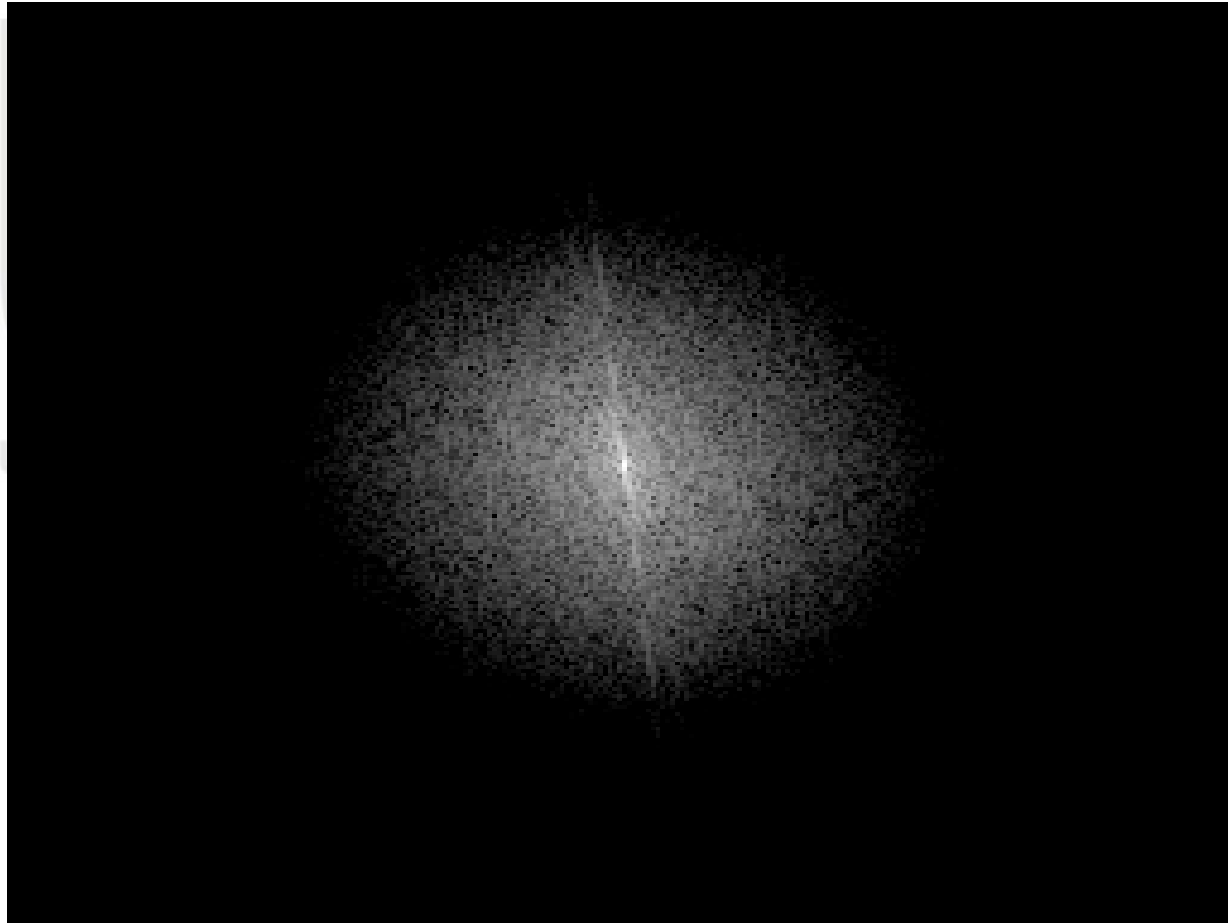


Processamento Digital de Imagens

Prof. Bogdan Tomoyuki Nassu



Exemplo de aplicação: auto-foco

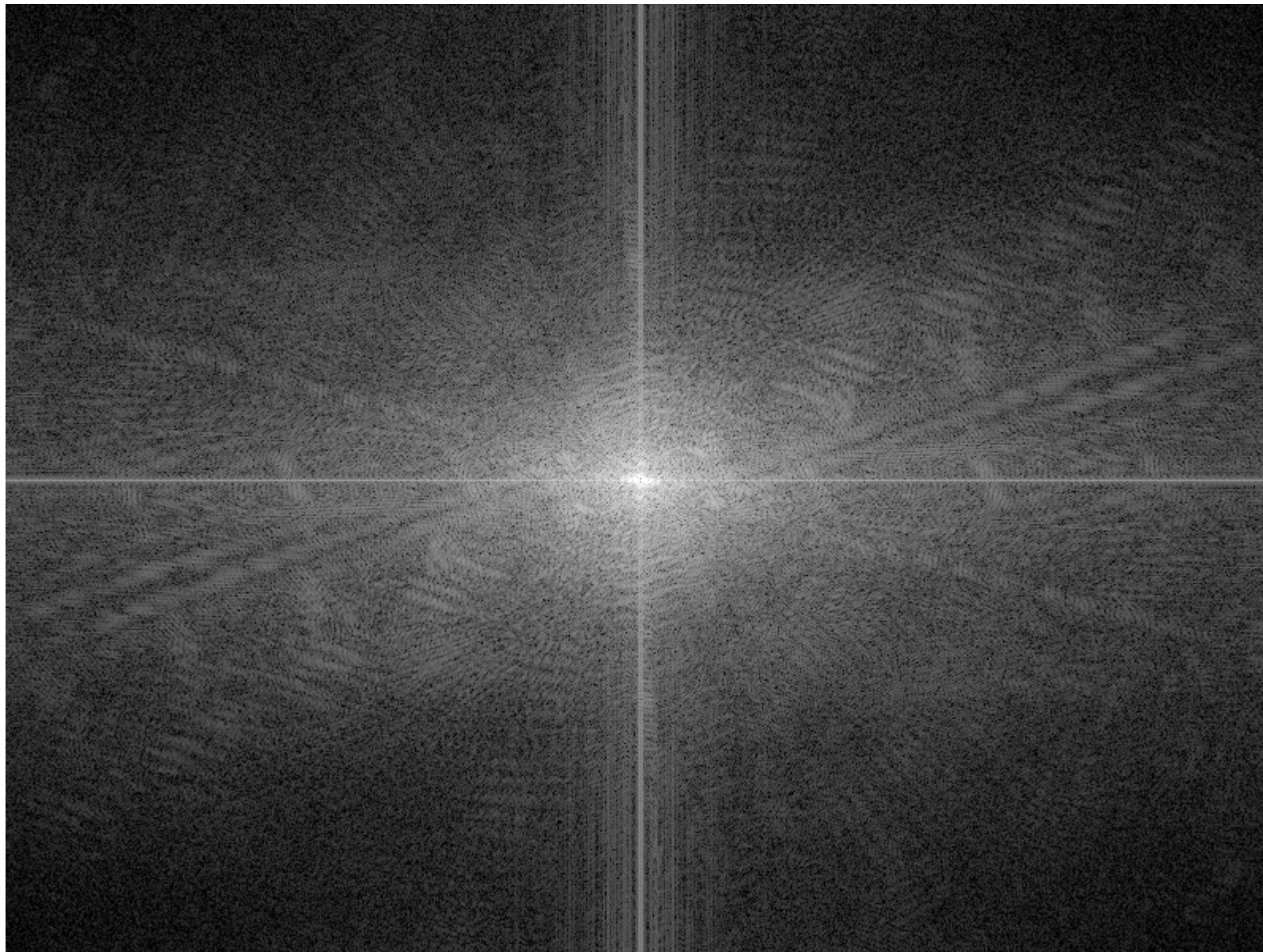
- Como poderíamos criar um algoritmo simples de auto-foco com base na análise da DFT?



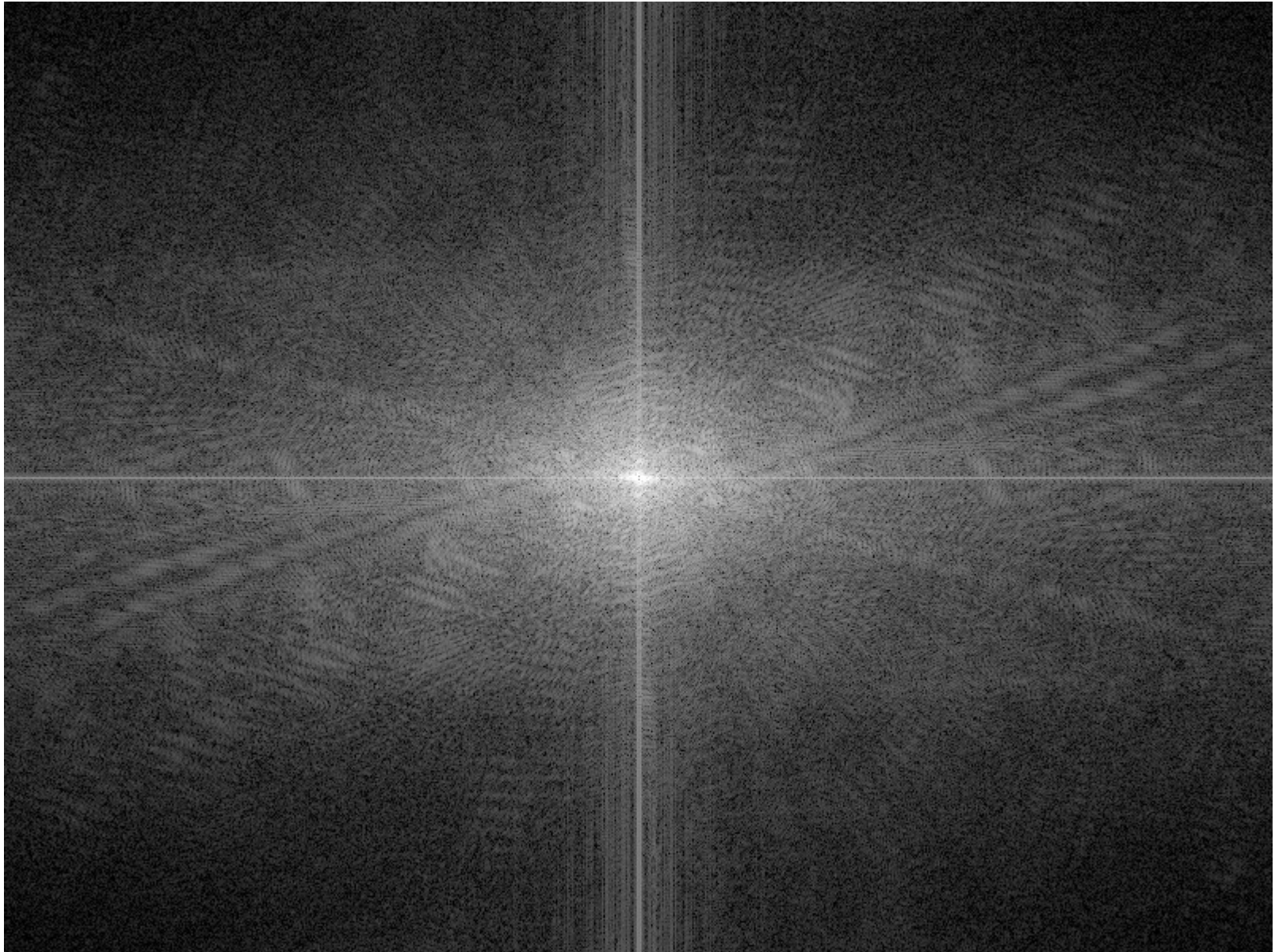
Exemplo de aplicação: auto-foco

- Como poderíamos criar um algoritmo simples de auto-foco com base na análise da DFT?
- Conceito:
 - Varia o ajuste de foco.
 - Para cada ajuste:
 - Calcula a DFT.
 - Obtém as magnitudes.
 - Faz uma soma ponderada das magnitudes, com peso diretamente proporcional à distância até o centro.
 - Mais longe = frequências mais altas = peso maior.
 - O melhor ajuste é aquele que produz a maior soma.

