta a una secuencia de eventos. La simulación puede ser para eventos históricos, eventos en tiempo real o tormentas generadas en forma sintética. En la mayoría de los modelos se incluye al menos algo de simulación hidráulica. Los modelos pueden incluir o no la simulación de calidad del agua. El propósito de la simulación de un flujo puede ser verificar la suficiencia y el comportamiento de un sistema existente o propuesto para la mitigación de caudales y el control de la contaminación de agua, proveer información para el manejo de aguas de tormenta o formar parte de un sistema de control operacional en tiempo real.

Una filosofía de diseño que está surgiendo consiste en utilizar ya sea métodos tradicionales (método racional) o métodos más avanzados de optimización para diseñar un sistema de alcantarillado para aguas lluvias, y luego verificar el diseño final utilizando una simulación hidráulica detallada y un análisis de costo. Un ejemplo de esta metodología es el procedimiento británico de diseño y análisis conocido como el Wallingford Storm Sewer Package (WASSP; véase Price, 1981).

Modelos de planeación. Estos modelos se utilizan para estudios generales de planeación de problemas de aguas lluvias, usualmente en un espacio relativamente grande y durante periodos relativamente largos. La cantidad y calidad del agua llu-

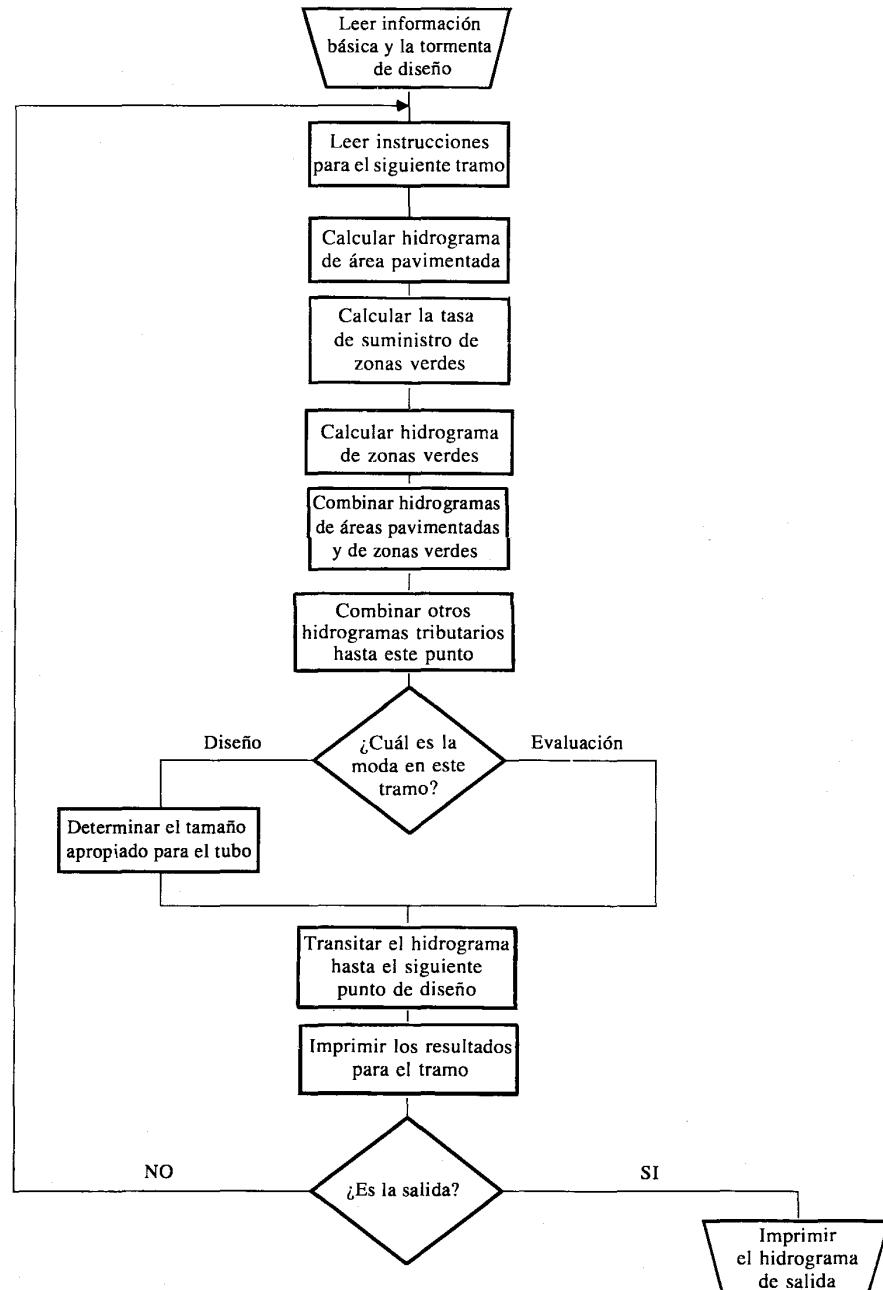
**FIGURA 15.2.4**

Diagrama de flujo para el modelo de drenaje de aguas urbanas ILLUDAS. (Fuente: Terstriepel y Stall, 1974).

via se trata en forma bastante aproximada, considerando solamente la conservación de la masa del agua y de los contaminantes sin considerar la dinámica de su movimiento a través del sistema. Los modelos de planeación se emplean para tareas tales como estudios de calidad de agua y plantas de tratamiento. Estos no requieren información geométrica detallada de las estructuras de drenaje, como sí lo requieren los dos primeros grupos de modelos. Ejemplos típicos de modelos de planeación son: 1) STORM (Storage, Treatment, Overflow, Runoff Model), creado por el U. S. Army Corps of Engineers (1976); 2) SWMM (Storm Water Management Model), desarrollado por Metcalf y Eddy, Inc., de la Universidad de Florida, y Water Resources Engineers, Inc. (Metcalf y Eddy, 1971; U. S. Environmental Protection Agency, 1977); 3) RUNQUAL (Runoff Quality), el cual incluye la porción hidráulica del modelo SWMM RUNOFF y el modelo de calidad de agua en ríos QUAL-II (Roesner, Giguere y Davis, 1977); 4) HSPF (Hydrocomp Simulation Program-Fortran), desarrollado por Johnson, *et al.* (1980), el cual es una versión modificada del Stanford Watershed Model; y 5) MITCAT (MIT Catchment Model), desarrollado por Harley, Perkins y Eagleson (1970).

15.3 ANÁLISIS DE PLANICIES DE INUNDACIÓN

Una planicie o llanura de inundación es un área usualmente seca adyacente a ríos, corrientes, lagos, bahías, océanos, la cual se inunda durante eventos de crecientes. Las causas más comunes de inundación son las crecientes de corrientes y de ríos y las mareas anormalmente altas que resultan de tormentas severas. La planicie de inundación puede incluir el ancho total de valles angostos o áreas amplias localizadas a lo largo de ríos en valles amplios y planos. Tal como se muestra en la figura 15.3.1, el canal y la planicie de inundación son partes integrales de la conducción natural de una corriente. La planicie de inundación mueve el caudal que excede la capacidad del canal y a medida que el caudal crece, aumenta el flujo sobre la planicie de inundación.

El primer paso en cualquier análisis de una planicie de inundación es recolectar información, incluyendo mapas topográficos, información sobre flujos de creciente si existe alguna estación de aforo en las cercanías, información de lluvia si no existe información de caudales de crecientes y secciones transversales levantadas topográficamente y estimaciones de la rugosidad del canal en un cierto número de puntos a lo largo del lecho.

Se requiere una determinación del caudal de creciente para el periodo de retorno deseado. Si existen registros de caudales de ríos, puede llevarse a cabo un análisis de frecuencia de caudales de crecientes. Si no hay registros de caudal disponibles, se debe llevar a cabo un análisis de lluvia-escorrentía con el fin de determinar el caudal de creciente. Se determina el hietograma de lluvia para el periodo de retorno deseado, se encuentra un hidrograma unitario sintético para cada subárea de la cuenca de drenaje y se calcula el hidrograma de escorrentía directa de cada subárea. Los hidrogramas de escorrentía directa de cada subárea se transitan aguas abajo y se suman para determinar el hidrograma de escorrentía directa total en la parte más baja de la cuenca de drenaje, tal como se ilustró en el ejemplo 15.2.1 para Castro Valley. El caudal pico del hidrograma del punto localizado en el extremo de aguas abajo se utiliza como el caudal de la creciente de diseño.

Una vez que se ha determinado el caudal de creciente para el periodo de retorno deseado, el siguiente paso es determinar el perfil de la superficie de agua a lo

largo del canal. Este análisis puede llevarse a cabo suponiendo flujo permanente, gradualmente variado, no uniforme, utilizando un modelo unidimensional como el HEC-2 (U. S. Army Corps of Engineers, 1982), o un modelo bidimensional basado en diferencias finitas o elementos finitos (Lee y Bennett, 1981; Lee, *et al.*, 1982; Mays y Taur, 1984). Los modelos unidimensionales solamente permiten que las propiedades de flujo varíen a lo largo del canal, mientras que los modelos bidimensionales también tienen en cuenta cambios a lo ancho, en la sección transversal. En forma opcional, puede llevarse a cabo un análisis de flujo no permanente con el fin de identificar la máxima elevación de la superficie del agua en diferentes secciones transversales durante la propagación de la onda de creciente a través del tramo del río, utilizando DAMBRK, DWOPER o FLDWAV, tal como se describió en el capítulo 10. Los modelos de flujo no permanente son necesarios para la delineación de las planicies de inundación en grandes lagos, debido a que el almacenamiento en el lago altera la forma y el caudal pico del hidrograma de crecientes a medida que el flujo pasa a través de él.

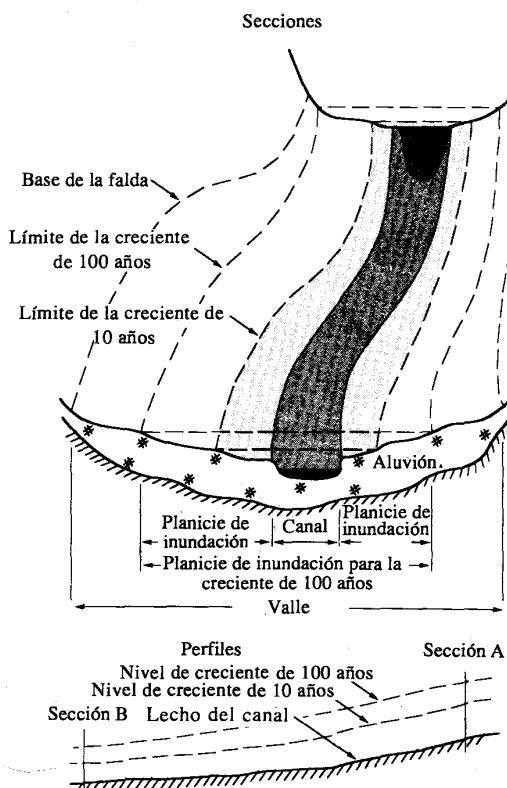


FIGURA 15.3.1
Secciones y perfiles típicos en un tramo del valle de una corriente sin obstrucciones. (*Fuente:* Waananen, *et al.*, 1977. Utilizada con autorización).

Una vez que se han determinado las elevaciones de la superficie del agua, se delinean el área correspondiente a la planicie de inundación. La extensión lateral de la planicie de inundación se determina encontrando puntos en el terreno a ambos lados de la corriente que correspondan al perfil de la creciente (elevación de la superficie de agua). Las elevaciones del terreno en la planicie de inundación pueden determinarse por medio de mapas topográficos, mapas de calles o fotografías aéreas. Los mapas topográficos son los más convenientes, ya que las elevaciones están dadas por las líneas de nivel. La frontera de la planicie de inundación se determina siguiendo la línea de nivel que corresponde a la elevación del perfil de creciente para un área particular. Por supuesto que la delineación de la planicie de inundación es tan precisa como los mapas topográficos utilizados. Una vez determinados los niveles de creciente para un tramo particular de un río, la localización real de las fronteras de la planicie de inundación debe verificarse mediante trabajos topográficos de campo.

Con el fin de generar un procedimiento nacional estándar, la U. S. Federal Emergency Management Agency (FEMA) ha adoptado la creciente de 100 años como la creciente base para tomar medidas de gestión de las planicies de inundación. La creciente de 500 años también se utiliza para indicar áreas adicionales con riesgos de inundaciones en la comunidad. Para cada río que se estudie en detalle, las fronteras de las crecientes de 100 y 500 años normalmente se delinean utilizando las elevaciones de crecientes determinadas para cada sección transversal. Entre las secciones transversales, las fronteras se interpolan utilizando mapas topográficos con una escala de 1:24,000 con un intervalo entre líneas de nivel de 10 ó 20 pies. En los casos en que las fronteras de las crecientes de 100 y 500 años están muy juntas, sólo se muestra la frontera correspondiente a 100 años.

Las intrusiones en las planicies de inundación, tales como rellenos con materiales artificiales, reducen la capacidad de transporte de las crecientes, incrementan las alturas de crecientes en los ríos e incrementan los riesgos de inundaciones en áreas más allá de dichos rellenos. Uno de los aspectos más importantes del manejo

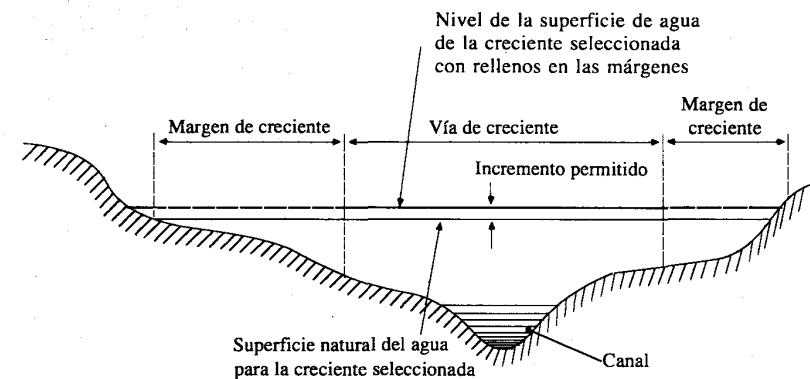


FIGURA 15.3.2
Definición de la vía de creciente y el margen de creciente. El margen de creciente es el área entre el límite de creciente designado y el límite de la creciente seleccionada. El límite de la creciente se define de tal manera que el uso del margen de creciente no incremente significativamente la elevación de la creciente. La creciente de 100 años es de uso común y en los Estados Unidos es normal permitir un incremento de un pie en dicha elevación.

de planicies de inundación, involucra el balance entre la ganancia económica de un desarrollo de la planicie de inundación contra el incremento resultante en el riesgo de inundación. Para propósitos de los estudios de la FEMA, el área ocupada por la creciente de 100 años se divide en *vía de creciente* y *margen de creciente*, tal como se muestra en la figura 15.3.2. La vía de creciente es el canal del río más cualquier área de la planicie de inundación adyacente que deba mantenerse libre de invasiones

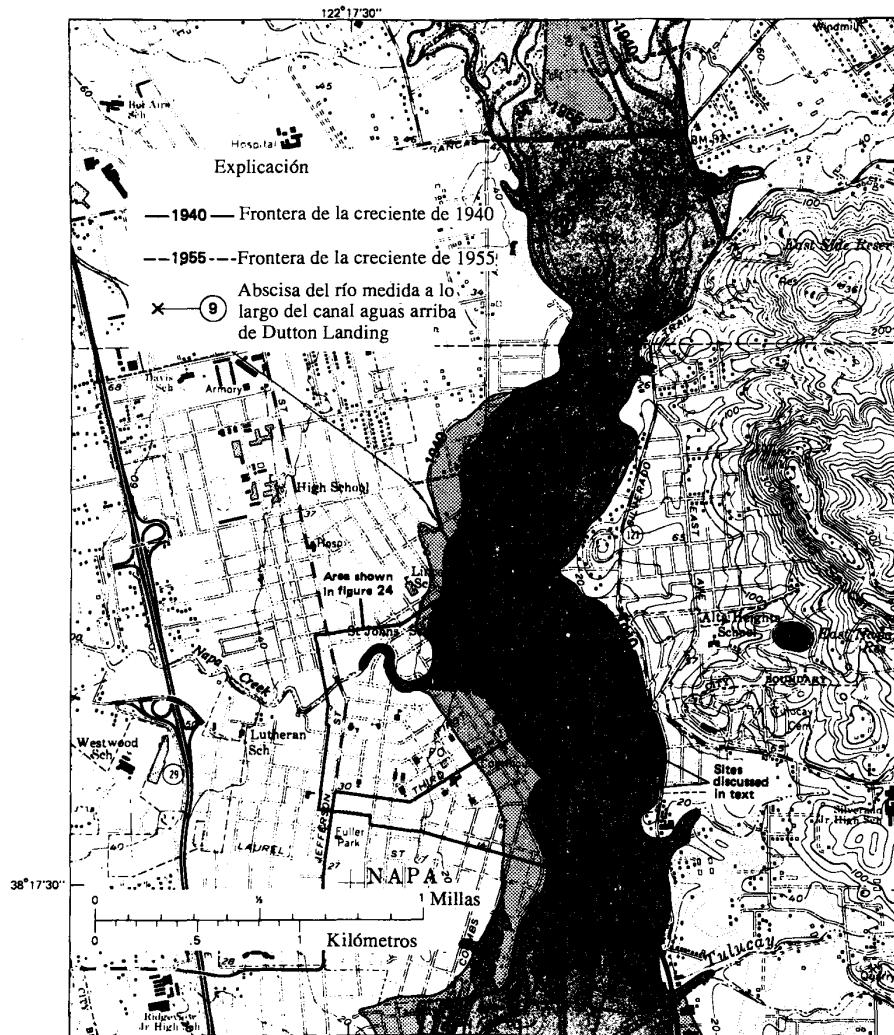


FIGURA 15.3.3

Mapa de amenaza de inundación para Napa, California. (Fuente: Waananen, et al., 1977. Utilizada con autorización).

con el fin de que la creciente de 100 años sea transitada sin incrementos sustanciales en las alturas de inundación. Los estándares mínimos de la FEMA permiten un incremento en la altura de inundación de un pie, siempre y cuando no se produzcan velocidades peligrosas. El margen de creciente es la porción en la planicie de inundación que puede ser completamente obstruida sin incrementos en la elevación de la superficie del agua superiores a 1.0 pie en cualquier punto para la creciente de 100 años.

Se han utilizado dos tipos de mapas de inundación, mapas de áreas propensas a inundación y mapas de riesgo de inundación. Los mapas de áreas propensas a inundación muestran las áreas que se inundarían debido a su proximidad a un río, corriente, bahía, océano, o cualquier otro cuerpo de agua como puede determinarse de información fácilmente disponible. Los mapas de riesgos de inundación como el de la figura 15.3.3 para Napa, California, muestran la extensión de las inundaciones determinadas a través de estudios técnicos de inundaciones en un lugar dado. Los mapas de riesgo de inundaciones se utilizan comúnmente en informes sobre planicies de inundación y requieren actualizaciones cuando ocurren cambios en los canales o en las planicies de inundación y en las áreas localizadas aguas arriba. Estos cambios incluyen modificaciones estructurales o modificaciones en canales o planicies de inundación en áreas localizadas aguas arriba. La construcción de nuevas edificaciones en las planicies de inundación, obstrucciones o cualquier otro cambio en el uso del suelo pueden afectar los caudales, las elevaciones de la superficie de agua y las velocidades de flujo, cambiando por consiguiente la elevación del perfil que define la planicie de inundación.

