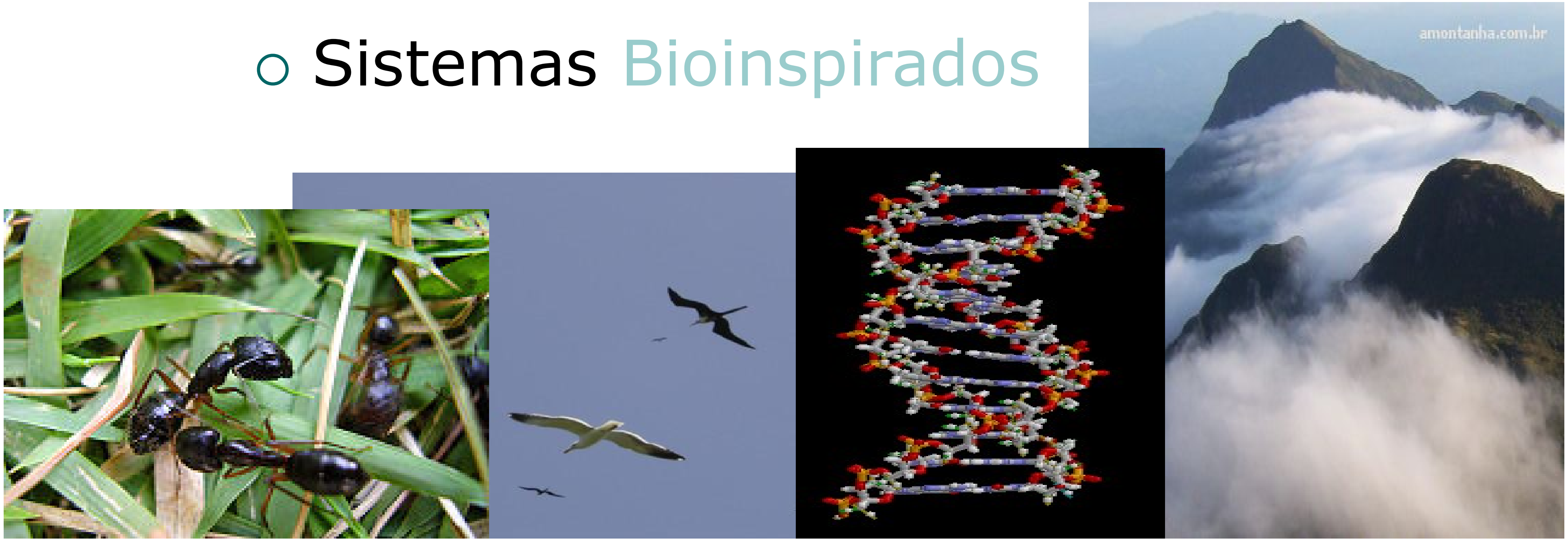
INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

Computação Natural

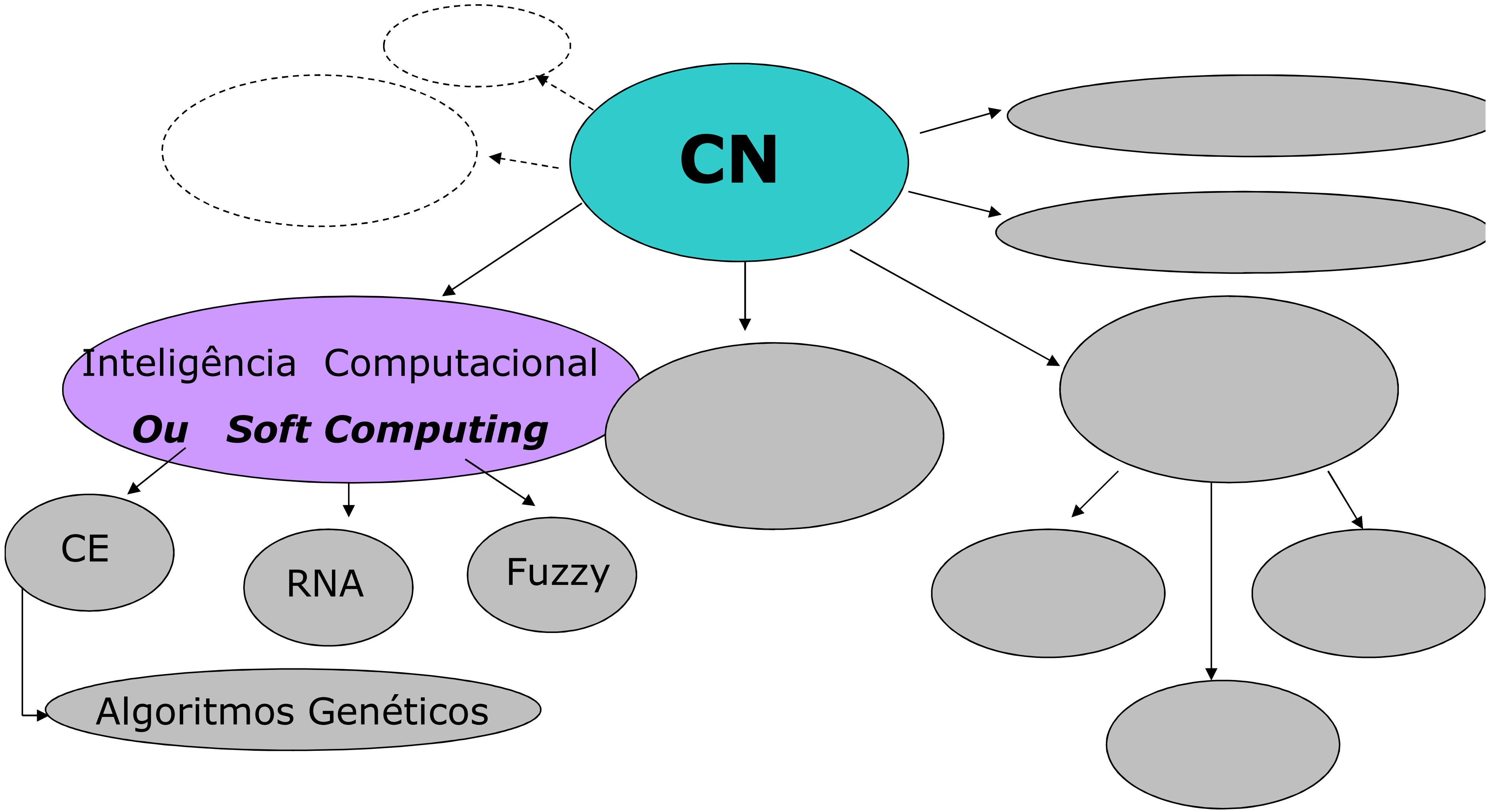
(Sistemas *Fuzzy ou Sistemas Nebulosos*)

Computação Natural (CN)

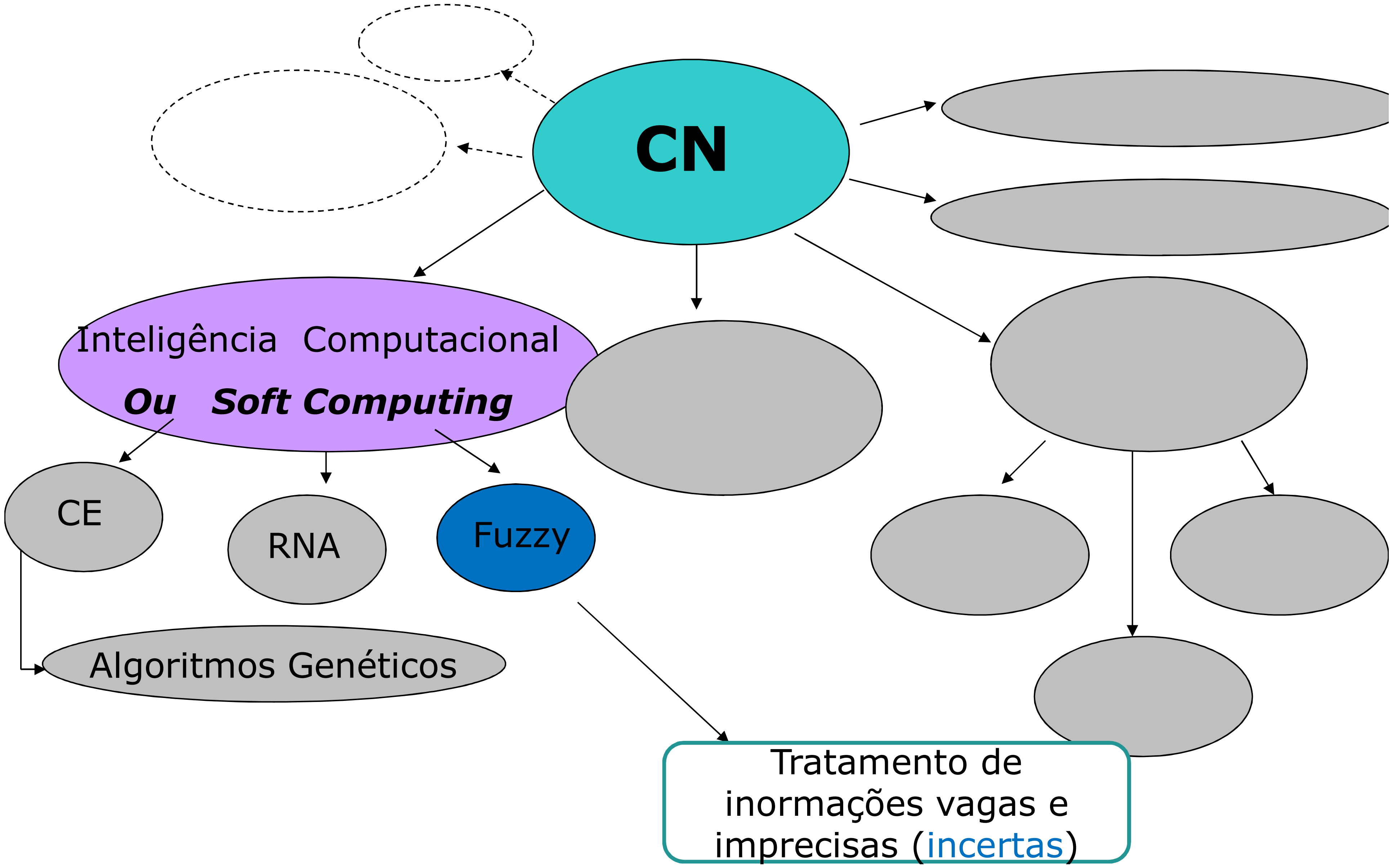
- Sistemas Computacionais que utilizam algum mecanismo **inspirado na natureza** para o processamento de informação
- Sistemas Bioinspirados



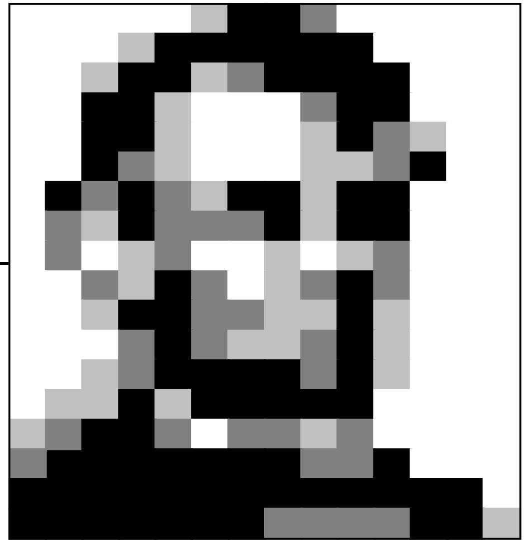
Esquema Geral da Computação Natural



Esquema Geral da Computação Natural

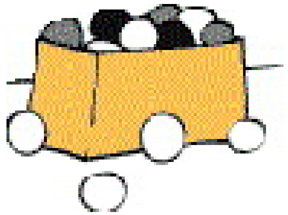


Incerteza



Incerteza Probabilística x Incerteza Possibilística

A **probabilidade** de tirar uma bola escura é 0.8

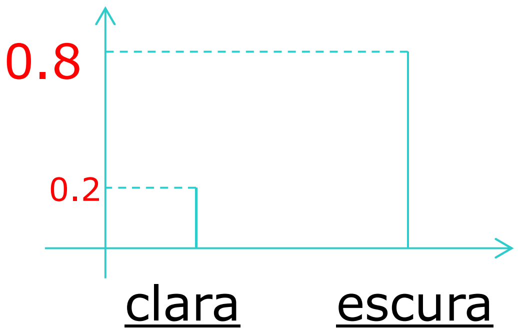


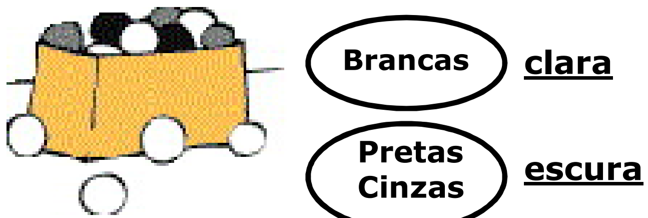
A **possibilidade** da bola retirada ser escura é 0.8

Incerteza

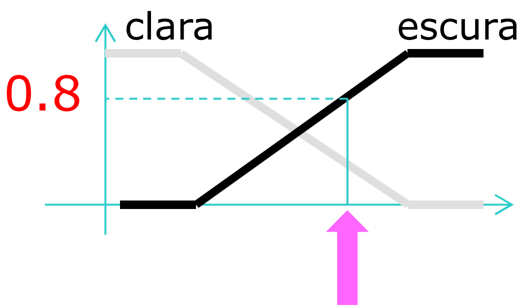
Incerteza Probabilística x Incerteza Possibilística

