

# Etude du comportement des structures sous l'effet d'un séisme

## TIPE

Maryam Moustaghfir

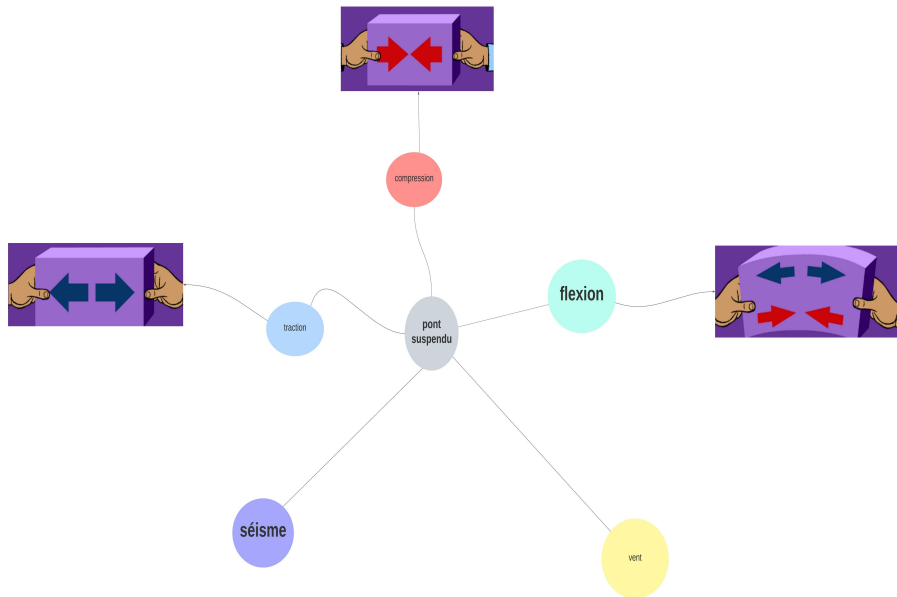
N 26117

- 1 Hypothèses
- 2 Etude dynamique de la poutre
- 3 Modélisation expérimentale
- 4 Conclusion
- 5 Annexes

Quel est le but derrière cette étude ?



Figure 1: Le pont Golden Gate



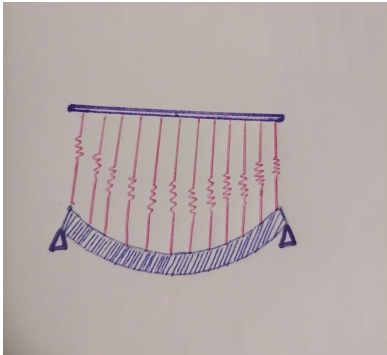
## 1 Hypothèses

## 2 Etude dynamique de la poutre

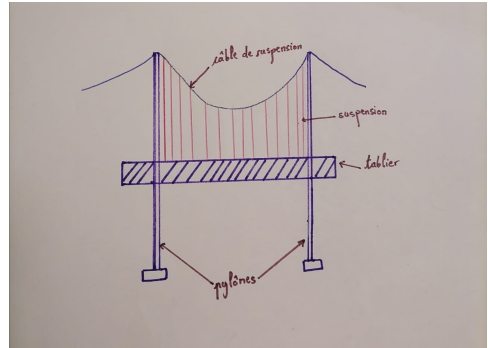
## 3 Modélisation expérimentale

## 4 Conclusion

## 5 Annexes



(a) modèle adopté de la poutre



(b) schéma équivalent du pont suspendu

Figure 2

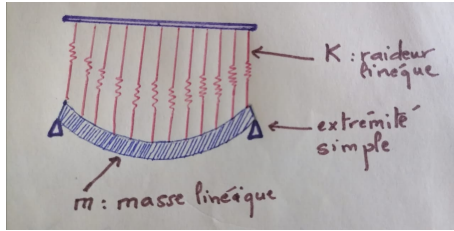


Figure 3: modèle du pont

- ▶ Le tablier est modélisé à une poutre rectangulaire de longueur  $L$ , largeur  $b$ , et hauteur  $h$  tel que  $h, b \ll L$  (hypothèse de résistance des matériaux).
- ▶ La poutre repose simplement à ses deux extrémités .
- ▶ Flexion sous l'effet d'un chargement linéique  $q$  .
- ▶ Raideur linéique uniforme .