15.4 DISEÑO DE EMBALSES PARA EL CONTROL DE CRECIENTES

La urbanización incrementa tanto el volumen como la velocidad de la escorrentía, por lo cual se han hecho esfuerzos en áreas urbanas para atenuar estos efectos. Los embalses de detención de aguas lluvias son uno de los medios utilizados para manejar las aguas de las tormentas. Un embalse de este tipo puede variar desde una simple estructura tal como el efecto de remanso aguas arriba de una alcantarilla de carretera hasta un embalse grande con mecanismos de control sofisticados.

La *detención* es mantener la escorrentía por un periodo corto antes de devolverla a su curso de agua natural. Los términos "detención" y "retención" tienden a ser confundidos. La *retención* es mantener el agua en un sitio de almacenamiento durante un periodo considerable con propósitos estéticos, de consumo, para agricultura y otros. Puede que el agua nunca se descargue en un curso de agua natural y por el contrario sea consumida por plantas, evaporación o infiltración en el suelo. Las estructuras de detención generalmente no reducen en forma significativa el volumen total de la escorrentía superficial, sino que simplemente reducen las tasas de caudal pico redistribuyendo el hidrograma de caudal. Sin embargo, existen algunas excepciones: por ejemplo, el volumen de escorrentía superficial reducido de áreas trabajadas con movimientos de tierra y la escorrentía superficial reducida en embalses de detención en suelos granulares.

La *detención in situ* del agua lluvia es el almacenamiento de la escorrentía cerca del sitio donde ocurre la precipitación. En algunas aplicaciones, la escorrentía puede conducirse primero pequeñas distancias mediante colectores adyacentes o localizados en el sitio donde se ubica la estructura de detención. La *detención in situ*

es diferente de la *detención aguas abajo* debido a su proximidad al extremo aguas arriba de la cuenca y al uso de estructuras de detención pequeñas en contraste con las presas grandes normalmente asociadas con la detención aguas abajo.

El concepto de detener la escorrentía y liberarla a una tasa regulada es un principio importante en el manejo de aguas lluvias. En áreas que tienen un relieve topográfico apreciable, el almacenamiento por detención atenúa el pico de los caudales y la alta energía cinética de la escorrentía superficial. Esta atenuación del flujo puede reducir la erosión del suelo y la cantidad de contaminantes de diferentes clases asimilados y transportados por la escorrentía urbana desde el suelo, los pavimentos y otras superficies. Existen varios métodos para la detención de aguas lluvias, incluyendo el almacenamiento subterráneo, el almacenamiento en embalses y estanques, el almacenamiento en parqueaderos y la detención en tejados y cubiertas.

Varias consideraciones se hallan involucradas en el diseño para la detención de aguas lluvias. Éstas son: 1) la selección de un evento de lluvia de diseño, 2) el volumen de almacenamiento necesario, 3) la tasa de liberación máxima permitida, 4) los requerimientos y oportunidades para el control de contaminación, y 5) los diseños de las estructuras de salida para la liberación del agua detenida. Modelos de simulación de flujo tales como el HEC-1 pueden utilizarse para llevar el tránsito a través de embalses y verificar la suficiencia de los diseños de embalses de detención.

El área inundada hipotética mostrada en la figura 15.4.1 sirve como ejemplo de un estanque de detención. La figura 15.4.2 muestra una comparación de los hidrogramas de caudal de salida para este estanque de detención con los correspondientes hidrogramas de entrada para varios volúmenes de flujo. En todos los casos, el estanque de detención reduce el caudal pico de creciente en una forma menor cuando el volumen de escorrentía es más grande que cuando es pequeño.

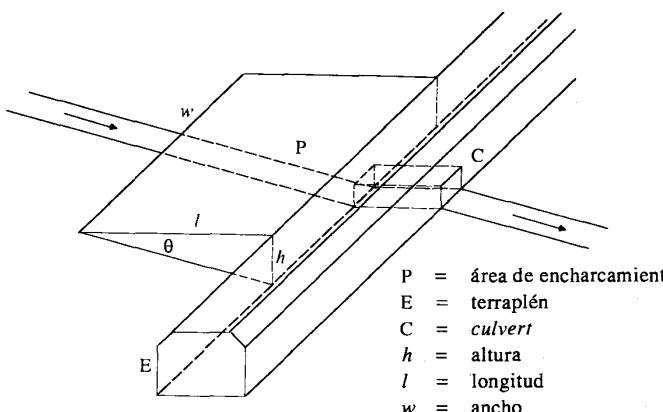


FIGURA 15.4.1

Representación esquemática del área de encharcamiento en forma de cuña a la salida de un *box-culvert*. (Fuente: Craig y Rankl, 1978. Utilizada con autorización).

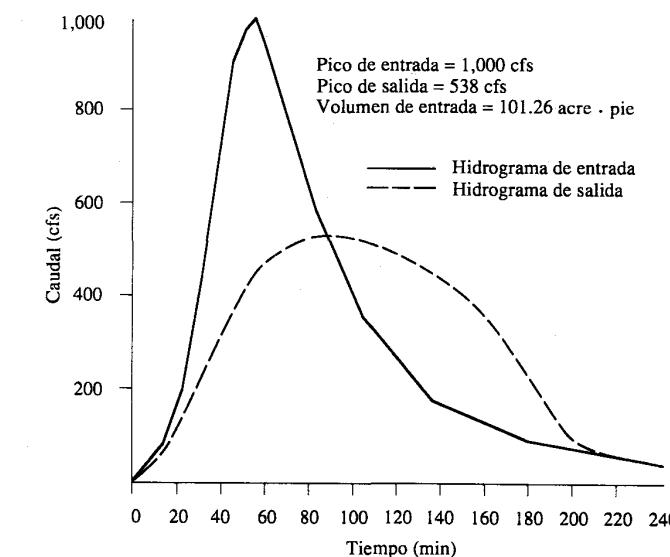
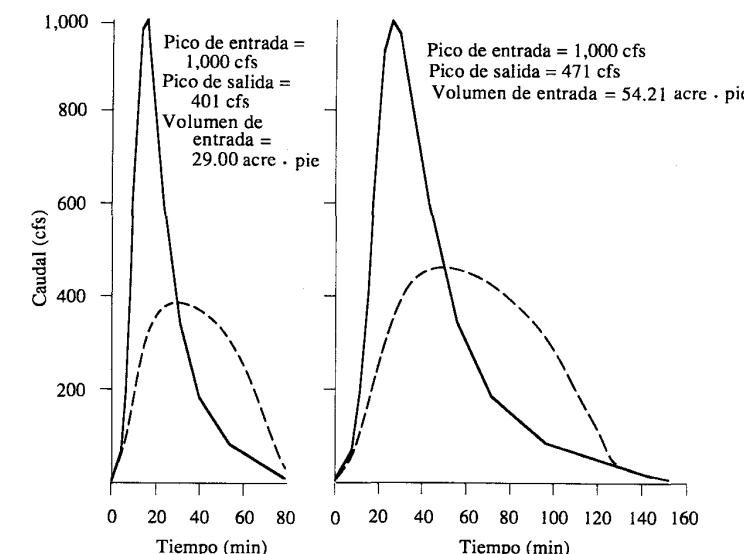


FIGURA 15.4.2

Comparación entre los hidrogramas de entrada y salida para un embalse de detención. Los picos de entrada siempre son 1,000 cfs; sin embargo, los volúmenes de entrada varían. El área de encharcamiento es un almacenamiento hipotético en forma de cuña (véase la figura 15.4.1), y un *box-culvert* de 4 x 4 pies es la salida. El ancho del charco es 60 pies con una pendiente de 0.02 pies/pie. El flujo con el mayor volumen causa la mayor tasa de flujo de salida desde el charco. (Fuente: Craig y Rankl, 1978. Utilizada con autorización).

Método racional modificado

El *método racional modificado* es una extensión del método racional para lluvias con duración mayor que el tiempo de concentración. Este método fue desarrollado de tal manera que los conceptos del método racional pudieran usarse para determinar los hidrogramas utilizables en el diseño de almacenamientos, en lugar de solamente caudales picos de crecientes para el diseño de alcantarillados de aguas lluvias. El método racional modificado puede utilizarse para el diseño preliminar de almacenamientos de detención en cuencas con áreas de hasta 20 ó 30 acres.

La forma del hidrograma producido por el método racional modificado es un trapecio, el cual se construye ajustando la duración de las ramas de aumento y de recesión del hidrograma hasta hacerlas iguales al tiempo de concentración t_c , y calculando el caudal pico, suponiendo varias duraciones de lluvia. La figura 15.4.3 muestra hidrogramas del método racional modificado determinados para una cuenca de drenaje con un tiempo de concentración de 10 minutos sujeta a lluvias de varias duraciones mayores de 10 minutos. Por ejemplo, considérese el trapecio más alto de la figura. La duración de la lluvia es $T_d = 20$ min, y la correspondiente intensidad de lluvia i se utiliza en la fórmula racional (15.1.1) para calcular el caudal pico. El hidrograma aumenta en forma lineal hasta este caudal en el tiempo de concentración

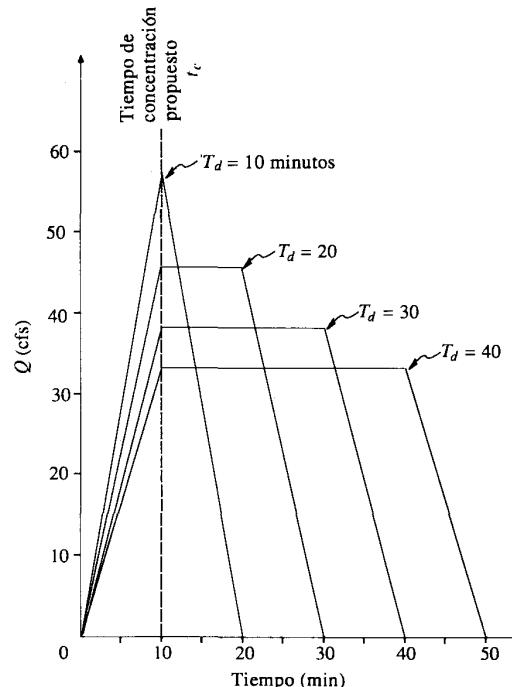


FIGURA 15.4.3

Hidrogramas típicos de escorrentía de aguas lluvias para el método racional modificado con diferentes duraciones de lluvia.

CRECIENTES DE DISEÑO

(10 minutos), es constante hasta que la lluvia cesa (20 minutos) y luego recede linealmente hasta cero a los 30 minutos. Los hidrogramas para lluvias de mayor duración tienen unos caudales pico menores, debido a que sus intensidades de lluvia también son menores.

Si se conoce un caudal permisible de salida en un embalse de detención propuesto, tal como del requerimiento de que el caudal de salida pico del embalse de detención no sea mayor que el caudal pico del área con las condiciones antes del desarrollo, entonces el almacenamiento de detención requerido para cada duración de lluvia puede aproximarse como el área del hidrograma trapezoidal por encima del caudal permitido. Calculando el almacenamiento para hidrogramas de lluvias con diferentes duraciones, el hidrólogo puede determinar la duración crítica para la tormenta de diseño como aquella que requiere el mayor volumen de detención. Esta duración crítica también puede determinarse analíticamente.

La figura 15.4.4. es una representación de los hidrogramas de caudal de entrada y de salida para el diseño de un embalse de detención. En esta figura, α es la relación entre el caudal pico antes del desarrollo Q_A (o caudal pico del embalse de detención) y el caudal pico después del desarrollo Q_p :

$$\alpha = \frac{Q_A}{Q_p} \quad (15.4.1)$$

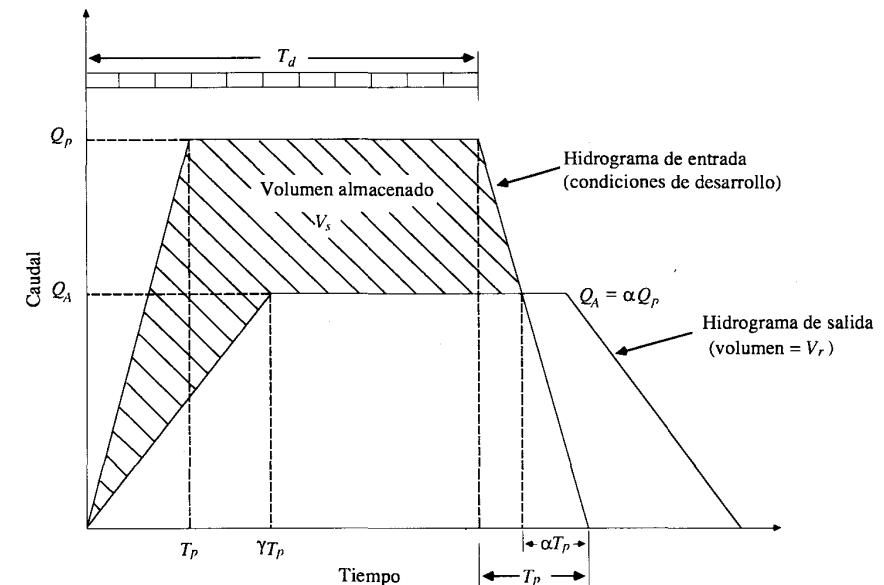


FIGURA 15.4.4

Hidrogramas de entrada y salida para el diseño de embalses de detención. El hidrograma de salida está basado en el hidrograma de entrada con las condiciones antes del desarrollo o en otro criterio de flujo de salida más restrictivo. (Fuente: Donahue, McCuen y Bondelid, 1981. Utilizada con autorización).

La relación de los tiempos hasta el pico de los dos hidrogramas es γ . V_r es el volumen de escorrentía después del desarrollo. El volumen del almacenamiento V_s necesario en el embalse es el volumen acumulado de entrada menos el caudal de salida durante el periodo en el cual el caudal de entrada es mayor que el caudal de salida como se muestra mediante el área sombreada en la figura.

Utilizando la geometría de los hidrogramas trapezoidales, puede determinarse la relación entre el volumen de almacenamiento y el volumen de escorrentía, V_s/V_r (Donahue, McCuen y Bondelid, 1981):

$$\frac{V_s}{V_r} = 1 - \alpha \left[1 + \frac{T_p}{T_d} \left(1 - \frac{\gamma + \alpha}{2} \right) \right] \quad (15.4.2)$$

donde T_d es la duración de la precipitación y T_p es el tiempo hasta el pico del hidrograma de caudal de entrada.

Considérese una relación entre intensidad de lluvia-duración de la forma:

$$i = \frac{a}{T_d + b} \quad (15.4.3)$$

donde i es la intensidad de la lluvia y a y b son coeficientes. El volumen de escorrentía después del desarrollo es igual al volumen bajo el hidrograma de entrada:

$$V_r = Q_p T_d \quad (15.4.4)$$

El volumen de almacenamiento se determina sustituyendo (15.4.4) en (15.4.2) y reordenando para obtener

$$V_s = Q_p T_d \left\{ 1 - \alpha \left[1 + \frac{T_p}{T_d} \left(1 - \frac{\gamma + \alpha}{2} \right) \right] \right\} \quad (15.4.5)$$

$$= T_d Q_p - Q_A T_d - Q_A T_p + \frac{\gamma Q_A T_p}{2} + \frac{Q_A^2 T_p}{2} \frac{1}{Q_p} \quad (15.4.6)$$

donde α se ha reemplazado por Q_A/Q_p .

La duración que produce la máxima detención se determina sustituyendo $Q_p = C_i A = C A a / (T_d + b)$, después diferenciando (15.4.6) con respecto a T_d y haciendo que la derivada sea igual a cero:

$$\begin{aligned} \frac{dV_s}{dT_d} &= 0 = T_d \frac{dQ_p}{dT_d} + Q_p - Q_A + \frac{Q_A^2 T_p}{2} \left[\frac{d(1/Q_p)}{dT_d} \right] \\ &= \frac{-T_d C A a}{(T_d + b)^2} + \frac{C A a}{T_d + b} - Q_A + \frac{Q_A^2 T_p}{2 C A a} \\ &= \frac{b C A a}{(T_d + b)^2} - Q_A + \frac{Q_A^2 T_p}{2 C A a} \end{aligned}$$

donde se ha supuesto que Q_A, T_p y γ son constantes. Resolviendo para T_d ,

$$T_d = \left(\frac{b C A a}{Q_A - \frac{Q_A^2 T_p}{2 C A a}} \right)^{1/2} - b \quad (15.4.7)$$

El tiempo hasta el pico T_p se hace igual al tiempo de concentración.

Ejemplo 15.4.1 Determine la duración crítica T_d (es decir, aquella que requiere el máximo almacenamiento de detención) para una cuenca de 25 acres con un coeficiente de escorrentía de desarrollo $C = 0.825$. El caudal permitido es igual a 18 cfs, el caudal antes del desarrollo. El tiempo de concentración para las condiciones de desarrollo es 20 min y para las condiciones sin desarrollo es 40 min. La relación intensidad de lluvia-duración aplicable es

$$i = \frac{96.6}{T_d + 13.9}$$

Solución. La duración crítica se encuentra al utilizar la ecuación (15.4.7):

$$\begin{aligned} T_d &= \left(\frac{(13.9)(0.825)(25.0)(96.6)}{18 - \frac{(18)^2(20)}{2(0.825)(25)(96.6)}} \right)^{1/2} - 13.9 \\ &= 27.23 \text{ min} \end{aligned}$$

Ejemplo 15.4.2 Determine el máximo almacenamiento de detención para la cuenca descrita en el ejemplo 15.4.1 si $\gamma = 40/20 = 2$.

Solución. El caudal pico para la duración de 27.23 min es

$$\begin{aligned} Q_p &= C A \left(\frac{a}{T_d + b} \right) \\ &= (0.825)(25) \left(\frac{96.6}{27.23 + 13.9} \right) \\ &= 48.44 \text{ cfs} \end{aligned}$$

Utilizando la ecuación (15.4.6),

$$\begin{aligned} V_s &= (27.23)(48.44) - (18)(27.23) - (18)(20) + (18)(20) \left(\frac{2}{2} \right) + \frac{(18)^2(20)}{2} \frac{1}{48.44} \\ &= 895.77 \text{ cfs} \cdot \text{min} \times 60 \text{ s/min} \\ &= 53,746 \text{ pies}^3 \end{aligned}$$

Como comparación, de (15.4.4), $V_r = Q_p T_d = 48.44 \times 27.23 = 1,319 \text{ cfs} \cdot \text{min} = 79,140 \text{ pies}^3$, luego $V_s/V_r = 53,746/79,140 = 0.68$. Luego el embalse de detención almacenará el 68% de su hidrograma de caudal de entrada para este ejemplo.

15.5 PRONÓSTICO DE CRECIENTES

El pronóstico de crecientes es un área en expansión para la aplicación de las técnicas hidrológicas. El objetivo es obtener información en tiempo real de precipitación y caudales a través de una red de microondas, radio o comunicaciones vía satélite, utilizar dicha información en programas de lluvia-escorrentía y de tránsito de caudales y pronosticar los caudales de crecientes y los niveles de agua para períodos desde unas pocas horas hasta unos pocos días en el futuro, dependiendo del tamaño de la cuenca. Los pronósticos de crecientes se utilizan para alertar a la población con el fin de evacuar áreas con amenaza de inundación y para ayudar al personal encargado del manejo de aguas en la operación de estructuras para el control de inundaciones, tales como vertederos con compuertas en embalses. Los sistemas de recolección de información utilizados en el pronóstico de crecientes se describieron en el capítulo 6.