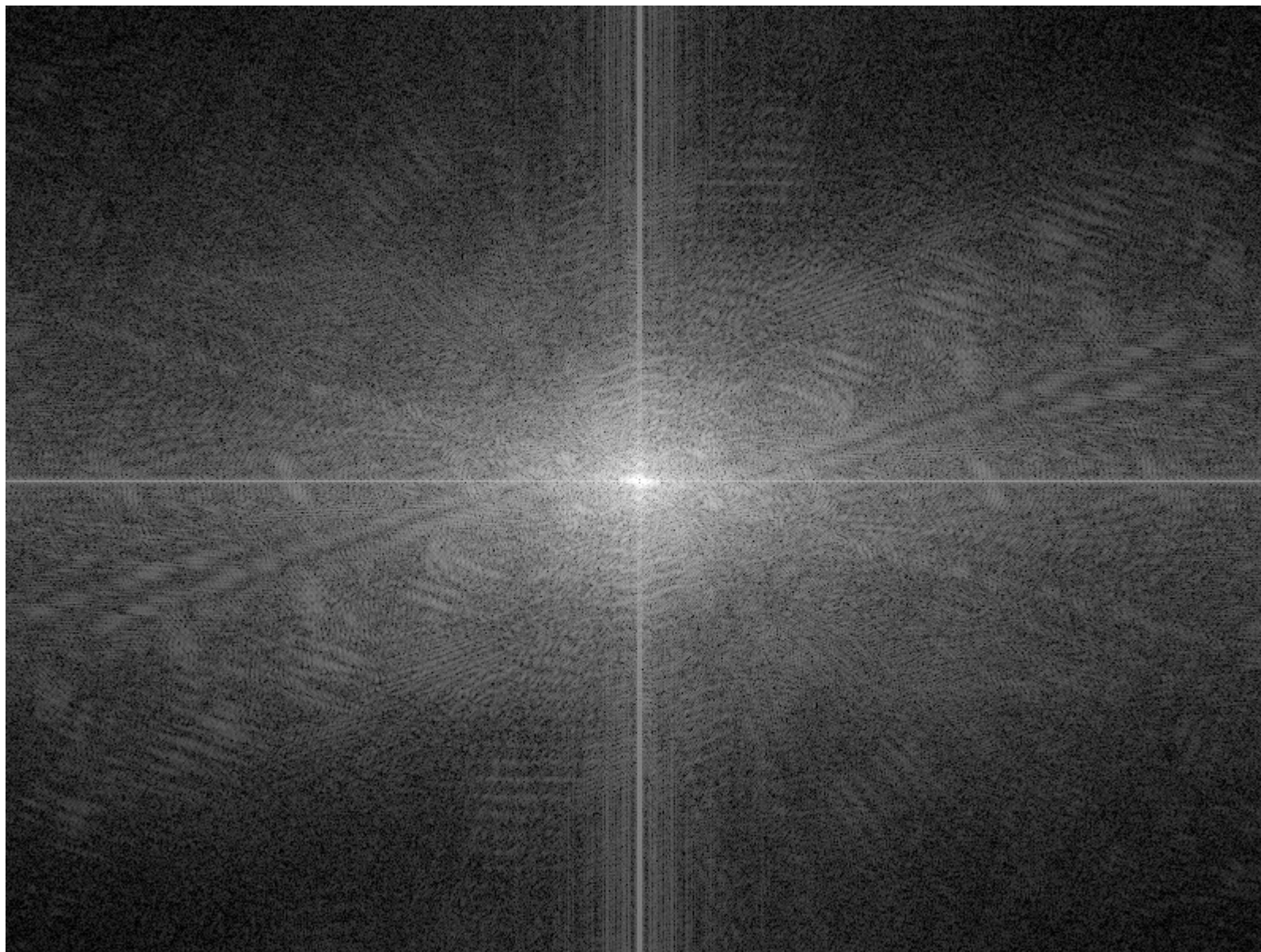
1



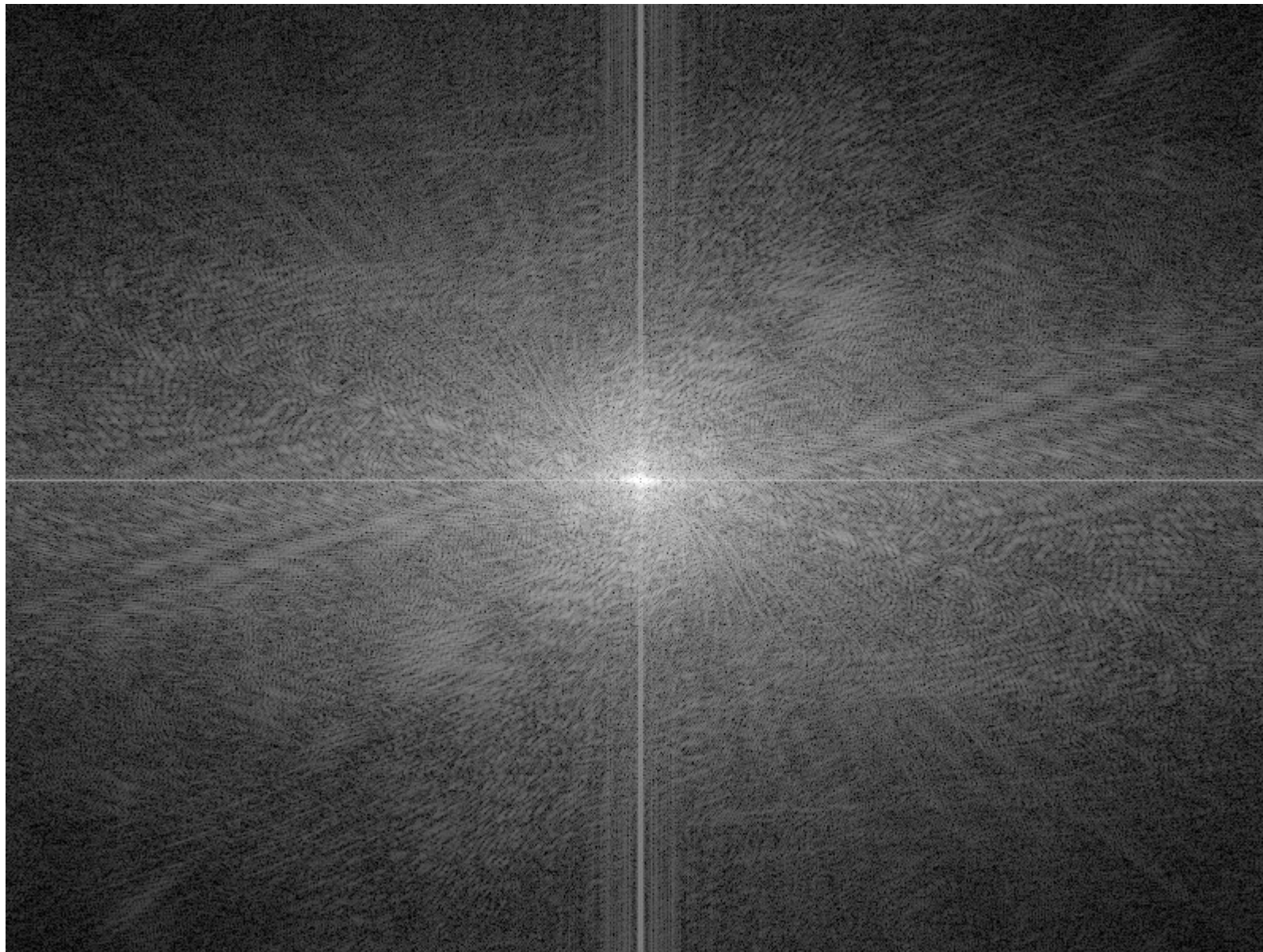
2



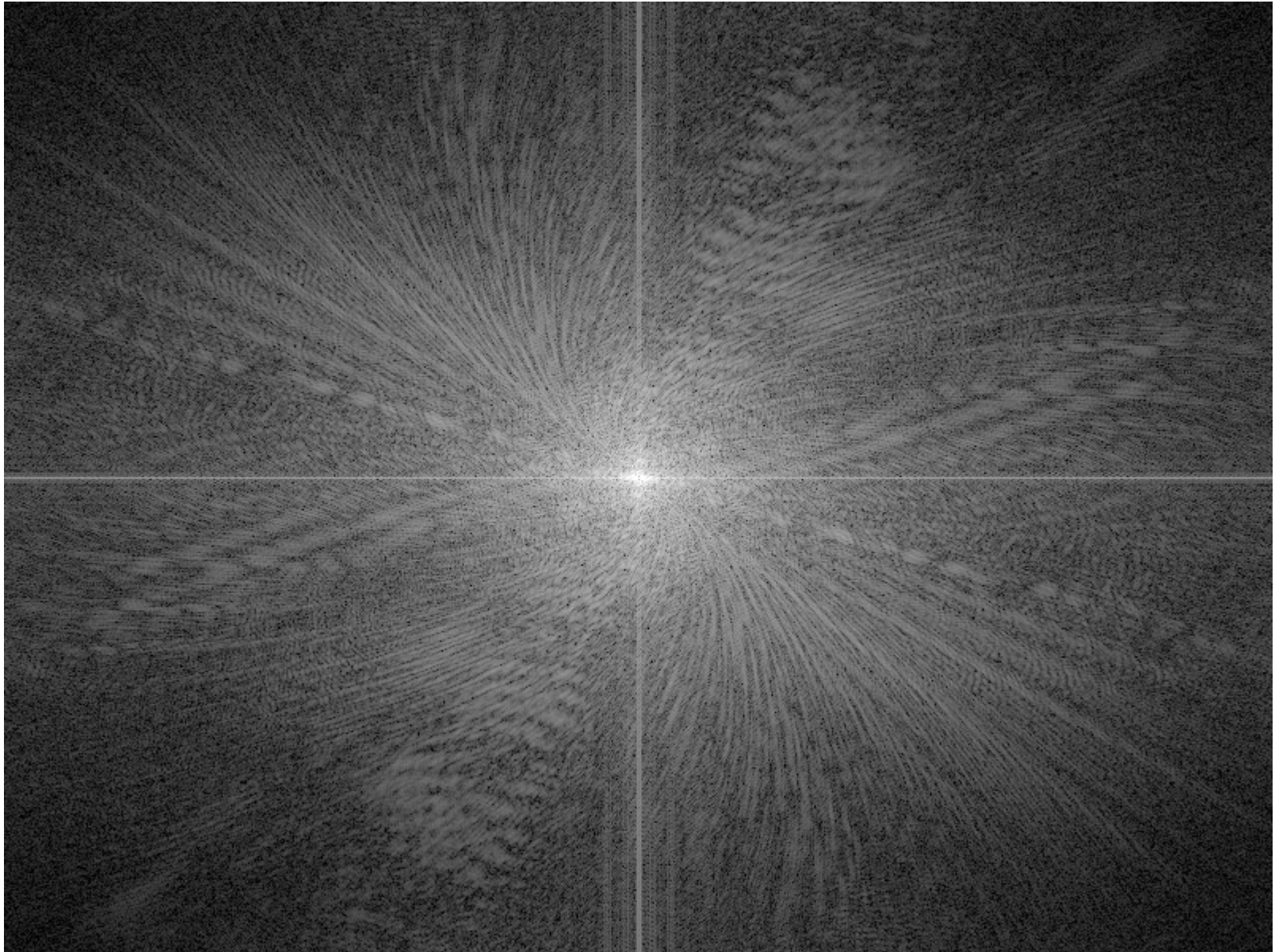
3



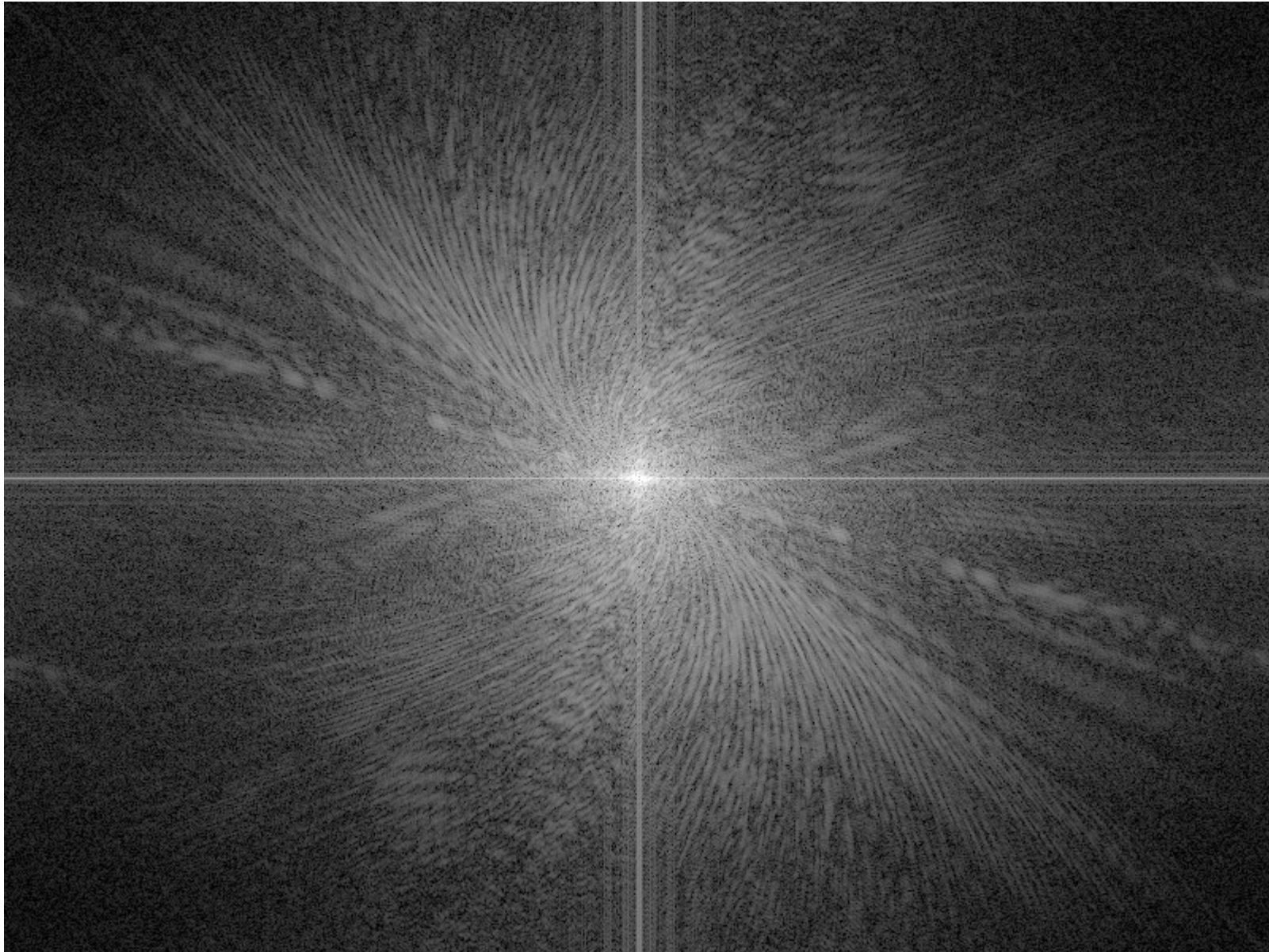
4



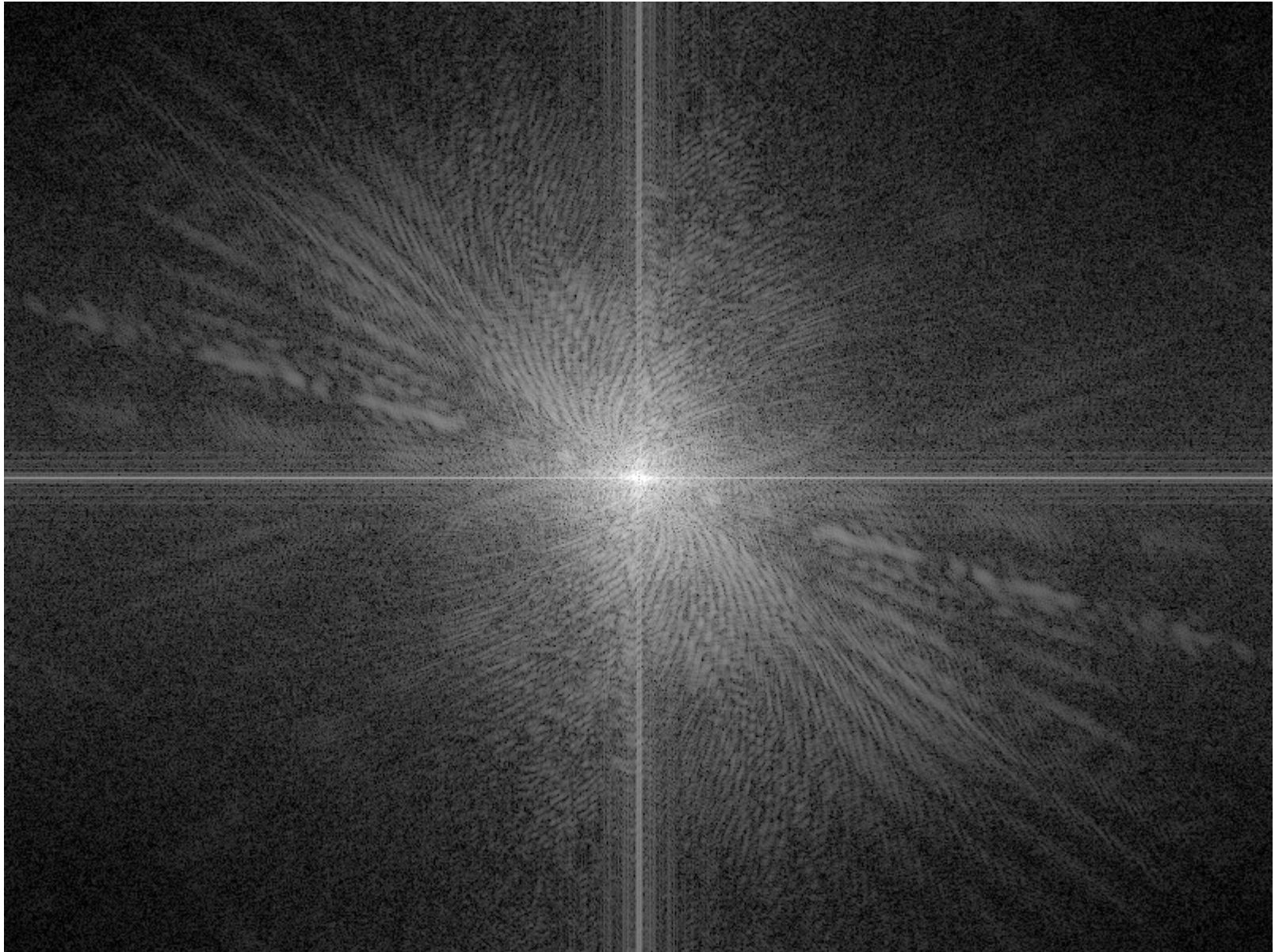
5

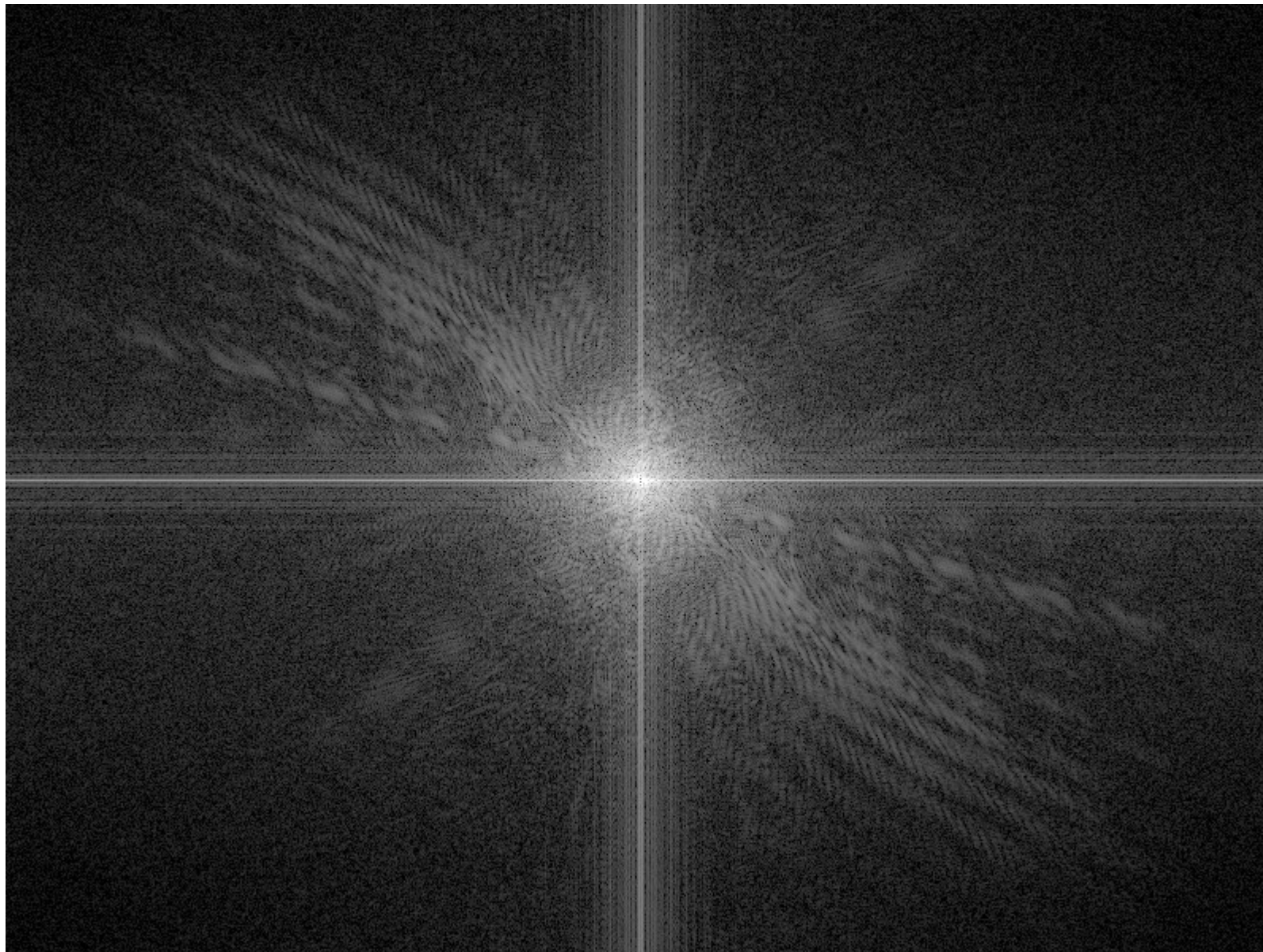


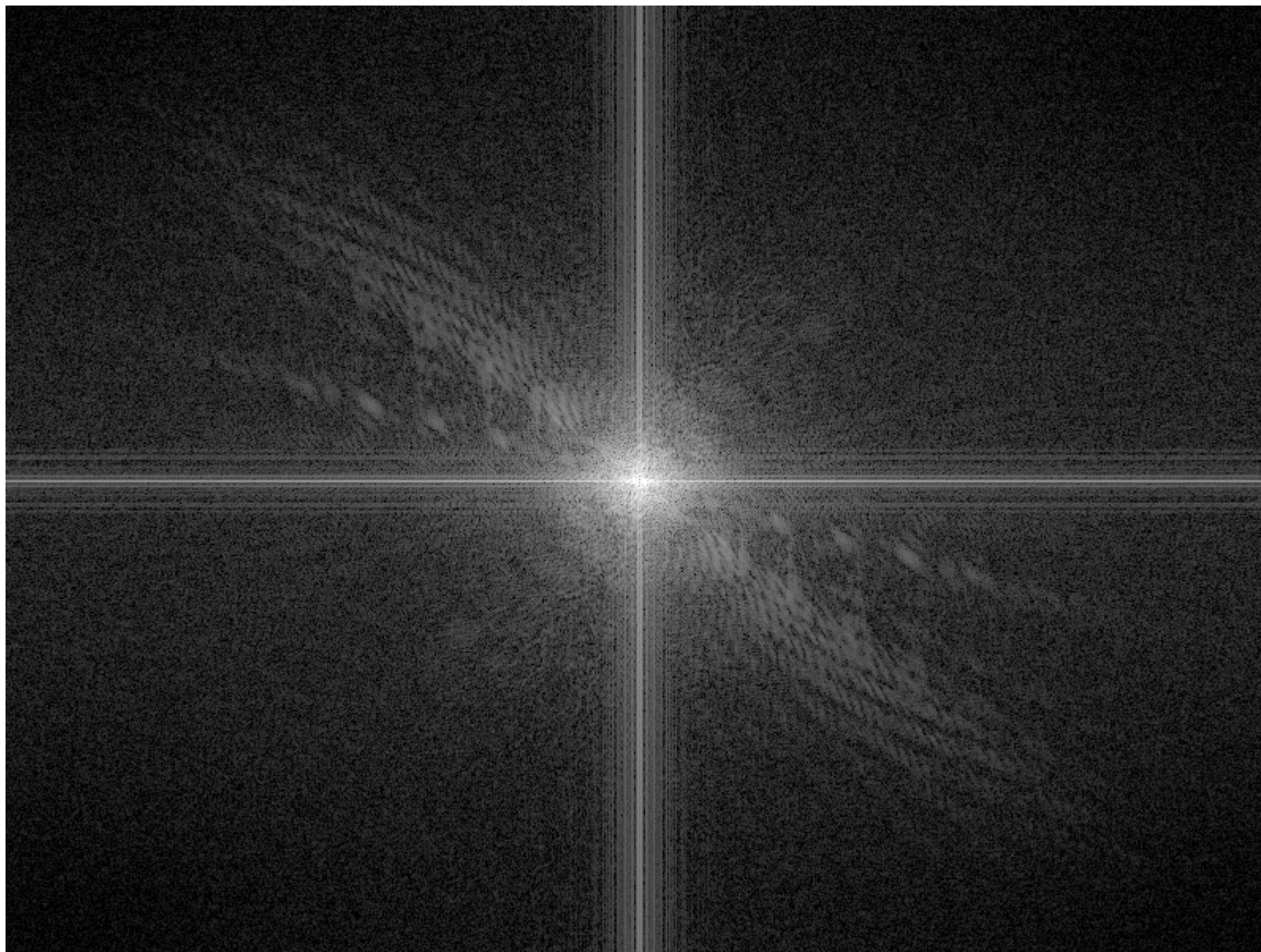
6



7







1



2



3





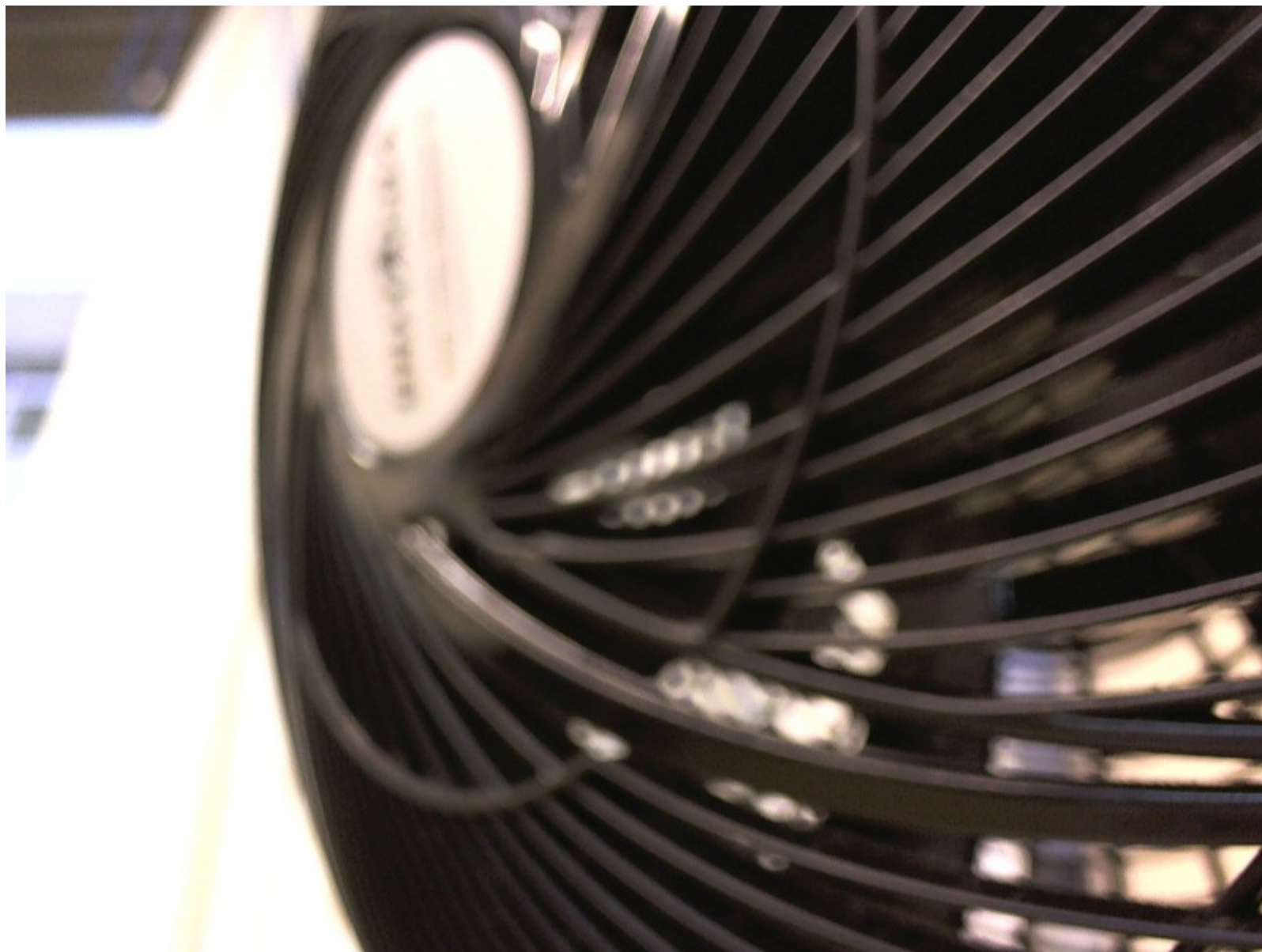
5

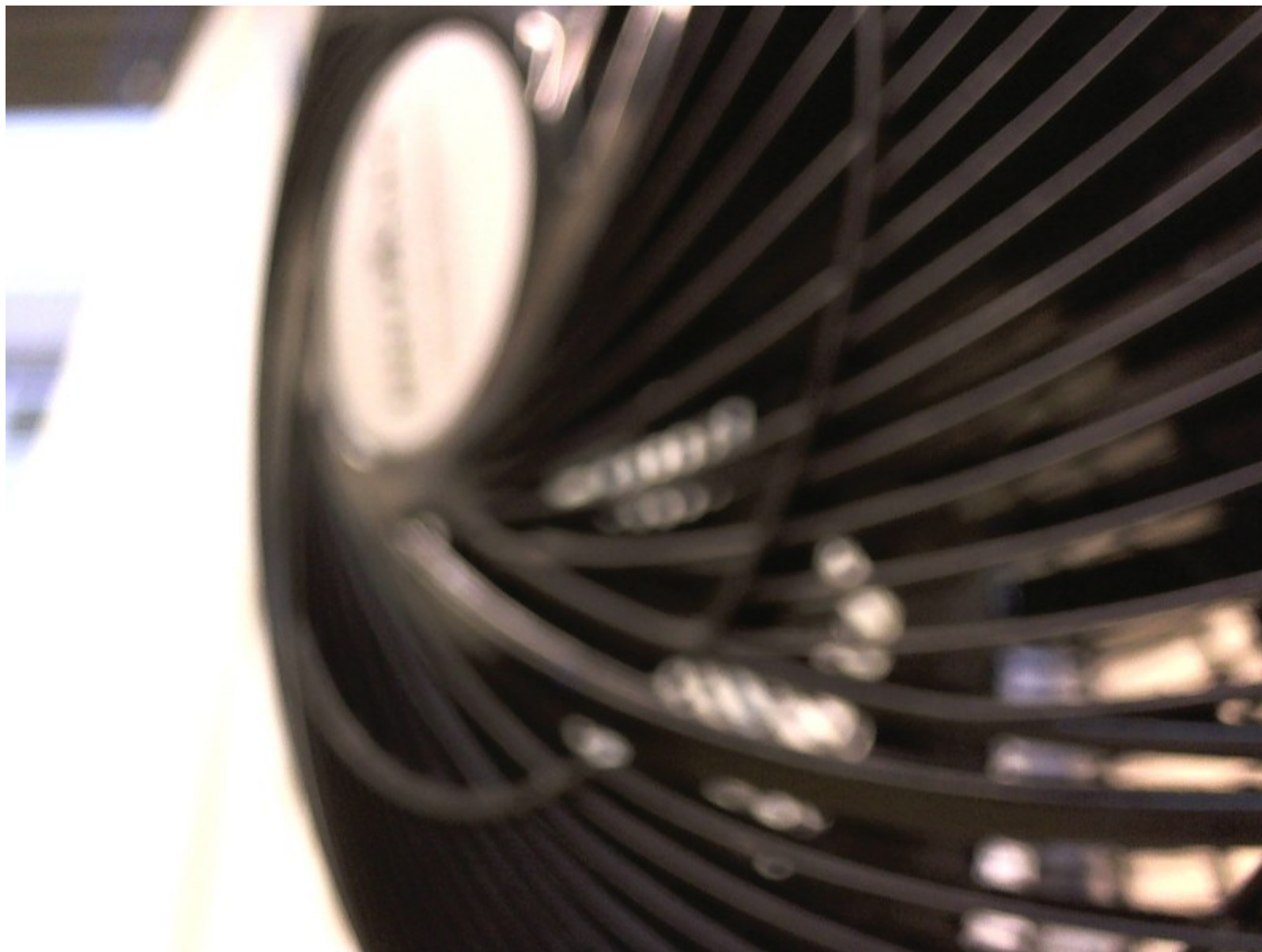




7







DFT: Modificando e reconstruindo

- Podemos modificar a magnitude ou a fase e reconstruir a imagem.

$$mag(k) = \sqrt{F(k)^2 + F'(k)^2}$$

$$fase(k) = \text{atan2}(F'(k)/F(k))$$



Muda!



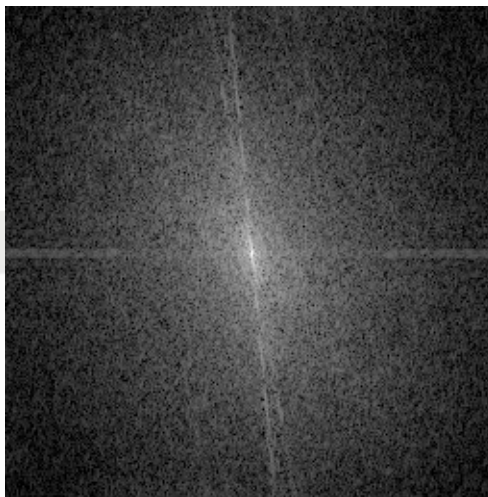
$$F(k) = mag(k) \cdot \cos(fase(k))$$

$$F'(k) = mag(k) \cdot \sin(fase(k))$$

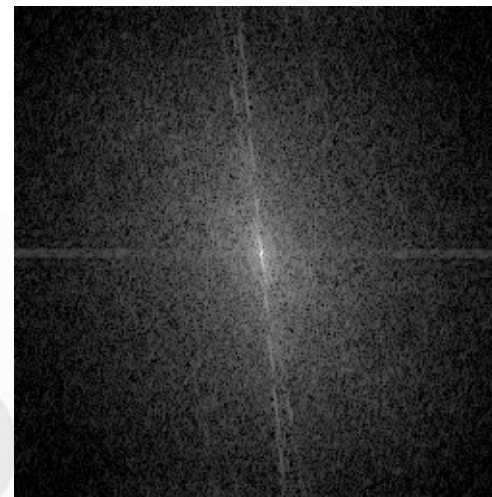
Exemplo



Imagem original



Magnitude



Magnitude * 0.5

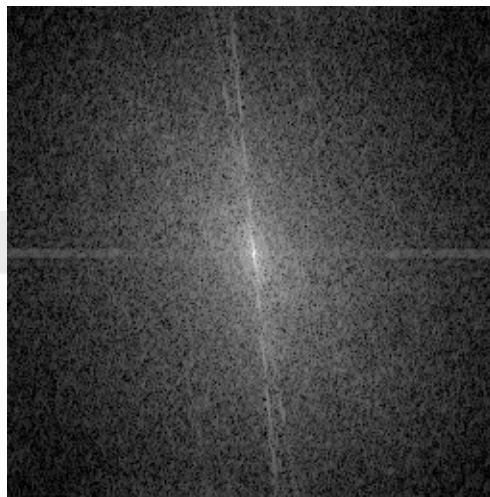