- 1 Hypothèses
- 2 Etude dynamique de la poutre**
- 3 Modélisation expérimentale
- 4 Conclusion
- 5 Annexes



- L'équilibre mécanique d'un petit tronçon de longueur  $dx$  sous l'action du moment  $M(x)$  donne:

$$M = \iint_S \sigma_{xx} y dS = \frac{E}{R} \int_{-h/2}^{h/2} b y^2 dy = \frac{EI}{R}$$

- $M$  : le moment de flexion à l'abscisse  $x$  résultant du changement de  $q$ .
- $E$  : module d'Young
- $R$  : rayon de courbure
- $\sigma_{xx}$  : contrainte de traction
- $I$  : le moment quadratique où  $I = \frac{bh^3}{12}$

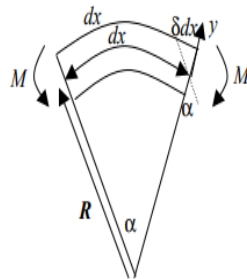


Figure 4: Tronçon

Dans l'hypothèse des faibles flexions :

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{(1 + \frac{dy}{dx})^2} \approx \frac{d^2 y}{dx^2}$$

- L'équation différentielle de la déformée devient:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x)$$

- L'équilibre des moments et des forces donnés :

$$V(x) = \frac{dM}{dx} \quad \text{et} \quad q(x) = -\frac{dV}{dx}$$

- On obtient:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x)$$

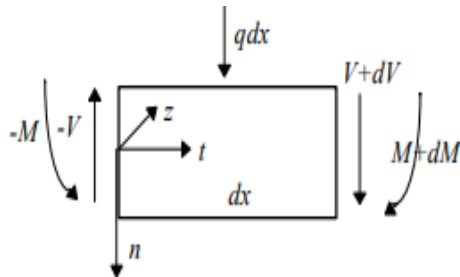


Figure 5: Tronçon

- La masse linéique  $m(x)$  étant égale à  $\rho S$ , la force d'inertie linéique  $q(x)$  induite par la vibration sera :

$$q(x) = -m(x)\gamma(x) = -\rho S \frac{d^2 y}{dt^2}, \gamma(x) = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

où  $\gamma(x)$  est l'accélération induite par la vibration .

- L'équation différentielle des vibrations libres :

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -\rho S \frac{d^2 y}{dt^2}$$

- En tenant compte de la suspension l'équa-diff des vibrations libres devient:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + Ky = 0$$

- Les solutions sinusoïdales dans le temps sont ( $n$  entier):

$$y(x, t) = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos(\omega_n t)$$

$$\omega_n^2 = \frac{EI}{m} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 + \frac{K}{m}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{m} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 + \frac{K}{m}}$$

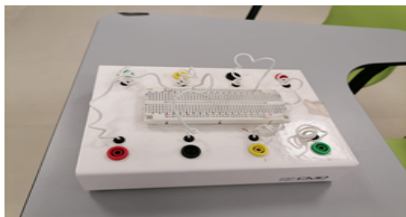
- 1 Hypothèses
- 2 Etude dynamique de la poutre
- 3 Modélisation expérimentale**
- 4 Conclusion
- 5 Annexes



GBF 1



GBF 2



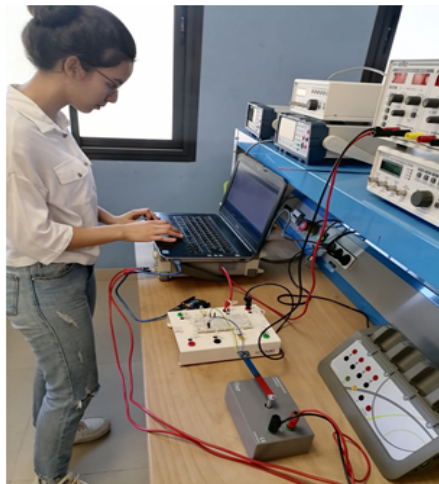
Plaque électronique



Vibreux de Melde + accéléromètre + poutre



carte arduino



montage

i	f	Acc	Am
	Hz	m/s <sup>2</sup>	m
0	10,00	12,56	0,00314
1	11,00	12,00	0,002479
2	12,00	15,41	0,002675
3	13,00	20,70	0,003062
4	14,00	28,60	0,003648
5	15,00	40,92	0,004547
6	15,50	48,00	0,004995
7	15,70	52,57	0,005332
8	16,00	55,52	0,005422
9	16,20	67,00	0,006382
10	16,40	68,85	0,0064
11	16,50	62,34	0,005725
12	17,00	64,40	0,005571
13	17,50	68,00	0,005551
14	18,00	59,85	0,004618
15	19,00	60,04	0,004158
16	20,00	48,10	0,003006
17	21,00	32,62	0,001849
18	22,00	33,49	0,00173
19	23,00	29,13	0,001377