Los componentes implicados en un modelo de pronósticos de crecientes en un sistema con embalses grandes pueden ilustrarse utilizando el modelo desarrollado en la Universidad de Texas, en Austin, para el sistema de embalses de Highland Lakes en el bajo río Colorado, en Texas central (figura 15.5.1; véase Unver, Mays y Lansey, 1987). Este sistema se caracteriza por la operación integral de varios embalses con objetivos múltiples. La porción de la cuenca del río controlada por la Lower Colorado River Authority (LCRA) se extiende desde la parte de aguas arriba

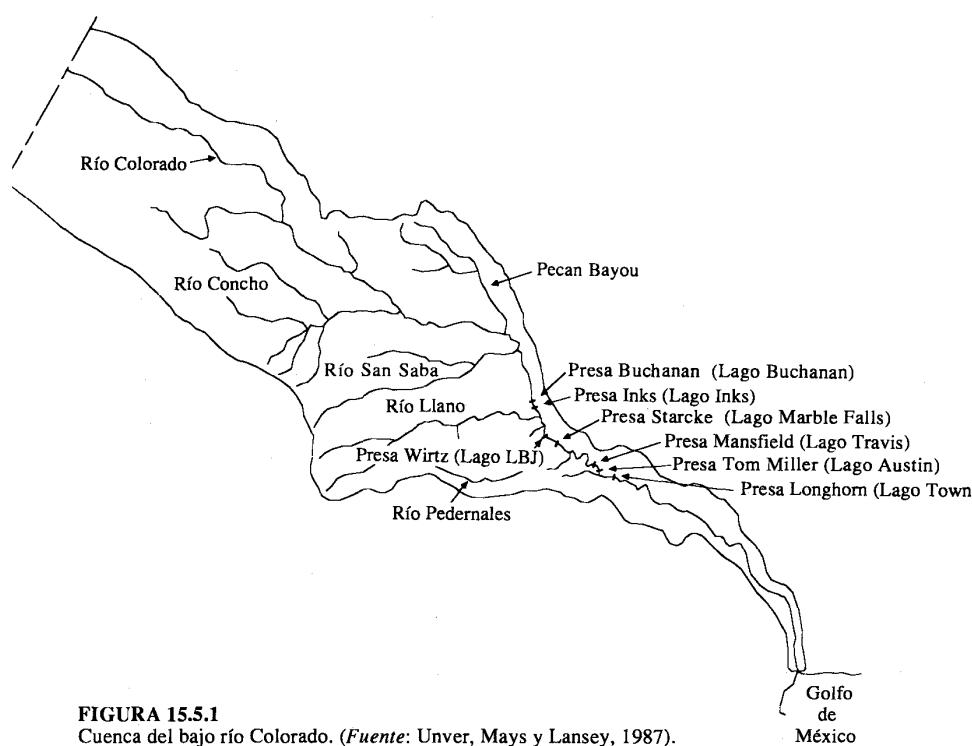


FIGURA 15.5.1

Cuenca del bajo río Colorado. (Fuente: Unver, Mays y Lansey, 1987).

CRECIENTES DE DISEÑO

del lago Buchanan hasta la desembocadura del río Colorado en el Golfo de México. El sistema Highland Lakes está compuesto por siete embalses conectados en serie.

El desarrollo urbano en la planicie de inundación en Highland Lakes ha restringido el rango de operación de los embalses durante las crecientes. Por ejemplo, el diseño original del lago Travis en 1930 permitía la evacuación de 90,000 cfs durante condiciones severas de inundación. La construcción subsiguiente en la planicie de inundación aguas abajo del lago ha reducido los caudales de evacuación seguros (sin inundación) a menos de 30,000 cfs. La operación para el control de crecientes en Highland Lakes se ha complicado debido a que solamente dos de los lagos, Buchanan y Travis, pueden almacenar volúmenes significativos durante crecientes. Los otros lagos se mantienen con un nivel constante durante su operación normal.

El modelo para el pronóstico de crecientes en el sistema Highland Lakes puede de utilizarse en tiempo real con el fin de tomar decisiones sobre la operación de los embalses durante eventos de creciente. Este modelo es un programa integrado de computador con componentes para el tránsito de crecientes, para la modelación lluvia-escorrentía y para la presentación gráfica, el cual es controlado por un *software* interactivo. Los datos de entrada al modelo incluyen información automatizada en tiempo real de precipitación y caudales tomados en varios lugares en la cuenca tal como se mostró en el capítulo 6.

En la figura 15.5.2 se muestra la estructura general del modelo. La información en tiempo real se introduce al modelo por medio de la red de recolección de información. El módulo para el control de crecientes en tiempo real incluye los siguientes submódulos: 1) un submódulo DWOPER, es decir el U. S. National Weather Service Dynamic Wave Operational Model para tránsito de flujo no permanente; 2) un submódulo GATES, que determina la información de operación de compuertas para DWOPER, tal como el caudal a través de la compuerta como una función de la cabeza aguas arriba de ésta; 3) un submódulo RAINFALL-RUNOFF, el cual es un modelo de lluvia-escorrentía del tipo SCS para el área de drenaje no instrumentada que rodea los lagos para los cuales no existe información disponible de caudales; 4) un submódulo DISPLAY, el cual contiene el *software* para la presentación gráfica; y 5) un submódulo OPERATIONS, el cual es el *software* de control del usuario que opera interactivamente los otros submódulos y los archivos de información.

Los datos de entrada a este modelo de pronóstico de crecientes incluyen la información en tiempo real y la descripción física de los componentes del sistema que permanecen sin cambio durante una creciente. La información física incluye: 1) información del DWOPER que describe la información sobre las secciones transversales del río, las relaciones de rugosidad, y así sucesivamente; 2) las características de las estructuras de vertimientos de los embalses para GATES; y 3) la descripción del área de drenaje y los estimativos de los parámetros hidrológicos para RAINFALL-RUNOFF. El sistema río-lago completo contiene 871 secciones transversales para DWOPER. Está dividido en cinco subsistemas debido a que no es usualmente necesario utilizar el modelo de escorrentía para el sistema completo, ya que las crecientes tienden a estar localizadas en uno o dos de los subsistemas. La información en tiempo real incluye: 1) información de caudales en cada una de las estaciones automatizadas y las elevaciones de aguas arriba y aguas abajo en cada presa; 2) información de precipitación en las estaciones de registro; 3) información acerca de cuál subsistema de lagos y embalses debe considerarse en el tránsito; y 4) operaciones de los embalses.

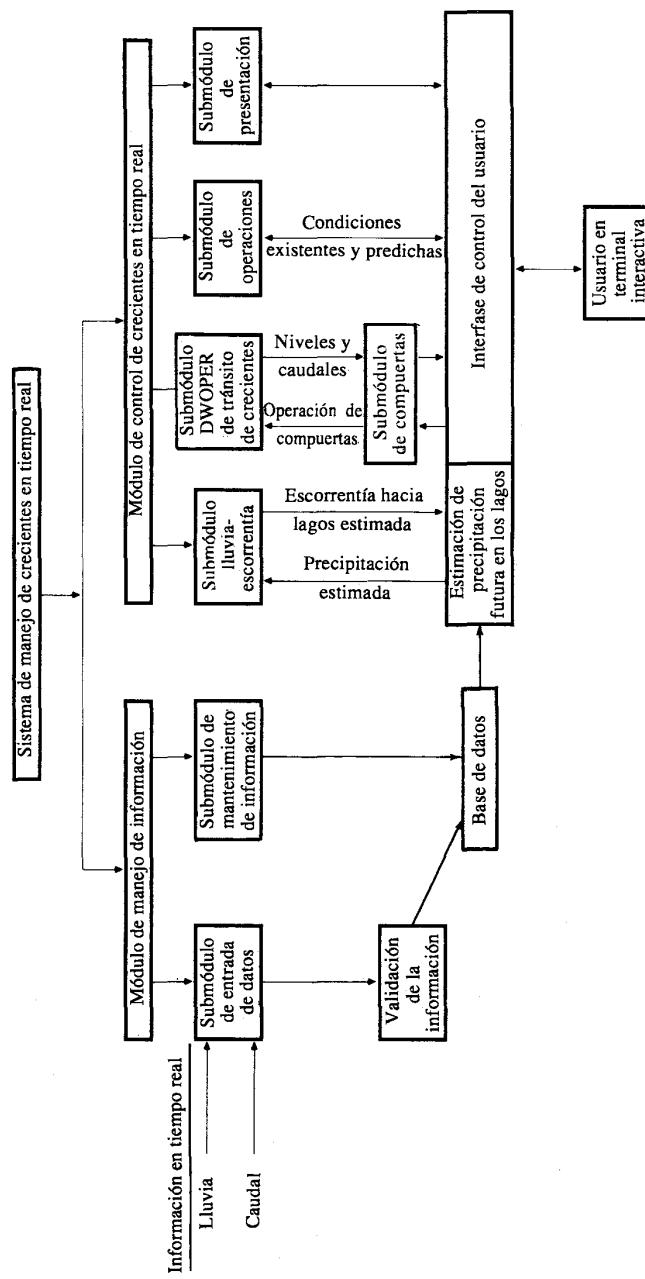


FIGURA 15.5.2
Estructura de un modelo para el manejo de crecientes en tiempo real. Este modelo es utilizado por la Lower Colorado River Authority para manejar el sistema río-lagos mostrado en la figura 15.5.1. El modelo reside y se corre en un computador Micro-vax. En la sección 6.5 se describe el sistema de recolección de información en tiempo real (Fuente: Unver, Mays y Lansay, 1987).

15.6 DISEÑO PARA USO DE AGUA

Las variables primordiales que deben determinarse en un diseño de embalse para el suministro de agua son la localización y la altura de la presa, la elevación y la capacidad del vertedero, y la capacidad y el modo de operación de las estructuras de descarga. Dos variables hidrológicas son supremamente importantes: la *capacidad de almacenamiento* en el embalse y el *caudal firme*, o descarga de agua promedio anual a través de la presa que pueda garantizarse utilizando un análisis de la información histórica. Puede existir un alto grado de incertidumbre, en el caudal firme, especialmente para un periodo histórico corto. Naturalmente, la capacidad de almacenamiento y el caudal firme están interconectados, debido a que a mayor almacenamiento mayor es el caudal firme, con el límite de que el caudal firme no puede ser mayor que el caudal medio anual de entrada al embalse.

Un embalse puede ser una estructura con *propósito único*, tal como la de suministro de agua o control de inundaciones, o puede ser un embalse con *propósitos múltiples*, en el cual las zonas de almacenamiento están identificadas de acuerdo con los diferentes propósitos (véase la figura 15.6.1).

Resumen del proceso de diseño

El diseño hidrológico de un embalse para el uso del agua involucra cuatro pasos:

1. Proyección hacia el futuro de la demanda de agua que debe ser suministrada por el embalse;
2. Determinación de la localización y la elevación de la presa, y cálculo de sus curvas de área superficial-capacidad de almacenamiento, para las condiciones presentes y futuras;
3. Cálculo del caudal firme del embalse para las condiciones presentes y futuras;
4. Comparación de la demanda de agua y del caudal firme del embalse para determinar su *vida útil* o periodo de años durante el cual el embalse cubrirá las demandas en forma adecuada.

Este proceso se ilustra en los siguientes ejemplos, los cuales involucran el diseño de un nuevo embalse para el suministro de agua en la ciudad de Winters, Texas (Henningson, Durham y Richardson, 1979). El embalse considerado en estos ejemplos fue finalizado y entró en servicio en 1981.

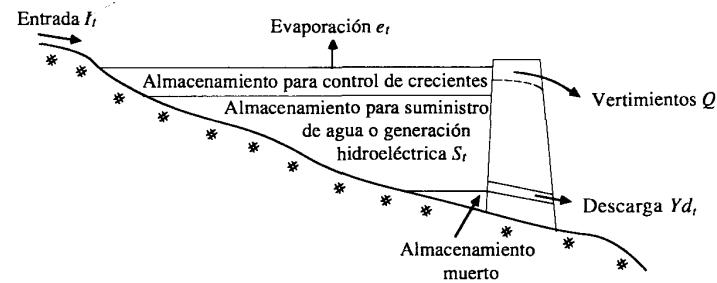


FIGURA 15.6.1
Zonas de almacenamiento en un embalse multipropósito.

Proyección de demanda

Ejemplo 15.6.1 Proyecte las necesidades de suministro de agua para la ciudad de Winters, Texas, desde el año 1980 hasta el 2030, dada la siguiente tabla de población histórica e información de uso de agua.

Año	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980
Población	1,347	1,509	2,423	2,335	2,676	3,266	2,907	3,061

Solución. Se ajusta una regresión lineal de mínimos cuadrados a los datos de la población, de la forma

$$\hat{P}(t) = a_0 + a_1 t \quad (15.6.1)$$

donde $\hat{P}(t)$ es la población estimada en el año t , y los coeficientes son $a_0 = -48,170$ y $a_1 = 26.02 \text{ años}^{-1}$. Por ejemplo, para 1980, $\hat{P}(t) = -48,170 + 26.02 \times 1980 = 3,350$. Utilizando (15.6.1), se proyecta la población hacia el futuro arrojando los siguientes estimativos: 1990 – 3,610; 2000 – 3,870; 2010 – 4,130; 2020 – 4,390; y 2030 – 4,651. Estas predicciones se verifican con las proyecciones de población dadas por entidades gubernamentales, locales y regionales, teniendo en cuenta factores económicos y demográficos y se aceptan como adecuadas.

Ahora, las proyecciones de población se convierten en proyecciones de uso de agua. En 1978 se observó una tasa de uso de agua de 175 gal per cápita por día (gpcd); se ha proyectado que este valor aumentará a 200 gpcd en el año 2000 y a 225 gpcd en el 2030. Por consiguiente, para una población de 3,350 habitantes, en 1980, la demanda de agua es $W = 3,350 \times 175 = 0.586 \text{ MGD}$ (millones de galones por día); esta demanda se aumenta una cantidad adicional para cubrir las necesidades de la población rural alrededor de la ciudad de Winters. La demanda total resultante es 0.66 MGD en 1980, creciendo hasta 1.36 MGD en 2030 (véase la figura 15.6.2). Para los cálculos de balance de agua en los embalses es conveniente expresar las demandas en acres.pies/año

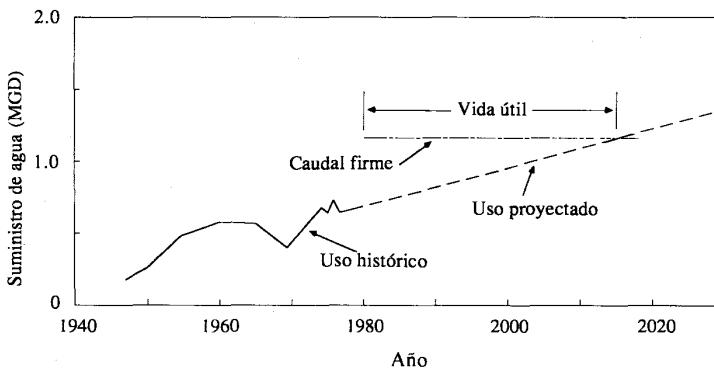


FIGURA 15.6.2

Comparación entre el uso de agua proyectado y el caudal firme de suministro de agua para Winters, Texas.

CRECIENTES DE DISEÑO

(1 acre · pie/año = 8.92×10^{-4} MGD); las demandas en 1980 y 2030 se han proyectado 740 y 1,520 acres·pie/año, respectivamente. El método de pronóstico del uso de agua descrito aquí es muy simple. También están disponibles algunos métodos más completos para llevar a cabo esta tarea, tales como el modelo IWR-Main (Dzieglewski, Bolland y Baumann, 1981) y modelos estadísticos de series de tiempo (Maidment y Parzen, 1984).

Curva almacenamiento-área. Una vez que la localización y la elevación de la presa se conocen, puede determinarse la curva almacenamiento-área. A cada una de las elevaciones de la superficie del agua h_j en el embalse corresponde un área superficial A_j y un volumen de almacenamiento S_j . La relación entre S_j y A_j constituye la curva almacenamiento-área.

Para determinar la curva almacenamiento-área, el área superficial A_j se determina midiendo en mapas topográficos el área incluida dentro de la línea de nivel de elevación h_j (véanse las columnas 2 y 3 de la tabla 15.6.1). La tajada de almacenamiento horizontal entre las elevaciones h_j y h_{j+1} tiene un área promedio de $(A_j + A_{j+1})/2$ y un espesor de $h_{j+1} - h_j$, de tal manera que el almacenamiento en el nivel superior $j + 1$ es (véase la figura 15.6.3):

$$S_{j+1} = S_j + \frac{(h_{j+1} - h_j)(A_j + A_{j+1})}{2} \quad (15.6.2)$$

donde S_j es el almacenamiento correspondiente al nivel más bajo j de la tajada. Por ejemplo, en la tabla 15.6.1, $S_3 = 2 + (1,760 - 1,756)(1 + 19)/2 = 42 \text{ acre-pie}$. El almacenamiento horizontal entre las elevaciones h_j y h_{j+1} tiene un área promedio de $(A_j + A_{j+1})/2$ cual $(A_j + A_{j+1})/2$ en (15.6.2) se reemplaza por $(A_j + A_{j+1} + \sqrt{A_j A_{j+1}})/3$ (U. S. Army Corps of Engineers, 1981).

TABLA 15.6.1
Cálculo almacenamiento-área para un embalse

Columna:	1 Nivel j	2 Elevación h_j (pies sobre NMM)	3 Área superficial A_j (acres)	4 Almacena- miento S_j (acres·pie)
	1	1,752	0	0
	2	1,756	1	2
	3	1,760	19	42
	4	1,764	77	234
	5	1,768	146	680
	6	1,772	227	1,426
	7	1,776	262	2,404
	8	1,780	341	3,610
	9	1,784	430	5,152
	10	1,788	573	7,158
	11	1,790	643	8,374
	12	1,792	805	9,822

Nota: Los últimos dos incrementos usan una diferencia de elevación de 2 pies en lugar de 4 debido a que la elevación 1,790 es la cresta del vertedero.

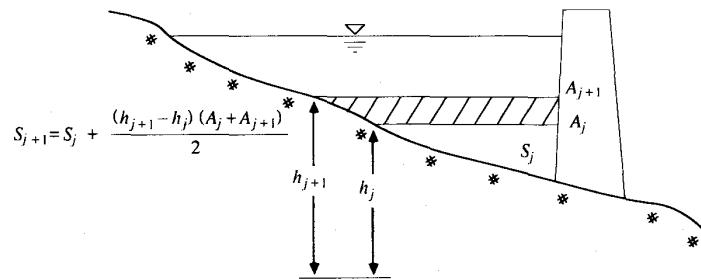


FIGURA 15.6.3
Cálculo de volumen almacenado en un embalse.

La curva almacenamiento-área calculada de esta manera corresponde a las condiciones topográficas de la fecha de construcción del embalse. Después de que éste ha estado en uso durante algunos años, su curva almacenamiento-área puede modificarse debido a la sedimentación en el embalse, la cual reduce tanto el almacenamiento como el área para una elevación dada de la superficie de agua. Se necesitan estudios específicos en cada sitio para determinar la tasa de sedimentación y cómo se distribuye el sedimento depositado dentro del embalse.

Caudal firme. El caudal firme de un embalse es la tasa de desembalse media anual que bajaría el nivel a su mínimo permitido solamente una vez durante la sequía crítica de registro. La sequía crítica es un periodo con una duración de varios años que contiene lluvias y caudales bajos sostenidos para el cual existen registros hidrológicos de lluvias, caudales y evaporación, cerca del sitio del embalse. El caudal firme se determina simulando el balance de agua en el embalse utilizando intervalos mensuales de tiempo t , $t = 1, 2, \dots, T$.