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Reconstruída

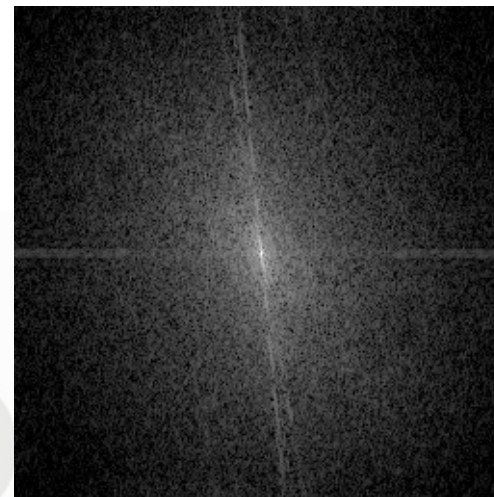
Exemplo



Imagem original



Magnitude



Magnitude * 0.5



Reconstruída

Exemplo



Imagem original

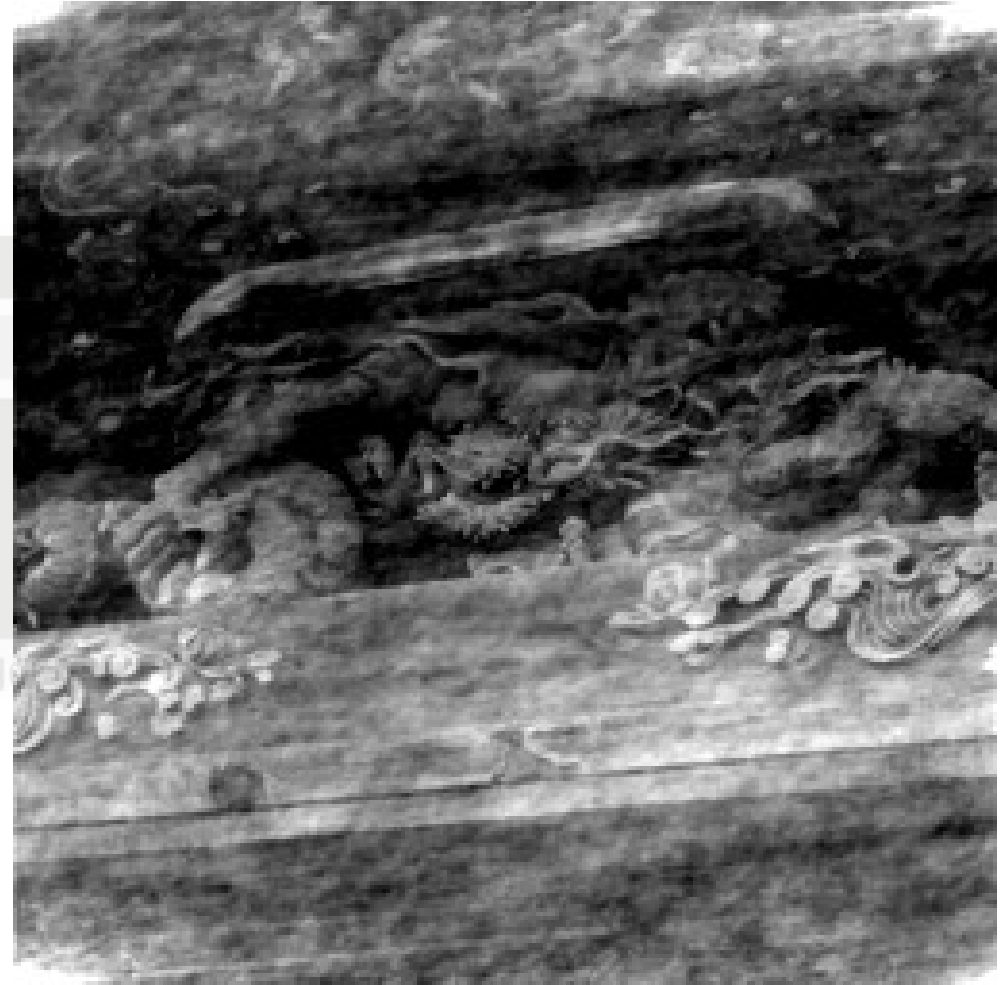


fase * 0.9

Exemplo



Imagem original



fase * 0.5

Exemplo



Imagem original



mag + 1.0

Exemplo



Imagem original



fase + 0.5

Modificando e reconstruindo

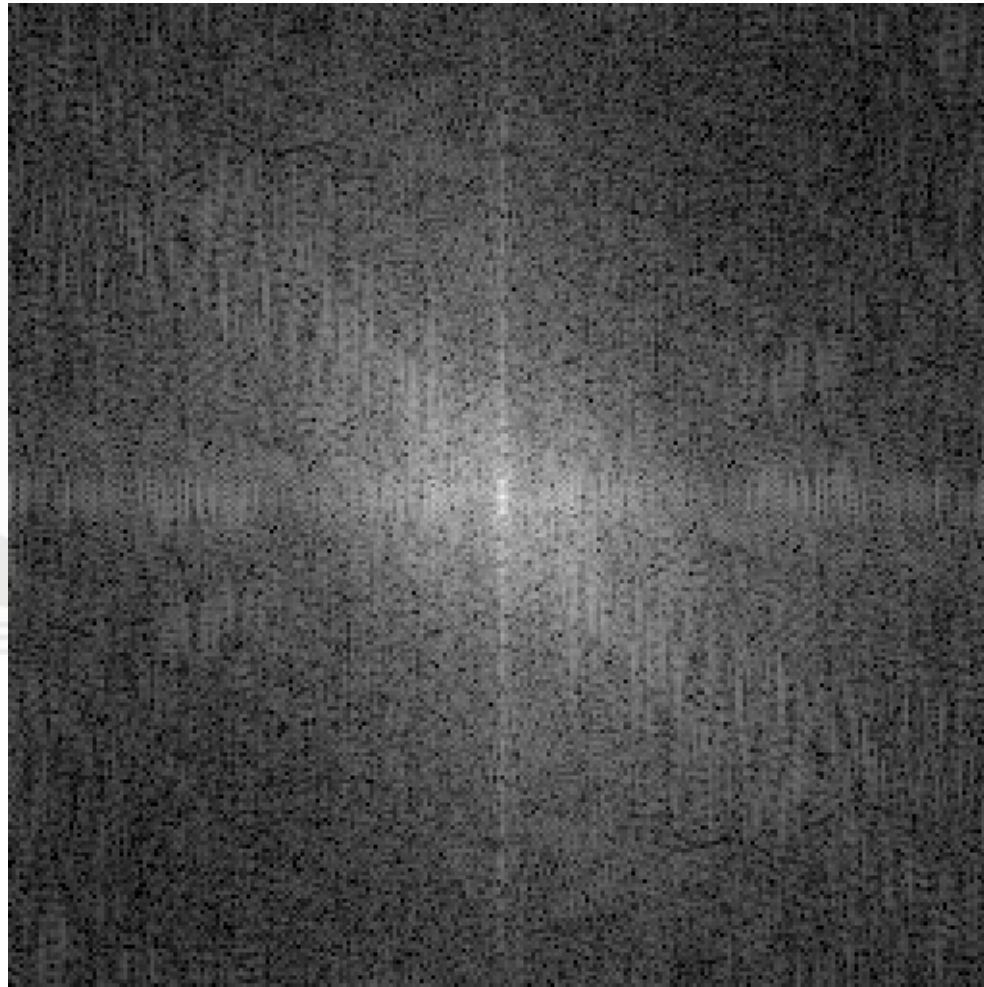
- Tentar modificar aspectos como brilho, rotação e translação a partir da DFT é computacionalmente caro, trabalhoso e pouco intuitivo.
- Que tipo de tarefa poderia se beneficiar da DFT?
 - Vejamos um exemplo no qual:
 - A imagem de entrada tem $N \times N$ pixels.
 - A magnitude é forçada para 0 em todas as posições com distância maior que $N/4$ do centro da imagem.
 - Vamos testar também forçar para 0 em todas as posições com distância maior que $N/8$ do centro da imagem.