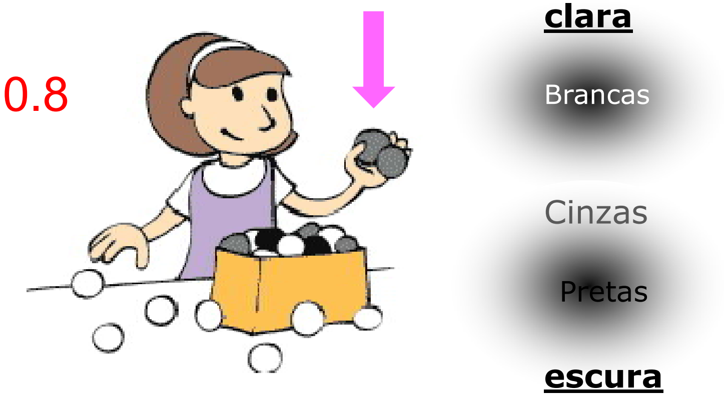
A **probabilidade** de tirar uma bola escura é 0.8





A **possibilidade** da bola retirada ser escura é 0.8

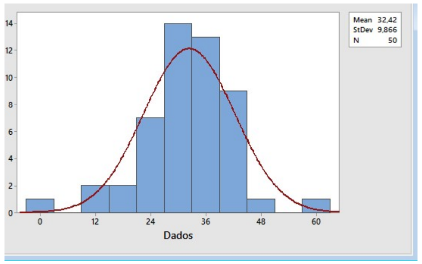




Incerteza

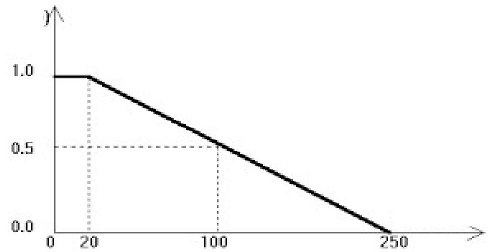
Incerteza Probabilística x Incerteza Possibilística

Variável aleatória → Distribuição de Probabilidades



Dist. Normal

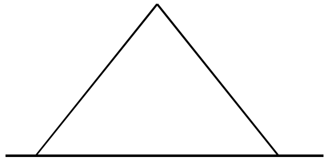
Variável fuzzy → Distribuição de Possibilidades



Conjunto fuzzy

Incerteza Possibilística: Fuzzy

Variável fuzzy → Distribuição de Possibilidades

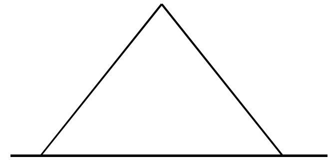


Conjunto fuzzy

Conceitos linguísticos: {alto, forte, longe, baixo, fraco, perto}

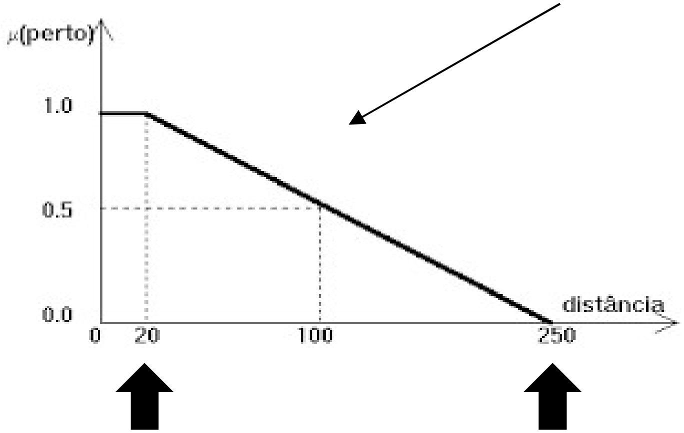
Incerteza Possibilística: Fuzzy

Variável fuzzy → Distribuição de Possibilidades



Conjunto fuzzy

Conceitos linguísticos: perto



Sistemas Fuzzy

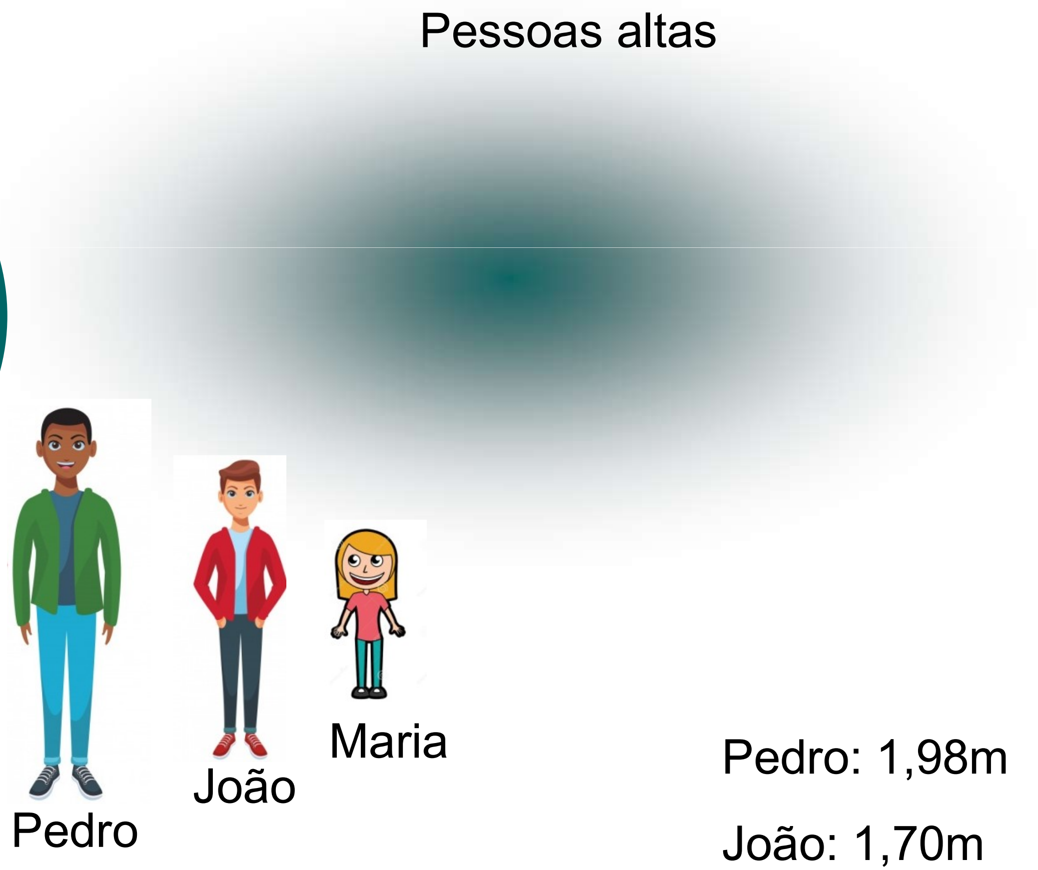
A teoria de Sistemas fuzzy está fortemente embasada na teoria de conjuntos fuzzy.

Portanto, o conceito de pertinência representa um aspecto fundamental para o entendimento desta teoria.

Conjuntos Crisp x Fuzzy (Nebulosos)

Conjuntos fuzzy foram propostos por Zadeh em 1965 e formam a base para a linguagem natural onde o conceito de pertencer é gradual

Banana é fruta (crisp)



Pedro é alto (fuzzy)

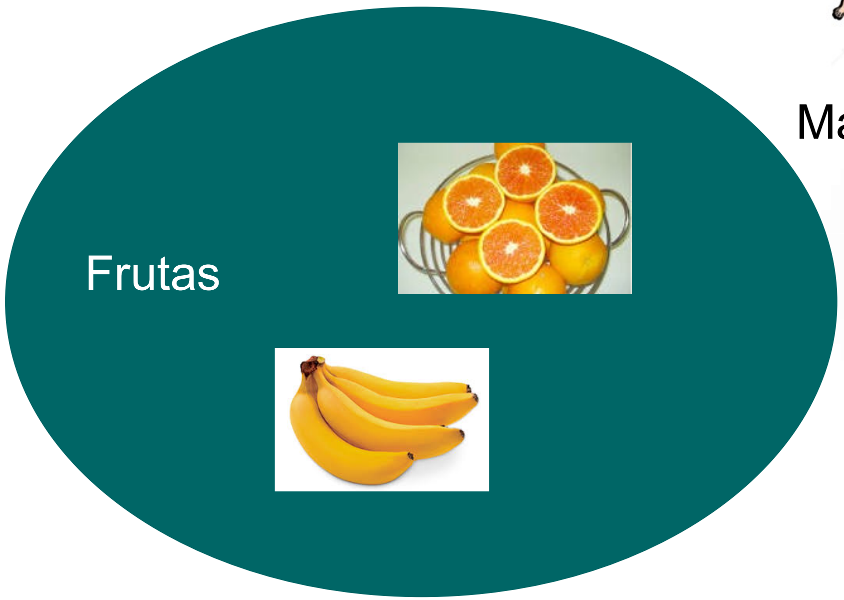
Pedro: 1,98m

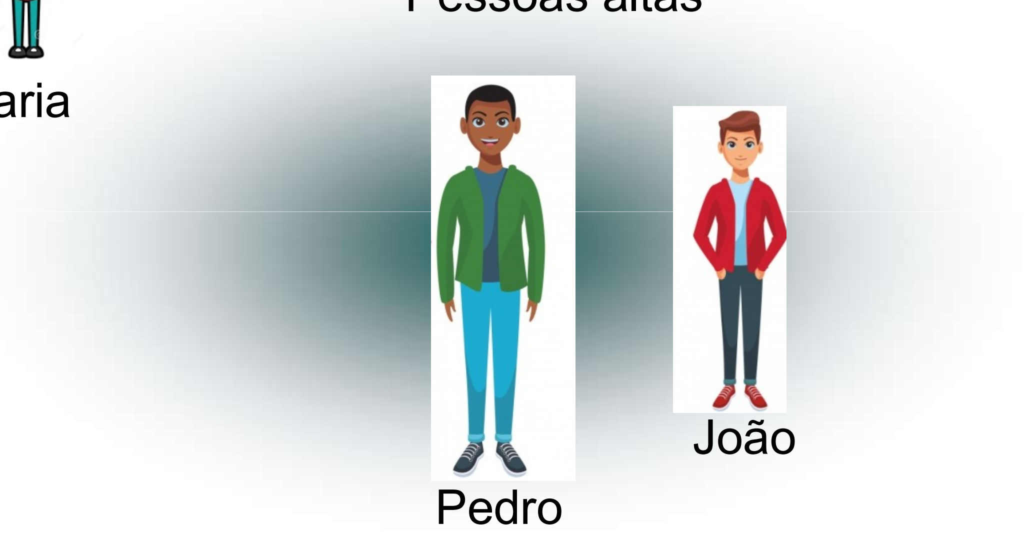
João: 1,70m

Maria: 1,50

Conjuntos Crisp x Fuzzy (Nebulosos)

Conjuntos fuzzy foram propostos por Zadeh em 1965 e formam a base para a linguagem natural onde o conceito de pertencer é gradual





Banana é fruta (crisp)

Pedro é alto (fuzzy)