La información mensual de caudales de entrada en el embalse I_t y evaporación neta e_t (evaporación menos precipitación en la superficie del embalse) se obtiene de medidas tomadas en o cerca del sitio del embalse durante un periodo de registro largo, que ojalá incluya la sequía crítica. Los registros de uso de agua del sitio que debe ser abastecido (ciudad, área de irrigación, etc.) se analizan para determinar la relación d_t entre el uso de agua medio mensual y el uso de agua medio anual. La variable d_t , denominada el *factor de demanda*, representa la proporción del caudal firme anual necesario en el mes t . Luego, empezando con el embalse lleno, el balance de agua en éste se calcula hacia adelante en el tiempo como

$$S_t = S_{t-1} + I_t - Yd_t - A_t e_t - Q_t \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (15.6.3)$$

donde S_{t-1} y S_t son los almacenamientos al principio y al final del mes t , A_t es el área superficial y Q_t el volumen de descarga a través del vertedero en el mes t , y Y es la tasa de desembalse. El área superficial A_t se calcula al utilizar la curva de almacenamiento-área para S_{t-1} y S_t . Las unidades de (15.6.3) son acres-pies o m^3 .

Si el rango permisible de operación de almacenamiento está localizado entre S_{min} y S_{max} , el caudal firme es el valor de Y que da $S_t = S_{min}$ solamente una vez durante el periodo de cálculo (con $S_t > S_{min}$ para los demás meses). Normalmente, el cau-

dal a través del vertedero es $Q_t = 0$, pero cuando los caudales de entrada en el embalse son altos puede ocurrir que S_t , tal como se calcula de la ecuación (15.6.3), resulte mayor que S_{max} ; en este caso, $Q_t = S_t - S_{max}$ y se utiliza un nuevo valor de $S_t = S_{max}$ en el siguiente paso computacional.

Ejemplo 15.6.2 Calcule el balance de aguas para el embalse Winters Elm Creek para las condiciones hidrológicas de 1940 dadas en la tabla 15.6.2, si la tasa de desembalse Y es 1,240 acres · pies/año.

Solución. La información dada de caudales mensuales de entrada y evaporación neta para 1940 está contenida en las columnas 2 y 5 de la tabla 15.6.2, respectivamente. Los factores de demanda mensuales d_t están dados en la columna 3. Multiplicando estos factores por la tasa de desembalse $Y = 1,240$ acres · pies/año, se encuentran las tasas de desembalse mensuales, tal como se muestra en la columna 4. Las pérdidas por evaporación neta (evaporación menos precipitación) para la superficie del embalse, dadas en la columna 7, son el producto de los datos de las columnas 5 y 6.

En $t = 1$ (enero), el almacenamiento inicial es embalse lleno, $S_0 = S_{max} = 8,374$ acres · pies; de la ecuación (15.6.3), $S_1 = 8,374 + 0 - 76 - 102 - 0 = 8,196$ acres · pie; para $t = 2$ (febrero), $S_2 = 8,196 + 191 - 68 - 51 - 0 = 8,268$ acres · pie, y así sucesivamente. El área superficial A_t se calcula por interpolación lineal en la tabla 15.6.1, dado el almacenamiento promedio en el mes t ; para $t = 1$, el almacenamiento promedio es $(8,374 + 8,196)/2 = 8,285$ acres · pie, y por interpolación lineal $A_1 = 638$ acres. Debe notarse que A_t y S_t son interdependientes, luego, en la práctica (15.6.3) se calcula iterativamente para cada mes, haciendo pequeños ajustes a A_t , hasta que el almacenamiento final S_t sea consistente con (15.6.3) y con la tabla 15.6.1. Los vertimientos que ocurren en mayo y en junio impiden que el almacenamiento exceda los niveles máximos para estos meses.

Ejemplo 15.6.3 Determine el caudal firme para el embalse Winters Elm Creek dada la información hidrológica de la tabla 15.6.3.

Solución. La simulación de balance de agua ilustrada en el ejemplo previo para 1940 se lleva a cabo secuencialmente para la información hidrológica de los años 1940 a 1969, los cuales contienen la sequía crítica de registro para esta región, en los años 1950 a 1956. Existen 30 años $\times 12$ meses/año = 360 meses de simulación. El almacenamiento mínimo S_{min} para este embalse es 48 acres · pie, y es alcanzado en abril de 1951 ($t = 136$). La simulación de balance de agua para los primeros seis meses de 1951 se muestra en la tabla 15.6.3. Resultó que el valor $Y = 1,240$ acres · pies/año es el caudal firme correcto, de tal manera que el almacenamiento mínimo se alcanza solamente una vez durante el periodo de registro de 360 meses. En la práctica, se hacen simulaciones repetidas utilizando el registro hidrológico completo con varios valores de prueba de Y hasta que se encuentre la máxima tasa de desembalse que satisfaga la condición de almacenamiento mínimo requerida.

Balance de oferta y demanda. La vida útil de un embalse es la duración para la cual el caudal firme (o tasa de suministro del embalse) es mayor que la demanda esperada. Para el ejemplo de Winters Elm Creek el caudal firme es $Y = 1,240$ acres · pies/año = 1.106 MGD. Tal como se muestra en la gráfica de la figura 15.6.2, la condición de que la oferta y la demanda estén apenas balanceadas se espera que ocurra aproximadamente en el año 2014, es decir, 34 años después de la construcción del embalse.

TABLA 15.6.2
**Simulación del balance de agua en el embalse Winters Elm Creek para una tasa de desembalse de 1,240
 acres · pie/año y para la información hidrológica de 1940**

1 Mes <i>t</i> (<i>t</i> = 1 es Ene.)	2 Caudal de entrada <i>I_t</i> (acres · pie)	3 Factor de demanda	4 Tasa de desembalse <i>Yd_t</i> (acres · pie)	5 Evaporación neta <i>e_t</i> (pies)	6 Área superficial <i>A_t</i> (acres)	7 Pérdida por evaporación <i>A_te_t</i> (acres · pie)	8 Vertimientos <i>Q_t</i> (acres · pie)	9 Almacenamiento <i>S_t</i> (acres · pie)
1	0	0.061	76	0.160	638	102	0	8,196
2	191	0.055	68	0.080	635	51	0	8,268
3	0	0.068	84	0.450	626	282	0	7,902
4	706	0.075	93	0.490	625	306	0	8,209
5	1,334	0.089	111	0.540	643	347	711	8,374
6	770	0.114	141	0.520	643	334	295	8,374
7	5	0.137	170	0.940	621	584	0	7,625
8	933	0.122	151	0.590	612	361	0	8,046
9	135	0.086	107	0.790	611	483	0	7,591
10	0	0.072	89	0.590	585	345	0	7,157
11	143	0.059	73	0.110	573	63	0	7,164
12	0	0.062	77	0.200	567	113	0	6,974
Total	4,217		1,000	1,240		3,371	1,006	

HIDROLOGÍA APLICADA

CRECIENTES DE DISEÑO

TABLA 15.6.3
**Simulación del balance de agua en el embalse Winters Elm Creek para una tasa de desembalse de 1,240
 acres · pie/año y para la información hidrológica desde enero a junio de 1951**

Mes <i>t</i>	Caudal de entrada <i>I_t</i> (acres · pie)	Factor de demanda <i>d_t</i>	Tasa de desembalse <i>Yd_t</i> (acres · pie)	Evaporación neta <i>e_t</i> (pies)	Área superficial <i>A_t</i> (acres)	Pérdidas por evaporación <i>A_te_t</i> (acres · pie)	Vertimientos <i>Q_t</i> (acres · pie)	Almacenamiento <i>S_t</i> (acres · pie)
133	0	0.061	76	0.35	103	36	0	347
134	0	0.055	68	0.22	88	19	0	260
135	0	0.068	84	0.29	69	20	0	156
136	0	0.075	93	0.40	37	15	0	48 (mínimo)
137	2,411	0.089	111	0.36	198	71	0	2,277
138	1,256	0.114	141	0.42	286	120	0	3,272

Nota: *t* = 1 es enero de 1940, *t* = 133 es enero de 1951; el almacenamiento inicial para enero de 1951 es *S_{1,13}* = 459 acres · pie.

Debe notarse que mientras las demandas se proyectan hacia adelante en el tiempo (desde 1980 hasta 2030), el caudal firme se calcula con base en la información hidrológica pasada (desde 1940 hasta 1969 en los ejemplos). La suposición implícita en este análisis es que las condiciones hidrológicas pasadas son patrones típicos que pueden repetirse en cualquier secuencia de años futura. Por consiguiente, el caudal firme puede concebirse como la tasa de suministro media anual que puede desembalsarse constantemente, año tras año, aun en el caso de condiciones futuras equivalentes a la sequía crítica de registro. De todas maneras, el caudal firme no se caracteriza en forma absoluta debido a que puede ocurrir una sequía futura que sea más severa que la sequía de registro. Estudios llevados a cabo sobre el espesor de los anillos anuales de crecimiento de los árboles indican que en algunas regiones han ocurrido en siglos anteriores sequías más severas que aquellas registradas en este siglo, para el cual existe información sobre lluvias y caudales.

REFERENCIAS

- American Society of Civil Engineers and Water Pollution Control Federation, Design and construction of sanitary and storm sewers, *ASCE Manual and Reports on Engineering Practice*, No. 37, New York, 1960.
- Aron, G., and C. E. Egborge, A practical feasibility study of flood peak abatement in urban areas, report, U. S. Army Corps of Engineers, Sacramento District, Sacramento, Calif., March 1973.
- Brandstetter, A., Assessment of mathematical models for urban storm and combined sewer management, *Environmental Protection Technology Series*, EPA-600/2-76-175a, Municipal Environmental Research Laboratory, USEPA, August 1976.
- Chow, V. T., and B. C. Yen, Urban storm water runoff—determination of volumes and flow rates, *Environmental Protection Technology Series*, EPA-600/2-76-116, Municipal Environmental Research Laboratory, USEPA, May 1976; available from NTIS (PB 253 410), Springfield, Va.
- Craig, G. S., and J. G. Rankl, Analysis of runoff from small drainage basins in Wyoming, U. S. Geological Survey water-supply paper 2056, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C., 1978.
- Colyer, P. J., and R. W. Pethick, Storm drainage design methods: a literature review, report No. INT 154, Hydraulics Research Station, Wallingford, England, September, 1977.
- Day, G. N., Extended streamflow forecasting using NWSRFS, *J. Water Res., Planning and Management Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 111, No. 2, pp. 157-170, 1985.
- Donahue, J. R., R. H. McCuen and T. R. Bondelid, Comparison of detention basin planning and design models, *J. Water Res., Planning and Management Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 107, No. WR2, pp. 385-400, October 1981.
- Dziegielewski, B., J. J. Boland, and D. D. Baumann, An annotated bibliography on techniques of forecasting demand of water, report 81-CO3, Engineer Inst. for Wat. Res., U. S. Army Corps of Engineers, Fort Belvoir, Va., 1981.
- Federal Aviation Administration, Department of Transportation, circular on airport drainage, report A/C 050-5320-5B, Washington, D. C., 1970.
- Ford, D. T., Catchment runoff analysis with computer program HEC-1, in *Flood Plain Hydrology Course Notes*, ed. by L. W. Mays, Continuing Eng. Studies, College of Eng., University of Texas at Austin, 1986.
- Harley, B. M., F. E. Perkins, and P. S. Eagleson, A modular distributed model of catchment dynamics, report No. 133, R. M. Parsons Lab for Water Resources and Hydrodynamics, MIT, Cambridge, Massachusetts, December 1970.
- Heeps, D. P., and R. G. Mein, Independent comparison of three urban runoff models, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 100, No. HY7, pp. 995-1009, July 1974.
- Henningson, Durham, and Richardson, Inc. of Texas, Preliminary Engineering Report, Winters Elm Creek dam and reservoir. Report submitted to the Farmers Home Administration, U. S. Dept. of Agriculture, July 1979.
- Huber, W. C., J. P. Heaney, M. A. Medina, W. A. Peltz, H. Sheikhj, and G. F. Smith, Storm water management model user's manual, version II, *Environmental Protection Technology Series*, EPA-670/2-75-017, Municipal Environmental Research Laboratory, USEPA, March 1975.

CRECIENTES DE DISEÑO

- Izzard, C. F., Hydraulics of runoff from developed surfaces, *Proc. Highway Research Board*, vol. 26, pp. 129-146, 1946.
- Johnson, R. C., et al., User's manual for hydrologic simulation program FORTRAN, report, EPA-600/9-80-015, by Hydrocomp, Inc., to USEPA, 1980.
- Kibler, D. F., Desk-top methods for urban stormwater calculation, chap. 4 in *Urban Stormwater Hydrology*, ed. by D. F. Kibler, water resources monograph 7, American Geophysical Union, Washington, D. C., 1982.
- Kibler, D. F., J. R. Monser, and L. A. Roesner, San Francisco stormwater model users manual and program documentation, prepared for the City and County of San Francisco Department of Public Works, Water Resources Engineers, Walnut Creek, Calif., 1975.
- Kirpich, Z. P., Time of concentration of small agricultural watersheds, *Civ. Eng.*, vol. 10, No. 6, p. 362, 1940.
- Lee, J. K., D. C. Fruehlich, J. J. Gilbert, and G. J. Wiche, Two-dimensional analysis of bridge backwater, proceedings of the SCE Conference, Applying Research to Hydraulic Practice, Jackson, Mississippi, pp. 247-258, August 1982.
- Lee, J. K., and C. S. Bennett III, A finite-element model study of the impact of the proposed I-326 crossing on flood stages of the Congaree River near Columbia, South Carolina, U. S. Geological Survey open-file report 81-1194, NSTL Station, Bay St. Louis, Miss., 1981.
- Linsley, R. K., Flood estimates: how good are they? *Water Resour. Res.*, vol. 22, No. 9, supplement, pp. 159S-164S, 1986.
- Maidment, D. R., and E. Parzen, Time patterns of water use in six Texas cities, *J. Water Res., Planning and Management Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 110, No. 1, pp. 90-106, 1984.
- Mays, L. W., and C. K. Taur, FESWMS-TX two-dimensional analysis of backwater at bridges: user's guide and applications—phase two, research report 314-2F, Center for Transportation Research University of Texas at Austin, Texas, November 1984.
- McPherson, M. B., Urban mathematical modeling and catchment research in the U.S.A., technical memorandum No. IHP-1, ASCE Urban Water Resources Research Program, ASCE, New York, June 1975.
- Metcalf & Eddy, Inc., University of Florida, and Water Resource Engineers, Inc., Storm water management model, vol. I, Water Pollution Control Research Series 11024 DOC 10/71, USEPA, October 1971.
- Morgali, J. R., and R. K. Linsley, Computer analysis of overland flow, *J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 91, No. HY3, pp. 81-100, May 1965.
- Pilgrim, D. H., Bridging the gap between flood research and design practice, *Water Resources Res.*, vol. 22, No. 9, supplement, pp. 165S-176S, August 1986.
- Price, R. K., Wallingford storm sewer design and analysis package, vol. I, *Proceedings*, Second International Conference on Urban Storm Drainage, Urbana, Illinois, pp. 213-220, June 14-19, 1981.
- Roesner, L. A., P. R. Giguere, and L. C. Davis, *User's Manual for the Storm Runoff Quality Model, RUNQUAL*, prepared for Southeast Michigan Council of Governments, Detroit, Michigan, July 1977.
- Roesner, L. A., Urban runoff process, in *Urban Stormwater Hydrology*, ed. by D. F. Kibler, water resources monograph 7, American Geophysical Union, Washington D. C., p. 138, 1982.
- Soil Conservation Service, Computer program for project formulation hydrology, tech. release 20, Washington, D. C., May 1965.
- Soil Conservation Service, Urban hydrology for small watersheds, tech. release 55, Washington, D. C., 1975 (updated, 1986).
- Terstriep, M. L., and J. B. Stall, The Illinois Urban Drainage Area Simulator, ILLUDAS, bulletin 58, Illinois State Water Survey, Urbana, Illinois, 1974.
- U. S. Army Corps of Engineers, Streamflow synthesis and reservoir regulation, user's manual, Engineering Division, North Pacific, Portland, Ore., December 1972.
- U. S. Army Corp of Engineers, Hydrologic Engineering Center, Storage Treatment, Overflow, Runoff Model, STORM, user's manual, Davis, Calif., 1976.
- U. S. Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center, HEC-1, flood hydrograph package, user's manual, 1981.
- U. S. Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center, HEC-2, water surface profiles, user's manual, 1982.
- U. S. Bureau of Reclamation, *Design of Small Dams*, 2nd ed., Washington, D. C., 1973.
- U. S. Environmental Protection Agency, Stormwater management model, version II, report EPA-600/18-77-014, Washington, D. C., 1977.
- Unver, O., L. W. Mays, and K. Lansey, Real-time flood management model for the Highland Lakes system, *J. Water Res., Planning and Management Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 13, No. 5, pp. 620-638, 1987.

- Waananen, A. O., J. T. Limerinos, W. J. Kockelman, W. E. Spangle, and M. L. Blair, Floodprone areas and land-use planning-selected examples from the San Francisco Bay region, U. S. Geological Survey Professional Paper 942, California, 1977.
- Watkins, L. H., The design of urban sewer systems, road research technical paper 55, Department of Scientific and Industrial Research, London, Her Majesty's Stationery Office, 1962.
- Yen, B. C., Risk based design of storm sewers, report No. INT 141, Hydraulics Research Station, Wallingford, England, July 1975.
- Yen, B. C., ed., *Storm Sewer System Design*, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1978.
- Yen, B. C., H. G. Wenzel, Jr., L. W. Mays, and W. H. Tang, Advanced methodologies for design of storm sewers systems, research report 112, Water Resources Center, University of Illinois at Urbana-Champaign, August 1976.

PROBLEMAS

- 15.1.1** Considere la cuenca Calder Alley (Kibler, 1982), mostrada en la figura 15.P.1. La parte urbanizada de la cuenca tiene un área de 227 acres de propiedad comercial y residencial. Las características físicas de cada una de las subáreas se presentan en la tabla 15.P.1. Determine el tiempo de flujo superficial (a las entradas) para cada una de las subáreas A, B₁, C₁, D₁, E, F y G utilizando el método FAA dado en la tabla 15.1.2.
- 15.1.2** Determine el tiempo de concentración para la subárea F utilizando el método de Kirpich y el método FAA.
- 15.1.3** Determine el tiempo de flujo superficial para las subáreas A a F en la cuenca Calder Alley del problema 15.1.1 utilizando los siguientes métodos: Kirpich y Federal Aviation Administration.
- 15.1.4** Determine el caudal pico para la cuenca Calder Alley (tabla 15.P.1) utilizando el método racional y suponiendo que no existe sistema de alcantarillado urbano. La pendiente promedio para el área de drenaje es 0.0324 pies/pie y la distancia desde la parte alta de la cuenca hasta su salida es 9,200 pies. Utilice el método de Kirpich para el tiempo de concentración. Utilice la siguiente relación de intensidad-duración-frecuencia de 25 años.

Duración (min)	5	10	20	30	40	50	60
Intensidad (pulg/h)	6.4	5.4	4.0	3.2	2.7	2.35	2.06

- 15.1.5** Determine los diámetros de la tubería para el sistema de alcantarillado de aguas lluvias de la cuenca Calder Alley del problema 15.1.1 utilizando el método racional y la relación intensidad-duración-frecuencia del problema 15.1.4. Utilice el método FAA para determinar el tiempo de concentración. El *n* de Manning es 0.014. Considere una profundidad de cubrimiento mínima de 6.0 pies. La longitud, pendiente y elevación del suelo están dadas a continuación:

Tubo	6-5	5-4	4-3	3-2	2-1
Longitud (pies)	1,732	1,400	1,480	1,440	906
Entrada Nivel del terreno (pies)	6	5	4	3	2
	1,183	1,157	1,141	1,118.5	1,089
					1,060

TABLA 15.P.1
Información para la cuenca Calder Alley

Subárea	Uso principal de la tierra	Área (acres)	Porcentaje impermeable	Acres impermeables	Pendiente superficial promedio (%)	Coefficiente de escorrentía C	Número de entrada	Distancia hasta la entrada (pies)	
A	Residencial multifamiliar, viviendas separadas	12.1	4	0.5	3.3	0.33	1	800	
B ₁	Pequeñas oficinas	14.0	45	6.3	4.5	0.66	2	850	
B ₂	Residencial multifamiliar	8.0	77	6.2	1.2	0.70	2		
C ₁	Comercial	17.9	75	13.4	3.4	0.82	3	900	
C ₂	Comercial	6.1	100	6.1	1.5	0.95	3		
D ₁	Comercial	19.0	95	18.1	3.4	0.90	4	1,300	
D ₂	Comercial	4.9	100	4.9	1.5	0.95	4		
E	Residencial y pequeños negocios	47.6	40	19.0	3.5	0.60	5	1,600	
F	Residencial y pequeños negocios	52.6	20	10.5	3.0	0.42	6	1,800	
G	Residencial y pequeños negocios	45.0	32	14.4	3.5	0.52	5	1,600	
Total		227.2		99.4				0.59	

Fuente: Kibler, 1982.