Modificando e reconstruindo



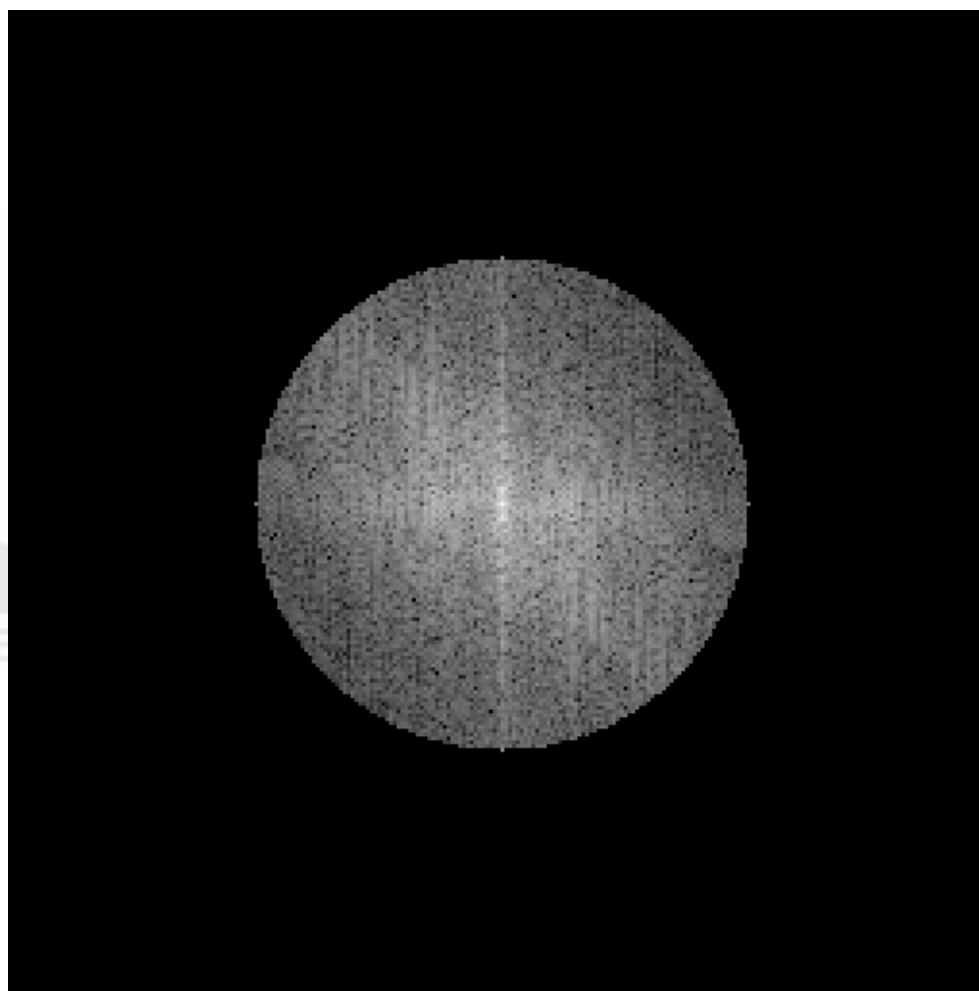
Imagem original

Modificando e reconstruindo



Magnitude

Modificando e reconstruindo



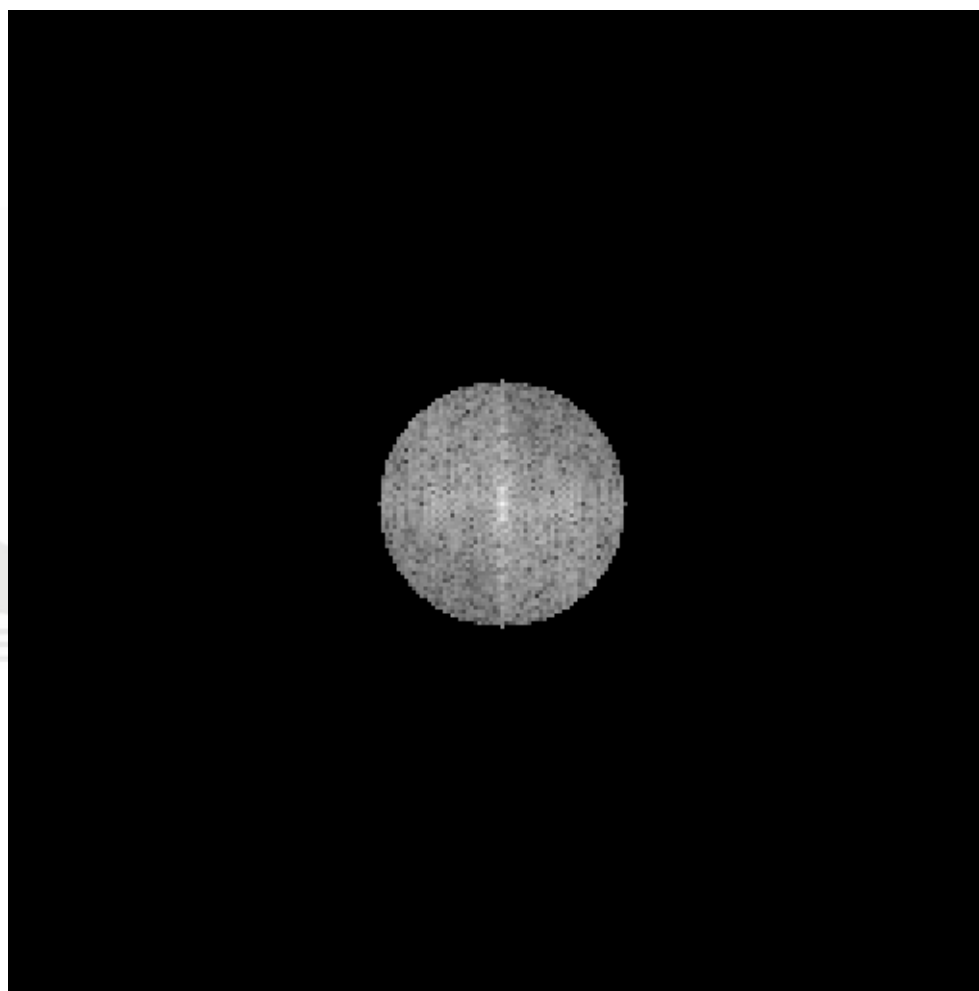
Magnitude alterada

Modificando e reconstruindo



Reconstruída

Modificando e reconstruindo



Magnitude alterada

Modificando e reconstruindo



Reconstruída

Filtragem no domínio da frequência

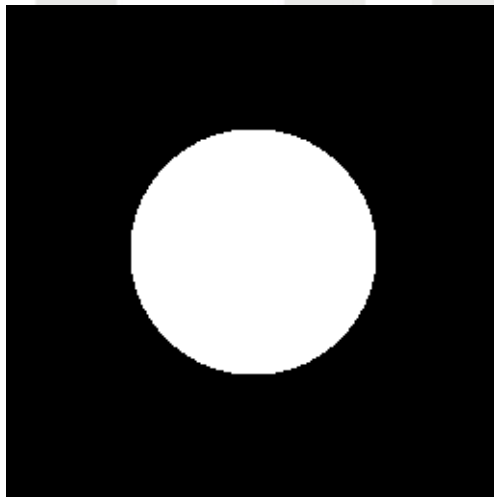
- A filtragem no domínio da frequência consiste em:
 - Computar a DFT da imagem.
 - Alterar a magnitude da DFT.
 - Este tipo de filtro é chamado de “filtro com deslocamento de fase 0”.
 - Reconstruir a imagem.
- Convolução no domínio da frequência: uso mais comum:
 - O filtro é uma imagem com o mesmo tamanho da imagem de entrada.
 - A metade esquerda é igual à metade direita espelhada.
 - A metade superior é igual à metade inferior espelhada.
 - Cada ponto da magnitude é multiplicado pela posição correspondente no filtro:

$$novamag(x, y) = mag(x, y) \cdot filtro(x, y)$$

- Toda convolução no domínio da frequência tem uma equivalente no domínio espacial!

Filtragem no domínio da frequência

- Os filtros do exemplo anterior são filtros *passa-baixa* ideais.
 - Por que “*passa-baixa*”?
 - Por que “ideais”?



Corta a partir de uma distância $N/4$ do centro



Corta a partir de uma distância $N/8$ do centro

Filtragem passa-baixa

- Para evitar os artefatos gerados pelos filtros passa-baixa ideais, podemos usar um filtro Gaussiano.
 - O filtro é gerado do mesmo jeito que o kernel de um filtro Gaussiano no domínio espacial!

Filtragem Gaussiana

- Para evitar os artefatos gerados pelos filtros passa-baixa ideais, podemos usar um filtro Gaussiano.
 - O filtro é gerado do mesmo jeito que o kernel de um filtro Gaussiano no domínio espacial!

```
for (cada linha i)
{
    y = i - altura/2
    gy = exp (-(y2) / (2σ2))

    for (cada coluna j)
    {
        x = j - largura/2
        gx = exp (-(x2) / (2σ2))

        filtro (i,j) = gx * gy
    }
}
```

Este código **gera** os coeficientes do filtro. A **aplicação** do filtro é uma multiplicação da magnitude da DFT pelos coeficientes.

Este código pode ser otimizado...

Filtragem Gaussiana

```
for (i de 0 até N/2)
{
    y = i - N/2
    gy = exp  $(-(y^2)/(2\sigma^2))$ 

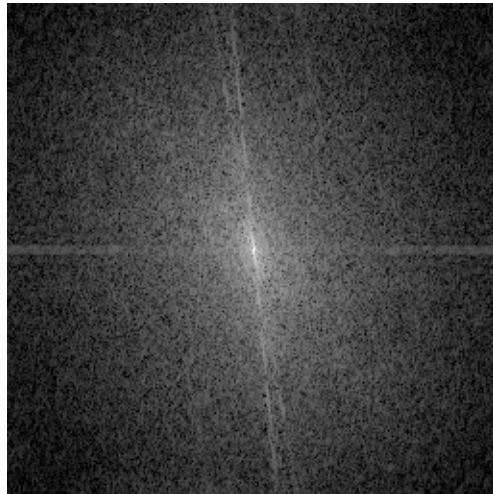
    for (j de 0 até M/2)
    {
        x = j - M/2
        gx = exp  $(-(x^2)/(2\sigma^2))$ 

        filtro (i,j) = filtro (i,M-1-j) =
        filtro (N-1-i,j) = filtro (N-1-i,M-1-j) = gx * gy
    }
}
```

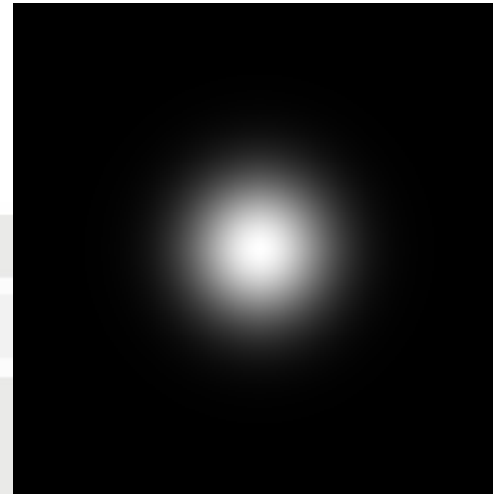

Exemplo



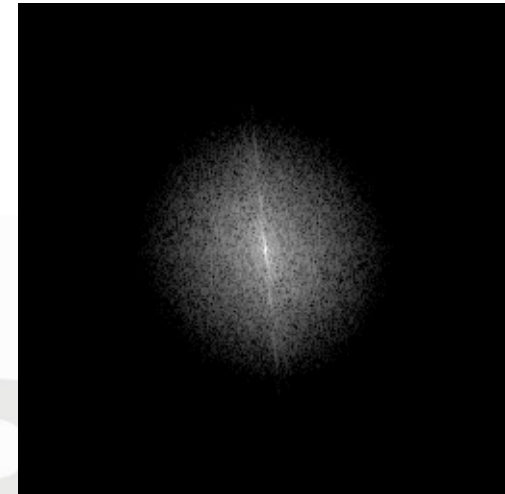
Imagem original



Magnitude



Filtro ($\sigma=26$)



Magnitude · Filtro

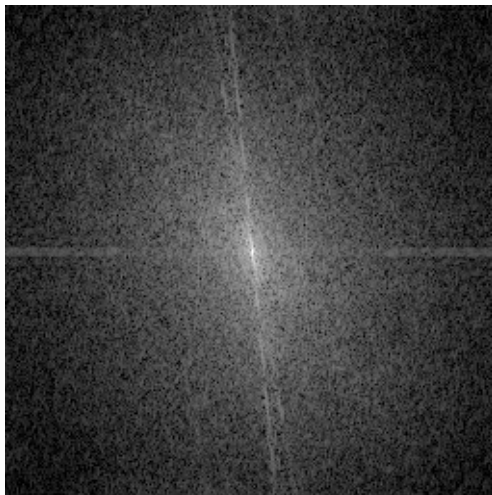


Imagem reconstruída

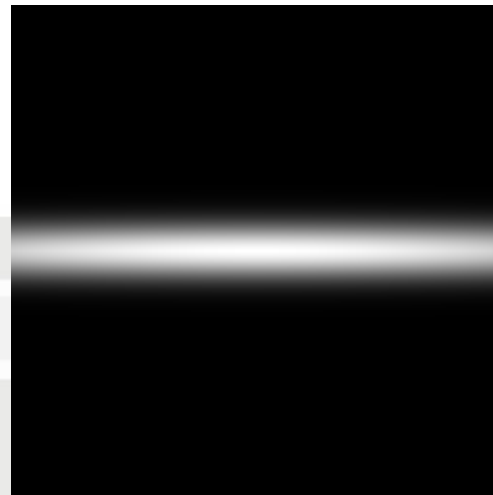
Exemplo



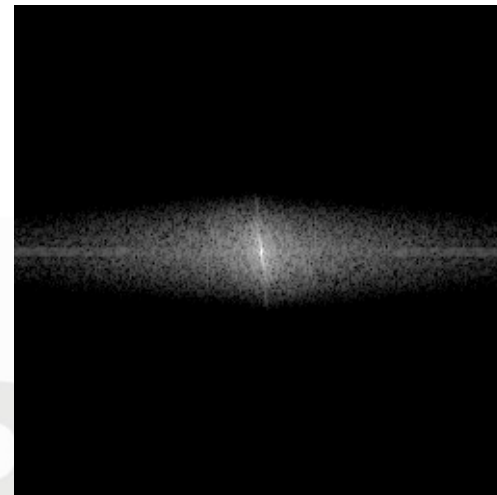
Imagem original



Magnitude



Filtro ($\sigma_x=200, \sigma_y=10$)



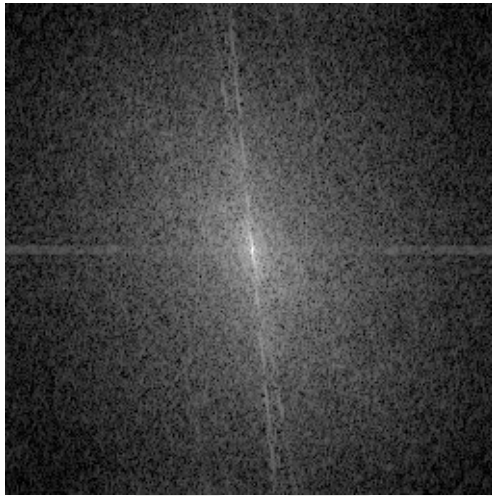
Magnitude · Filtro

Podemos usar valores diferentes de σ na horizontal e na vertical.

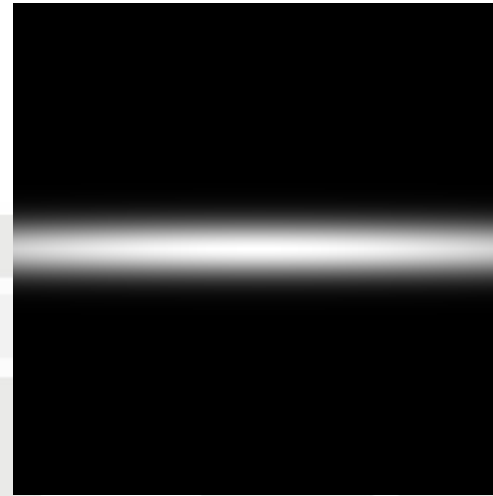
Exemplo



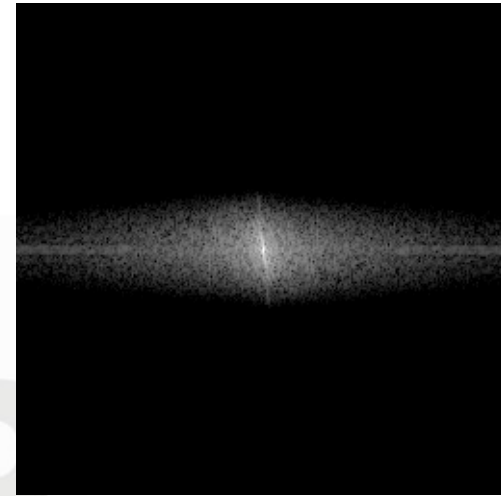
Imagem original



Magnitude



Filtro ($\sigma_x=200, \sigma_y=10$)



Magnitude · Filtro

Podemos usar valores diferentes de σ na horizontal e na vertical.



Imagem reconstruída

Domínio espacial x frequência

- Todo filtro Gaussiano no domínio da frequência tem um filtro Gaussiano equivalente no domínio espacial.
 - Mas note que o funcionamento do σ é diferente nos dois casos.
 - Por quê?!
- Em que circunstâncias a filtragem Gaussiana no domínio da frequência é vantajosa?

Filtragem passa-alta

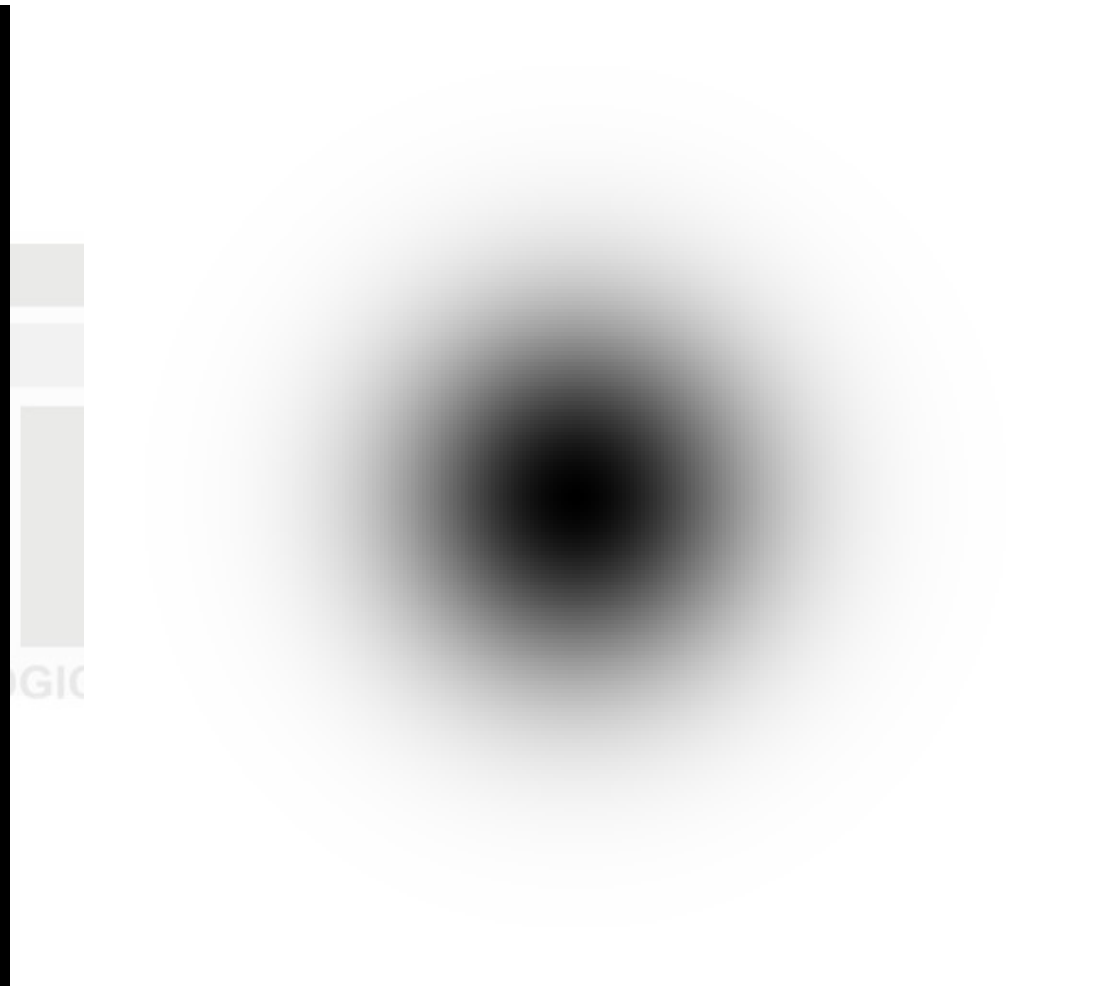
- Assim como podemos cortar frequências mais altas, podemos cortar frequências mais baixas...