Pedro: 1,98m

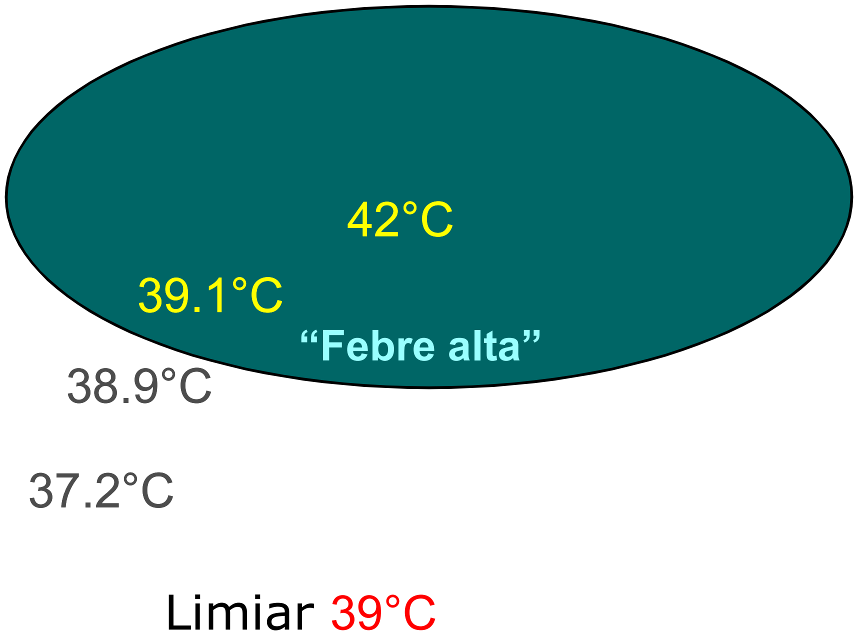
João: 1,70m

Maria: 1,50

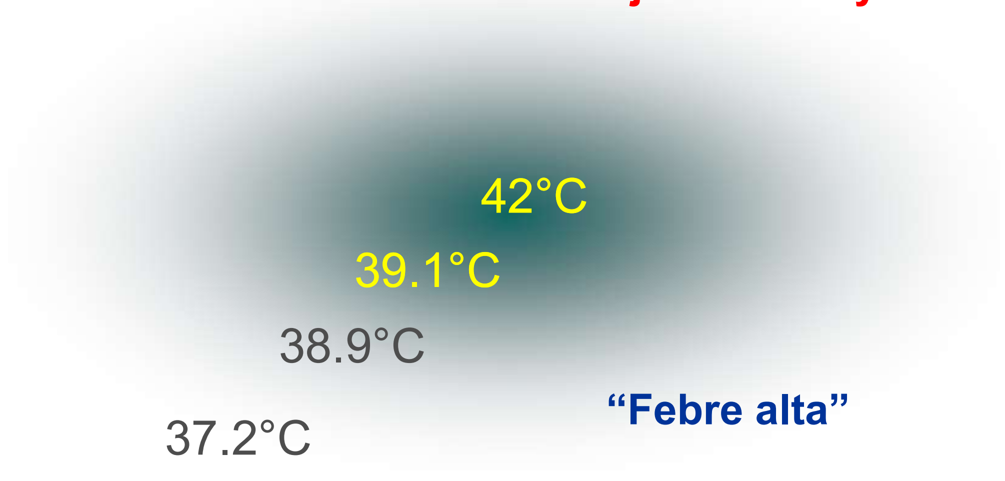
Conjuntos Crisp x Fuzzy: Variável Febre

Febre = alta

Teoria Clássica de conjuntos



Teoria dos conjuntos fuzzy



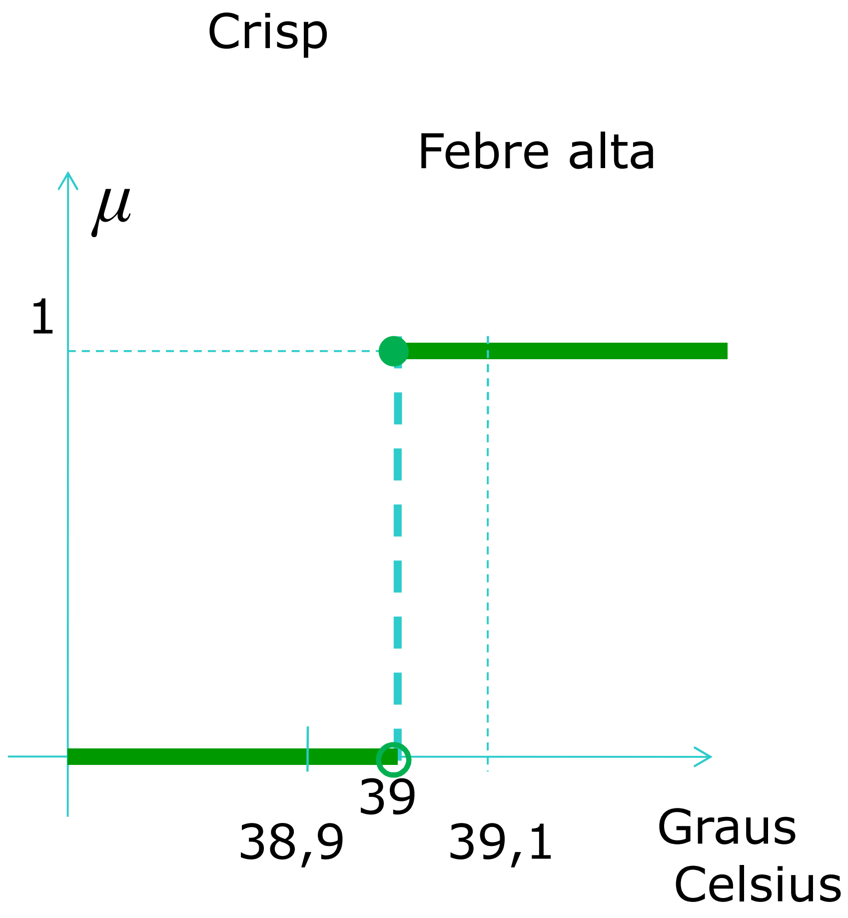
Febre Alta Fuzzy

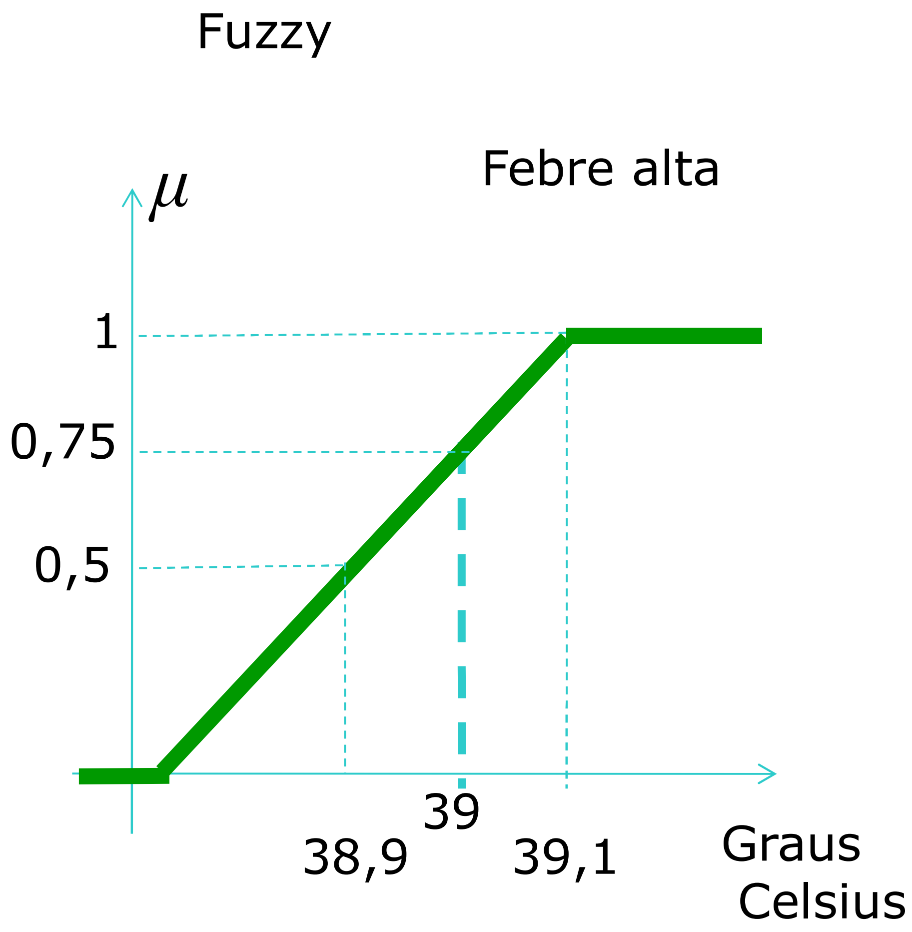
Numa escala de [0 a 10] como você classificaria a compatibilidade de diferentes temperaturas corporais (graus Celsius) com o conceito Febre Alta ?

Acesse o link **www.menti.com**

e use o código **66 72 58** para responder

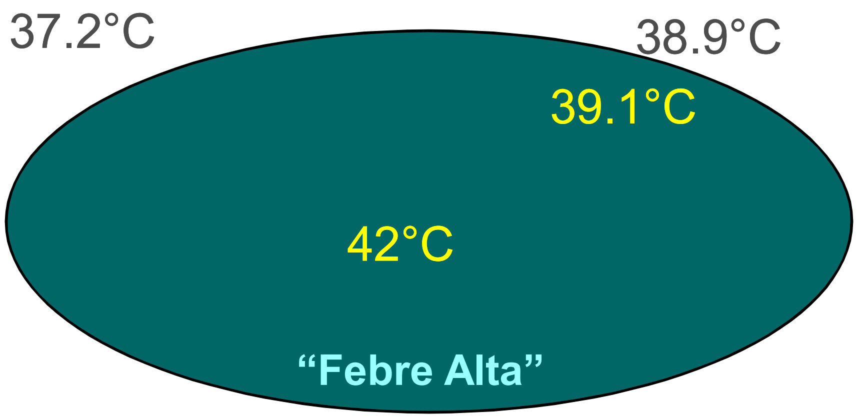
Conjuntos Crisp x Fuzzy   Função de Pertinência

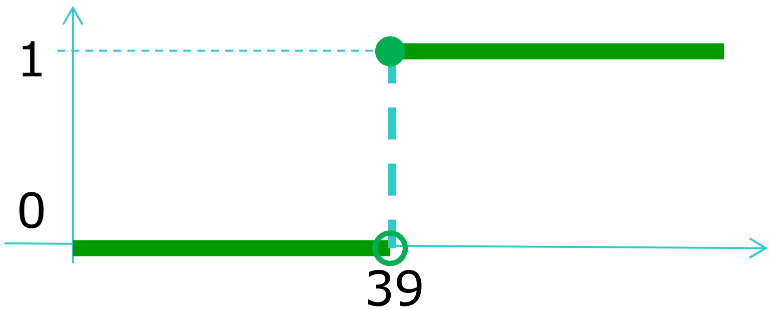


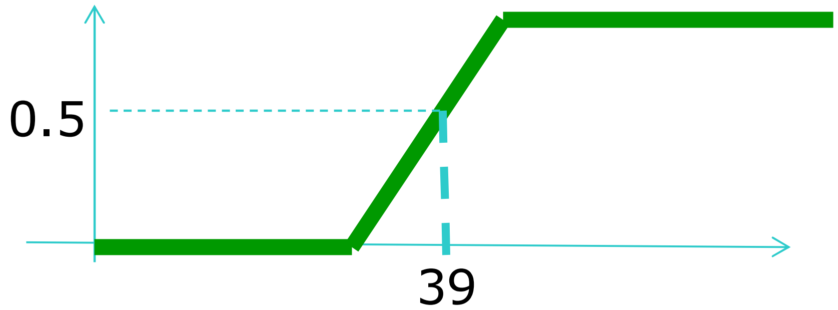


Conjuntos Crisp x Fuzzy (mesma variável)

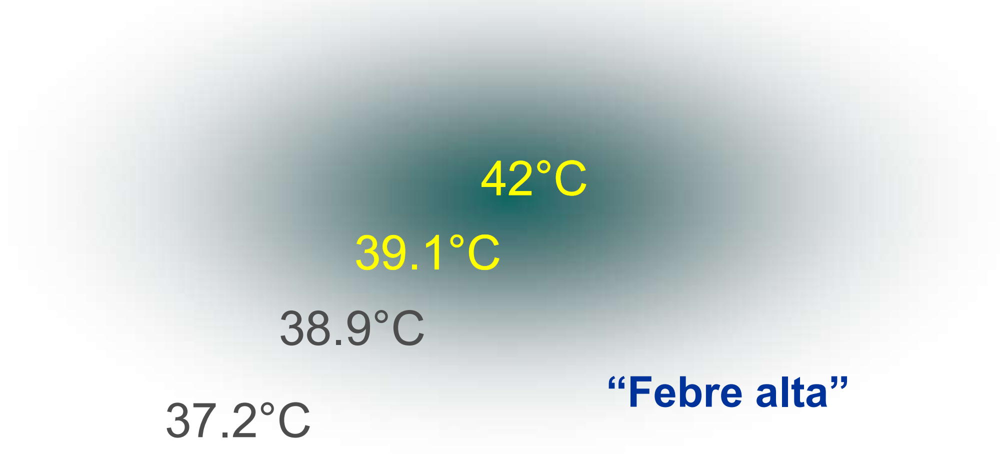
Teoria Clássica de conjuntos







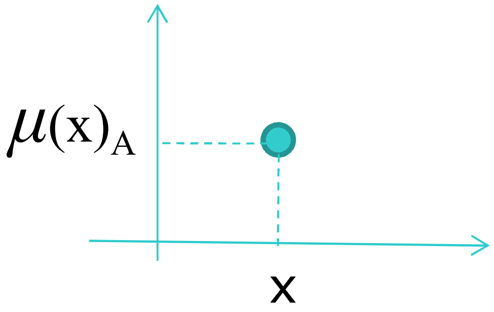
Teoria dos conjuntos fuzzy



Conjuntos Fuzzy (pertinência)

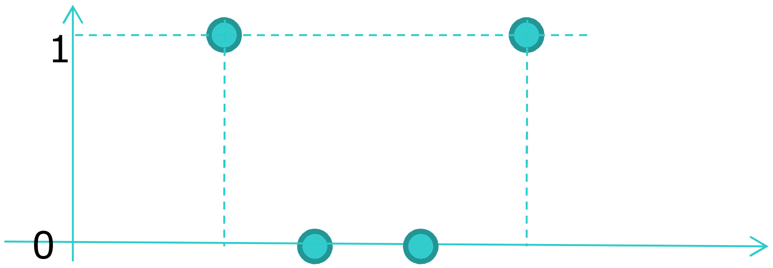
Funções de pertinência

X Coleção de objetos

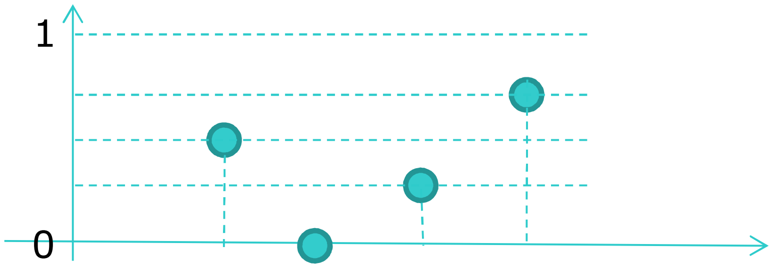


Conjunto fuzzy A:
coleção de pares ordenados A = $\{(x, \mu_A(x)), x \in \boldsymbol{X}\}$
$\mu_A(x)$: função de pertinência
com que grau um objeto *x* pertence ao conjunto *A*.

<u>Conjuntos clássicos</u>: μ_A: $\boldsymbol{X} \rightarrow \{0, 1\}$
•Apenas dois valores são permitidos:
Pertence ou Não pertence.



<u>Conjuntos fuzzy</u>: μ_A: $\boldsymbol{X} \rightarrow [0, 1]$
* A transição é gradual.