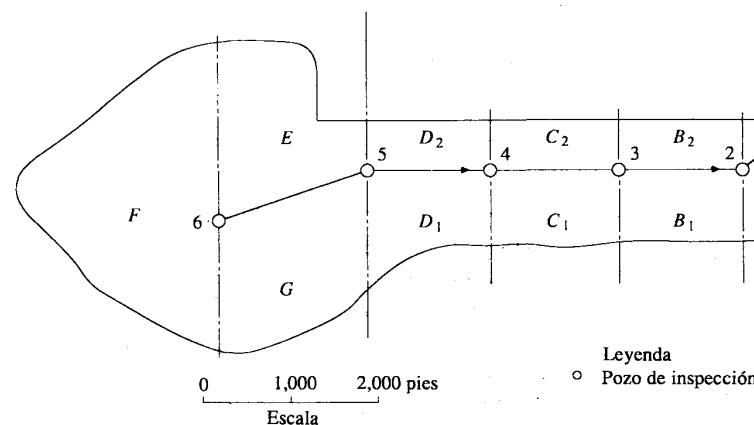


FIGURA 15.P.1
Esquema del alcantarillado de aguas lluvias de Calder Alley. (Fuente: Kibler, 1982. Utilizada con autorización).

TABLA 15.P.2
Características de las subcuenca en la cuenca de drenaje de la avenida Goodwin

Cuenca	Nivel del terreno en el pozo de inspección (pies)	Área A (acres)	Coeficiente de escorrentía C	Tiempo de entrada (min)	Longitud del tubo de salida desde el pozo de inspección (pies)
1.1	731.08	2.20	0.65	11.0	390
1.2	725.48	1.20	0.80	9.2	183
2.1	724.27	3.90	0.70	13.7	177
2.2	723.10	0.45	0.80	5.2	200
3.1	722.48	0.70	0.70	8.7	156
3.2	723.45	0.60	0.85	5.9	210
3.3	721.89	1.70	0.65	11.8	130
4.1	720.86	2.00	0.75	9.5	181
4.2	720.64	0.65	0.85	6.2	200
5.1	720.12	1.25	0.70	10.3	230
5.2	721.23	0.70	0.65	11.8	70
5.3	720.26	1.70	0.55	17.6	130
6.1	719.48	0.60	0.75	9.0	160
7.1	715.39	2.30	0.70	12.0	240
8.1	715.10				

- 15.1.6** Determine los diámetros de tuberías para el sistema de alcantarillado de aguas lluvias para la cuenca de drenaje de la avenida Goodwin en Urbana, Illinois (véase la figura 15.P.2). En la tabla 15.P.2 se presentan las características de la cuenca. La relación lluvia-intensidad-duración para un periodo de retorno de 2 años es la siguiente:

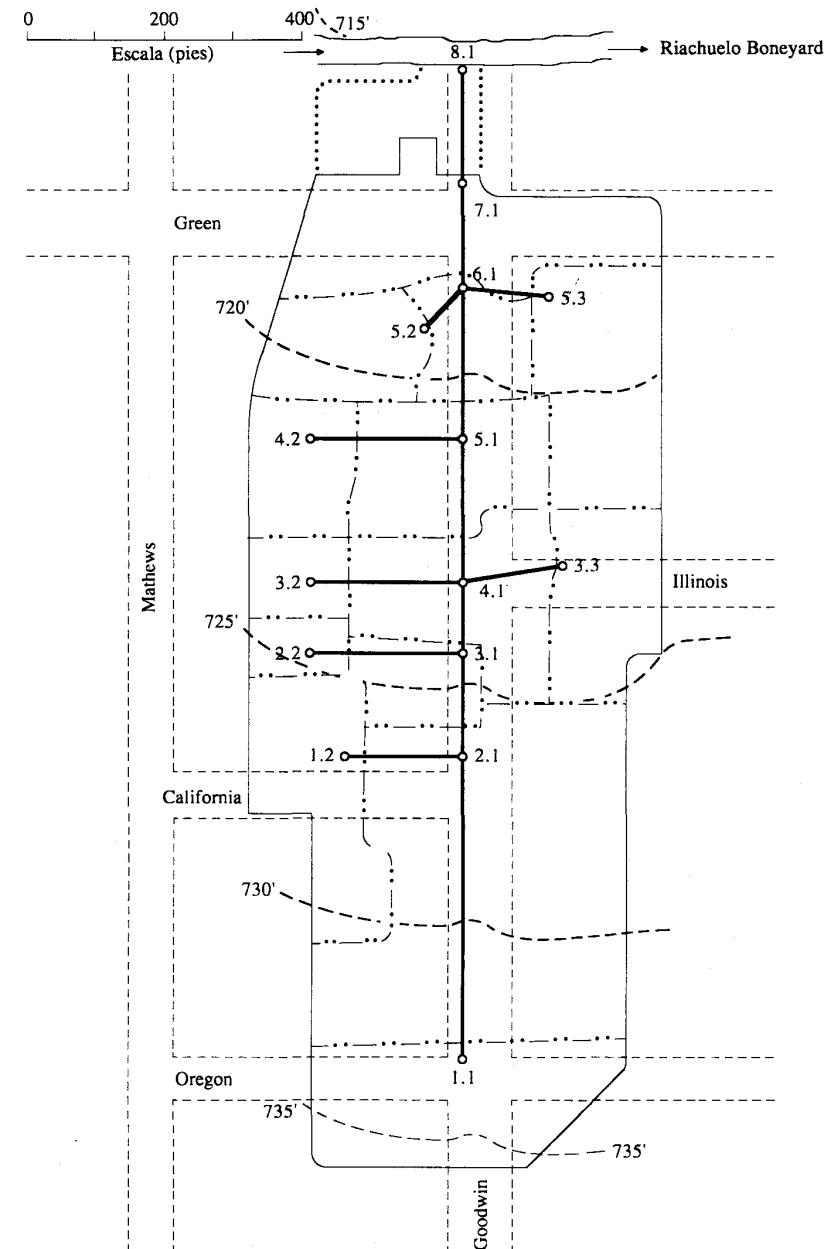


FIGURA 15.P.2
Cuenca de drenaje de la avenida Goodwin con su sistema de alcantarillado de aguas lluvias en Urbana, Illinois.

Duración (min)	5	10	15	20	25
Intensidad de lluvia (pulg/h)	5.40	4.18	3.52	3.10	2.76
Duración (min)	30	40	50	60	
Intensidad de lluvia (pulg/h)	2.50	2.10	1.76	1.50	

- 15.1.7 Diseñe el sistema de alcantarillado de aguas lluvias mostrado en la figura 15.P.3. La curva intensidad-duración está descrita por

$$i = \frac{120T^{0.175}}{T_d + 27}$$

donde i es la intensidad en pulg/h, T es el periodo de retorno en años y T_d es la duración en minutos. Debe utilizarse un periodo de retorno de 10 años y deben seleccionarse tuberías con diámetros comerciales. Estas tuberías son de concreto, con un coeficiente n de Manning de 0.013. Las restricciones para el diseño son: 1) profundidad de cubrimiento mínima es de 5 pies; 2) velocidad de flujo mínima permisible es de 2 pies/s; 3) velocidad de flujo máxima permisible es de 8 pies/s; y 4) en las uniones el alcantarillado de aguas abajo no puede ser menor que el alcantarillado de aguas arriba. El diseño debe especificar los diámetros de tubería y las elevaciones de batea en cada pozo de inspección. La información pertinente es la siguiente:

Tubo	Elevación del terreno (pies sobre NMM)		
	Longitud (pies)	Aguas arriba	Aguas abajo
AC	500	504	499
BC	600	500	499
CD	300	499	485
DE	500	485	481

Cuenca	Área (acres)	Coeficiente de escorrentía	
		C	Tiempo de entrada (min)
I	3.0	0.7	10
II	2.2	0.7	12
III	4.2	0.6	14
IV	2.2	0.5	8
V	4.5	0.6	14

- 15.1.8 Determine una expresión para el coeficiente de variación del caudal calculado utilizando la fórmula racional, $Q = CiA$, como una función de los coeficientes de variación de C , i y A .

- 15.1.9 Utilizando los resultados del problema 15.1.8, calcule el coeficiente de variación del caudal para la fórmula racional si $CV_C = 0.071$, $CV_i = 0.177$ y $CV_A = 0.05$.

- 15.1.10 Determine una expresión para el coeficiente de variación del caudal calculado utilizando la ecuación de Manning (15.1.5) con análisis de primer orden y suponiendo

CRECIENTES DE DISEÑO

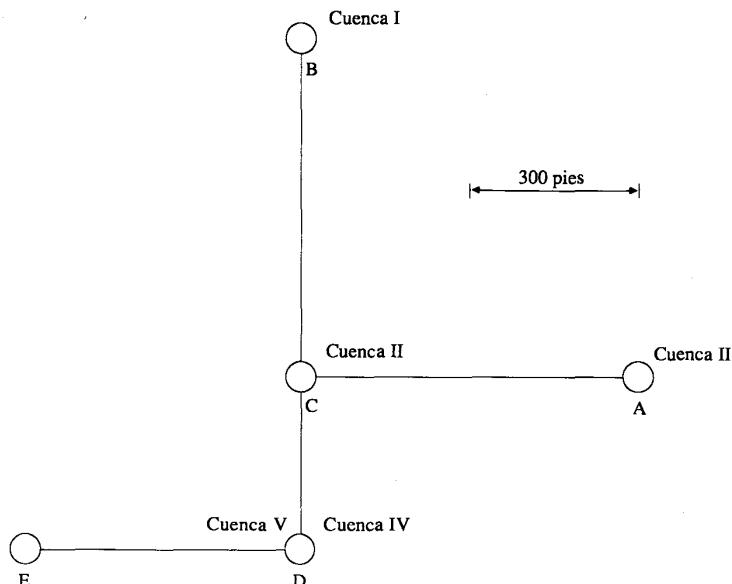


FIGURA 15.P.3
Sistema de alcantarillado de aguas lluvias para el problema 15.1.7.

flujo a tubería llena. Considere que el diámetro D , la pendiente S_0 y la rugosidad n son variables.

- 15.1.11 Utilizando los resultados del problema 15.1.10, determine el coeficiente de variación del caudal calculado usando la ecuación de Manning si $CV_n = 0.0553$, $CV_D = 0.01$, y $CV_{S_0} = 0.068$.

- 15.1.12 Determine el riesgo compuesto de la carga que excede la capacidad de un tubo de alcantarillado de aguas lluvias para el cual dicha carga se determina utilizando la fórmula racional y la capacidad se determina utilizando la ecuación de Manning (15.1.5) para flujo a tubería llena. Suponga que tanto la carga como la capacidad están distribuidas normalmente. Utilice los siguientes datos:

Parámetro	Media	Coeficiente de variación
C	0.825	0.071
i	3.4 pulg/h	0.177
A	10 acres	0.05
n	0.015	0.0553
d	5 pies	0.010
S_0	0.001	0.068

- 15.1.13 Desarrolle un análisis de incertidumbre de primer orden para la ecuación de Darcy-Weisbach para flujo o tubería llena utilizando la siguiente ecuación:

$$Q = \frac{\pi}{4} \left(\frac{2gS_0}{f} \right)^{1/2} D^{5/2}$$

Considere que S_0 , f y D son variables.

- 15.1.14** Determine el riesgo compuesto de que la carga exceda la capacidad de un alcantarillado de aguas lluvias, para una condición de carga determinada utilizando la forma racional y una capacidad determinada utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach. Utilice los siguientes datos:

Parámetro	Media	Coeficiente de variación
C	0.498	0.07
i	48.28 mm/h	0.25
A	87,734 m ²	0.05
D	914 mm	0.02
f	0.0297	0.25
S_0	0.005	0.40

- 15.1.15** Un coeficiente de escorrentía ponderado C para la fórmula racional puede expresarse como $C = \sum C_j \alpha_j$, en donde $\alpha_j = A_j/A$, donde A es el área total de la cuenca de drenaje y A_j es la subárea que tiene un coeficiente de escorrentía C_j . Determine la expresión para el coeficiente de variación del peso C ponderado en términos de las medias y coeficientes de variación de los α_j y C_j .

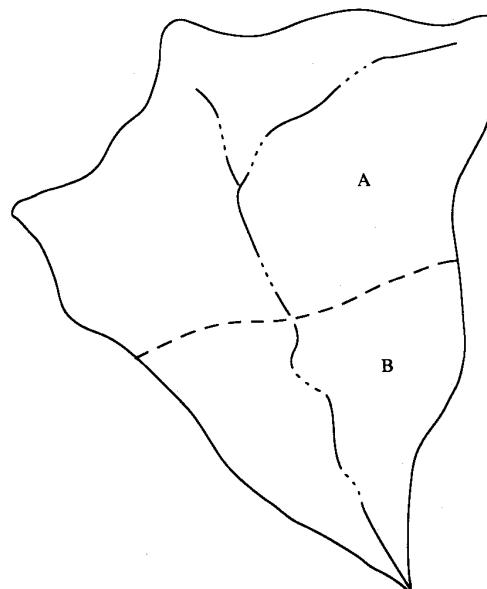


FIGURA 15.P.4
Cuenca para los problemas 15.2.1 - 15.2.3.

- 15.1.16** Determine el coeficiente de escorrentía ponderado promedio (véase el problema 15.1.15) y su coeficiente de variación para la cuenca Derby en Inglaterra central (Yen, 1975). La cuenca tiene un área total de 87,734 m² (o 21.68 acres), con las subáreas y coeficientes de escorrentía dados a continuación.

Tipo de subárea	$\alpha_j = \frac{A_j}{A}$	C_j	CV_{α_j}	CV_{C_j}
Techo	0.145	0.85	0.10	0.048
Caminos	0.103	0.80	0.15	0.255
Carreteras (asfaltadas)	0.179	0.875	0.10	0.0618
Arcilla permeable	0.573	0.15	0.20	0.0544

- 15.2.1** Utilice el programa HEC-1 del U. S. Army Corps of Engineers para determinar el hidrograma de escorrentía de la cuenca mostrada en la figura 15.P.4. La cuenca se divide en dos subcuencas, A y B, con las siguientes características:

Subcuenca	Área	Longitud de cuenca L	Longitud hasta el centroide L_{CA} (mi)	Número de curva SCS
A	2.17	1.85	0.68	70
B	0.96	1.13	0.60	75

Utilice el hidrograma unitario sintético de Snyder con $C_p = 0.25$ y $C_t = 0.38$ para ambas subcuencas. Debe utilizarse el tránsito de Muskingum para transitar los caudales a través de la subcuenca B con $K = 0.3$ h y $X = 0.25$. Considere un hidrograma unitario de 15 minutos y utilice la tormenta de 12 horas definida por la siguiente información de profundidad-duración.

Duración	15 min	1 h	2 h	3 h	6 h	12 h
Lluvia (pulg)	0.74	1.30	1.70	2.10	3.00	5.00

- 15.2.2** Resuelva el problema 15.2.1 para condiciones urbanizadas, con el área desarrollada de tal manera que los números de curva sean 85 para la subcuenca A y 90 para la subcuenca B. El K de Muskingum para el canal a través de la subcuenca B cambia a 0.2 h. Los parámetros de Snyder C_p y C_t cambian a 0.35 y 0.30, respectivamente. Utilice el programa HEC-1 del U. S. Army Corps of Engineers para calcular el hidrograma de escorrentía correspondiente a condiciones urbanizadas utilizando la tormenta hipotética dada en el problema 15.2.1.

- 15.2.3** Utilizando las condiciones de urbanización del problema 15.2.2 para la cuenca del problema 15.2.1, determine el hidrograma de escorrentía si se localiza el siguiente embalse de detención a la salida de la subcuenca B. Utilice el programa de computador HEC-1 del U. S. Army Corps of Engineers para llevar a cabo los cálculos.

Salida de fondo	
Diámetro	5 pies
Coeficiente de orificio	0.71
Elevación de línea central	391 pies sobre NMM
Vertedero de exceso (Tipo ogee)	
Longitud	30 pies
Coeficiente del vertedero	2.86
Elevación de la cresta	400 pies sobre NMM

Capacidad del embalse (acres · pie)	Elevación (pies sobre NMM)
0	388.5
6	394.2
12	398.2
18	400.8
23	401.8
30	405.8

- 15.2.4** Determine el caudal de 100 años para la quebrada Waller en su confluencia con el río Colorado en Austin, Texas (véase la figura 15.P.5), utilizando el programa de computador HEC-1 del U. S. Army Corps of Engineers. Utilice el patrón de lluvia

TABLA 15.P.3
Características fisiográficas para las subáreas de la cuenca Waller

Designación de subárea	Área (mi^2)	Longitud (pies)	Pendiente (pies/pie)	Número de curva	Tiempo de retardo t_p (h)	Muskingum* Factor K (h)	Factor pico C_p
WC1	0.19	4,800	0.015	87	0.28	—	0.54
WC2	0.32	4,250	0.013	86	0.29	0.20	0.54
WC3	0.41	3,600	0.015	87	0.26	0.15	0.53
WC4	0.47	5,000	0.011	86	0.32	0.24	0.54
WC5	0.32	5,700	0.014	85	0.31	0.22	0.54
WC6	0.70	7,400	0.012	89	0.32	0.25	0.53
WC7-A	0.53	5,400	0.013	89	0.29	0.24	0.54
WC7-B	0.17	2,900	0.017	89	0.22	0.07	0.53
WC8-A	0.19	2,500	0.025	91	0.18	0.07	0.51
WC8-B	0.16	2,750	0.026	91	0.18	0.07	0.50
WC8-C	0.15	3,300	0.014	91	0.24	0.06	0.54
WC8-D	0.10	2,900	0.013	91	0.23	0.11	0.54
HB1	0.20	6,300	0.012	86	0.33	—	0.56
HB2	0.50	7,600	0.011	87	0.34	0.34	0.54
TB1	0.49	7,700	0.013	86	0.34	—	0.54
TB2	0.11	3,700	0.012	90	0.27	—	0.56
TB3	0.45	8,000	0.010	86	0.37	—	0.55

*Para tránsito a través de la subárea. Utilice $K = 0.06$ para el tránsito entre los nodos N8 y N6 en la subárea WC6.