valeurs sans masse



résonance sans masse



i	f		
	Hz	m/s <sup>2</sup>	m
0	4,000	1,400	0,002187
1	4,500	1,970	0,002432
2	5,000	2,600	0,0026
3	5,500	3,600	0,002975
4	6,000	4,000	0,002778
5	6,500	5,910	0,003497
6	7,000	7,830	0,003995
7	7,500	8,970	0,003987
8	7,700	9,680	0,004082
9	8,000	11,20	0,004375
10	8,300	8,460	0,00307
11	8,500	7,390	0,002557
12	9,000	5,410	0,00167
13	9,500	6,130	0,001698
14	10,00	7,000	0,00175

valeurs avec masse



résonance avec masse

- 1 Hypothèses
- 2 Etude dynamique de la poutre
- 3 Modélisation expérimentale
- 4 Conclusion**
- 5 Annexes

# MERCI POUR VOTRE ATTENTION !

- 1 Hypothèses
- 2 Etude dynamique de la poutre
- 3 Modélisation expérimentale
- 4 Conclusion
- 5 Annexes**

# Annexe I



```
sketch_may25a | Arduino 1.8.19
Fichier Edition Croquis Outils Aide

sketch_may25a
#include <Adafruit_MPU6050.h>

#include <Adafruit_MPU6050.h>
#include <Adafruit_Sensor.h>
#include <Wire.h>

Adafruit_MPU6050 mpu;

void setup(void) {
  Serial.begin(115200);
  while (!Serial)
    delay(10); // will pause Zero, Leonardo, etc until serial console opens

  Serial.println("Adafruit MPU6050 test!");

  // Try to initialize!
  if (!mpu.begin()) {
    Serial.println("Failed to find MPU6050 chip");
    while (1) {
      delay(10);
    }
  }
  Serial.println("MPU6050 Found!");

  mpu.setAccelerometerRange(MPU6050_RANGE_8_G);
  Serial.print("Accelerometer range set to: ");
  switch (mpu.getAccelerometerRange()) {
    case MPU6050_RANGE_2_G:
      Serial.println("+-2G");
      break;
    case MPU6050_RANGE_4_G:
      Serial.println("+-4G");
      break;
    case MPU6050_RANGE_8_G:
      Serial.println("+-8G");
      break;
  }
```

Figure 6: Code Arduino

# Annexe II

```

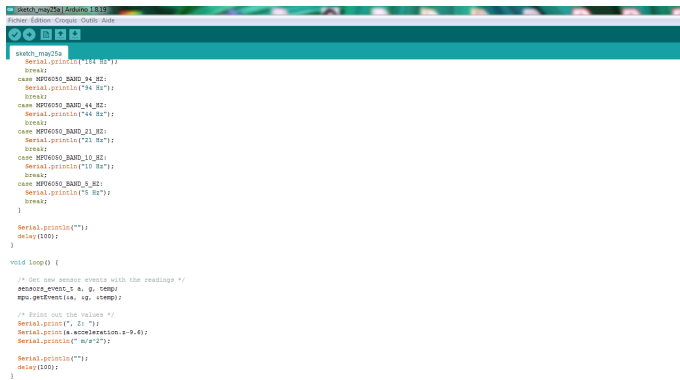
Sketch_may20a | Arduino 1.8.1
Fichier Éditer Outils
Sketch_may20a
case MFO6050_RANGE_14_DEG:
  Serial.println("+-140°");
  break;
}
mpu.set gyroRange(MFO6050_RANGE_500_DEG);
Serial.println("gyro range set to: ");
switch (mpu.get gyroRange()) {
case MFO6050_RANGE_250_DEG:
  Serial.println("+- 250 deg/s");
  break;
case MFO6050_RANGE_500_DEG:
  Serial.println("+- 500 deg/s");
  break;
case MFO6050_RANGE_1000_DEG:
  Serial.println("+- 1000 deg/s");
  break;
case MFO6050_RANGE_2000_DEG:
  Serial.println("+- 2000 deg/s");
  break;
}

mpu.setFilterBandwidth(MFO6050_BAND_21_HZ);
Serial.println("Filter bandwidth set to: ");
switch (mpu.getFilterBandwidth()) {
case MFO6050_BAND_260_HZ:
  Serial.println("260 Hz");
  break;
case MFO6050_BAND_184_HZ:
  Serial.println("184 Hz");
  break;
case MFO6050_BAND_94_HZ:
  Serial.println("94 Hz");
  break;
case MFO6050_BAND_44_HZ:
  Serial.println("44 Hz");
  break;
case MFO6050_BAND_21_HZ:

```

Figure 7: Code Arduino

# Annexe III



```

sketch_may25a [Arduino 1.8.19]
Fichier Edition Croquis Outils Aide

sketch_may25a
  Serial.println("194 Hz");
  break;
case MPU6050_BAUD_94_HZ:
  Serial.println("94 Hz");
  break;
case MPU6050_BAUD_44_HZ:
  Serial.println("44 Hz");
  break;
case MPU6050_BAUD_21_HZ:
  Serial.println("21 Hz");
  break;
case MPU6050_BAUD_10_HZ:
  Serial.println("10 Hz");
  break;
case MPU6050_BAUD_5_HZ:
  Serial.println("5 Hz");
  break;
}

Serial.println("");
delay(100);
}

void loop() {

  /* Get new sensor events with the readings */
  sensors_event_t a, g, temp;
  mpu.getEvent(&a, &g, &temp);

  /* Print out the values */
  Serial.print("Z: ");
  Serial.print(a.acceleration.z-9.8);
  Serial.println(" m/s^2");

  Serial.println("");
  delay(100);
}

```

Figure 8: Code Arduino

## Annexe IV

# Démonstrations



• La solution de l'équa.-diff:

car:  $\frac{d^4 Y}{dx^4} + (K')^4 Y = 0$

Donc:  $Y(x) = A_1 \exp(k_1 x) + A_2 \exp(k_2 x) + A_3 \exp(k_3 x) + A_4 \exp(k_4 x)$

où:  $\begin{cases} k_1 = K', k_2 = -K', k_3 = iK', k_4 = -iK' \\ K' = \left( \frac{E S \omega^2}{E I} \right)^{1/4} \\ A_1, A_2, A_3, A_4 \text{ des constantes} \end{cases}$

ou encore:  $Y(x) = a \sin(K'x) + b \cos(K'x) + c \sinh(K'x) + d \cosh(K'x)$

où  $a, b, c, d$  des constantes

- Démonstration  $V(x) = -\frac{d\pi}{dx}$  et  $q(x) = -\frac{dV}{dx}$

Dans le trièdre de Frenet, écrivons l'équilibre mécanique du tronçon de longueur  $dx$  soumis au chargement linéique  $q(x)$ .

- L'équilibre des forces s'écrit :

$$-V + qdx + V + dV = 0$$

Donc

$$q(x) = -\frac{dV}{dx}$$

- L'équilibre des moments par rapport à l'origine du trièdre, s'écrit :

$$-\pi + (V + dV)dx + \pi + d\pi = 0$$

→ En projetant sur l'axe  $z$  :  $-\pi + (V + dV)dx + \pi + d\pi = 0$

→ En négligeant le terme du second ordre,  $dVdx$  donne :

$$V(x) = -\frac{d\pi}{dx}$$

- Equation différentielle des modes propres de vibration :

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + ES \frac{d^2 y}{dx^2} \Rightarrow \frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{ES}{EI} \frac{d^2 y}{dx^2} = 0$$

on pose  $(k')^4 = \frac{ES^2}{EI}$

Donc :

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + (k')^4 \frac{d^2 y}{dx^2} = 0$$

En séparant les variables,  $y(x,t) = Y \cdot \exp(i\omega t)$ , on trouve :

$$\frac{d^4 Y}{dx^4} + (k')^4 Y = 0$$