Conjuntos Fuzzy (função de pertinência)

Formatos usuais de funções de pertinência

Função triangular

Trapezoidal

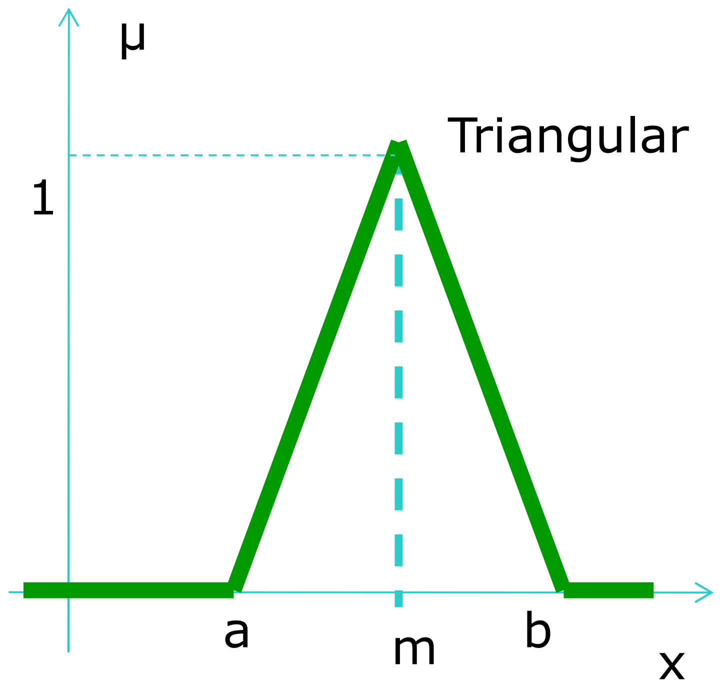
Gaussiana

Singleton

Conjuntos Fuzzy (função de pertinência)

<u>Função triangular</u>: Parâmetros (a, b, m) com a ≤ m ≤ b

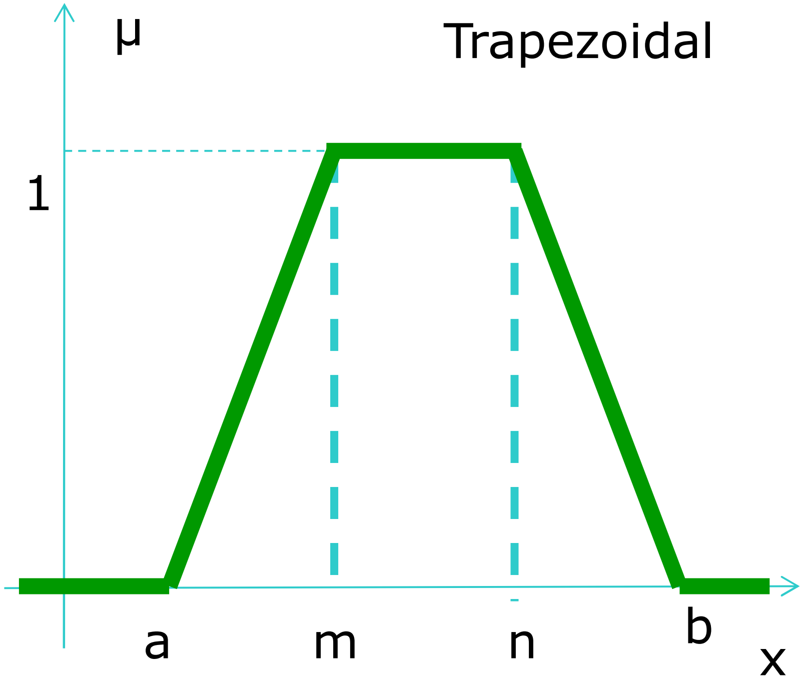
$$\mu = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ (x - a) / (m - a) & \text{se } a < x \leq m \\ (b - x) / (b - m) & \text{se } m < x \leq b \\ 0 & \text{se } x > b \end{cases}$$



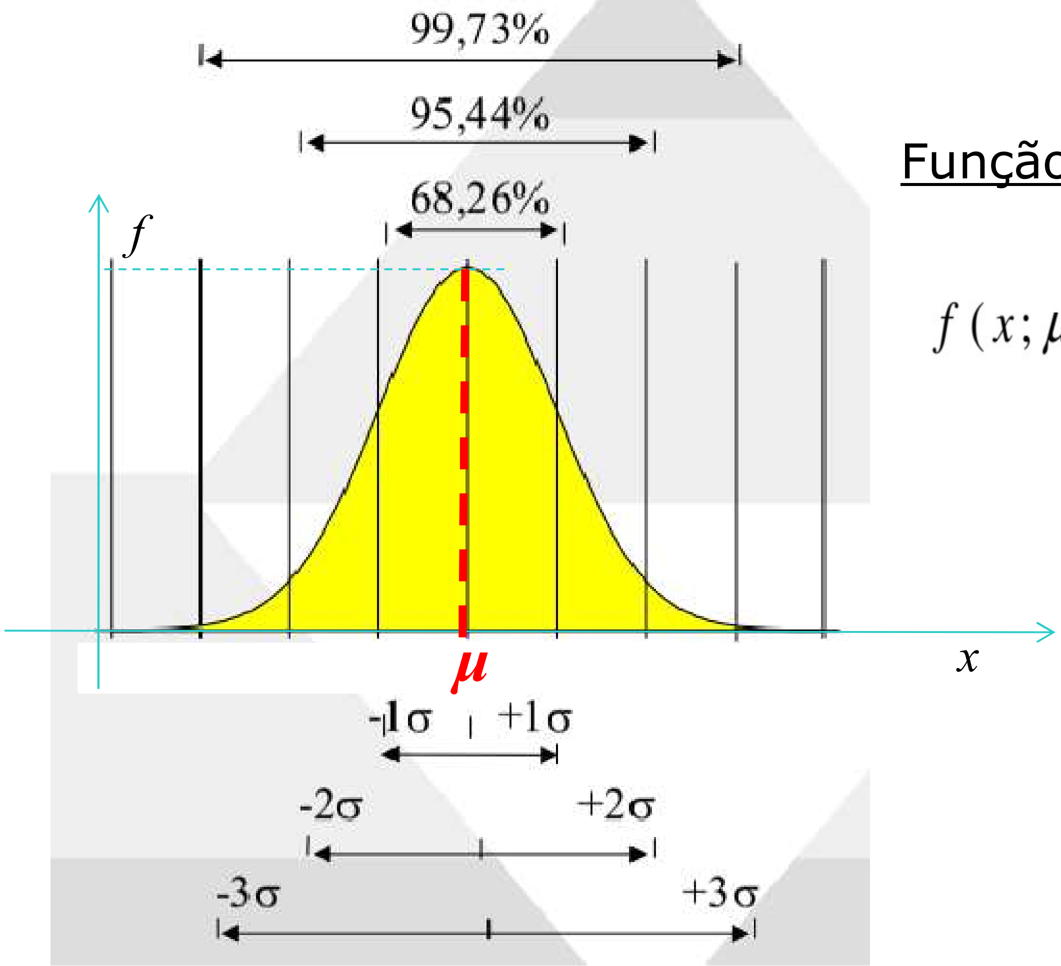
Conjuntos Fuzzy (função de pertinência)

<u>Função trapezoidal</u>: Parâmetros (a, b, m,n) com a ≤ m ≤ n ≤ b

$$\mu = \begin{cases} 0 & \text{se } x \le a \\ (x - a) / (m - a) & \text{se } a < x \le m \\ 1 & \text{se } m < x \le n \\ (b - x) / (b - n) & \text{se } n < x \le b \\ 0 & \text{se } x > b \end{cases}$$



Conjuntos Fuzzy (função de pertinência)



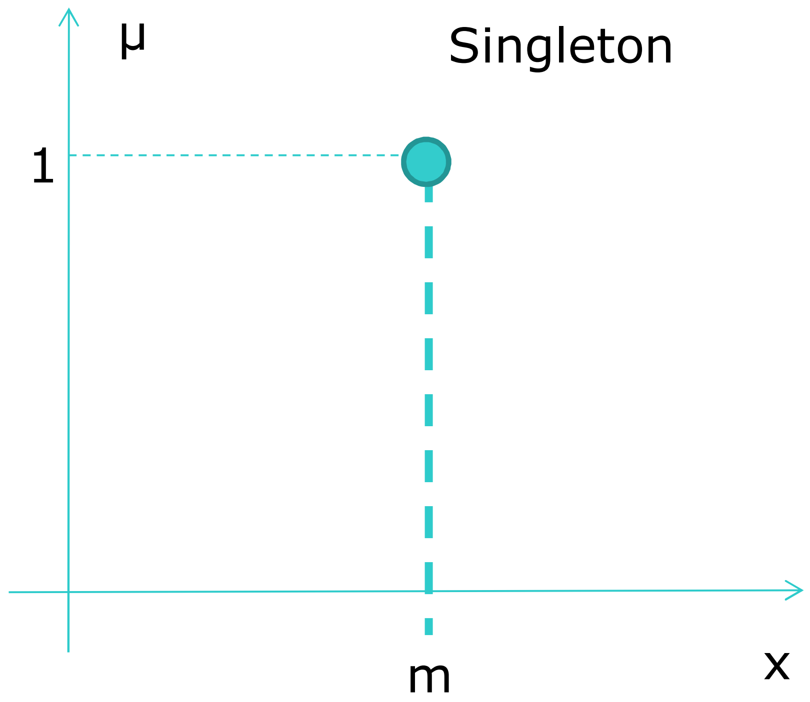
Função Gaussiana Parâmetros (μ,σ^2)

$$f(x;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Conjuntos Fuzzy (função de pertinência)

<u>Singleton:</u> Parâmetro (m)

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{se } x = m \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

Complemento

União

Interseção

Operações com Conjuntos Fuzzy

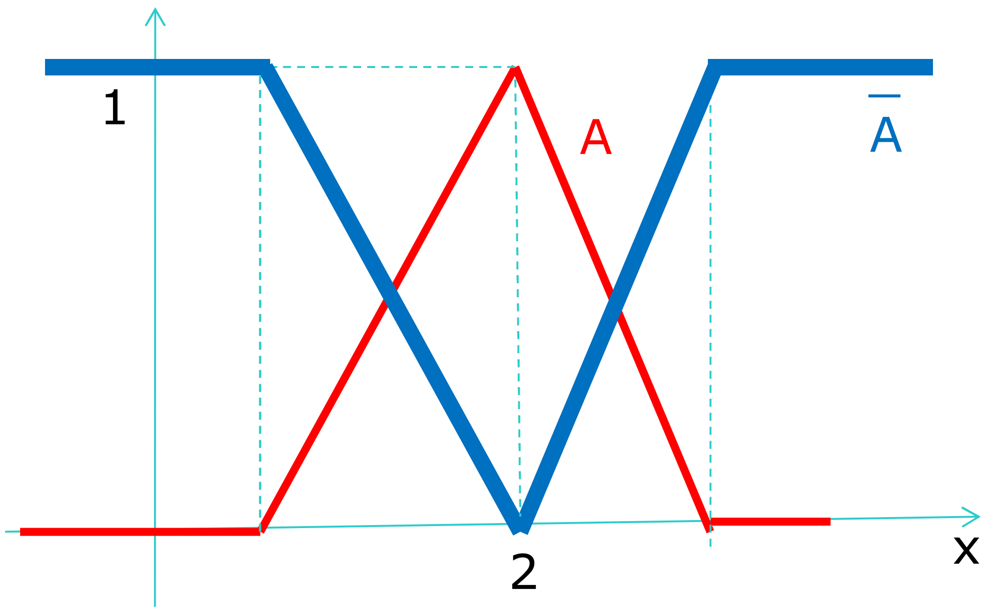
Negação ou Complemento

$$\overline{A} = N\,(\mu_A(x)) = 1 - \mu_A(x)$$

A: em torno de 2

$\bar{A}$: não (em torno de 2)