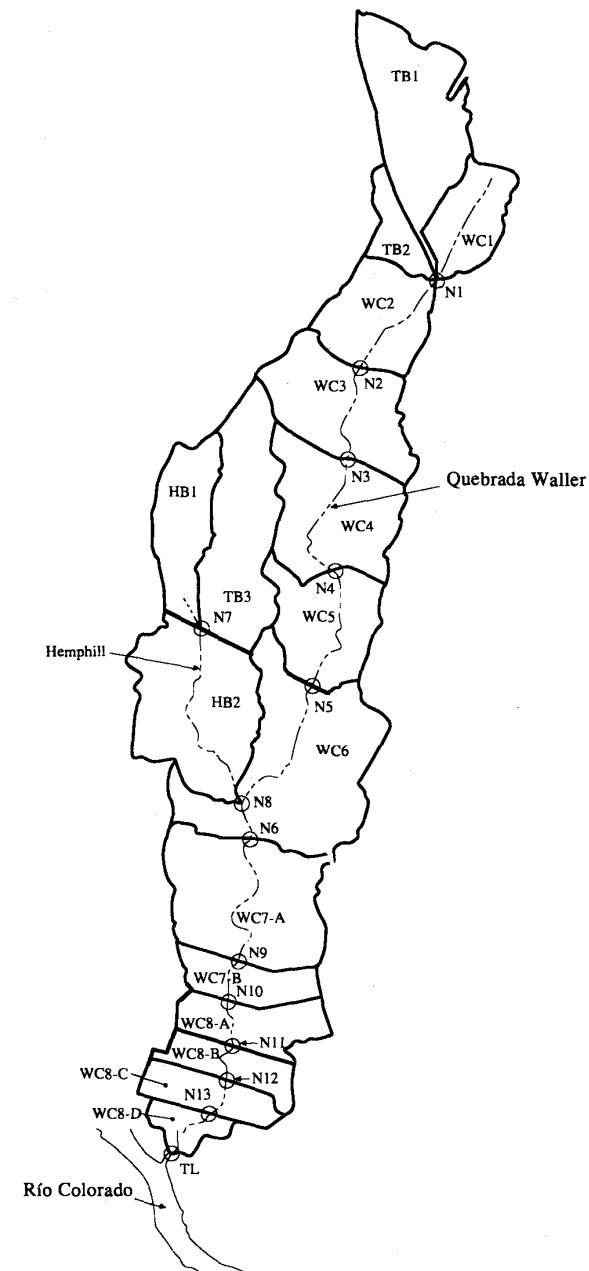


FIGURA 15.P.5
Delineación de subáreas y localización de nodos para la quebrada Waller.

- de diseño de 100 años y 3 horas para Austin, dado en el problema 5.5.1. En la tabla 15.P.3 se presenta la información de la subcuenca. Debe utilizarse el modelo de infiltración SCS para definir las pérdidas con los números de curva apropiados dados en la tabla 15.P.3. Utilice el método de Muskingum para el tránsito a través de las subáreas con un factor de ponderación X de 0.250 y los valores de K dados en la tabla. Utilice hidrogramas unitarios sintéticos de Snyder de 10 minutos para cada subárea. Lleve a cabo los cálculos durante un periodo de 20 horas. ¿Cuáles son las pérdidas totales y el volumen de exceso total para cada subárea?
- 15.2.5** Resuelva el problema 15.2.4 utilizando el hidrograma unitario adimensional SCS para cada subárea.
- 15.2.6** Resuelva el problema 15.2.4 para determinar el hidrograma de escorrentía utilizando la tormenta Tipo II del SCS de 100 años y 24 horas dada en la tabla 14.3.1. Esta tormenta tiene una profundidad total de 10 pulg. ¿Cuáles son las pérdidas totales y el volumen de exceso total para cada subárea?
- 15.2.7** Resuelva el problema 15.2.4 para determinar el hidrograma de escorrentía utilizando el hidrograma unitario adimensional SCS para cada subárea y la tormenta Tipo II del SCS de 100 años y 24 horas dada en la tabla 14.3.1. ¿Cuáles son las pérdidas totales y el volumen de exceso total para cada subárea?
- 15.4.1** Determine y dibuje los hidrogramas del método racional modificado para una cuenca de drenaje de 27 acres en Urbana, Illinois, para la cual el tiempo de concentración es de 20 minutos y el coeficiente de escorrentía es 0.65. Utilice un periodo de retorno de 25 años y la curva intensidad-duración-frecuencia definida por $i = 120T^{0.175}/(T_d + 27)$. Considere duraciones de lluvia de 30, 40, 50, 60 y 120 min.
- 15.4.2** Resuelva el problema 15.4.1 para un periodo de retorno de 100 años.
- 15.4.3** Determine el máximo almacenamiento para un embalse de detención localizado en una cuenca de 25 acres, para la cual el coeficiente de escorrentía después del desarrollo es 0.8, y el tiempo de concentración antes del desarrollo es de 25 minutos y después del desarrollo es 25 minutos. El caudal permitido es 25 cfs; $a = 96.6$ y $b = 13.9$.
- 15.4.4** Resuelva el problema 15.4.3 considerando un tiempo de concentración después del desarrollo de 10 min.
- 15.4.5** Desarrolle una ecuación para estimar el almacenamiento máximo en una cuenca de detención utilizando el método racional modificado. Exprese el almacenamiento como una función de la duración, luego diferencie la función de almacenamiento con respecto a la duración e iguale la derivada a cero; luego resuelva esta expresión para la duración. En lugar de la relación intensidad-duración dada en la ecuación (15.4.3), utilice
- $$i = \frac{a}{(T_d + b)^c}$$
- donde i es la intensidad de lluvia en pulg/h y T_d es la duración en minutos. El caudal permitido es Q_A .
- 15.4.6** Utilice la ecuación desarrollada en el problema 15.4.5 para estimar el almacenamiento máximo requerido en un embalse de detención localizado en una cuenca de 25 acres, en Austin, Texas. El tiempo de concentración para las condiciones antes del desarrollo es de 30 minutos y para las condiciones después del desarrollo es de 10 minutos. El coeficiente de escorrentía para las condiciones antes del desarrollo es 0.44 y para las condiciones después del desarrollo es 0.90. Suponga que toda la escorrentía superficial fluye hacia el embalse de detención. Considere una tormenta de 25 años con $a = 97.86$, $b = 16.4$ y $c = 0.76$ en la relación intensidad de lluvia-duración.
- 15.4.7** Resuelva el problema 15.4.6 utilizando la tormenta de 100 años, para la cual $a = 117.28$, $b = 17.2$ y $c = 0.74$.
- 15.4.8** Desarrolle una ecuación para estimar el almacenamiento máximo en un embalse de detención utilizando el método racional modificado (véase la figura 15.P.6 para definir el volumen de almacenamiento). Utilice la siguiente ecuación de lluvia

$$P = bT_d^a + cT_d + d$$

donde P está en pulgadas de precipitación y T_d es la duración en horas.

- 15.4.9** Utilice la ecuación desarrollada en el problema 15.4.8 para estimar el almacenamiento máximo requerido en un embalse de detención localizado en una cuenca de 25 acres. El tiempo de concentración para condiciones antes del desarrollo es 30 minutos y para condiciones después del desarrollo es 5 minutos. El coeficiente de escorrentía para condiciones antes del desarrollo es 0.44 y para condiciones de desarrollo es 0.90. Suponga que toda la escorrentía superficial fluye hacia el embalse de detención. Considere una tormenta de 25 años donde:

$$a = 1.281, b = -10.73, c = 14.11, d = 0.089 \text{ para } T_d < 0.5 \text{ h}$$

$$a = -0.0640, b = -21.33, c = 0.084, d = 24.99 \text{ para } T_d \geq 0.5 \text{ h}$$

- 15.4.10** Utilice el HEC-1 o cualquier otro modelo de simulación para transitar el siguiente hidrograma de flujo de entrada, el cual se dedujo de una tormenta de diseño Tipo II del SCS de 100 años, a través del lago Ganzert localizado cerca de Round Rock, Texas. El hidrograma de escorrentía (flujo de entrada al embalse) para el drenaje de aguas arriba es:

Tiempo (h:min)	0:00	1:00	1:30	2:00	2:30	3:00	3:30
Caudal de entrada (cfs)	0	201	259	322	394	474	566
Tiempo (h:min)	4:00	4:30	5:00	5:30	6:00	6:30	7:00
Caudal de entrada (cfs)	674	807	976	1,221	1,615	2,332	8,969
Tiempo (h:min)	7:30	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00	10:30
Caudal de entrada (cfs)	17,185	13,870	8,386	4,533	2,817	2,221	1,770
Tiempo (h:min)	11:00	11:30	12:00	12:30	13:00	13:30	14:00
Caudal de entrada (cfs)	1,538	1,366	1,233	1,128	1,040	970	909
Tiempo (h:min)	14:30	15:00	15:30				
Caudal de entrada (cfs)	853	805	768				

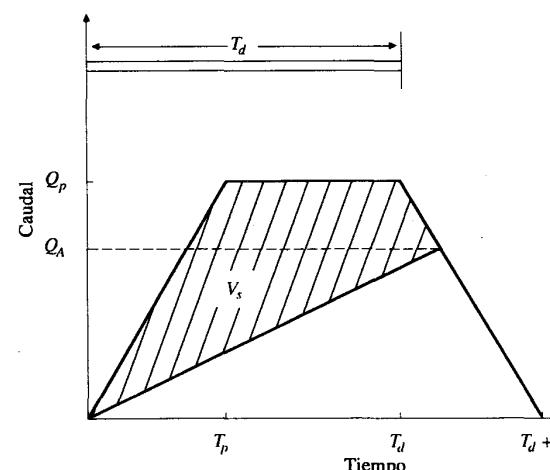


FIGURA 15.P.6
Hidrograma para los problemas 15.4.8 - 15.4.9.

Las características del embalse son las siguientes:

Estructura de retardo de flujo SCS sitio No. 8* (Lago Ganzert)						
Elevación (pies sobre NMM)	Área superficial del embalse (acres)	Almacenamiento en el embalse (acres · pie)	Caudal			
			Vertedero principal (cfs)	Vertedero de emergencia (cfs)	Total (cfs)	
824.0	29.0	174.0				
824.8	37.0	200.0	0.0		0.0	
826.4	40.0	262.0	32.6		32.6	
828.0	48.0	332.0	65.1		65.1	
832.0	70.0	568.0	73.3		73.3	
836.0	111.0	930.0	80.6		80.6	
840.0	168.0	1,488.0	87.4		87.4	
844.0	218.0	2,260.0	93.6		93.6	
846.8	264.0	2,935.0	97.7	0	97.7	
847.8	281.0	3,209.0	99.2	280	379.2	
848.0	284.0	3,264.0	99.5	442	541.5	
848.8	299.0	3,521.0	100.0	1,092	1,192.0	
849.8	317.0	3,842.0	100.0	2,142	2,242.0	
850.8	336.0	4,163.0	100.0	3,612	3,712.0	
851.8	354.0	4,484.0	100.0	5,397	5,497.0	
852.0	358.0	4,548.0	-	-	-	
Nivel superior de la presa		851.8 pies sobre NMM				
Nivel de cresta del vertedero de emergencia		846.8 pies sobre NMM				
Nivel de cresta del vertedero principal		826.4 pies sobre NMM				
Nivel del embalse muerto		824.8 pies sobre NMM				
Longitud de cresta del vertedero de emergencia		210.0 pies				
Área de drenaje		5,180.0 acres				
Almacenamiento de sedimentos		262.0 acres · pie				
Almacenamiento de crecientes		2,673.0 acres · pie				
Capacidad máxima del vertedero de emergencia		3,850.0 cfs				

*Información obtenida del Soil Conservation Service (U. S. Department of Agriculture) en Waco, Texas.

CRECIENTES DE DISEÑO

567

Suponga que la elevación de la superficie del agua inicial coincide con la elevación de la cresta del vertedero principal. ¿Cuáles son el almacenamiento pico, el nivel pico y el caudal pico del embalse?

- 15.4.11 Utilice el HEC-1 o cualquier otro modelo de simulación para transitar el hidrograma del caudal de entrada dado, el cual corresponde a una tormenta de diseño Tipo II del SCS de 100 años, a través del lago Smith, localizado cerca de Round Rock, Texas. El hidrograma de escorrentía (caudal de entrada al embalse) de drenaje de aguas arriba es:

Tiempo (h:min)	0:00	1:00	1:30	2:00	2:30	3:00
Caudal de entrada (cfs)	0	215	259	311	373	450
Tiempo (h:min)	3:30	4:00	4:30	5:00	5:30	6:00
Caudal de entrada (cfs)	557	721	1,008	3,090	6,746	7,363
Tiempo (h:min)	6:30	7:00	7:30	8:00	8:30	9:00
Caudal de entrada (cfs)	6,249	3,797	2,121	1,381	1,064	897
Tiempo (h:min)	9:30	10:00	10:30	11:00	11:30	
Caudal de entrada (cfs)	786	702	637	584	541	

Las características del embalse son las siguientes:

Estructura de retardo de flujo SCS sitio No. 9* (Lago Smith)						
Elevación (pies sobre NMM)	Área superficial del embalse (acres)	Almacenamiento en el embalse (acres · pie)	Caudal			
			Vertedero principal (cfs)	Descarga de fondo (cfs)	Vertedero de emergencia (cfs)	Total (cfs)
770.0	39.7	192.3	0.0			0
774.0	65.0	401.7	40.2	16.0		56.2
778.8	96.9	725.5	45.0	20.0		65.0
782.0	134.7	1,188.7	49.3	24.0		73.3
785.4	183.2	1,725.0	52.7	27.4	0	80.1
786.4	197.4	1,939.0	53.7	28.4	420	502.1
787.4	211.7	2,153.0	54.6	29.3	1,620	1,703.9
788.4	225.9	2,367.0	55.5	30.4	3,210	3,295.9
789.4	240.2	2,581.0	—	—	5,430	5,520.0
Nivel superior de la presa				791.0 pies sobre NMM		
Nivel de la cresta del vertedero de emergencia				785.4 pies sobre NMM		
Nivel de la cresta del vertedero principal				770.0 pies sobre NMM		
Longitud de la cresta del vertedero de emergencia				300.0 pies		
Área de drenaje				3,616.0 acres		
Almacenamiento de sedimentos				182.0 acres · pie		
Almacenamiento de crecientes				1,638.0 acres · pie		
Capacidad máxima del vertedero de emergencia				5,100.0 cfs		

* Información obtenida del Soil Conservation Service (U. S. Department of agriculture) en Waco, Texas.

Suponga que la elevación inicial de la superficie del agua es igual a la elevación de la cresta del vertedero principal. ¿Cuáles son el almacenamiento pico, el nivel pico y el caudal pico del embalse?

- 15.6.1** Escriba un programa de computador para llevar a cabo el cálculo de balance de agua en un embalse. El programa de computador debe tener la siguiente información de entrada: características elevación de la superficie del agua-área superficial-capacidad; factores de demanda mensuales; caudales mensuales de entrada en el embalse; información de evaporación neta mensual; y nivel inicial de almacenamiento. La salida del programa debe estar compuesta por los valores mensuales de pérdidas por evaporación neta, demanda, caudales de entrada y vertimientos. Adicionalmente debe imprimirse el volumen almacenado al final de cada año.

- 15.6.2** Calcule los balances de agua mensuales para el sitio de presa propuesto en Justiceburg cerca de Lubbock, Texas, para los años 1940 a 1942. Suponga que el embalse se encuentra inicialmente con un nivel normal de almacenamiento, en la elevación 2,220 pies sobre el nivel medio del mar (la cual corresponde a la elevación del vertedero de servicio). El vertedero de emergencia se localiza a 2,240 pies sobre el NMM. Las características elevación-área superficial-capacidad son las siguientes:

Elevación (pies sobre NMM)	2,130	2,140	2,150	2,160	2,170	2,180
Área (acres)	108	253	506	765	1,046	1,330
Capacidad (acres · pie)	608	2,407	6,187	12,515	21,549	33,417
Elevación (pies sobre NMM)	2,190	2,200	2,205	2,210	2,215	2,220
Área (acres)	1,682	2,045	2,232	2,437	2,651	2,884
Capacidad (acres · pie)	48,485	67,065	77,737	89,414	102,108	115,937
Elevación (pies sobre NMM)	2,225	2,230	2,235	2,240		
Área (acres)	3,197	3,589	4,094	4,784		
Capacidad (acres · pie)	131,153	148,069	167,194	189,268		

Considere una demanda anual de 26,100 acre·pie con las siguientes fracciones de demanda.

Mes	1	2	3	4	5	6
Fracción	0.05	0.05	0.05	0.06	0.07	0.13
Mes	7	8	9	10	11	12
Fracción	0.15	0.17	0.09	0.07	0.06	0.05

La información de evaporación neta está dada en la tabla 15.P.4 y la información de escorrentía (caudales de entrada en el embalse) está dada en la tabla 15.P.5.

- 15.6.3** Utilice el programa de computador escrito para el problema 15.6.1 con el fin de hacer el balance de agua desde 1940 hasta 1978 para el sitio de la presa Justiceburg descrito en el problema 15.6.2. ¿Cuál es el almacenamiento mínimo en el embalse para este periodo?

- 15.6.4** Utilice el programa de computador escrito para el problema 15.6.1 con el fin de hacer el balance de agua (1940-1978) para el sitio del embalse Justiceburg. Utilice la información presentada en el problema 15.6.2, pero suponiendo las siguientes capacidades de embalse: 50,000 acres · pie, 90,000 acres · pie y 130,000 acres · pie.

- 15.6.5** Determine el caudal firme para el sitio del embalse Justiceburg (*véase* el problema 15.6.2). Utilice el programa de computador escrito para el problema 15.6.1 con el

fin de hacer el balance de agua. Suponga una capacidad de embalse de 110,000 acres · pie, permita un vaciado completo del embalse.

- 15.6.6** Resuelva el problema 15.6.5 para determinar el caudal firme para una capacidad de embalse de 110,000 acres · pie permitiendo un almacenamiento mínimo de 2,000 acres · pie.

- 15.6.7** Resuelva el problema 15.6.5 para determinar el caudal firme con una capacidad de embalse de 130,000 acres · pie permitiendo un vaciado completo. Además, determine el caudal firme para un almacenamiento mínimo de 2,000 acres · pie.