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Filtragem passa-alta

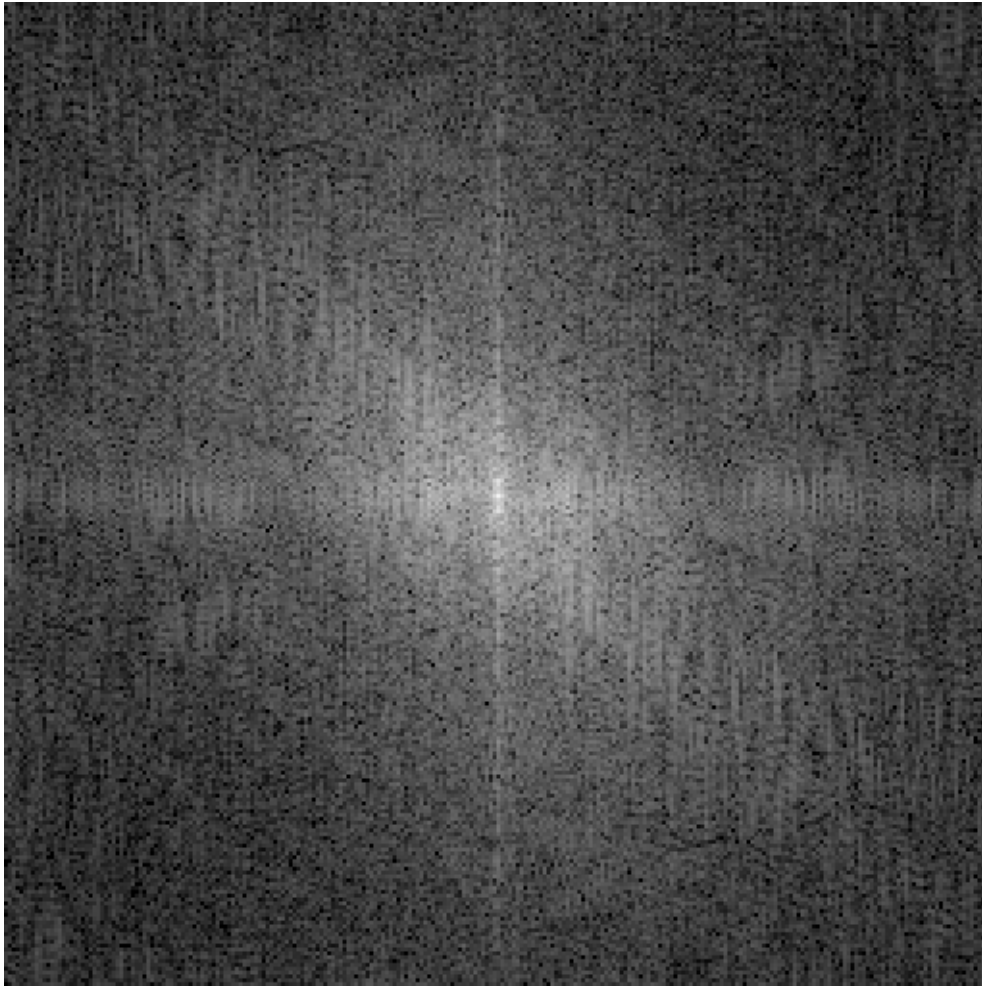


Imagem original

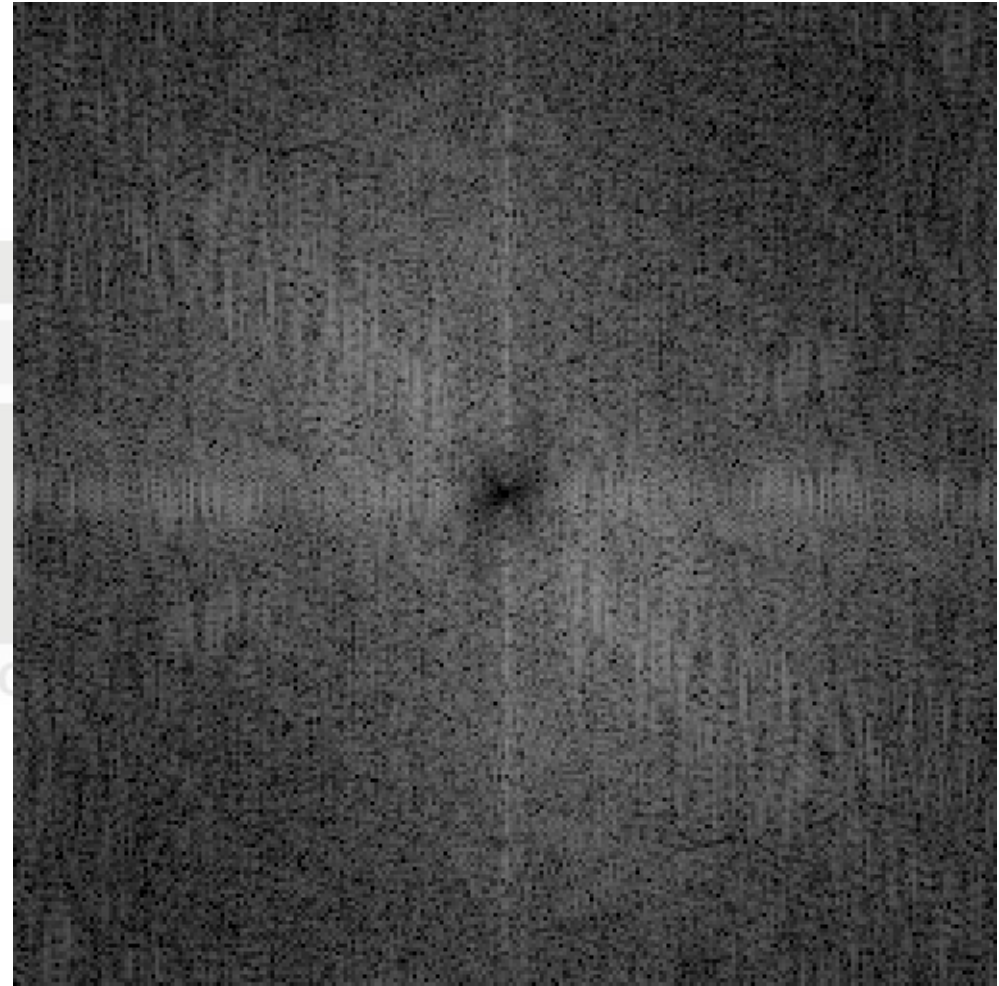


Filtro (1 – filtro Gaussiano com $\sigma = 32$)

Filtragem passa-alta



Magnitude



Magnitude alterada

Filtragem passa-alta



Imagem original

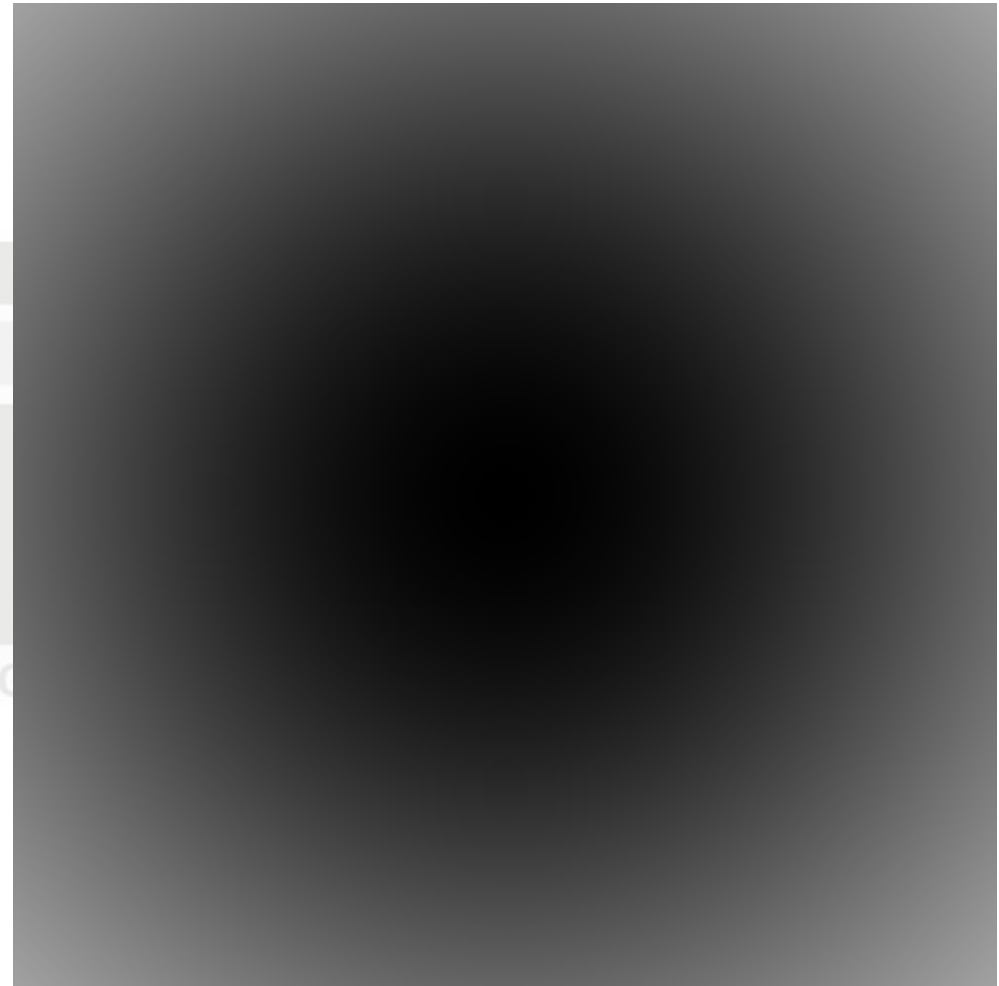


Reconstruída

Filtragem passa-alta

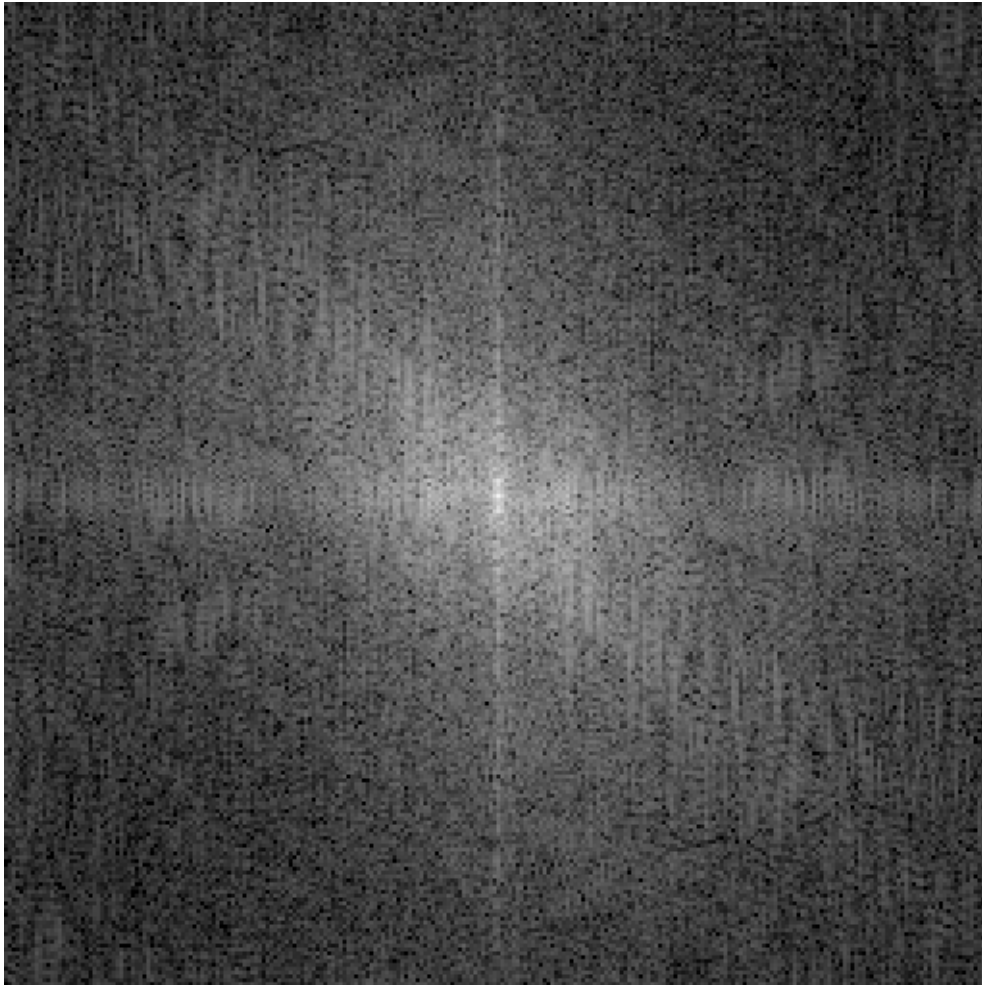


Imagem original

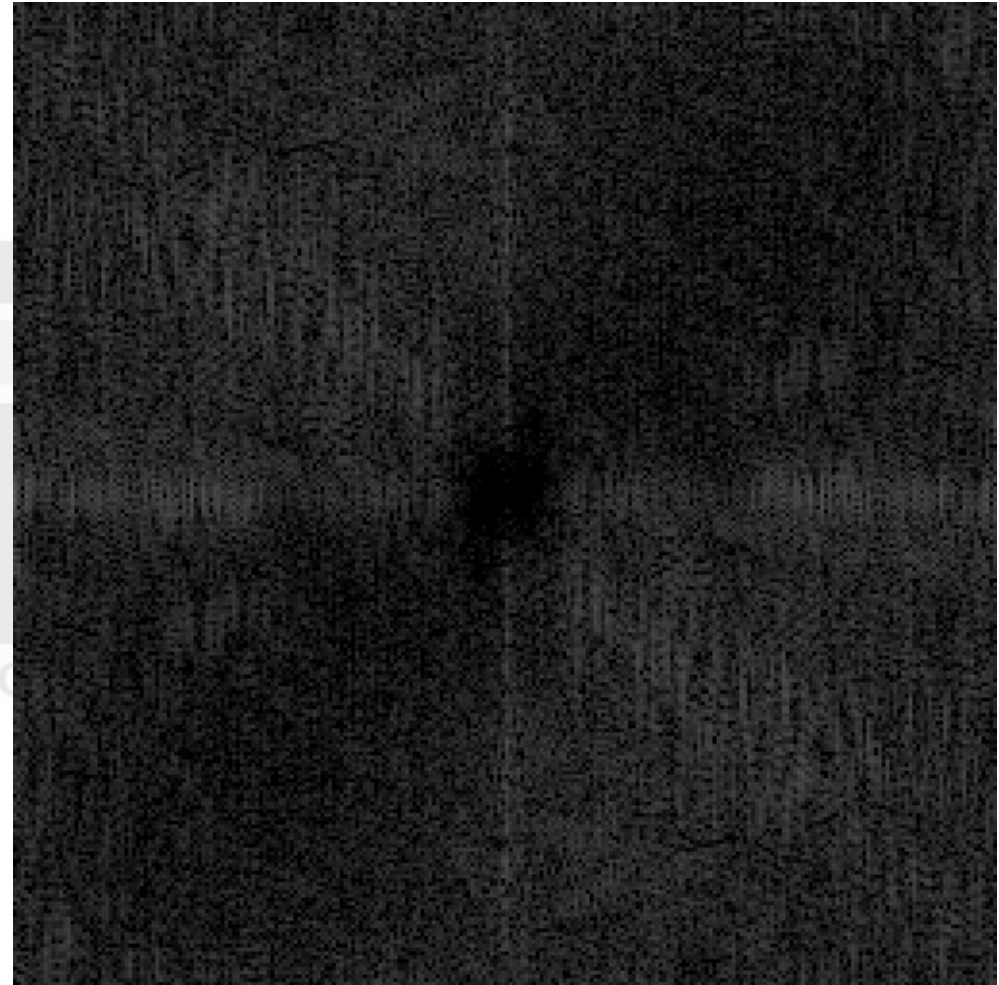


Filtro (1 – filtro Gaussiano com $\sigma = 128$)

Filtragem passa-alta



Magnitude



Magnitude alterada

Filtragem passa-alta



Imagem original



Reconstruída

???

Filtragem passa-alta



Imagem original



Reconstruída (normalizada)

Realçando frequências

- Se existirem coeficientes com valor maior que 1, o filtro pode realçar certas frequências.
 - O filtro abaixo, de um exemplo anterior, foi gerado subtraindo de 1 um filtro Gaussiano com $\sigma = 32$.
 - Como seria um filtro que soma 1 a cada coeficiente do filtro abaixo?
 - Por que não estamos mostrando este outro filtro?

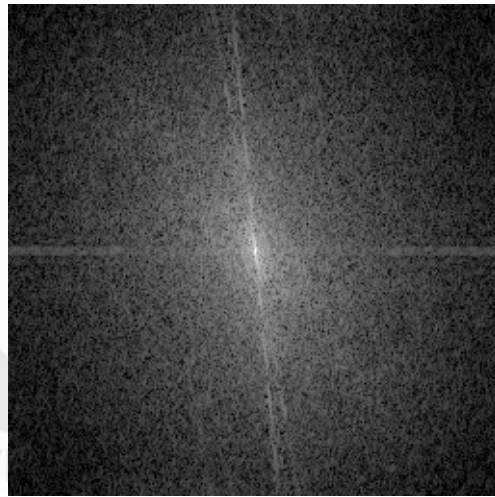
UNIVERSIDADE

AL DO PARANÁ

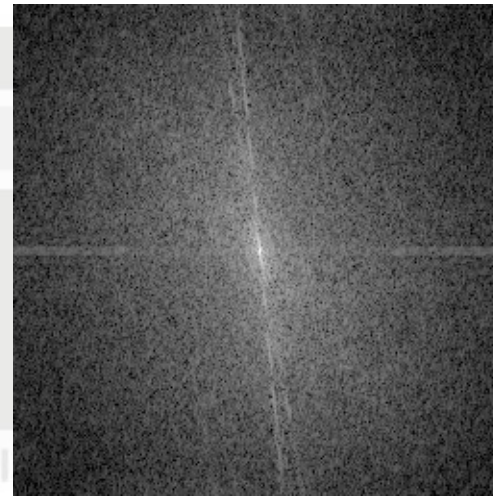
Exemplo



Imagem original



Magnitude



Magnitude · Filtro



Imagem reconstruída

Exemplo



Imagem original

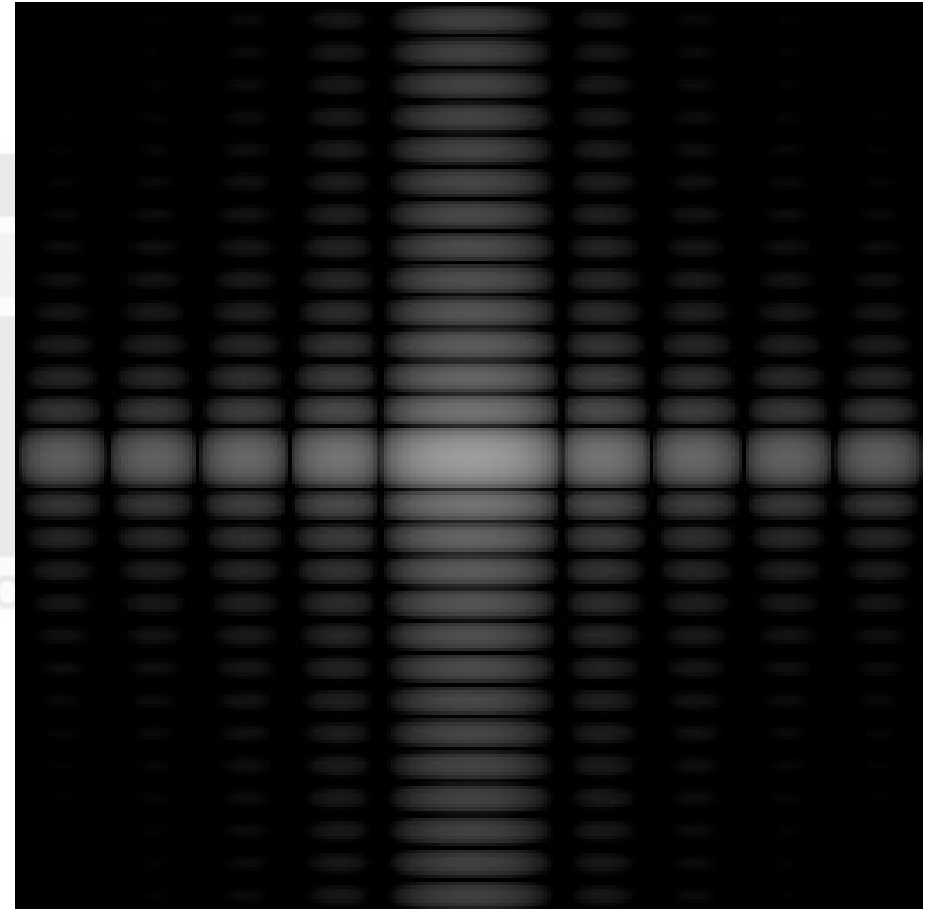
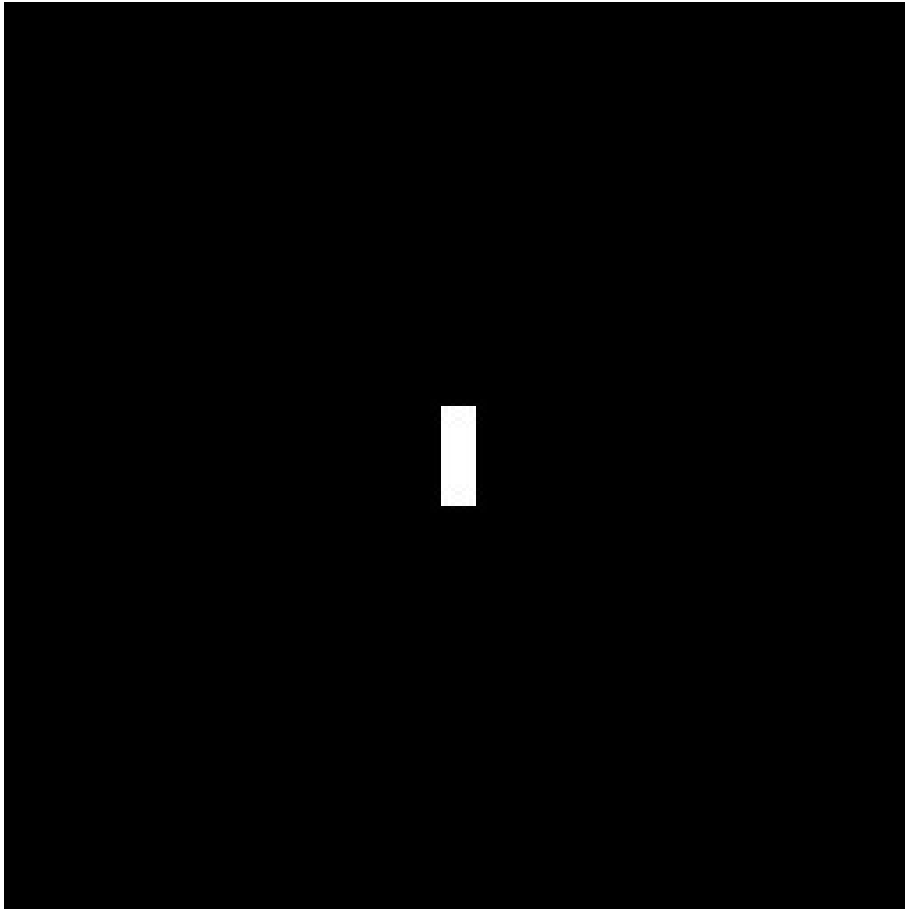


Imagem reconstruída
É uma versão com detalhes realçados!