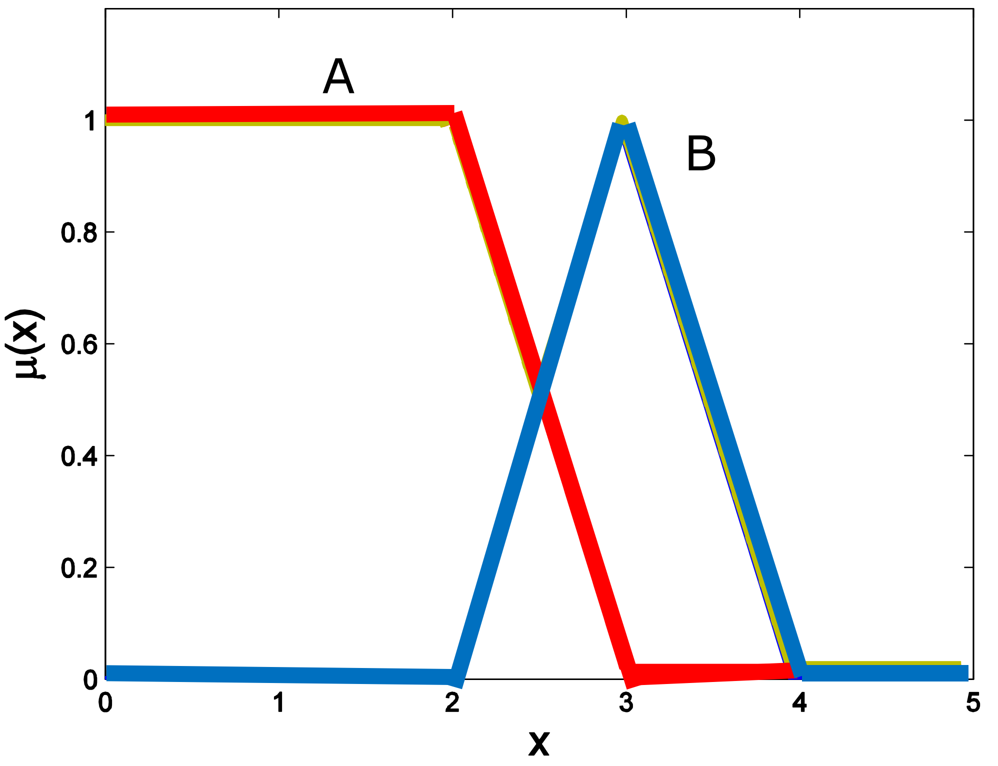
Valor distante de 2



Operações com Conjuntos Fuzzy

. *União*

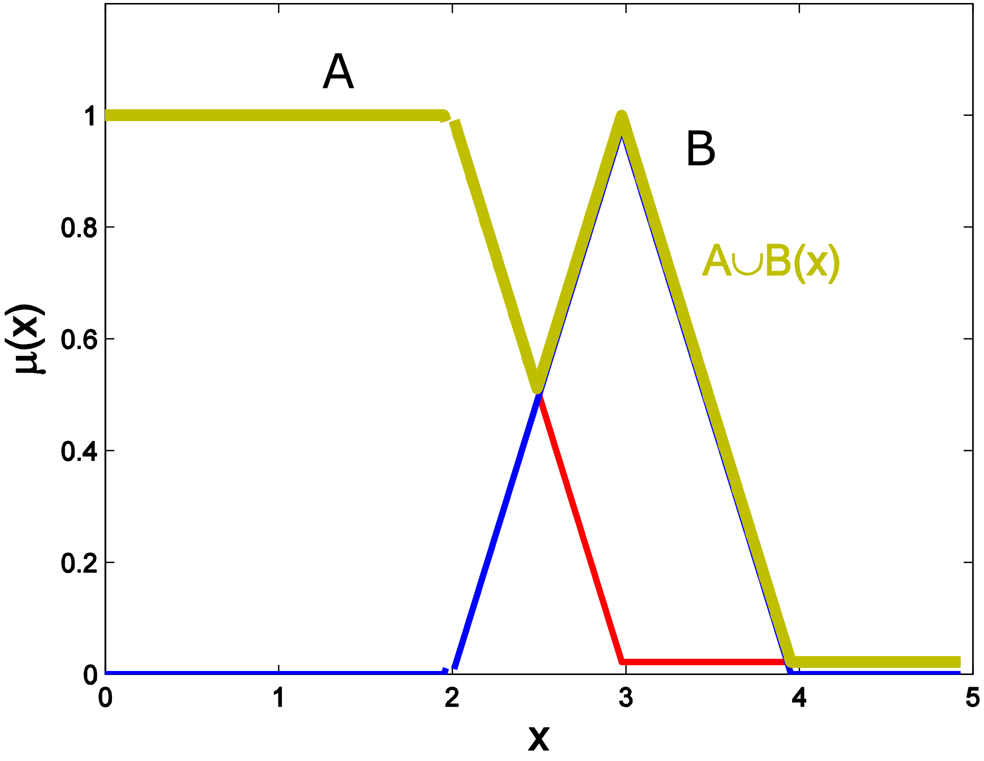
$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right]$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

. *União*

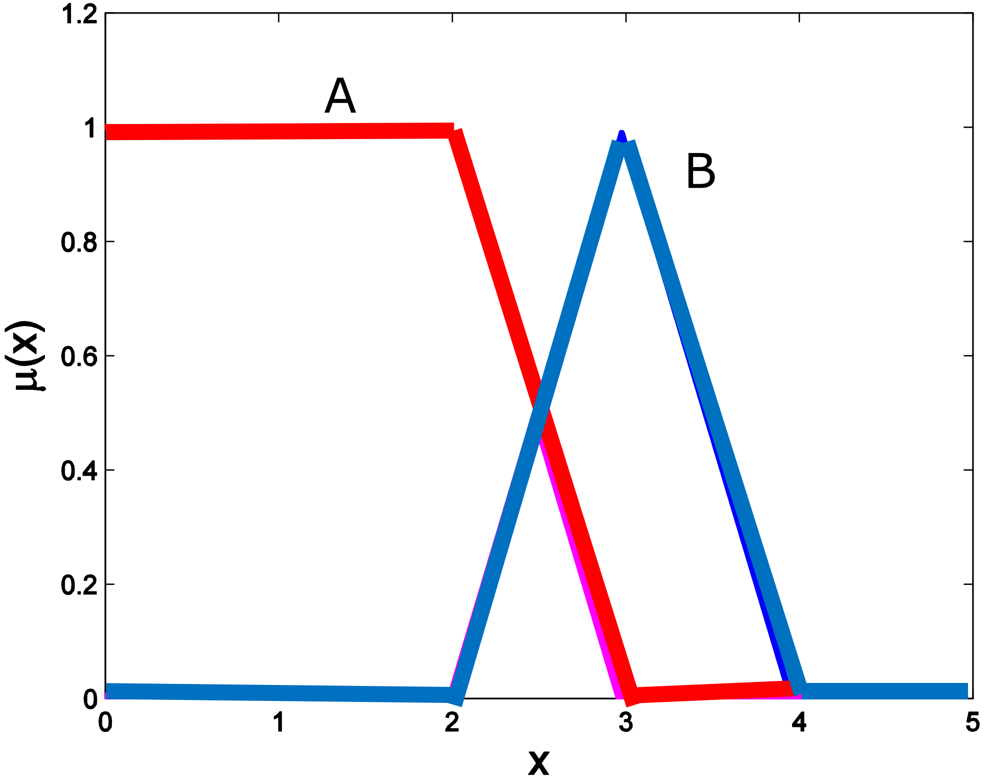
$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right]$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

. *Interseção*

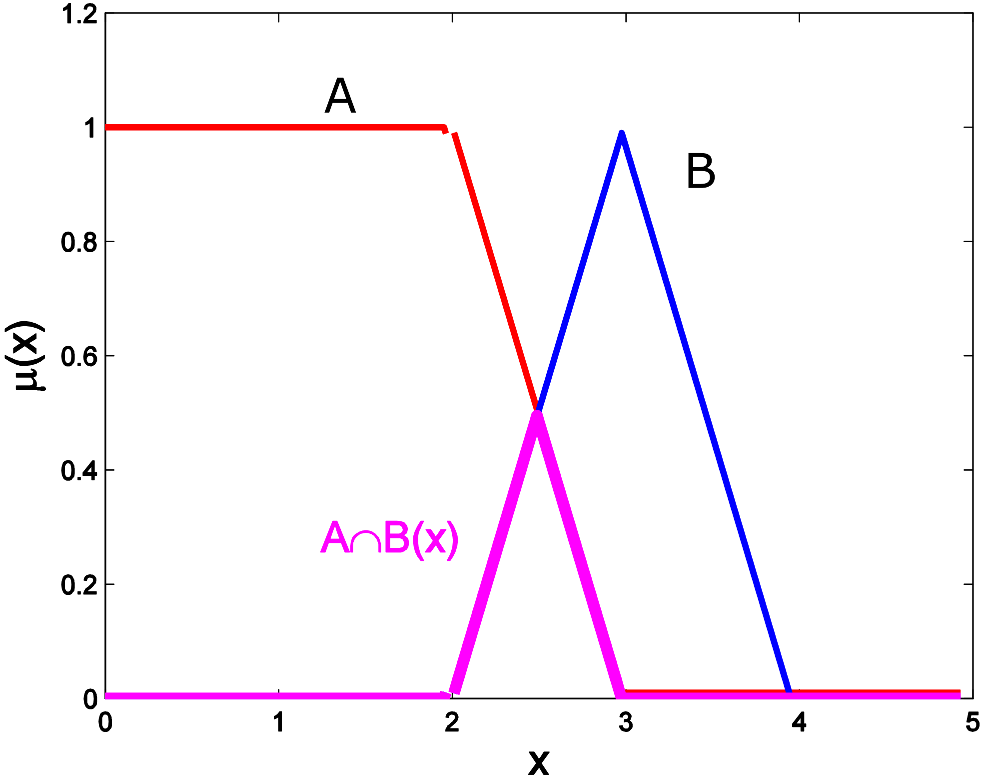
$$\mu_{A\cap B}(x) = \min\,[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

. Interseção

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right]$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

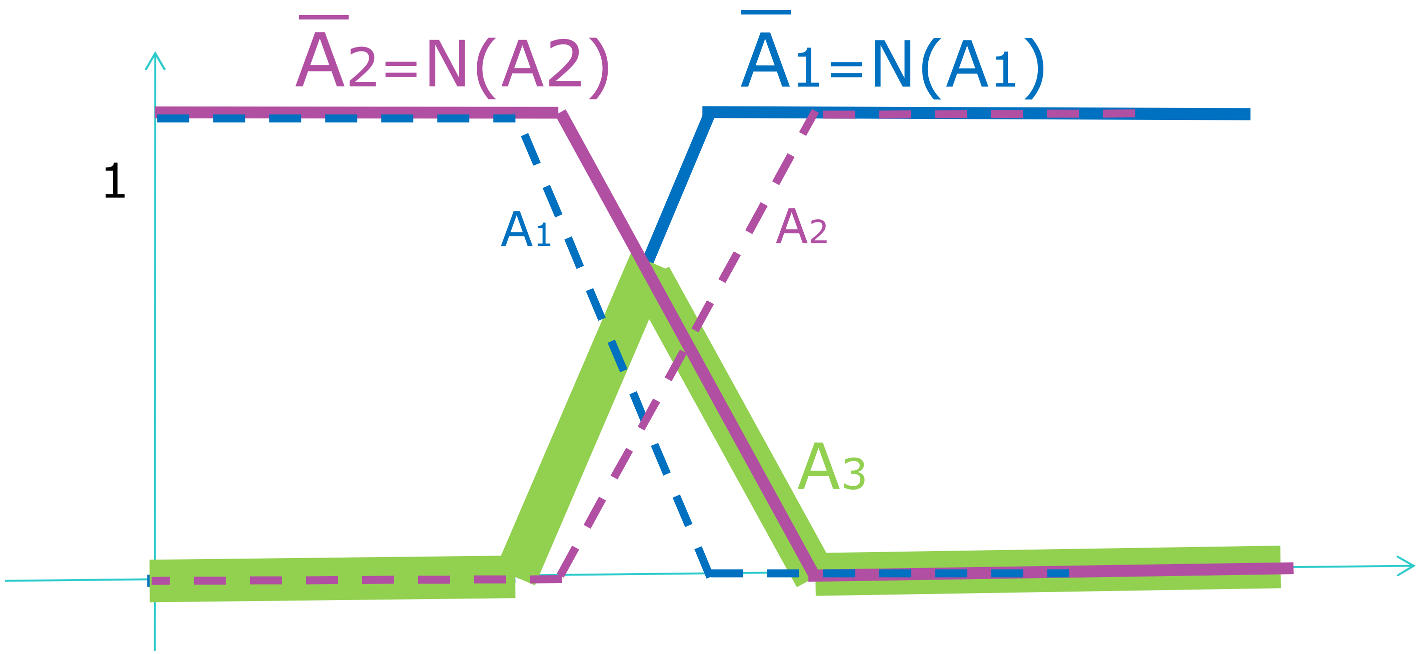
As operações entre conjuntos podem resultar novos conceitos linguísticos:

Exemplo:
$A_1 \rightarrow$ jovem;
$A_2 \rightarrow$ velho;
$A_3 \rightarrow$ não jovem e não velho

$$A_3 = N(A_1) \cap N(A_2)$$

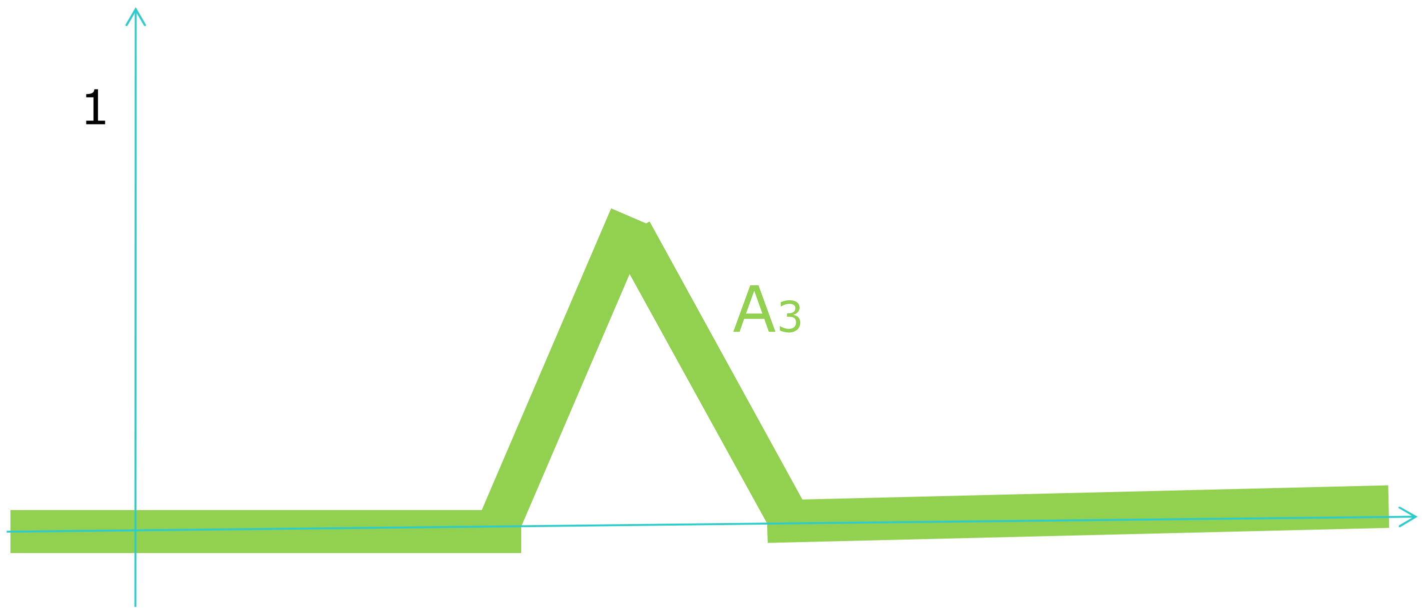
Operações com Conjuntos Fuzzy

$$A_3 = N(A_1) \cap N(A_2)$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

$$A_3 = N(Jovem) \cap N(Velho)$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

As operações entre conjuntos podem resultar novos conceitos linguísticos:

Exemplo:
$A_1 \rightarrow$ Em torno de 1;
$A_2 \rightarrow$ Em torno de 2;
$A_3 \rightarrow$ nem em torno de 1 nem em torno de 2

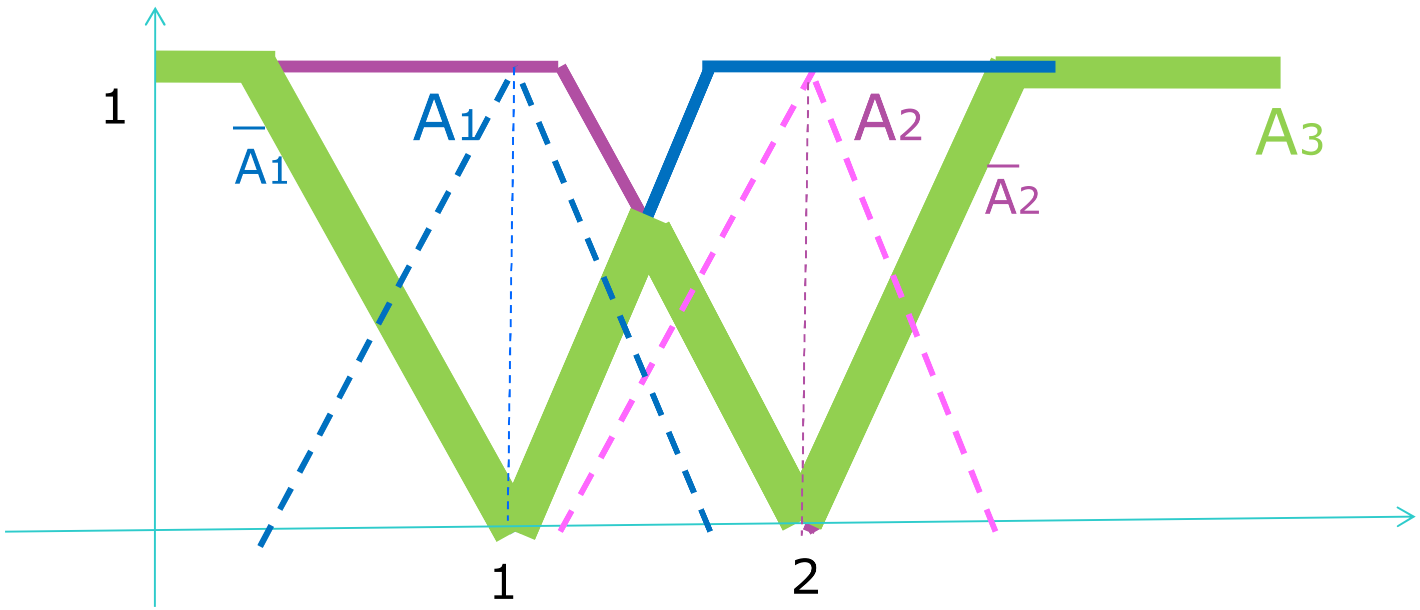
$$A_3 = N(A_1) \cap N(A_2)$$

Operações com Conjuntos Fuzzy

$$A_3 = N(A_1) \cap N(A_2)$$

$A_1 \rightarrow$ Em torno de 1; $\overline{A_1} \rightarrow$ Nem em torno de 1;
$A_2 \rightarrow$ Em torno de 2; $\overline{A_1} \rightarrow$ Nem em torno de 1;

$A_3 \rightarrow$ nem em torno de 1 e nem em torno de 2



Operações Fuzzy x Relações Fuzzy

As operações são um caso particular de relacão fuzzy pois envolvem conjuntos fuzzy em geral no mesmo universo.

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right] \quad x \in \mathcal{X}$$

Já as relações fuzzy são em geral realizadas

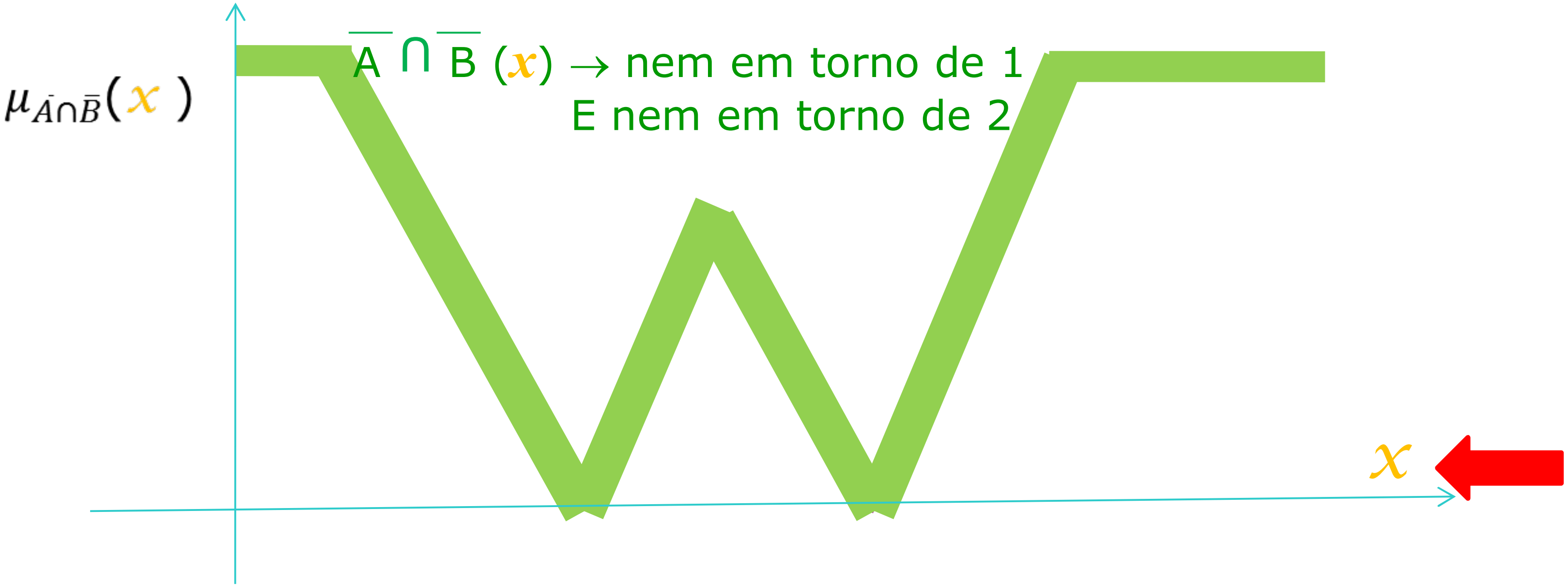
entre variáveis de universos diferentes

$$R: \{((x, y), \mu_R(x, y)) \mid (x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}\} \quad \begin{matrix} x \in \mathcal{X} \\ y \in \mathcal{Y} \end{matrix}$$

Operações Fuzzy

As operações são um caso particular de relacão fuzzy pois envolvem conjuntos fuzzy em geral no mesmo universo.

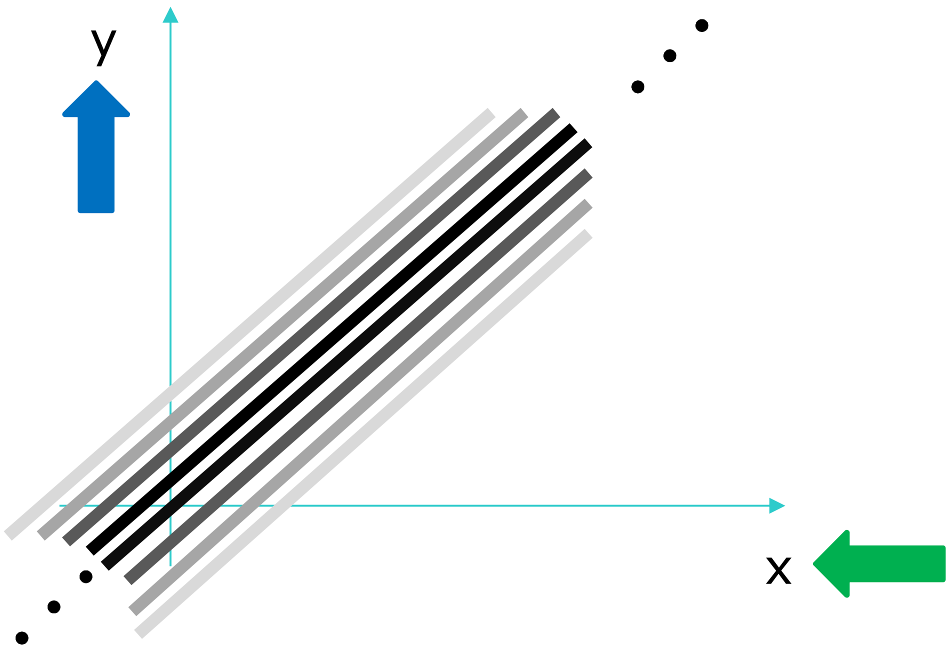
$\mu_{\bar{A}\cap\bar{B}}(x) =$ Nem(A(x)) e Nem(B(x))



Relações Fuzzy

Já as relações fuzzy são em geral realizadas entre variáveis de universos diferentes

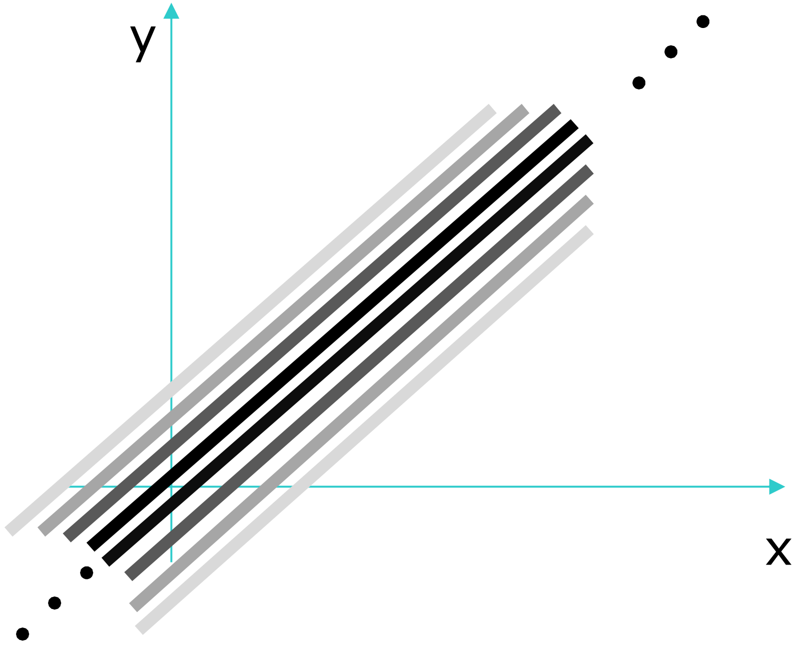
$$R: \{(x, y), \mu_R(x, y) \mid (x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}\} \quad x \in \mathcal{X}, \; y \in \mathcal{Y}$$



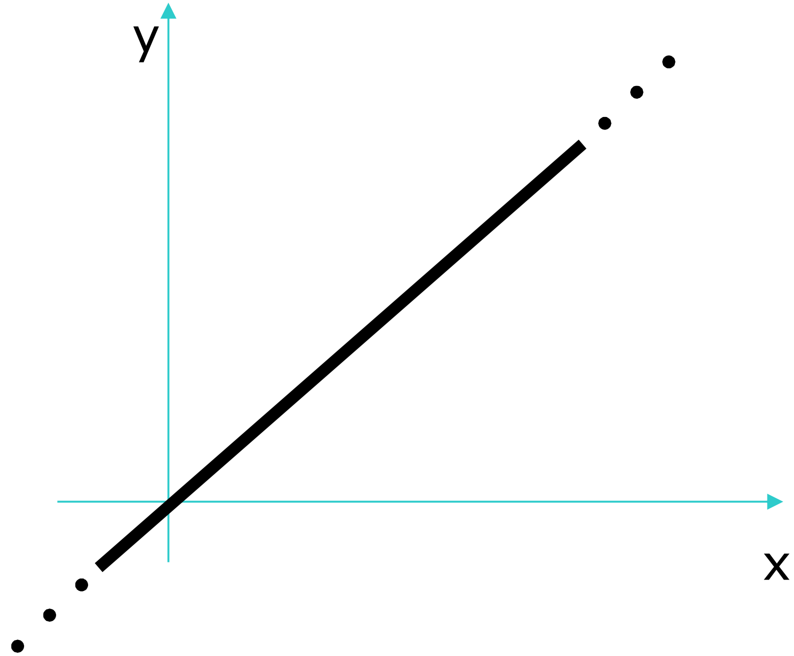
y é similar a x

Relações Fuzzy x Relações Crisp

y é similar a x (Fuzzy)



y é igual a x (Crisp)



Relações Fuzzy x Relações Crisp

Você consegue pensar em outro exemplo de relação crisp e sua correspondente relação fuzzy?