TABLA 15.P.4

Información de evaporación neta para el embalse Justiceburg dada en pies

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Total
1940	0.09	0.04	0.46	0.37	0.56	0.48	1.03	0.58	0.79	0.39	0.04	0.16	4.99
1941	0.12	0.09	0.02	0.18	-0.48	0.35	0.50	0.63	0.18	-0.28	0.26	0.14	1.71
1942	0.18	0.25	0.38	0.08	0.65	0.50	0.62	0.53	-0.03	0.12	0.34	-0.13	3.49
1943	0.21	0.35	0.35	0.52	0.27	0.56	0.51	1.12	0.59	0.53	0.31	-0.01	5.31
1944	0.03	0.05	0.29	0.48	0.41	0.68	0.45	0.66	0.33	0.32	0.13	0.01	3.84
1945	0.11	0.13	0.34	0.39	0.64	0.78	0.49	0.53	0.61	0.13	0.32	0.19	4.66
1946	0.08	0.28	0.39	0.58	0.52	0.69	0.90	0.73	0.33	0.13	0.26	0.14	5.03
1947	0.05	0.23	0.14	0.36	0.09	0.67	0.79	0.84	1.08	0.60	0.22	0.12	5.19
1948	0.13	0.11	0.41	0.57	0.45	0.58	0.71	0.81	0.69	0.40	0.41	0.33	5.60
1949	-0.12	0.17	0.30	0.24	0.02	0.33	0.55	0.66	0.34	0.22	0.47	0.23	3.41
1950	0.27	0.24	0.44	0.38	0.15	0.43	0.13	0.60	0.18	0.69	0.53	0.33	4.37
1951	0.23	0.18	0.38	0.49	0.38	0.63	0.76	0.50	0.50	0.33	0.33	0.33	5.44
1952	0.20	0.35	0.53	0.26	0.43	0.98	0.62	1.01	0.75	0.80	0.42	0.24	6.59
1953	0.35	0.27	0.36	0.56	0.60	1.02	0.83	0.67	0.84	0.15	0.28	0.31	6.24
1954	0.32	0.42	0.53	0.31	0.03	0.89	1.02	0.78	0.93	0.59	0.47	0.34	6.63
1955	0.18	0.21	0.63	0.60	0.29	0.51	0.56	0.76	0.41	0.33	0.50	0.47	5.45
1956	0.31	0.26	0.60	0.71	0.52	0.64	0.93	1.06	1.02	0.64	0.35	0.40	7.44
1957	0.24	0.12	0.40	0.12	-0.09	0.41	0.78	0.87	0.63	0.10	0.05	0.34	3.97
1958	0.03	0.09	-0.05	0.12	0.15	0.61	0.71	0.81	0.50	0.28	0.27	0.21	3.73
1959	0.17	0.20	0.48	0.30	0.23	-0.06	0.33	0.77	0.78	0.25	0.40	0.28	4.13
1960	0.05	0.09	0.23	0.46	0.46	0.36	0.01	0.87	0.58	0.00	0.37	0.03	3.51
1961	0.08	0.01	0.22	0.51	0.41	0.26	0.14	0.51	0.65	0.52	0.15	0.16	3.62
1962	0.12	0.29	0.33	0.33	0.80	0.54	0.43	0.61	0.14	0.31	0.26	0.15	4.31
1963	0.18	0.15	0.36	0.49	-0.01	0.17	0.73	0.61	0.51	0.57	0.33	0.21	4.30
1964	0.20	0.15	0.45	0.65	0.52	0.49	0.79	0.61	0.41	0.55	0.33	0.20	5.35
1965	0.35	0.30	0.30	0.38	0.30	0.55	0.72	0.46	0.34	0.57	0.38	0.19	4.84
1966	0.09	0.08	0.37	0.15	0.25	0.50	0.48	0.24	0.23	0.51	0.39	0.22	3.51
1967	0.13	0.20	0.25	0.38	0.38	0.60	0.42	0.58	0.16	0.63	0.19	0.14	4.06
1968	0.04	0.05	-0.06	0.25	0.33	0.40	0.42	0.48	0.48	0.33	0.10	0.15	2.97
1969	0.15	0.07	0.07	0.29	0.06	0.54	0.69	0.61	0.21	-0.09	0.18	0.17	2.95
1970	0.17	0.19	0.08	0.48	0.57	0.59	0.83	0.57	0.24	0.35	0.44	0.38	4.89
1971	0.28	0.28	0.50	0.50	0.64	0.58	0.76	0.23	0.30	0.21	0.23	0.15	4.66
1972	0.26	0.25	0.43	0.49	0.31	0.41	0.48	0.29	0.26	0.23	0.16	0.17	3.74
1973	0.07	0.06	0.19	0.26	0.62	0.77	0.49	0.73	0.38	0.46	0.41	0.42	4.86
1974	0.25	0.37	0.38	0.60	0.68	0.76	0.89	0.33	0.17	0.14	0.23	0.19	4.99
1975	0.22	0.09	0.40	0.48	0.46	0.62	0.34	0.56	0.27	0.57	0.27	0.24	4.52
1976	0.40	0.46	0.55	-0.06	0.59	0.83	0.22	0.37	0.19	0.12	0.29	0.30	4.26
1977	0.11	0.23	0.47	0.25	-0.09	0.67	0.94	0.31	0.81	0.54	0.46	0.46	5.16
1978	0.17	0.10	0.46	0.74	0.34	0.56	0.61	0.63	0.47	0.35	0.30	0.22	4.95
Promedio	0.17	0.19	0.34	0.39	0.34	0.56	0.61	0.63	0.47	0.35	0.30	0.22	4.57

Nota: La información de mayo a diciembre de 1978 no está disponible y ha sido reemplazada por sus valores promedio.

TABLA 15.P.5
Información de escorrentía para el sitio de la presa Justiceburg en acres · pie

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Total
1940	20	190	0	570	2,650	5,570	100	15,780	6,280	0	2,910	130	34,200
1941	0	870	5,530	30,830	68,820	21,700	11,210	5,670	10,730	54,660	2,500	890	213,410
1942	250	40	10	3,250	760	3,530	650	7,360	9,400	13,950	730	1,430	41,360
1943	700	40	620	970	3,000	4,190	3,050	0	0	0	0	0	12,570
1944	0	20	0	60	3,510	990	6,250	540	220	590	300	920	13,400
1945	60	20	570	170	230	3,910	12,140	0	2,020	10,990	60	0	30,170
1946	0	0	0	10	1,100	2,680	330	4,180	4,840	13,740	320	2,470	29,670
1947	240	0	10	0	47,310	2,700	1,060	100	1,130	540	30	2,350	55,470
1948	10	4,380	290	0	1,560	10,120	15,350	2,300	30	2,040	4,220	10	40,310
1949	0	0	0	1,290	9,420	12,340	120	270	10,450	1,220	140	10	35,260
1950	10	130	0	3,650	19,950	1,790	5,370	1,260	19,770	360	10	10	52,310
1951	10	0	0	20	2,800	9,650	790	5,170	210	10	0	0	18,660
1952	0	0	0	0	4,940	170	2,300	340	170	0	90	20	8,030
1953	0	10	160	540	5,140	670	2,810	4,540	60	22,670	1,020	70	37,690
1954	20	10	0	22,990	25,360	2,030	0	0	0	0	260	0	50,670
1955	10	1,620	5,970	160	46,440	13,480	24,380	910	70,500	31,510	940	460	197,380
1956	280	100	20	10	5,010	690	510	620	0	320	40	20	7,620
1957	0	5,670	110	17,620	43,810	32,360	3,920	1,770	2,810	6,760	5,490	150	120,470
1958	60	80	210	2,560	15,300	3,160	270	1,030	4,100	4,30	530	30	27,760
1959	10	0	0	170	2,240	28,180	31,380	4,310	0	6,820	260	3,760	77,130
1960	380	240	70	0	1,310	1,590	32,380	460	20	60,090	1,830	1,020	99,390

HIDROLOGÍA APLICADA

CRECIENTES DE DISEÑO

TABLA 15.P.5 (cont.)
Información de escorrentía para el sitio de la presa Justiceburg en acres · pie

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Total
1961	1,140	1,200	810	180	50	26,460	31,050	1,780	600	280	2,110	30	65,690
1962	20	10	0	10	0	10,680	3,490	2,210	35,350	480	20	340	52,610
1963	40	20	80	60	12,740	39,630	100	560	900	1,820	1,700	10	57,660
1964	480	20	0	0	2,370	2,920	0	2,120	1,570	0	210	490	10,180
1965	0	0	100	640	26,260	810	30	12,110	1,570	210	10	940	42,680
1966	30	10	20	11,560	2,100	600	30	4,800	720	10	10	10	19,900
1967	0	10	4,440	1,150	920	49,000	23,340	60	2,680	1,560	10	10	83,180
1968	700	1,300	2,750	370	1,070	1,170	1,350	1,740	0	330	3,710	60	14,550
1969	0	10	2,700	2,550	35,450	1,160	10	3,290	17,510	9,480	2,450	50	74,660
1970	20	10	8,110	240	4,670	690	0	320	2,260	400	0	0	16,720
1971	0	0	0	10	3,360	770	1,130	9,530	21,370	1,060	40	80	37,350
1972	20	10	10	0	1,650	4,860	3,990	40,550	3,410	710	100	50	55,360
1973	1,730	1,950	110	120	240	2,680	270	2,150	10	0	0	0	10,000
1974	0	0	0	210	140	40	140	990	5,220	2,740	140	10	9,630
1975	10	40	0	30	360	1,950	6,040	5,390	8,160	10	570	10	22,570
1976	20	0	0	3,070	260	180	9,170	700	1,390	830	30	0	15,650
1977	0	0	0	1,660	7,360	2,870	0	3,800	20	30	0	0	15,740
1978	0	0	0	0	12,130	4,100	970	270	5,640	2,000	860	420	26,390
Promedio	140	460	910	2,740	10,810	7,940	6,100	3,770	6,490	6,380	860	420	47,020

Nota: La información de noviembre y diciembre de 1978 no está disponible y ha sido reemplazada por sus valores promedio.

Índice de autores

A

- Abramowitz, M., 269, 287, 368, 382, 386, 401
 Altman, D. G., 235, 235
 American Society of Agricultural Engineers, 118
 American Society of Civil Engineers, 91, 94, 508
 Ampt, G. A. 16, 112
 Ang, A. H. S., 438, 449
 Aron, G., 514
 Auciello, E. P., 456-463

B

- Bandyopadhyay, M., 476
 Baumann, D. D., 547
 Beard, L. R., 420, 420
 Bennett, C. S. III, 532
 Benson, M. A., 386, 410
 Betson, R. P., 134
 Bhowmik, N., 193
 Bird, R. B., 43
 Blair, M. L., 518, 520
 Blank, D., 241
 Blom, G., 408
 Bobee, B., 386, 386
 Boland, J. J., 547
 Bondelid, T. R., 539
 Bonch, A., 230
 Bouwer, H., 117, 125
 Bowen, I. S., 89
 Boyd, M. J., 273
 Bradley, S. P., 229
 Brakensiek, D. L., 118
 Brandstetter, A., 509
 Bree, T., 229, 241
 Brooks, J., 116
 Brutsaert, W., 46, 48, 56, 61

C

- Carnahan, B., 259
 Carslaw, H. R., 43
 Cherry, J. A., 40, 101
 Chow, V. T., 35, 36 135, 160, 168, 209, 241, 252, 272, 282, 288, 382, 398, 400, 402, 407, 444, 474, 509
 Chowdhury, P. K., 82
 Chu, H. H., 481
 Clark, C. O., 231
 Coles, S. L., 229
 Collins, W. T., 225
 Colyer, P. J., 509
 Conte, S. D., 334
 Cordery, I., 273, 472
 Corey, A. T., 116
 Corry, M. L., 438
 Courant, R., 303
 Craig, G. S., 536, 537
 Crowe, C. T., 21, 32, 34, 37, 160
 Cunge, J. A., 312, 314
 Cunnane, C., 407

D

- Dalton, J., 16
 Darcy H., 16
 Davis, L. C., 531
 Day, G. N., 519
 Deininger, R. A., 229
 Delleur, J. W., 241, 385
 de Marsily, G., 101
 Devaurs, M., 118
 Diskin, M. H., 230, 272
 Donahue, J. R., 539
 Dooge, J. C. I., 241, 273
 Doorenbos, J., 91, 94
 Dunne, T., 132
 Dzieglewski, B., 547

E

- Eagleson, P. S., 111, 229, 299, 531
 Egborge, C. E., 514
 EG & G Washington Analytical Services Center, 201
 Emmett, W. W., 39, 162
 Engleman R. L., 118
 Espey, W. H. Jr., 235, 235

F

- Fahien, R. W., 43, 43
 Federal Aviation Administration, 513
 Fiallo, Y., 173
 Fisher, R. A., 387
 Frazier, A. H., (15)
 Fread, D. L., 321, 322, 325, 331, 334, 335-338, 340, 341, 343-346
 Frederick, R. H., 456-463, 471
 Ford, D. T., 522
 Foster, H. A., 386
 Fox, R. W., (21)
 Frechet, M., 387
 Freeze, R. A., 40, 101, 132, 133, 385
 Friedrichs, K. O., 303
 Fruelich, D. C., 553

G

- Giancoli, D. C., 48
 Gifford, G. F., 118
 Giguere, P. R., 531
 Gilbert J. J., 553
 Giorgini, A., 241
 Gouevsky, I. V., 94
 Graves, C. B., 235, 235
 Gray, D. M., 231
 Green, W. H., 16, 112
 Grenney, W. J., 431
 Gringorten, I. I., 407
 Gumbel, E. J., 16, 387, 398
 Gupta, V. K., 173, 240, 273, 385
 Haan, C. T., 379
 Hagen, G. H. L., 16
 Hansen, E. M., 486, 487-496, 497, 503, 504
 Hardison, C. H., 421
 Harley, B. M., 531
 Harr, R. D., 134, 446
 Havens and Emerson, 476
 Hax, A. C., 229
 Hazen, A., 16, 407, 407
 Heaney, J. P., 538
 Heeps, D. P., 509

H

- Heerdegen, R. G., 221
 Henderson, F. M., 33, 35, 36, 288
 Henningson, Durham, and Richardson, Inc. of Texas, 545
 Hershfield, D. M., 456, 471
 Hewlett, J. D., 134, 138
 Hibbert, A. R., 138
 Hillel, D., 110
 Hillier, F. S., 229
 Hirsch, R. M., 431
 Holzman, B., 88
 Horton, R. E., 16, 111, 131, 135, 171
 Huang, K.-Z., 449
 Huber, W. C., 508
 Huff, F. A., 471, 472
 Hurst, H. E., 16

I

- Ince, S., 273
 Institution of Engineers Australia, 472
 Institute of Hydrology, 106, 107
 Isaacson, E., 321
 Izzard, C. F., 167, 513

J

- Jaeger, J. C., 43
 Jenkinson, A. F., 387
 Jennings, M. E., 198, 421
 Johnson, R. C., 531
 Jones, J. S., 438

K

- Kapur, K. C., 438, 439
 Kavvas, M. L., 385
 Keifer, C. J., 481
 Kendall, M. G., 418
 Kibler, D. F., 509, 514, 555
 Kirpich, Z. P., 513
 Kite, G. W., 419
 Kockelman, W. J., 554
 Kohler, M. A., 188, 247
 Klett, J. D., 68
 Kraijenhoff van der Leur, D. A., 272
 Kreyszig, E., 210
 Kulandaiswamy, V. C., 209

L

- Lamberson, L. R., 438, 439
 Lansey, K., 542-544
 Larson, C. L., 120
 Lear, W. A., 77
 Lee, H.-L., 444, 447

- Lee, J. K., 532
 Li, R.-M., 312
 Lieberman, G. J., 229
 Lighfoot, E. N., 43
 Lighthill, M. J., 294, 295
 Limerinos, J. T., 554
 Linsley, R. K., 188, 247, 509, 514
 Luther, H. A., 273

M

- Maidment, D. R., 94, 547
 MacCurdy, E., 15
 MacDonald, A. T., 21
 McCuen, R. H., 539
 McGuinness, L. L., 82
 McKerchar, A. I., 125, 134
 McPherson, M. B., 476, 509
 Magnanti, T. L., 229
 Manning, R., 16
 March, F., 229
 Marsalek, J., 476
 Marsh-McBirney, Inc., 192, 194
 Martin, G. N., 137
 Mason, B. J., 69
 Massey, B. C., 77
 Matalas, N. C., 412
 Mawdsley, J. A., 230
 Mays, L. W., 139, 229, 231, 412, 444, 447, 451, 532, 542-544
 Meadows, M. E., 299
 Medina, M. A., 552
 Mein, R. G., 120, 509
 Mejía-R., 229
 Metcalf & Eddy, Inc., 531
 Milhous, R. T., 431
 Miller, J. E., 294
 Miller, J. F., 463, 471, 486, 487-496
 Miller, N., 118
 Ministry of Works and Development, 186, 191
 Monteith, J. L., 93
 Moore, T. R., 132
 Moore, W. L., 73
 Morel-Seytoux, H. J., 125, 157
 Morgali, J. R., 514
 Moseley, M. P., 132
 Mulvaney, T. J., (16)
 Myers, V. A., 456-463

N

- Nash, J. E., 269
 National Academy of Sciences, 49, 429, 485
 Natrella, M. G., 418

- Natural Environment Research Council, 314, 398
 Newton, D. S., 229, 230
O
 Oben-Myarko, K., 273
 O'Donnell, T., 241
 Overton, D. E., 299
P
 Papadakis, C. N., 476
 Parzen, E., 547
 Paulhus, J. L. H., 188, 247
 Pearse, A. J., 125, 132, 134
 Pearson, K., 374
 Peltz, W. A., 552
 Penman, H. L., 90
 Perkins, F. E., 531
 Pethick, R. W., 509
 Philip, J. R., 104, 111
 Pilgrim, D. H., 273, 472, 509
 Preul, H. D., 476
 Price, R. K., 529
 Priestley, C. H. B., 45, 90
 Pruitt, W. O., 91, 94
 Pruppacher, H. R., 68

R

- Ragan, R. M., 134
 Rankl, J. G., 536, 537
 Rantz, S. C., 189, 192
 Raudkivi, A. J., 42, 59, 105, 115
 Rawls, W. J., 1.18
 Reeves, W. E., 77
 Reidel, J. T., 485
 Richards, L. A., 16, 106
 Riggs, H. C., 194
 Rippi, W., 16
 Roberson, J. A., 21, 32, 34, 37, 160
 Robitaller, R., 386
 Rodríguez-Iturbe, I., 173, 174, 240, 273
 Roesner, L. A., 507, 531

S

- Saint-Venant, Barre de, 282
 Salas, J. D., 431
 Schreiner, L. C., 485, 486-496, 497, 503, 504
 Schumm, S. A., 172
 Shames, I. V., 21
 Shaw, E. M., 197
 Sherman, L. K., 16, 220

T

- Tagg, A. F., 230
 Tang, W. H., 438, 447
 Taur, C. K., 231, 532
 Taylor, C. H., 132
 Taylor, R. J., 90
 Terstriep, M. L., 127, 177, 471, 519, 529, 530
 Texas Highway Department, 169
 Thompson, P. L., 438
 Thornthwaite, C. W., 88
 Tippett, L. H. C., 387
 tomlinson, A. I. 398
 Tracey, R. J., 463, 471
 Troesch, A., 321
 Tung, Y.-K., 412, 447, 451

U

- UNESCO, 4, 5, 15, 76
 Unver, O., 139, 231, 542-544
 U. S. Army Corps of Engineers, 232, 438, 519, 531, 532, 547
 U. S. Army Corps of Engineers HEC, 421, 487

- U. S. Department of Agriculture Soil Conservation Service, 471-475
 U. S. Department of Commerce, 500
 U. S. Environmental Data Service, 74, 75
 U. S. Environmental Protection Agency, 519
 U. S. Geological Survey, 183, 184, 186, 190, 191, 197
 U. S. National Weather Service, 456
 U. S. Water Resources Council, 407, 410, 420, 421
 U. S. Water Bureau, 464
 U.S.R. National Committee for the Hydrological Decade, 17

V

- Van Bavel, C. H. M., 93
 Vanmarcke, E., 10
 Valdés, J. B., 173, 174, 240, 273
 Verdin, J. P., 157
 Vinyard, J. W., 229, 230

W

- Waananen, A. O., 532, 534
 Wallis, J. R., 412
 Wang, C. T., 173, 240, 273
 Watkins, L. H., 529
 Waymire, E., 173, 240, 273, 385
 Wei, T. C., 82
 Weibull, W., 387
 Wellings, S. R., 109
 Wenzel, H. G., 468-471, 476
 White, F. M., 21
 Whitham, G. B., 294
 Wiche, G. J., 553
 Wiesner, C. J., 70, 90, 484
 Wilkes, J. O., 273
 Wood, E. F., 173, 273
 World Meteorological Organization, (Organización Meteorológica Mundial), 187, 188, 429, 464, 484,

Y

- Yen, B. C., 160, 438, 447, 474, 501, 509, 516, 529, 561

Z

- Zoch, R. T., 269

Índice de materias

A

Abstracción, 139
 inicial, 141, 150
 Método SCS, 150-158
 utilizando ecuaciones de infiltración, 143-150

Aceleración local, 290

Acumulada:
 función de frecuencia, 365
Histograma de precipitación, 77
 infiltración, 110
 probabilidad, 365

Adsorción, 112

Advección, 45

Aerosoles, 49

Agua:
 control del, 427, 535-541
 dulce de la Tierra, 2
 nivel freático, 3, 101
 precipitable, 63-65
 propiedades del, tabla de, 37
 subterránea,
 flujo de 101, 130
 fuente de caudal, 132, 133
 recarga, 2
 uso del, 427, 545-552
 vapor de, 57-65