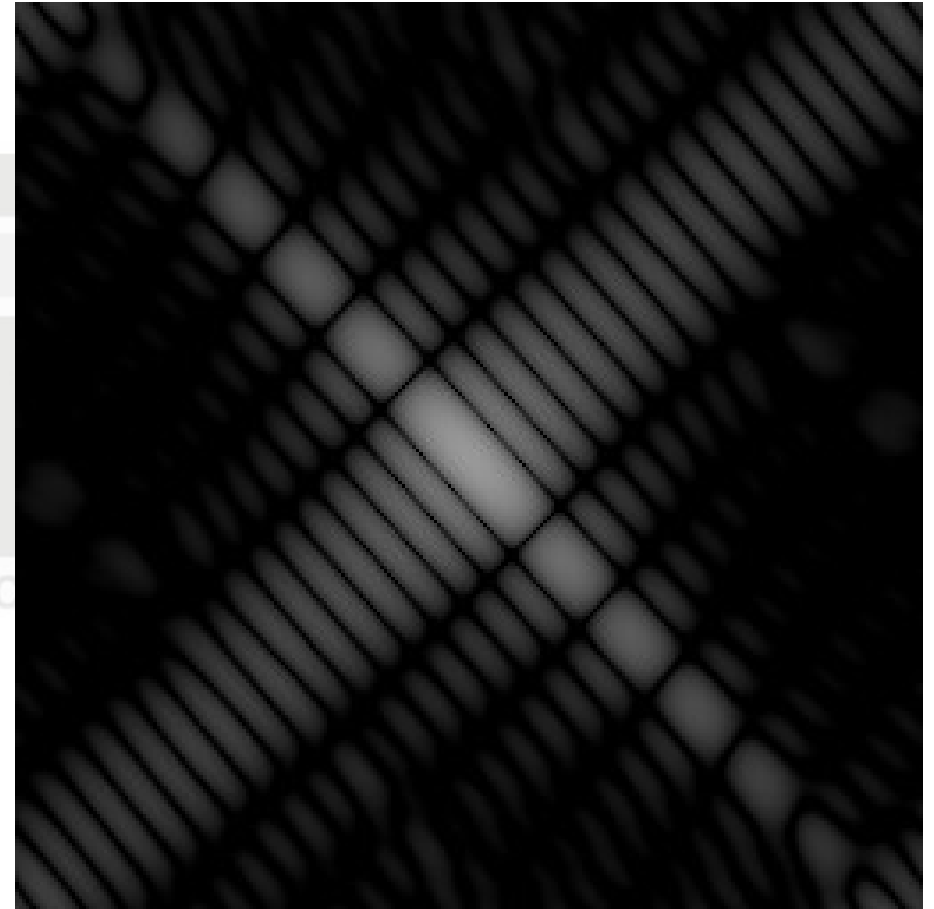
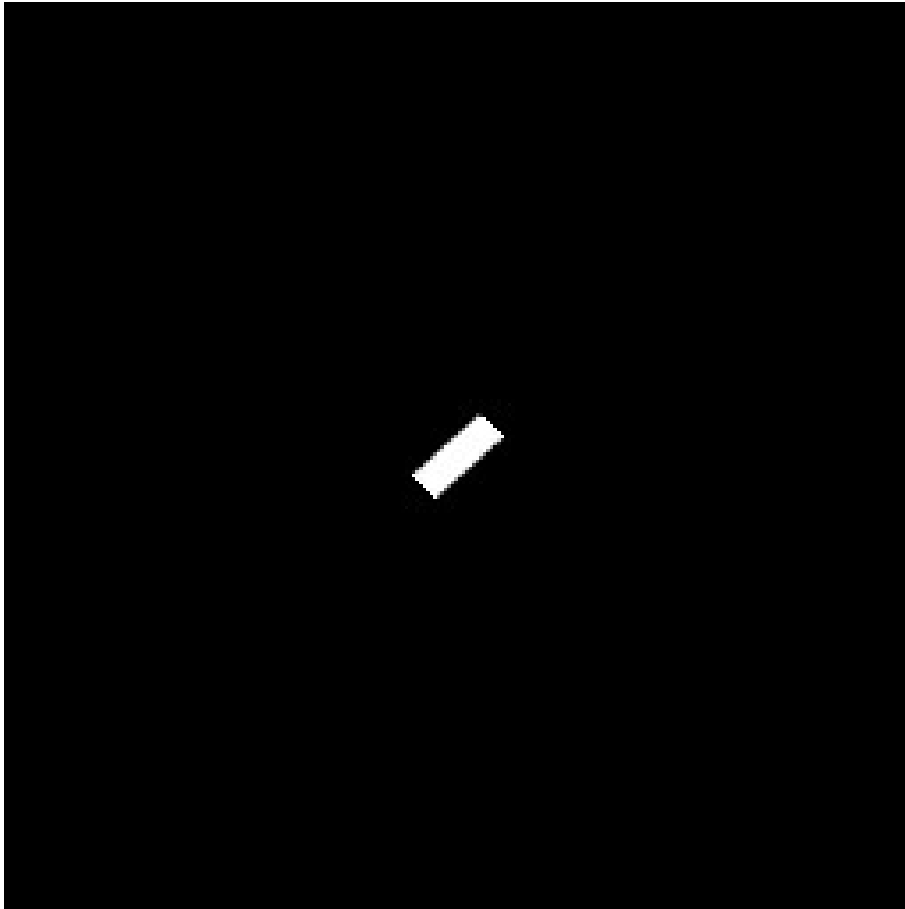
Um problema...

- A transformada de Fourier supõe sinais infinitos.
 - Em imagens, normalmente significa imaginar repetições infinitas (*tiles*).
- O espectro pode conter artefatos – frequências “falsas” devido ao contraste entre margens opostas (esquerda x direita, topo x baixo).
 - Pode ser problemático para algumas aplicações de análise de sinais.

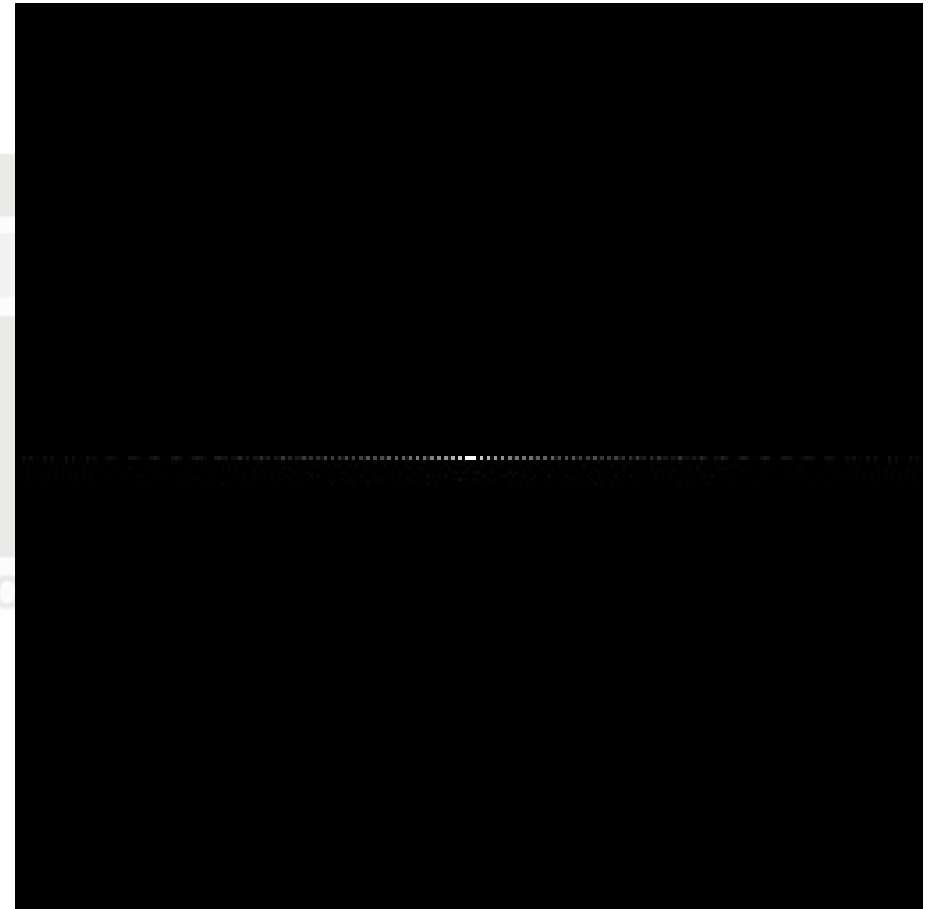
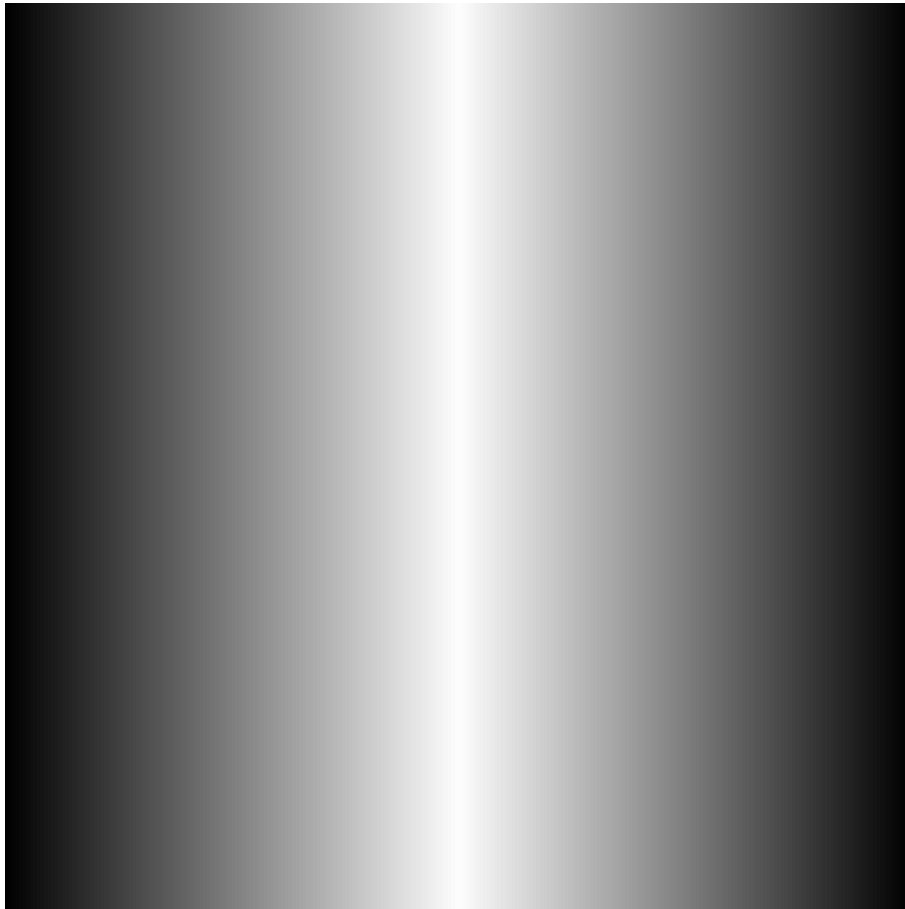
Sem problemas...



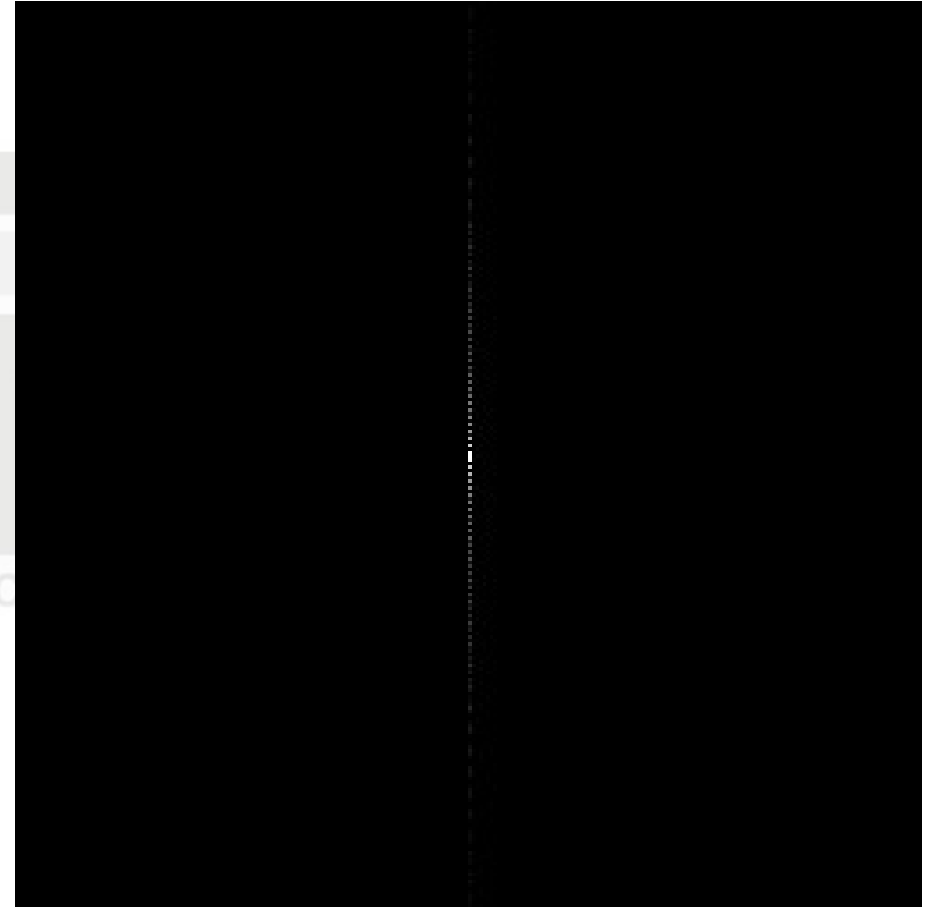
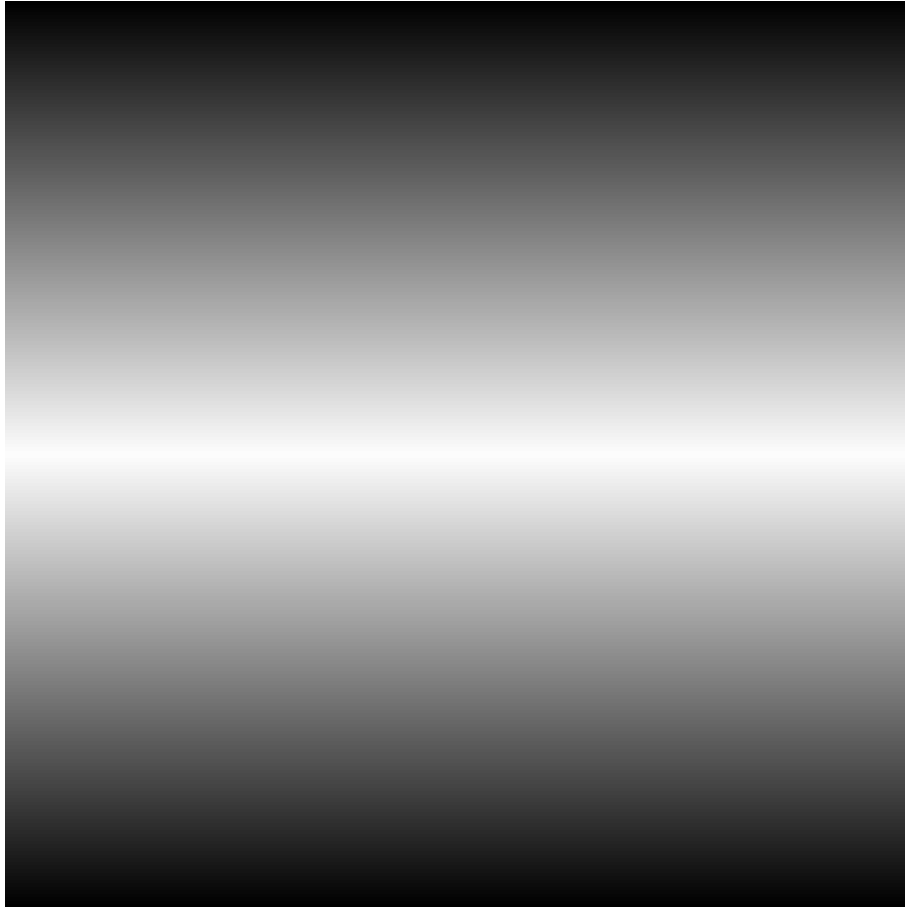
Sem problemas...



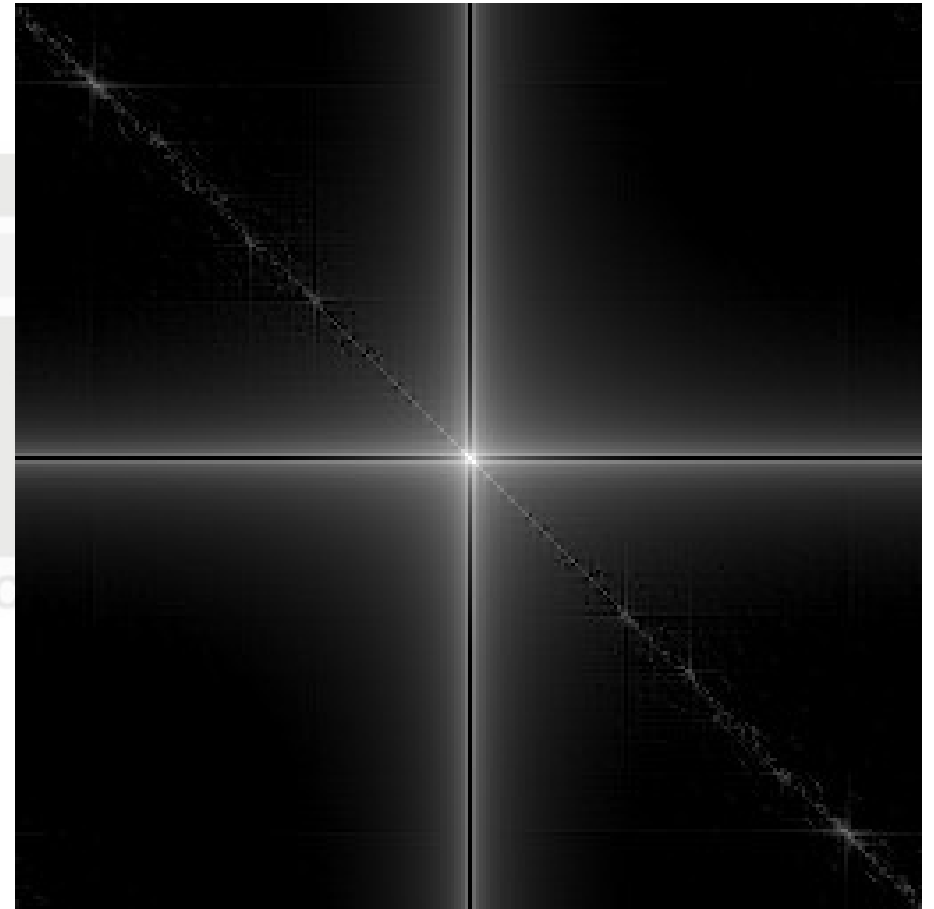
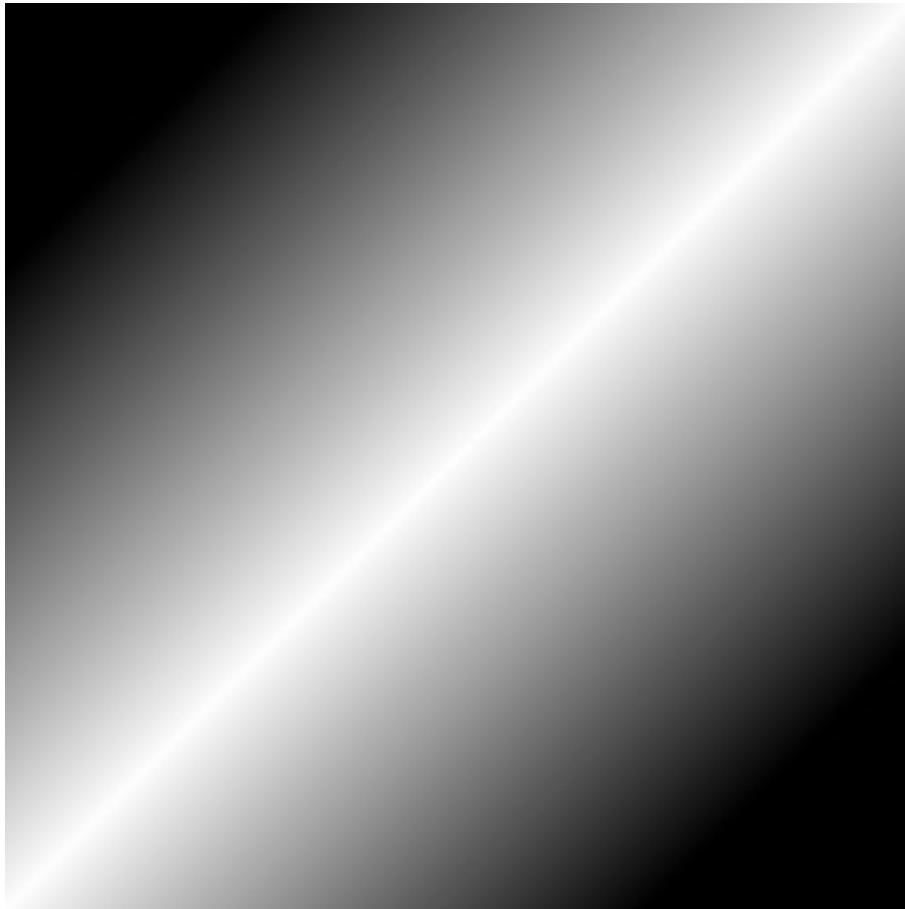
Sem problemas...