Acesse o link **www.menti.com**

e use o código **48 49 32** para responder

Relações Fuzzy x Regras Fuzzy

Toda Regra Fuzzy é uma relação fuzzy

Se <antecedente> então <consequente>

Variável linguística

assume

Valor linguístico

associado

Conjunto fuzzy

Variável linguística

assume

Valor linguístico

associado

Conjunto fuzzy

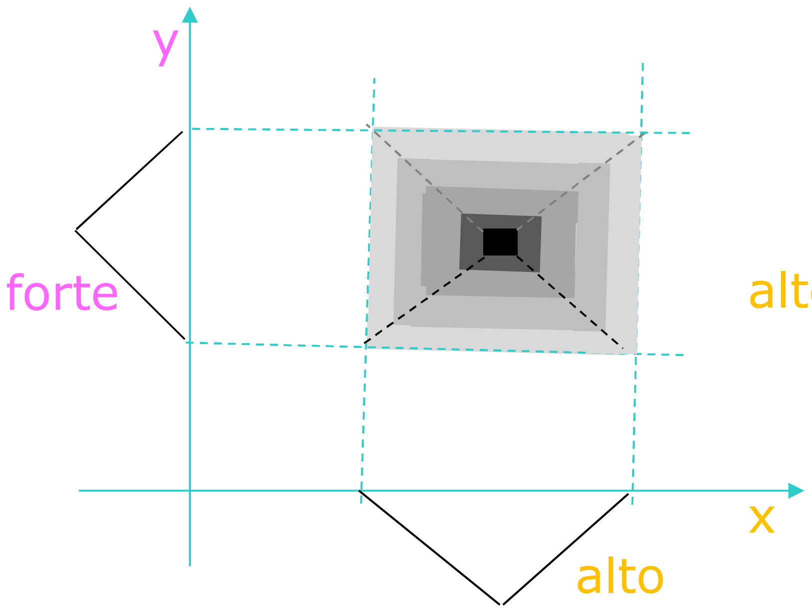
Relações Fuzzy x Regras Fuzzy

As regras envolvem variáveis linguísticas associadas a conjuntos fuzzy em universos diferentes

R: $\{(x, y), \mu_R(A(x), B(y)) \mid (x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}\}$ $x \in \mathcal{X}$

$y \in \mathcal{Y}$

Se X é alto então e Y é forte



alto → forte

Variável Linguística

variável linguística: **variável** cujos valores são **palavras** ou **sentenças** ao invés de números.

Exemplos:

- pressão no freio = muito forte,
- velocidade = levemente rápido,
- altura = baixo,
- largura = médio,
- distância = mais ou menos longe.

Variável Linguística

Para Zadeh, uma variável linguística é dada por uma quíntupla:
$<X, \tau(X), \mathcal{X}, G, M>$

Onde:

$X \rightarrow$ Nome da variável linguística cuja variável base é x.

$\tau(X) \rightarrow$ Conjunto de termos linguísticos. Cada elemento de $\tau(X)$ representa um rótulo l dos termos que a variável pode assumir.

$\mathcal{X} \rightarrow$ Universo de discurso da variável linguística X.

$G \rightarrow$ Gramática para a geração dos termos ou rótulos.

$M \rightarrow$ Regra que associa a cada rótulo l um conjunto fuzzy representando o seu significado.

Variável Linguística

Exemplo:

X: velocidade de carro de passeio

Universo $\mathcal{X}$: [0, 200]
e variável base $x \in \mathcal{X}$

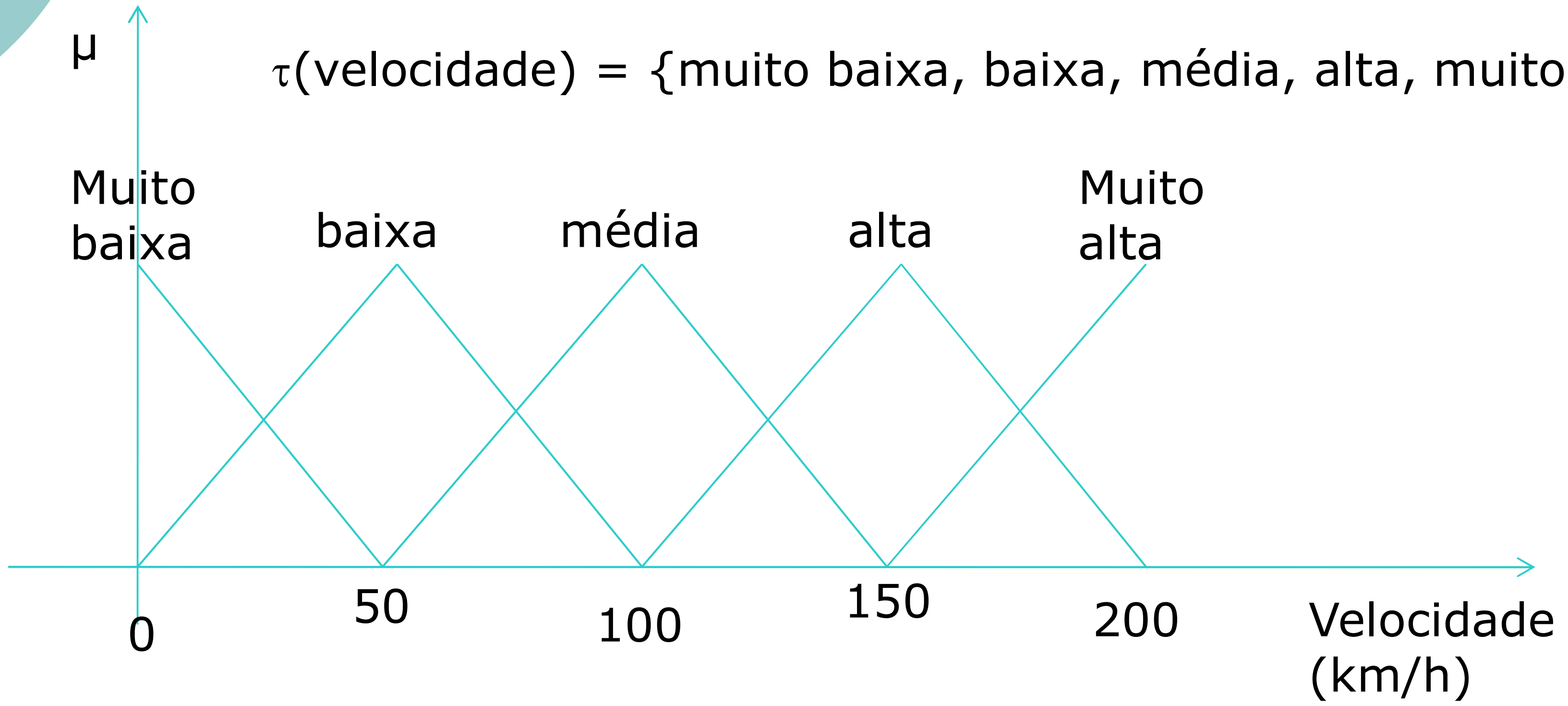
conjunto de termos:

τ(velocidade) = {muito baixa, baixa, média, alta, muito alta}

Variável Linguística: Significado do conjunto

Exemplo: Partição Uniforme da variável Velocidade e o significado de cada termo.

τ(velocidade) = {muito baixa, baixa, média, alta, muito alta}



Variável Linguística: Aplicação

Regras fuzzy

Se X_1 é A_1 E X_2 é A_2 E ... E X_n é A_n então Y_1 é B_1 E Y_2 é B_2

onde

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ são variáveis linguísticas nos universos $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \ldots, \mathcal{X}_n$

Y_1, Y_2 são variáveis linguísticas nos universos $\mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2$

$A_1, A_2, \ldots, A_n$ são conjuntos fuzzy nos universos $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \ldots, \mathcal{X}_n$,

B_1, B_2 são conjuntos fuzzy nos universos $\mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2$

Regras Fuzzy

Exemplo de regras

Se velocidade é alta E distância é pequena ENTÃO pisar muito forte no freio

Se velocidade é baixa E distância é grande ENTÃO pisar pouco forte no freio

Fato: Velocidade é média e distância é média

Conclusão: ????

Computação com Regras x Inferência

Fato: A'

Regra: $A \rightarrow B$

Conclusão = Fato º Regra (Raciocínio Fuzzy)

$$B' = A' \circ (A \rightarrow B)$$

Inferência Clássica (Modus Ponens)

Fato: O tomate é vermelho

Regra: Se o tomate é vermelho então ele está maduro

Conclusão: O tomate está maduro

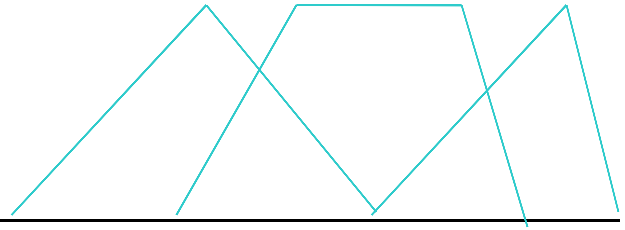
Raciocínio Aproximado (Modus Ponens Generalizado)

Fato: O tomate é alaranjado

Regra: Se o tomate é vermelho então ele está maduro

Conclusão: O tomate está levemente maduro

Raciocínio Fuzzy



Conjuntos Fuzzy

Fato: O tomate é alaranjado

Regra: Se o tomate é vermelho então ele está maduro

semântica

Conclusão: O tomate está levemente maduro

Raciocínio Fuzzy

Primeiro Passo:

Semântica da Regra: vermelho $\rightarrow$ maduro

Qual será a função que mapeia antecedente no consequente?

Segundo Passo:
Obtenção da Conclusão

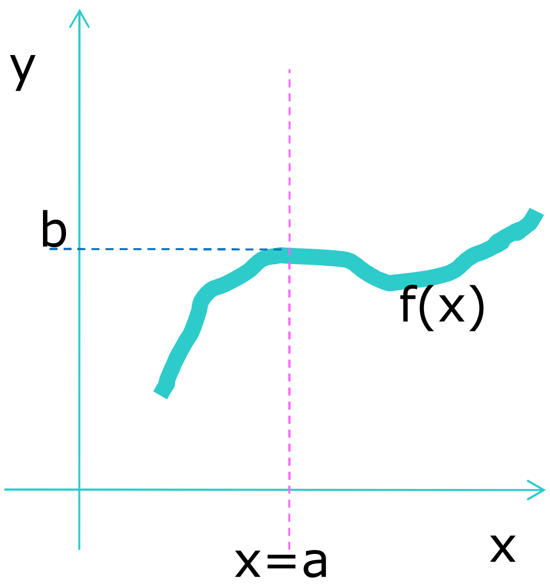
Levemente maduro = alaranjado o (vermelho $\longrightarrow$ maduro)

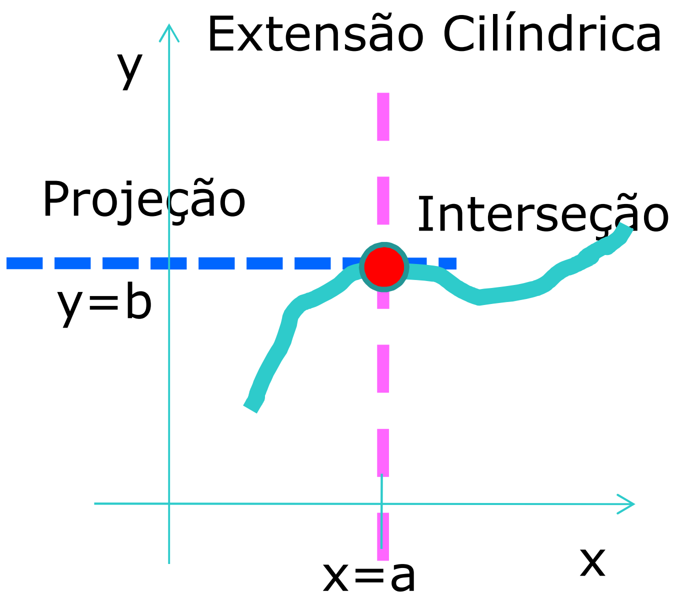
Regra Composicional de Inferência

Regra Composicional de Inferência

É a generalização do processo de se inferir

um valor y=b de uma função f (.) a partir de um ponto x = a



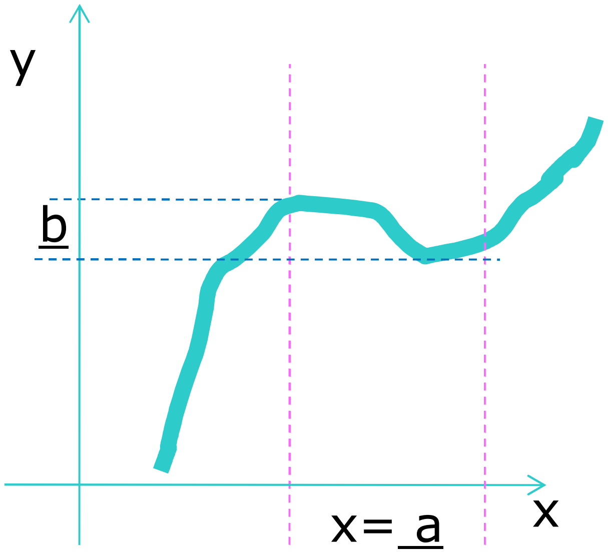


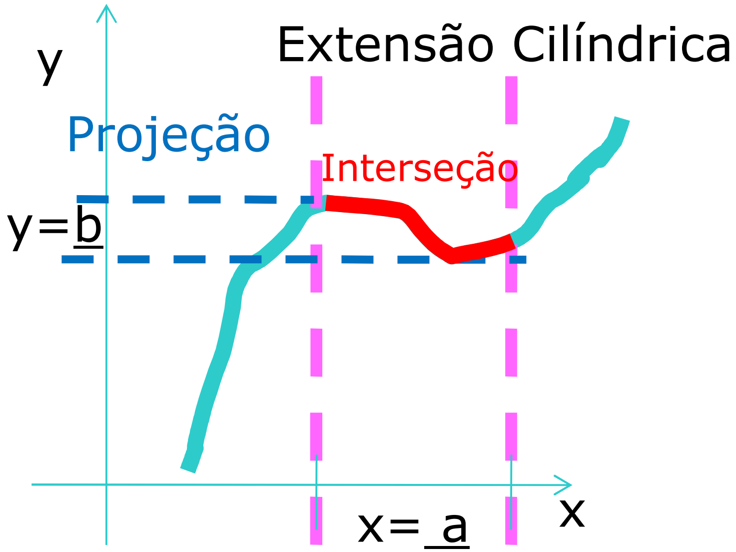
Regra Composicional de Inferência

É a generalização do processo de se inferir

um intervalo y= b de uma função f (.)