Albedo, 48

Almacenamiento:
 capacidad de, 545
 de información, 184
 en depresiones, 131, 143
 función de, 208, 250
 pluviómetro de, 181
 relaciones caudal, 251
 superficial, 130

Altura:
 de estación, 190
 de rugosidad, 45

Análisis:

 de evaporación de Dalton, 88
 de incertidumbre de primer orden, 438-444

Análisis de riesgo, 432-434, 438-451, 516
 basado en periodo de retorno, 432-434, 450-451

 compuesto, 444-448
 de primer orden, 438-444
 dinámico, 448
 estático, 448
 hidroeconómico, 435-438

Anemómetro, 185

Anticiclón, 57

Aparato de registro digital, 183

Aproximación por diferencias:

 centrales, 301
 hacia adelante, 302
 hacia atrás, 302

Aproximaciones sucesivas, método de, 225

Áreas:

 de fuentes variables, 134
 de tormenta crítica, 488, 491

Asimetría, coeficiente de, 372

B

Balance:

 de agua mundial, 4-5
 de calor en la Tierra, 49
 de energía, 41-42
 ecuación para evaporación, 85

Bloques de yeso, 197

C

Cabeza de succión, 105

Calidad de ajuste, 378

Calor:

 específico, 41
 latente, 41-42

578

sensible, 41
Campo aleatorio, 10
Canal prismático, 284
Capacidad:

 de la cuenca, 135
 de un sistema, 445
 de un tubo, 515

Carga (en un sistema), 444

Caudal:

 cálculo con información de estaciones, 194-195

 ecuaciones para vertederos, 255

 en la corriente, 431

 firme, 545, 548

Celeridad de onda, 292
 cinemática, 292
 dinámica, 295-296

Ciclón, 57

Cinemática, 292

Circulación:

 atmosférica, 54-57
 de Hadley, 54

Clasificación:

 de los modelos de tránsito, 290-291
 de modelos hidrológicos, 9-12

Coeficiente:

 de arrastre, 68
 de asimetría, 372, 410

 de Boussinesq, 288

 de cultivo, 94

 de difusión, 43

 de escorrentía, 142, 510, 511

 de *momentum*, 288

 de rugosidad de Manning, 34, 35 y 511

 de variación, 372

Componente:

 de embalse en HEC-1, 521

 de escorrentía superficial, 521

 de tránsito de caudales, 521

Concentración, tiempo de, 170, 513-514

Condensación, 42, 65

Condición:

 antecedente de humedad, 152

 de Courant, 303

 de frontera, 297, 330, 341, 348

 inicial, 210, 297

 interna de frontera, 341

Conducción, 42, 43-44

Confiabilidad, 446

Constante psicrométrica, 90

Convección, 42, 44-45

Convectiva:

 aceleración, 290

 circulación de celda, 70

elevación, 66
Correlación, 11, 361
 con el tiempo, 12

Correntímetro, 190

Corriente:

 jet, 56

 perenne, 135

Costo:

 anual de daños esperado, 436
 de daños, 436-438

Creciente:

 diseño de embalses para el control de, 535-541
 margen de, 533
 máxima probable, 429, 483, 486
 pronóstico, 542-544
 sistema de alerta temprana, 202

Cuenca, 7, 130

Cuerpo negro, 48

Cultivo referencia para, evapotranspiración, 93

Curva:

 almacenamiento-área, 547
 de abatimiento normal, 135
 de calibración, 194, 195
 intensidad-duración-frecuencia, 465-471
 profundidad-área-duración, 487, 496

D

Datos dudosos, 415

Década Hidrológica Internacional, 180

De convolución, 223

Demandas sobre un sistema, 444

Densidad:

 de drenaje, 173

 del agua, 37

 del aire, 58-61

Detención, 130, 535

Diagrama de Moody, 36-38

Difusividad de *momentum*, 44

Diseño:

 criterios de, 430

 de alcantarillado de aguas lluvias, 507-519

 de drenajes urbanos, 528-531

 de embalses para,

 control de crecientes, 535-541

 uso del agua, 545-552

 histogramas de, 471-483

 niveles de, 429

 tormenta de, 455

Distribución:

 de Gumbel (Valor Extremo Tipo I), 388, 397-403

de valores extremos, 387, 396-400, 402
exponencial, 376, 385
lognormal, 382, 403
log-Pearson Tipo III, 386, 403
tabla de factores de frecuencia,
404-405
normal, 382
tabla de valores, 369
probabilidad, 365-370, 382-388,
401-406
y función gamma, 385
Dominio espacio-tiempo, 12

E

Ecuación:
característica, 294
de Brooks-Corey, 117
de caudal a través de vertederos, 255
de continuidad, 24-29
en un medio poroso no saturado, 103
integral, 25
de convolución discreta, 218
de Chezy, 34, 295
de Darcy-Weisbach, 34, 160, 515
de evaporación de Priestley-Taylor, 91
de graficación,
de Blom, 407-409
de Chegodayev, 407
de Weibull, 407
de Hagen-Poiseulle, 40
de infiltración,
de Horton, 111, 124, 145
de Philip, 111, 124, 145
de Maning, 34
solución por el método de Newton,
164-167
de *momentum*, 104
del teorema de transporte de Reynolds,
30-31
en el método de Green-Amp, 114
en flujo en medio poroso, 39-40
en las ecuaciones de Saint-Venant,
284-290
flujo uniforme permanente, 32-33
de Penman (combinación), 90
de Richards, 106
de Saint-Venant, 281-291
de Thornthwaite-Holzman, 88
de transformación, 8
Edición de información, 184
Efectos:
de invernadero, 49
de remanso, 291, 324

de urbanización en el hidrograma,
156-157
Elevación:
frontal, 66
orográfica, 66
Eliminación de Gauss, 224
Embalse:
con propósitos múltiples, 545
lineal, 9, 137, 214-216, 250, 268-273
Emisividad, 48
Energía:
cinética, 41
interna, 41
potencial, 41
Entrada:
en un sistema, 210
lateral de caudal, 282
Error potencial, 83
de truncamiento, 302
residual, 312
Escorrentía directa, 135, 138
hidrograma de, 139-142, 220-221,
225-228
Esfuerzo cortante, 33, 285
Espacio muestral, 362
Esquema:
de caja, 325
explícito de diferencias finitas, 302, 325
implícito de diferencias finitas, 302, 325
lineal de diferencias finitas, 305
Estación climática, 185
Estadística, 361, 370
Estándar:
creciente y tormenta de proyecto, 486
desviación, 372
distribución normal, 368
error, 419, 439
patrón de isoyetas, 487
variable normal, 368
Estimativos de parámetros eficientes, 378
Estratosfera, 56
Estructuras:
grandes y pequeñas, 429
intermedias, 429
Eventos, 362
independientes, 363
Evaporación, 2
coeficientes de tanque de, 188
ecuaciones de cálculo de, 92
medida de, 188-189
método aerodinámico de, 86-89
método de combinación (Penman), 90
método de Priestley-Taylor, 91
método del balance de energía, 83-86

tanque de, 83-91
Evapotranspiración, 83, 93-95
potencial, 83
método de Priestley-Taylor, 91
método de balance de energía, 83-86
tanque de, 83-91
Evapotranspiración, 83, 93-95
potencial, 83

F

Factor:
de ajuste de isoyetas, 488
de ajuste por orientación, 488, 491
de demanda, 548
integrante, 214
y margen de seguridad, 434, 448, 449
Falla de la presa Teton, 343-345, 358
Fase, 26
Federal Emergency Management Agency, 533
Flujo, 43

base, 135
curva maestra de recesión, 137
separación, 137-138
completamente turbulento, 35
de Darcy, 40, 103
de fase única, 26
de humedad en el suelo de Deep Dean,
106-109
en canales, 130, 163-164
en canales abiertos, 34-39, 163-164, 167,
439-444
en medio poroso, 39, 101
laminar, 36, 160
no saturado, 101-109, 130
no uniforme, 30
rápido, 135
subsuperficial, 2, 101, 132
superficial, 2, 131, 159-163
de Horton, 131-132
de saturación, 134
turbulento, 35-38, 162-163
uniforme, 30

Franja capilar, 101

Frecuencia:
análisis de, 391-421, 465, 467-470
factor de, 400, 403-405
histograma de, 365
relativa, 362, 365

Frente, 56
de mojado, 110

Forma:
conservativa, 284
no conservativa, 284

Formación de brecha, 340
Fórmula de graficación de Gringorten, 408
Fuerza:

cortante del viento, 285, 286
de contracción/expansión, 285
de Coriolis, 55
de fricción, 285, 291
de presión, 285, 291
gravitacional, 285, 291

Funcióñ:

de forma del canal, 166, 440
de información,
por muestreo, 27, 216
por pulso, 27, 216
de respuesta por pulso, 212, 213,
218, 220
de transferencia, 8, 209
de verosimilitud, 376
de viento de Doorenbos-Pruitt, 94
impulso respuesta, 210
respuesta de paso, 211
Fusión, calor latente dc, 41

G

Geomorfología, 171
Gotas de lluvia, 65-70
Grados de libertad, 379

H

Hidráulico:
conductividad, 40
radio, 33
tránsito, 249, 281

Hidrograma:
de caudal, 135-138
unitario, 220-238
aplicación del, 225-228
cálculo matricial del, 228-231
compuesto, 230
deducción del 223-225
definición de, 220
geomórfico instantáneo, 273
instantáneo, 223, 240-241, 269-272
para diferentes duraciones de lluvia,
237-241
sintético, 231-237
sintético de Snyder, 231-236, 522-527

Hidrológico:

ciclo, 2-8
clasificación de modelos, 9-12
definición de sistema, 7, 207
escala del diseño, 428
historia, 13-17

nivel de diseño, 431
secuencia de la medición, 182
tránsito, 249
Hidrosfera, 2, 77
Hietograma de exceso de precipitación, 138
método de índice fi, 139, 140, 141
método SCS, 150-158
usando ecuaciones de infiltración, 143-150
Higrómetro, 185
Hipótesis nula, 379
Humedad, 58
específica, 58
relativa, 59
Huracanes, 57

I

Incertidumbre:
de modelo, 438
de parámetro, 438
natural, 433, 438
Independiente del tiempo, 12
Índice fi, 139-142
Infiltración, 2, 101, 110-119, 143
medida de, 197
tasas de, 110
Infiltrómetro de anillo, 197
Información distribuida, 181
Instrumentos para mediciones hidrológicas, 185-204
Integral de convolución, 210, 218
Intercepción, 2, 143, 187
Intervalo:
de confianza, 417
de recurrencia, 391
Invariantes en el tiempo, 209
Isocronas, 170, 273
Isovelas, 192
Isoyetas, 73

L

Ley (es):
de caudal de Horton, 171
de conducción de calor de Fourier, 43
de Darcy, 40, 104
de difusión de Fick, 43
de gas ideal, 58
de Newton de la viscosidad, 43
de número de corriente, longitud y área, 171-172
de presión hidrostática, 61
de Stefan-Boltzmann, 48
de Stokes, 69

de Wien, 48
Limnómetro, 189
de burbuja, 189, 190
Líneas características, 298
Lisímetro, 189
Longitud de onda (de radiación), 49
Lower Colorado River Authority, 542

LL

Lluvia:
curva intensidad-duración-frecuencia, 465-471
curva de masa, 78
hietograma de, 77
intensidad de, 465
pluviómetros, 185
Malla espacio-tiempo, 300

M

Mapa:
de asimetría, 411
de isoyetas, 73
Materia prima, 7
Matriz coeficiente jacobiana, 334
Máxima verosimilitud, 374
Maximización de tormentas, 484
Media geométrica, 373
Mediana, 373
Medida de nieve, 187
Medidor:
de velocidad modificada de flujo (VMFM), 192
de nivel máximo, 189
Medio de trabajo, 7
Método:
aerodinámico para evaporación, 86-89
combinado para cálculo de evaporación, 89-93
cónico, 547
de Green-Ampt, 112-119
modelo de dos capas, 118
parámetros, 116-118
tiempo de encarcamiento, 120-125, 144-149
de iteración de Newton 116, 164-166
de la intensidad instantánea, 479-483
de los momentos, 374
de medición con tinta, 195
de Muskingum, 250, 264-268
de Muskingum-Cunge, 265, 312-314
de Newton-Raphson, 334
de Runge-Kutta, 259-264
del bloqueo alterno, 477

del hietograma triangular, 473-477
racional, 509-516
modificado, 538
Moda (de una distribución), 386
Modelo (s):
abstractos, 9
análogos, 9
DAMBRK, 340
de celdas de tormentas eléctricas, 70-73
de drenaje urbano de aguas lluvias, 528-531
de flujo no permanente, 12
de flujo permanente, 12
de N embalses lineales, 269-272
de onda,
cinemática, 291-314
de difusión, 291
dinámica, 291, 324-326
de simulación,
continua, 519
de eventos, 519
de sistema hidrológico, 208
determinístico, 10, 249, 281
DWOPER, 335
estocástico, 10
físicos, 9
FLD WAV, 344
HEC-1, 487, 519-528
Muestras:
distribuidas, 181
puntuales, 181
Momento central, 375
Movimiento de onda, 291-297
Nivel:
de confianza, 379, 417
de significancia, 379, 417
No sesgado, 372, 407
Nubes, 65-67
Número de Reynolds, 35
Operador diferencial, 9

P

Pendiente:
de fricción, 33
del fondo del canal, 32
Percepción remota, 181
Pérdidas (*véase* Abstracciones)
de cabeza, 32
Perfil logarítmico de velocidad, 45
Perímetro mojado, 33
Periodo de retorno, 391-396, 432-434, 450, 465
Peso específico, 33

Planicies de inundación, 323, 531-535
Población, 362
Porosidad, 40, 101
Polígonos de Thiessen, 80
Porosidad efectiva, 116
Posición de graficación, 406
Potencial (en conducción), 43
Precipitación, 2, 65-73
efectiva (*véase* Hietograma de exceso de lluvia)
en los Estados Unidos, 74-75
estimativos de profundidad, 455-463
intensidad de, 27
mapas para varias duraciones y períodos de retorno, 456-462
máxima probable, 429, 483
cálculo de, 487-499
mapas, 488-490
mundial, 76
promedio sobre un área,
método de la media aritmética, 80
método de las isoyetas, 81
método de Thiessen, 80
método del cuadrado de la distancia
recíproca, 82
relación puntual sobre promedio superficial, 464
Predicción, 10
Presión:
de vapor, 58-61
efecto en la evaporación, 86-88
de vapor de saturación, 59
del aire, 56, 58-61
Primera ley de la termodinámica, 41
Principios:
de proporcionalidad y superposición (o aditividad), 210
de invarianza temporal, 221
Probabilidad:
complementaria, 362
conjunta, 363
condicional, 363
definición de, 362
distribución de, 361
esperada, 420
función de densidad de, 365
función de distribución de, 366
gráficas de, 406-409
objetiva, 362
papel de, 406
Proceso:
de Poisson, 385
estocástico, 361

lluvia-escorrentía, 299
 Profundidad de flujo y velocidad, 159-167, 190
 Programación lineal, 229
 Pronósticos, 10
 Propiedad:
 extensiva, 20
 intensiva, 20
 Prueba:
 en una dirección, 415
 estadística, 378
 jí cuadrado, 378-382
 Psicrómetro, 188

R

Radiación, 42
 neta, 48
 reflejada, 54
 Radiómetro, 185
 Radiosonda, 185
 Redes de ríos, 171-174
 Registro:
 automático, 181
 manual, 181
 Relación:
 caudal de salida-almacenamiento, 250
 de bifurcación, 171
 de Bowen, 89
 profundidad-caudal, 321-324
 Resistencia (de un sistema), 445
 Retención, 130, 535
 Riesgo inherente, 433, 438
 Río efímero, 135
 Rugosidad relativa, 36

S

Saturación efectiva, 116
 Segunda ley de Newton, 20, 30, 284
 Sensor, 181
 directo, 181
 indirecto, 181
 Series:
 anuales,
 excedencia, 394, 468
 máximas, 394
 de duración parcial, 394
 de valores extremos, 394
 espaciales, 181
 Sequía crítica de registro, 431
 Sesgo, 372, 407, 438
 Siembra de nubes, 67
 Simetría (de una distribución), 372

Simulación de crecientes de diseño, 519-531
 Sistema:
 abierto, 26
 agregado, 10, 249
 cerrado, 26
 concepto de, 5
 de adquisición de información hidrometeorológica, 201
 de agua atmosférica, 5
 de agua subsuperficial, 6
 de agua superficial, 5
 de monitoreo de hidrología urbana, 198
 lineal, 9, 208-220
 no lineal, 9
 transformación de un, 8
 Soil Conservation Service:
 abstracciones en HEC-1, 522-527
 hidrograma adimensional, 236-237
 método para abstracciones, 150-158
 Sonda de neutrones, 197
 Sublimación, 41
 Suelo:
 difusividad del agua en, 106
 horizontes de, 110
 humedad del, 101, 102, 196
 succión del, 104-105
 Superficie de control, 7
 Sustituciones sucesivas, método de, 115

T

Tasa:
 de crecimiento, 56
 de infiltración potencial, 110
 de lapso adiabático, 56
 Temperatura:
 de rocío, 59
 del aire, 58-65
 efecto en la evaporación, 89, 91
 Tendencia central, 370
 Teorema:
 de transporte de Reynolds, 20-24, 25, 30, 41, 58, 284
 del límite central, 382
 Teoría lagrangiana de movimiento, 21
 Tiempo:
 de concentración, 170, 513-514
 de encharcamiento, 120
 bajo intensidad constante de lluvia, 120-125
 bajo intensidad variable de lluvia, 143-150
 de interarribo, 385
 de residencia, 4

de tránsito, 167-171
 de línea de, 300
 serie de, 181
 Tormenta (véase Histograma)
 análisis de eventos de, 471-473
 coeficiente del avance de, 473, 476
 diseño de alcantarillado para, 507-519
 máxima probable, 483, 486
 modelo de manejo de agua de (SWMM), 508
 modelos de, 483
 Traducción (de información), 183
 Tránsito:
 de caudales, 249
 de crecientes, 249
 distribuido de crecientes, 281-314
 en piscina nivelada, 252-259
 en ríos, 264-268
 en ríos con meandros, 336-340
 modelo DWOPER, 335-336
 por ruptura de presa, 340-346, 351
 Transmisión de información en tiempo real, 182
 Transpiración, 83
 Tropopausa, 56
 Troposfera, 55

V

Vacíos, 102
 Valor:
 esperado, 370
 límite estimado, 428
 Vaporización, 41
 calor latente de, 42
 Variable:
 aleatoria, 10, 361
 reducida, 397
 Varianza, 371
 mínima, 407
 Vector normal de área, 23
 Velocidad:
 crítica, 296
 de flujo, 159-167
 terminal (de gotas de lluvia), 67-70
 Viscosidad, 43-46
 cinemática, 36
 de Eddy, 44
 del agua, 37
 Visión euleriana del movimiento, 21
 Volumen de control, 20
 ecuación general de, 20

OTROS TÍTULOS McGRAW-HILL CON TEMAS AFINES:

- Beltrán** Introducción a la mecánica de fluidos
- Fox** Introducción a la mecánica de fluidos, 2a. ed.
- French** Hidráulica de canales abiertos
- Giles** Mecánica de los fluidos e hidráulica (Schaum)
- Linsley** Hidrología para ingenieros, 2a. ed.
- Merritt** Guía del ingeniero civil
- Streeter** Mecánica de los fluidos, 8a. ed.

ISBN 958-600-171-7

A standard linear barcode representing the ISBN number 958-600-171-7.

9 789586 001717