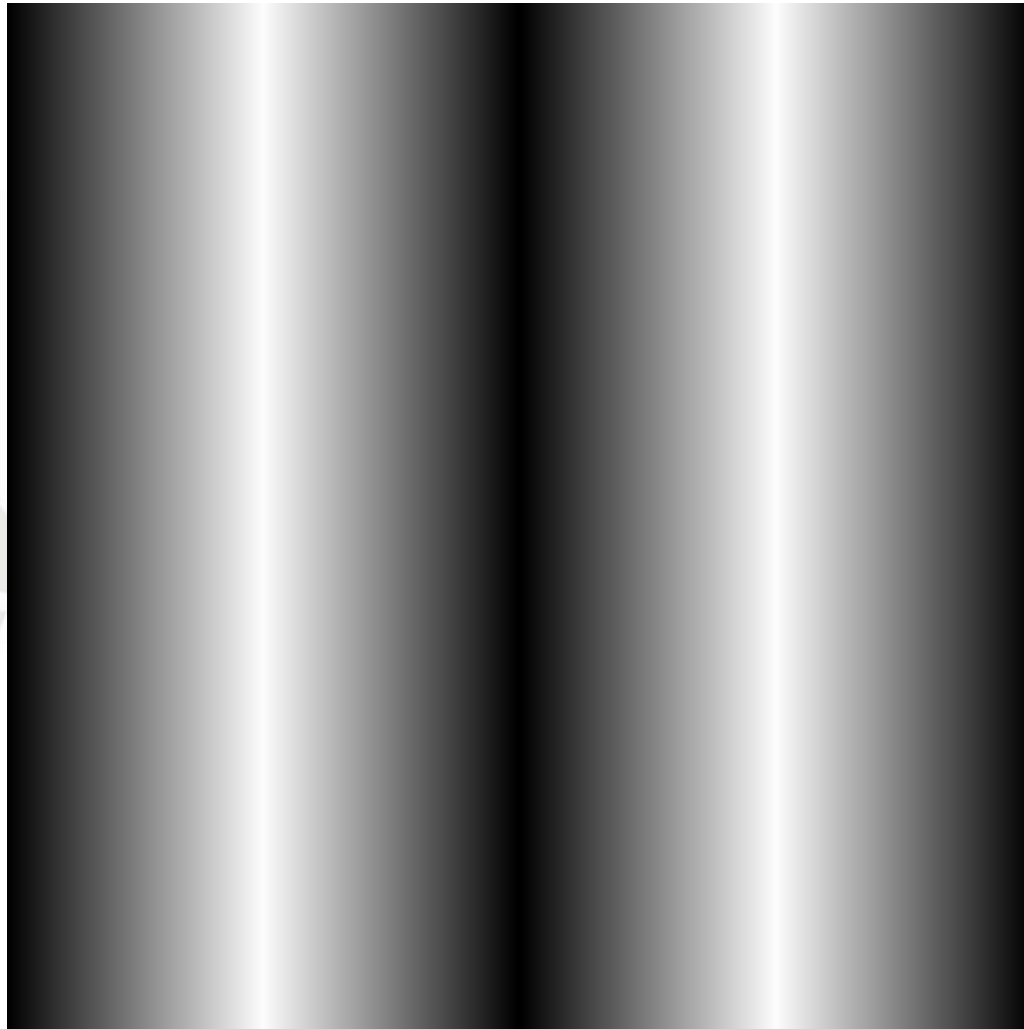
Sem problemas...



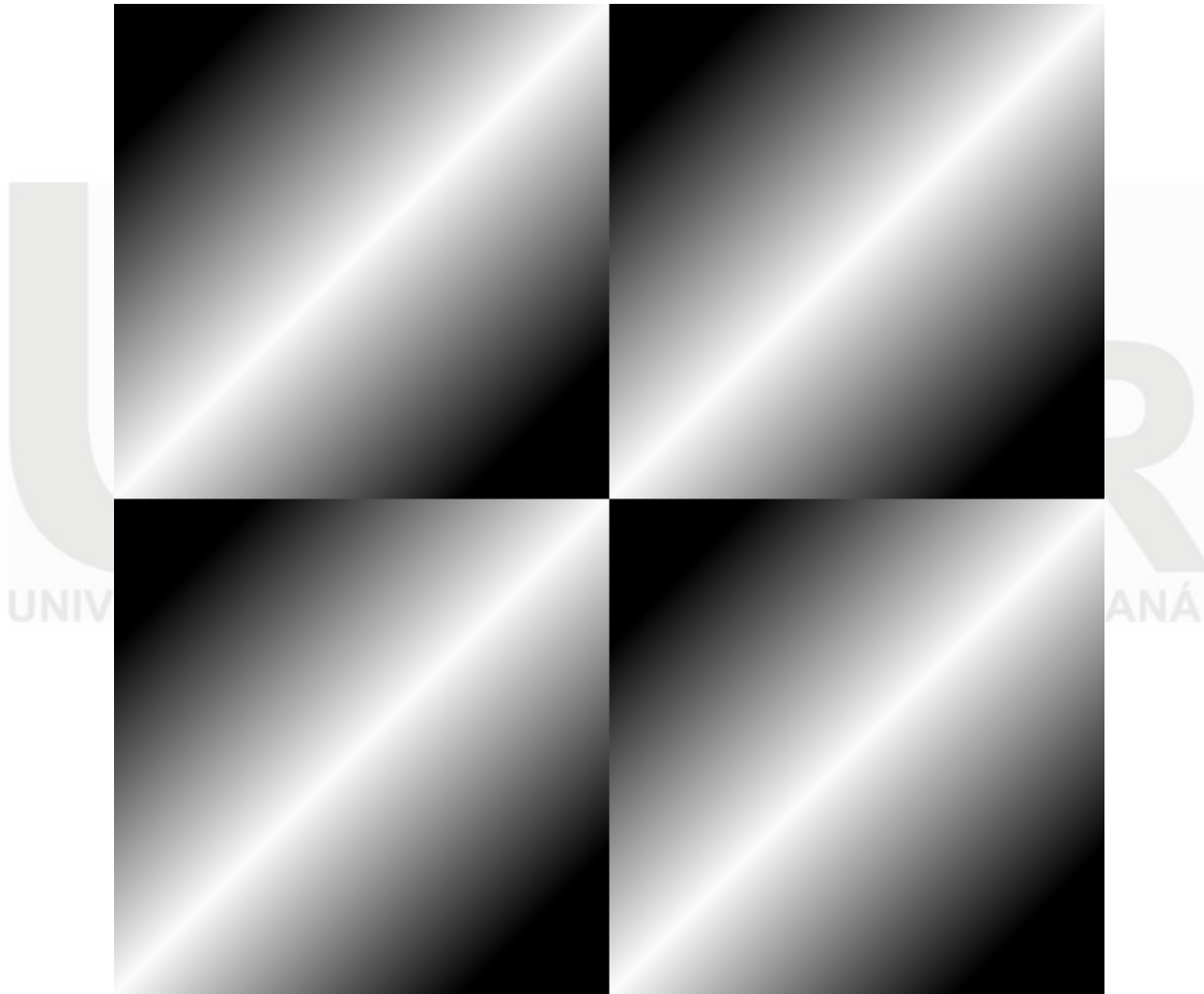
???



???



???



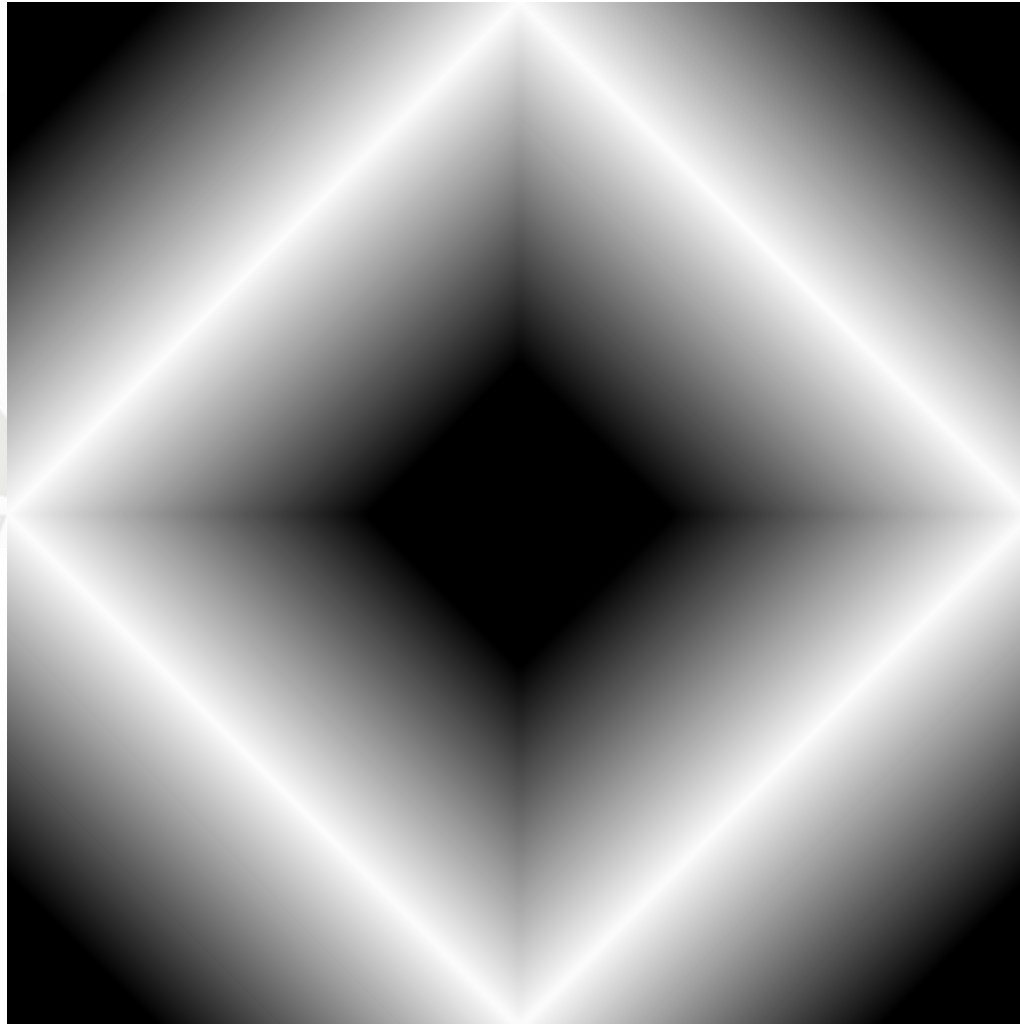
Como resolver?

- Como?

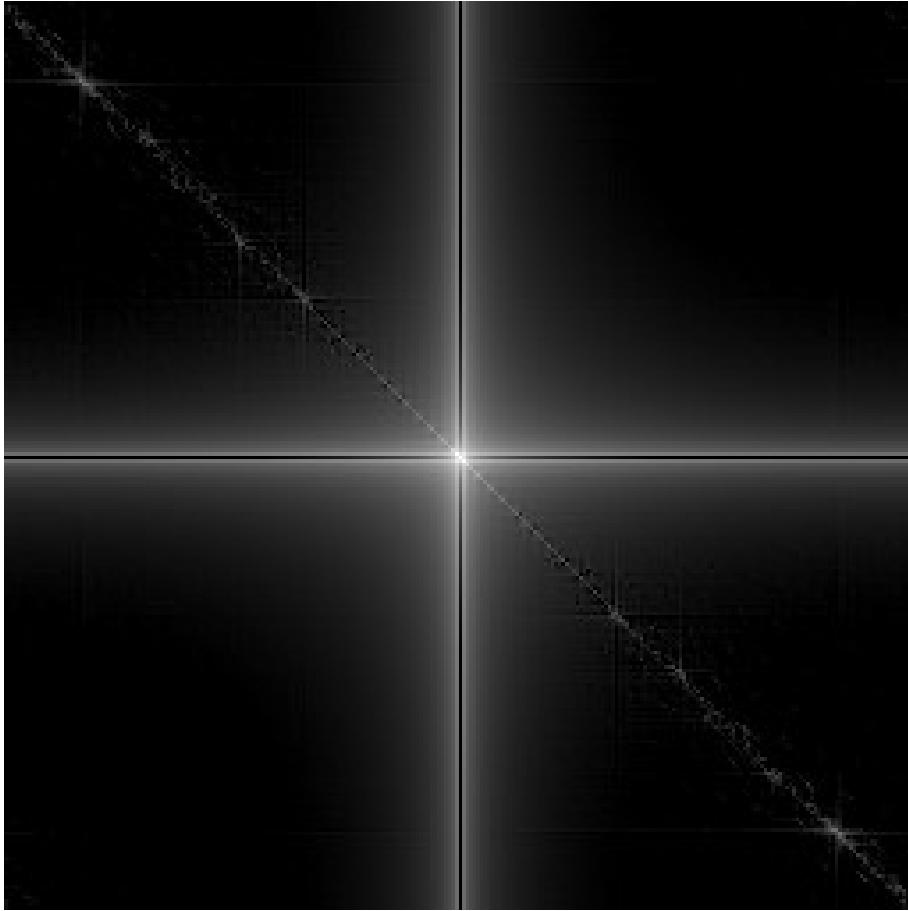


Como resolver?

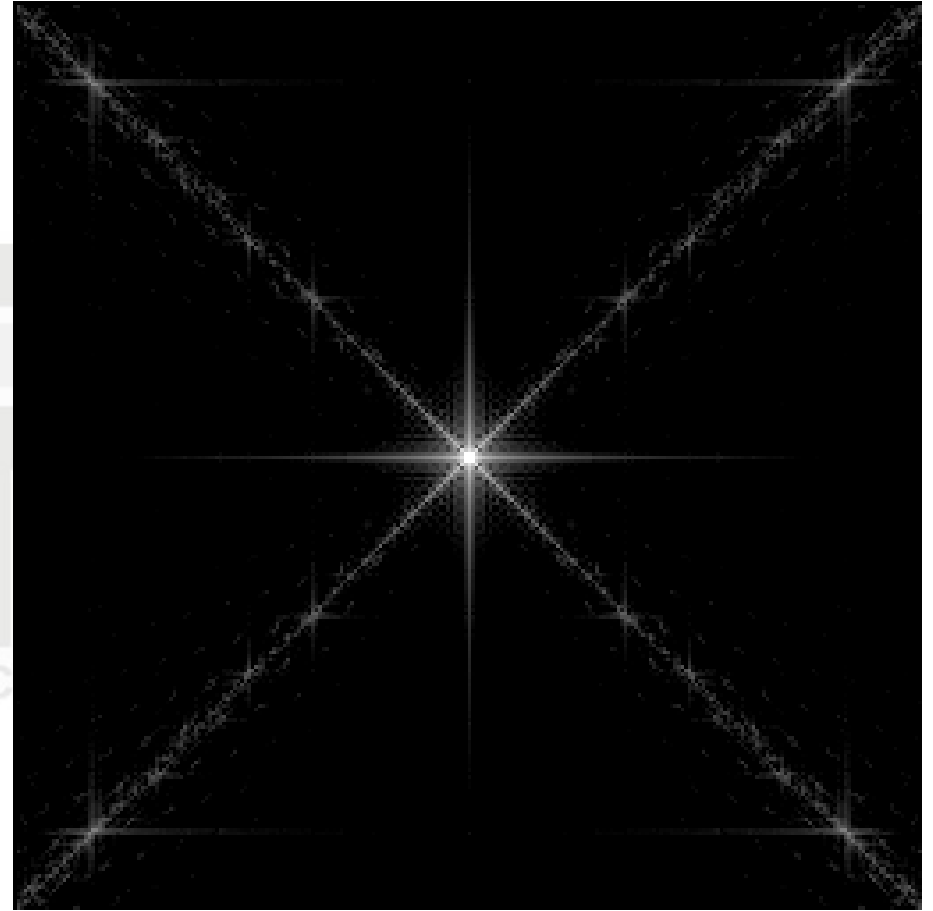
- Repetições espelhadas?



Como resolver?



Tiles



Repetições espelhadas

Windowing (janelamento?)

- Truque: escurecer as margens da imagem.
 - Mesmo considerando repetições simples, não teremos artefatos.
- Existem várias funções usadas na prática para *windowing*.
 - Vamos testar aqui duas funções.

Janela de Hann

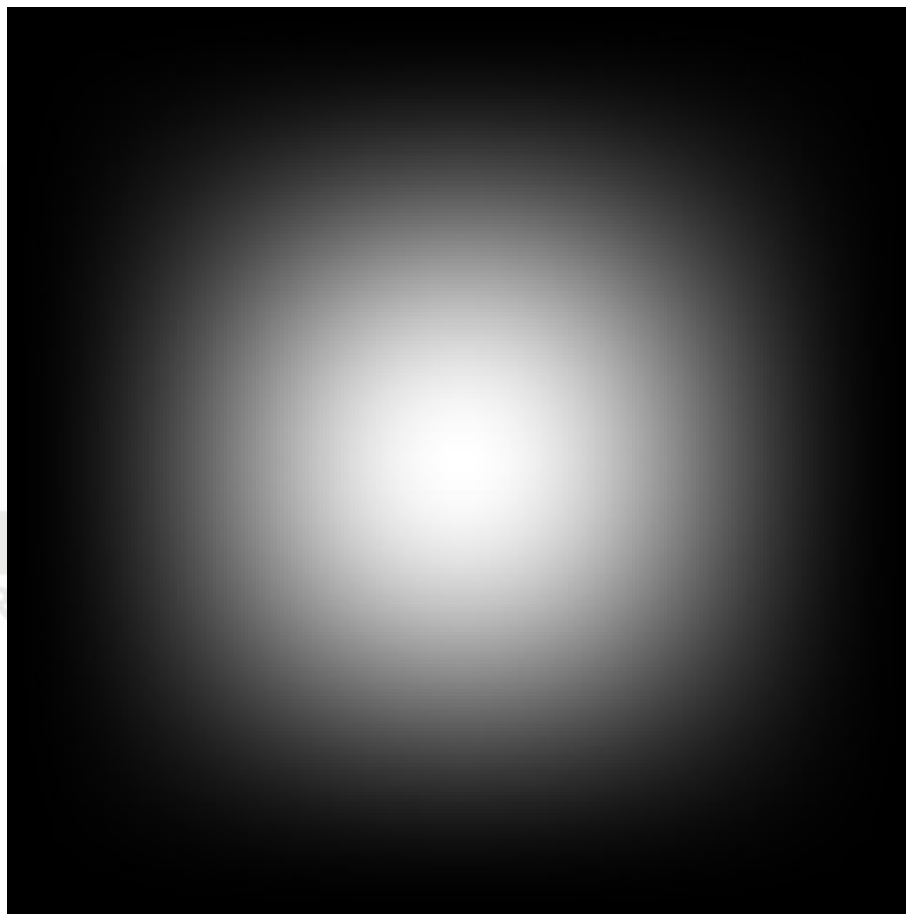
$$w(x) = \frac{1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{W-1}\right)}{2}$$

W é a largura da imagem...