a partir de um intervalo x= a



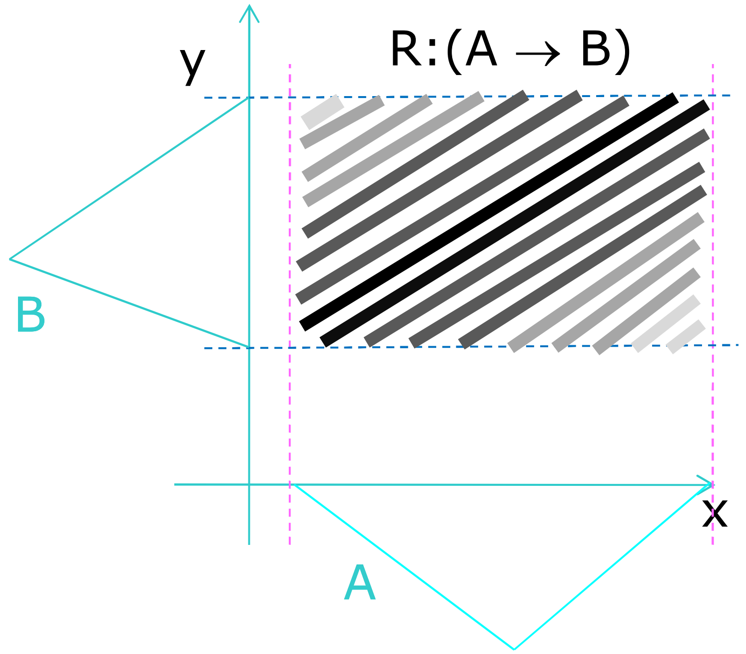


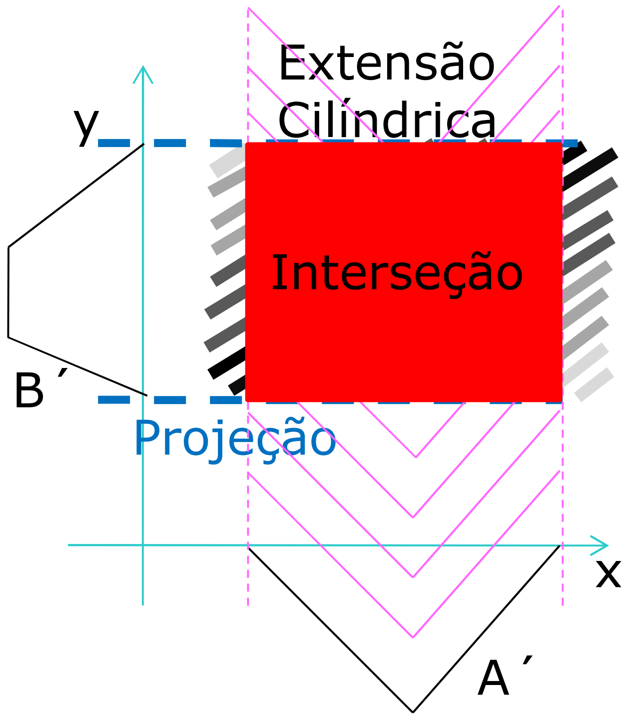
Raciocínio Fuzzy

a) Definição da semântica da regra (ou relação) R:(A $\rightarrow$ B)

b) Uso da Regra Composicional de Inferência para obter B′
B´= A´ o (A $\rightarrow$ B)

Passo a passo





Raciocínio Fuzzy

Dois passos principais:

a) Definição da semântica da regra R: (A $\rightarrow$ B)

Por exemplo: semântica conjunção (norma t =mínimo)

b) Como a conclusão será extraída da regra + fato:

B´ = A´ o R

Regra Composicional de Inferência

b1.Constrói-se a **<u>extensão cilíndrica</u>** de A´

b2.Encontra-se a **<u>Interseção</u>** I entre A´ e R

b3.Calcula-se a **<u>Projeção</u>** de I no eixo y

Raciocínio Fuzzy

Fato: O tomate é alaranjado

Regra: Se o tomate é vermelho então ele está maduro

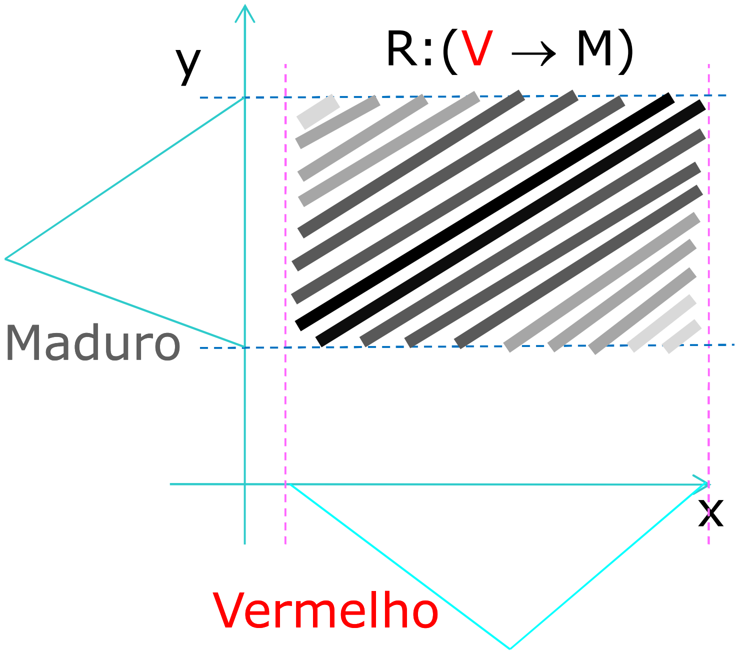
Conclusão: O tomate está levemente maduro

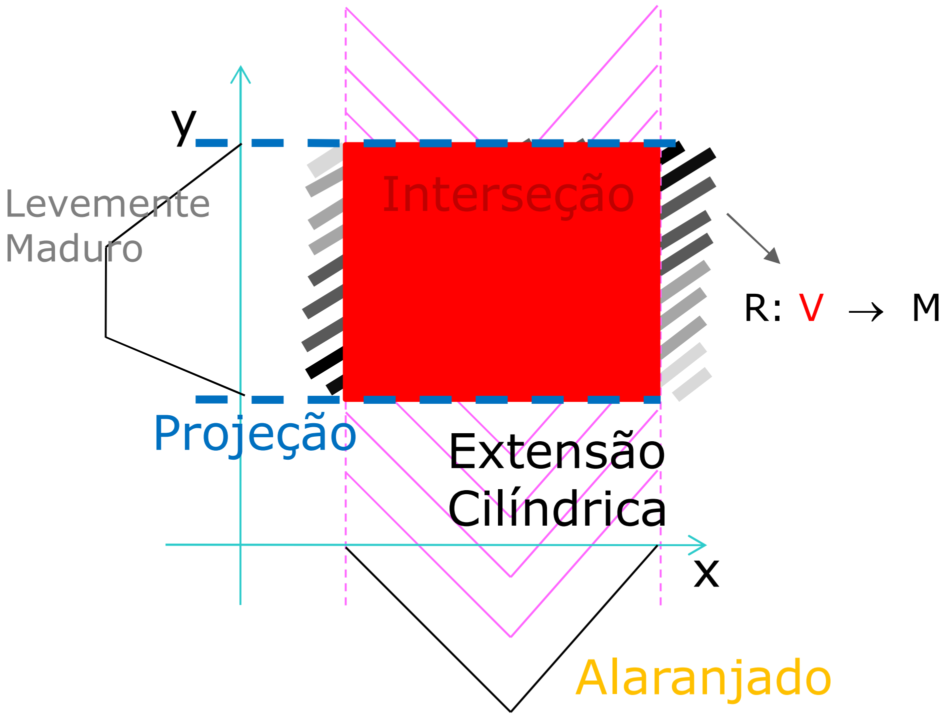
Raciocínio Fuzzy 2D

a) Definição da semântica da regra (ou relação) R:(V → M)

b) Uso da Regra Composicional de Inferência para obter
LM= Alj o (V → M)

Passo a passo





Raciocínio Fuzzy 3D

A: vermelho
A´: alaranjado
B : maduro

B´: levemente maduro???

A -> B : semântica conjuntiva (min)

Extensão Cilíndrica: Replicar A' ao longo de y

Interseção: Minimo R e Cil(A')

Conclusão: Projeção=Máximo

A’
V => M

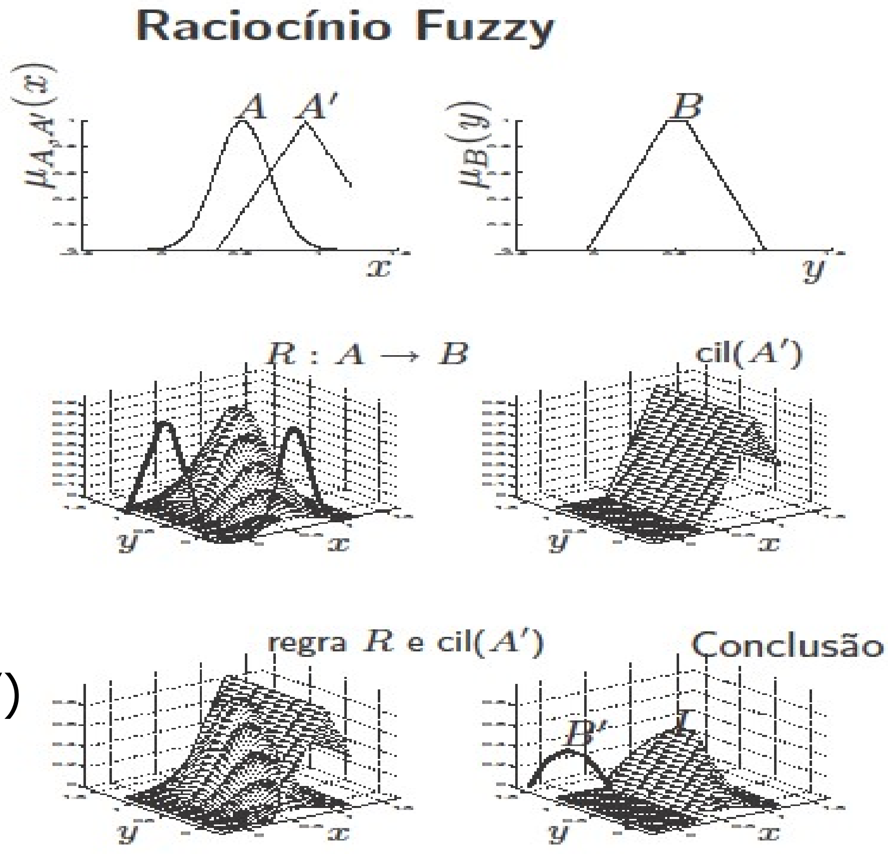
B’

A -> vermelho
A´ -> alaranjado
B -> maduro
B´-> levemente maduro
A -> B : semântica
conjuntiva

Extensão Cilindrica:
Replicar A’ ao longo de y

Interseção: Mínimo R e Cil(A’)

Projeção: Máximo_y (I)



Raciocínio Fuzzy x Inferência Min-Max

O Raciocínio fuzzy mostrado anteriormente envolve regras com apenas

1 variável de entrada e

1 variável de saída

E para sistemas mais complexos?

Método simplificado: inferência Min-Max

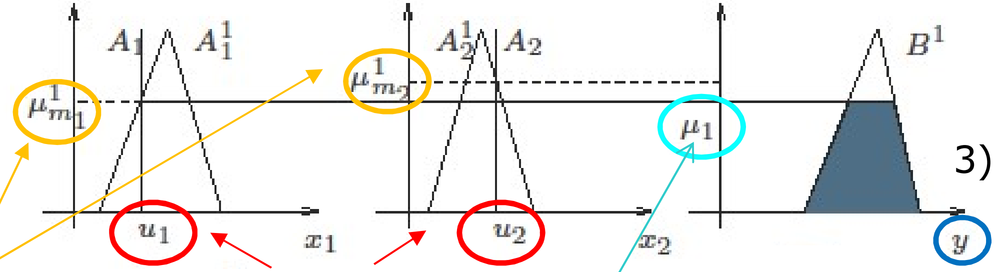
Inferência Fuzzy: Min Max

Exemplo

2 entradas (u1 e u2)

1 saída (y)

R1:

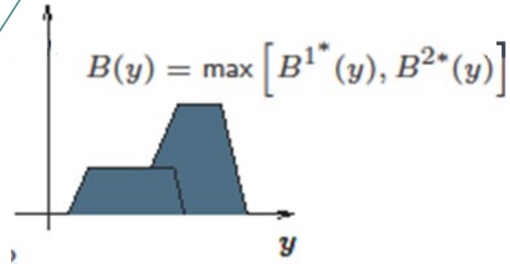


3) Saída Inferida pela regra

1) Matching das entradas com as regras

2 Regras

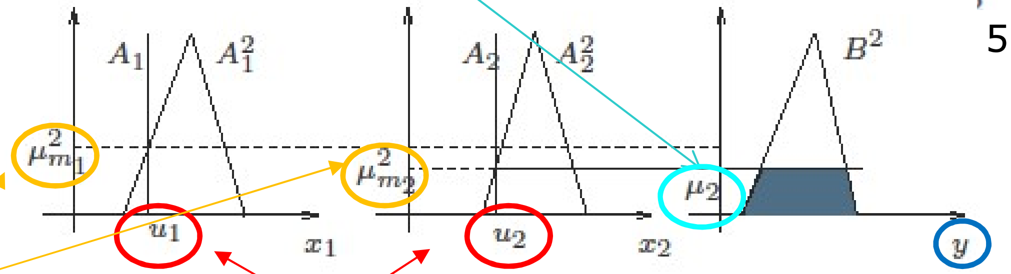
4) Agregação das regras



2) Cálculo do nível de disparo da regra

5) Saída Inferida pelo SIF

R2:



1) Matching das entradas com as regras