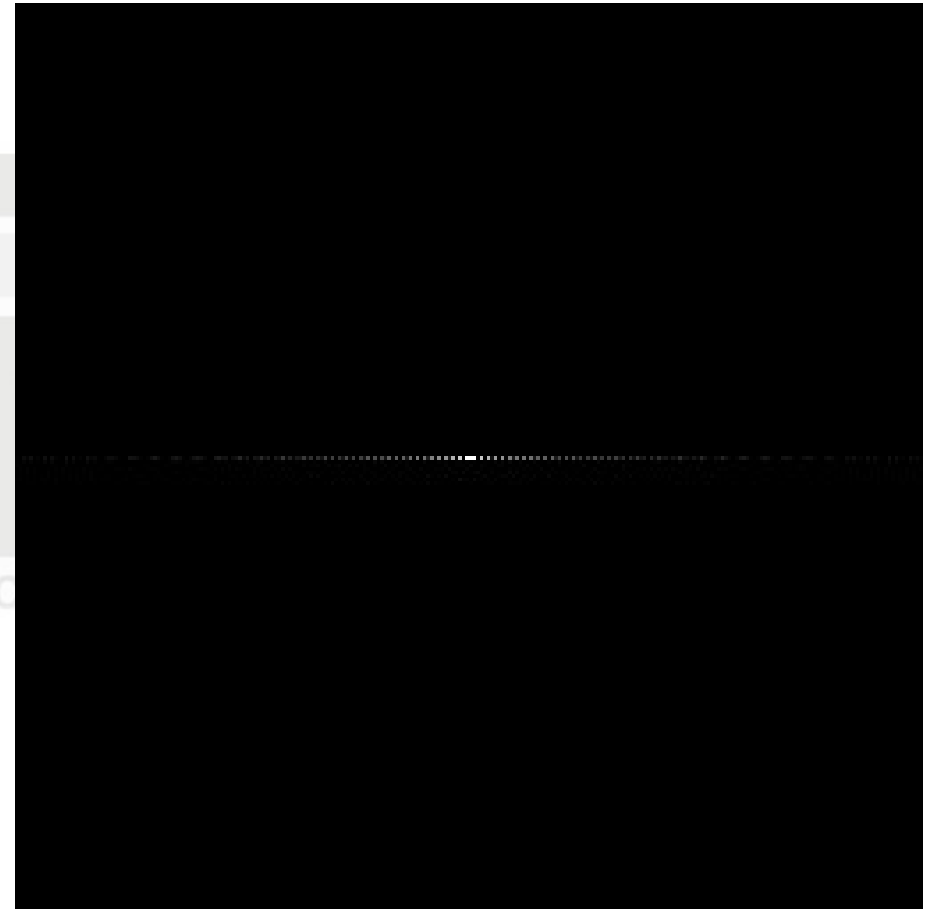
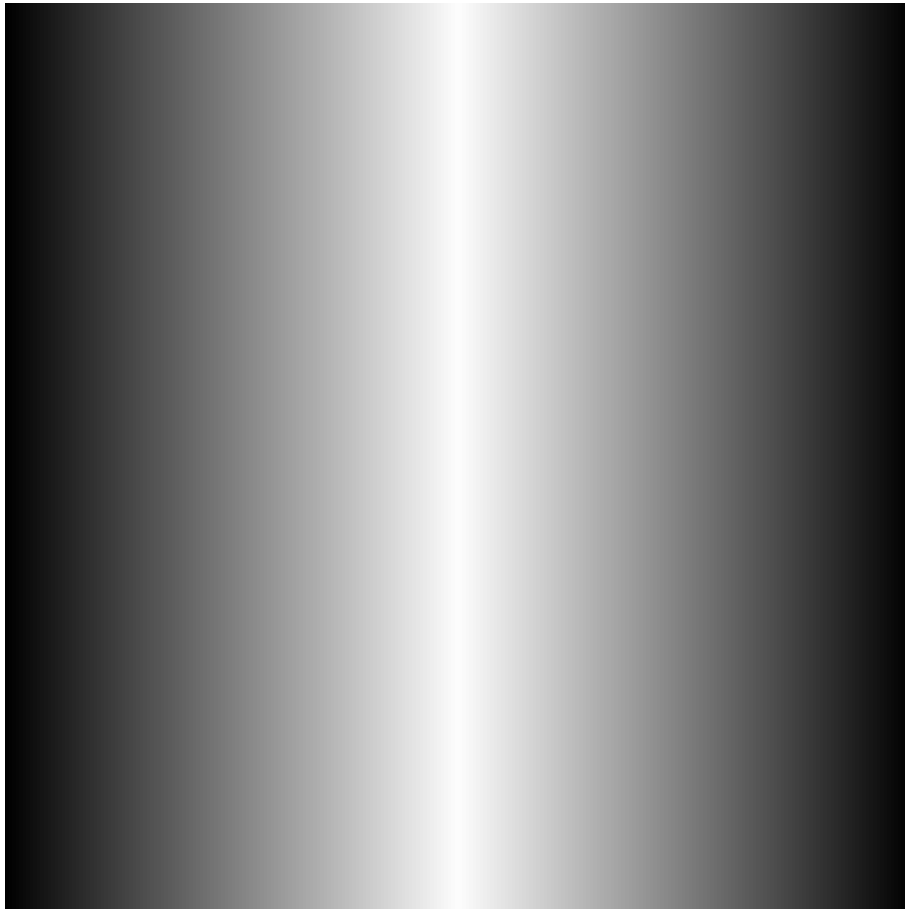
- Para 2d, basta calcular $w(x) * w(y)$.
- Para aplicar a janela, basta multiplicar cada pixel por $w(x)$ e $w(y)$:

$$g(x, y) = f(x, y) \cdot w(x) \cdot w(y)$$

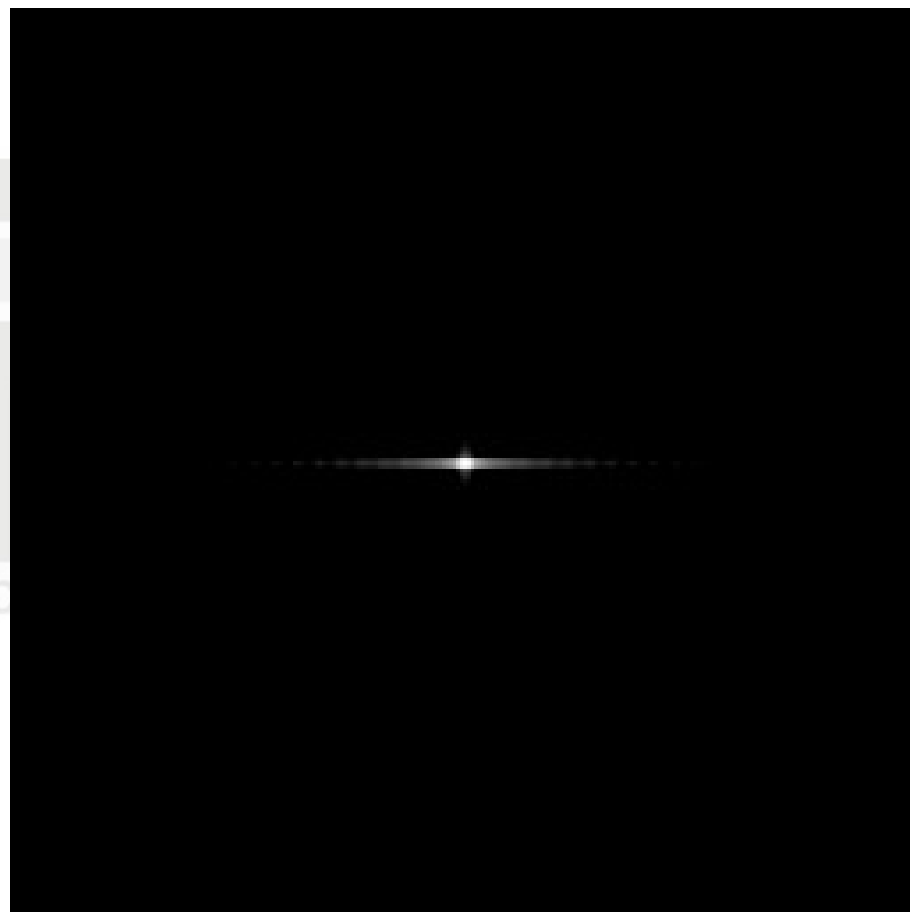
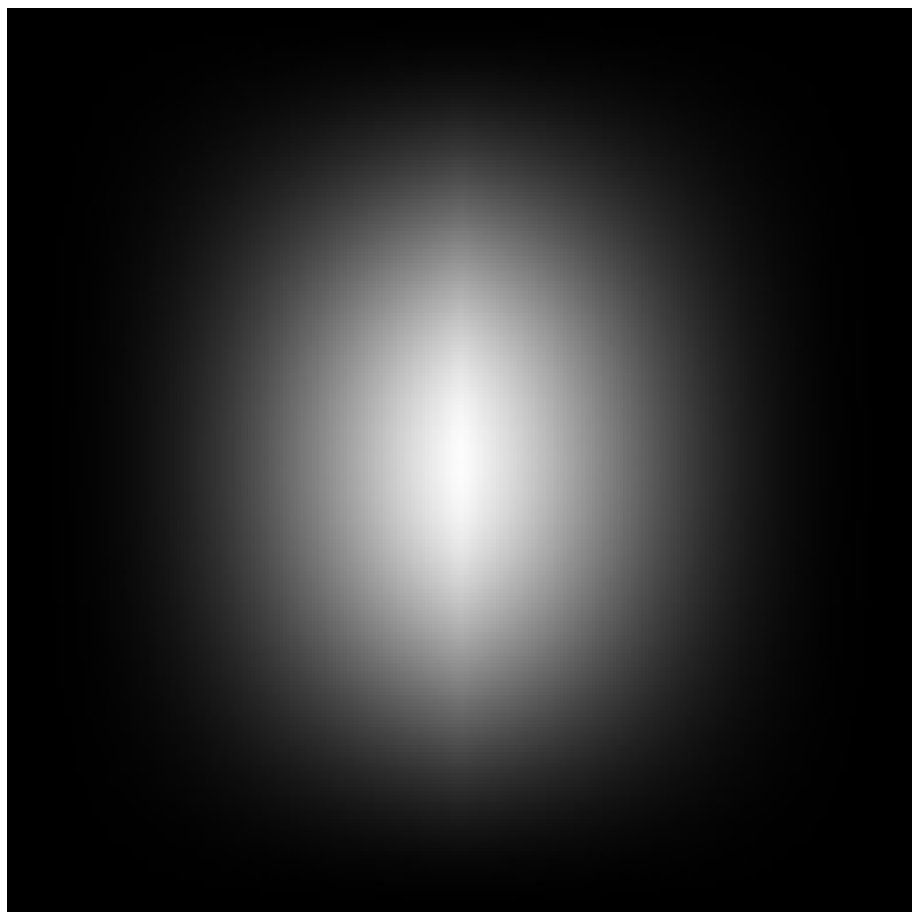
Janela de Hann



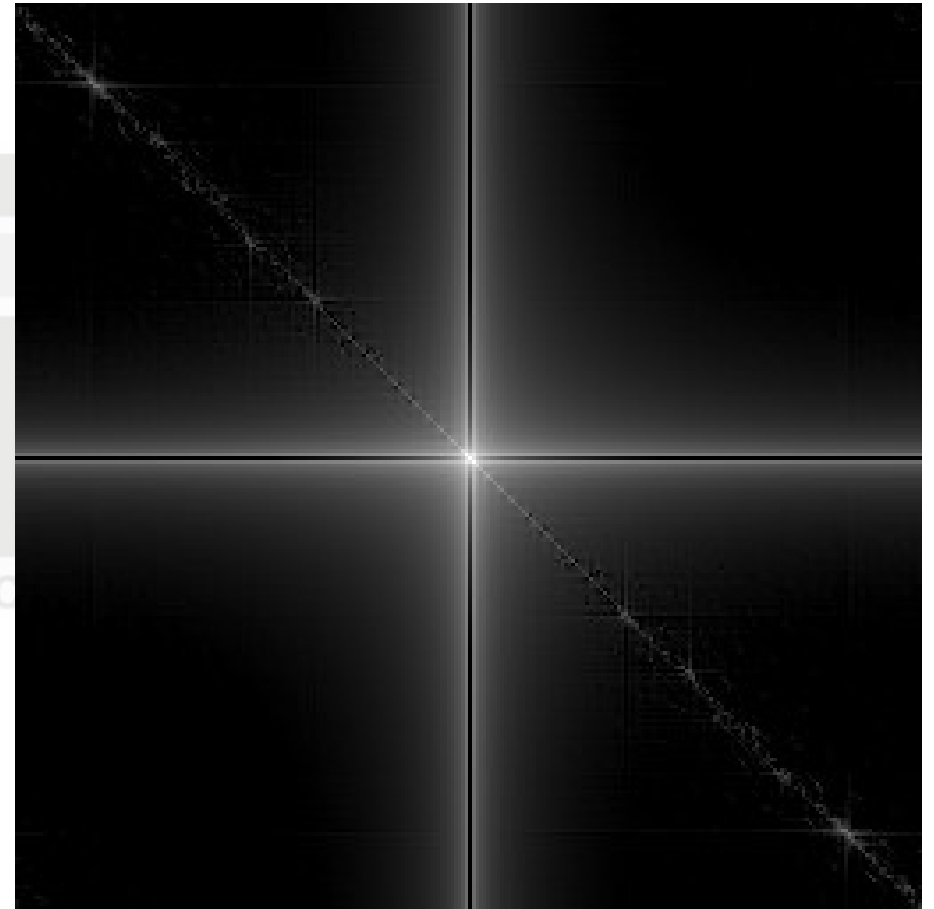
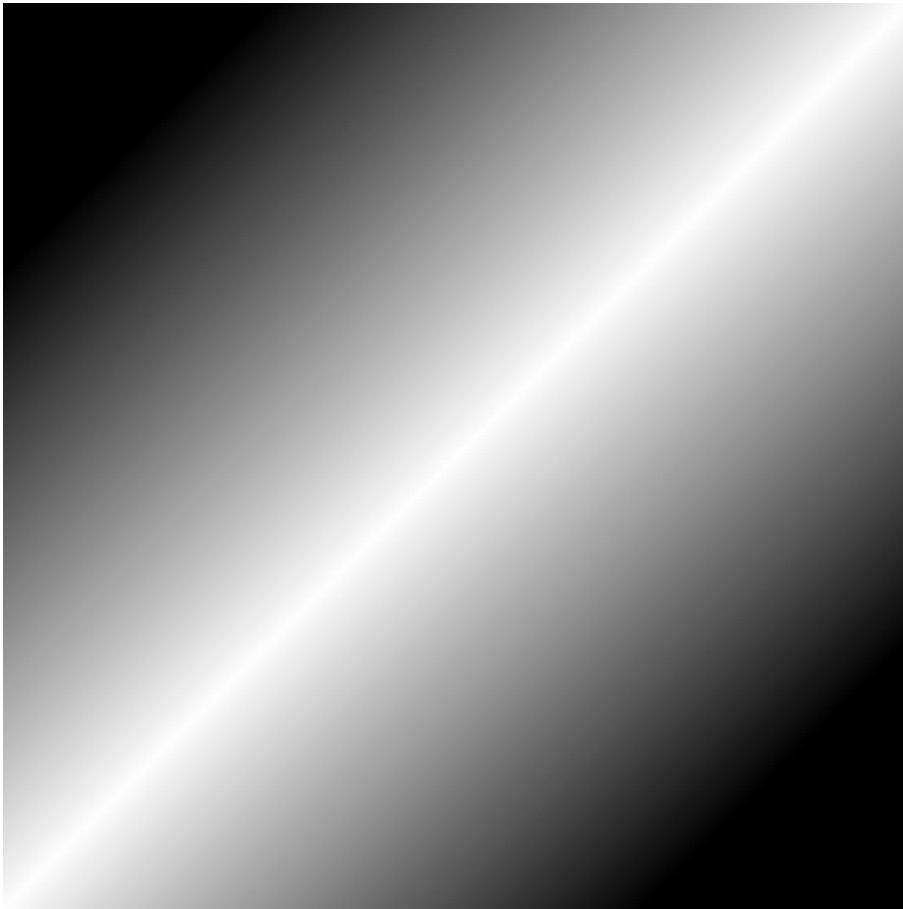
Janela de Hann (sem janela)



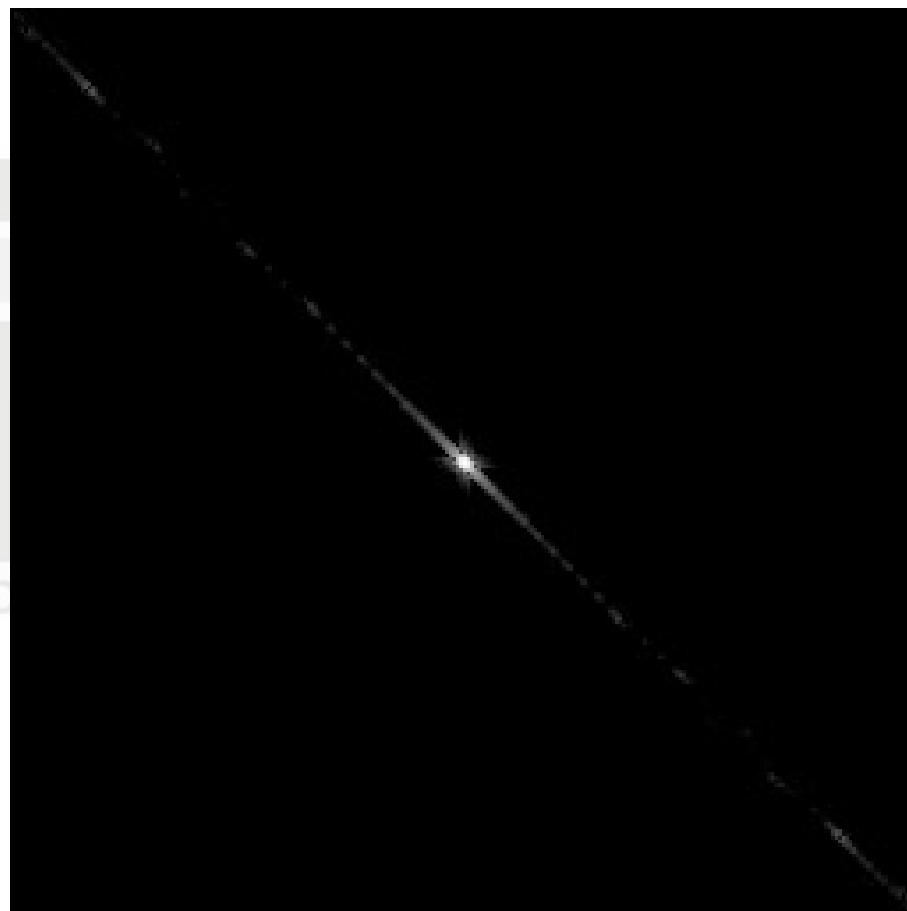
Janela de Hann (com janela)



Janela de Hann (sem janela)



Janela de Hann (com janela)



Janela de Tukey

- Em funções como a janela de Hann, os dados têm sua importância reduzida conforme a distância para o centro aumenta.
 - Mesmo dados próximos ao centro são alterados.
- Existem alternativas que afetam somente as regiões próximas às margens.
 - Exemplo: janela de Tukey.

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Janela de Tukey

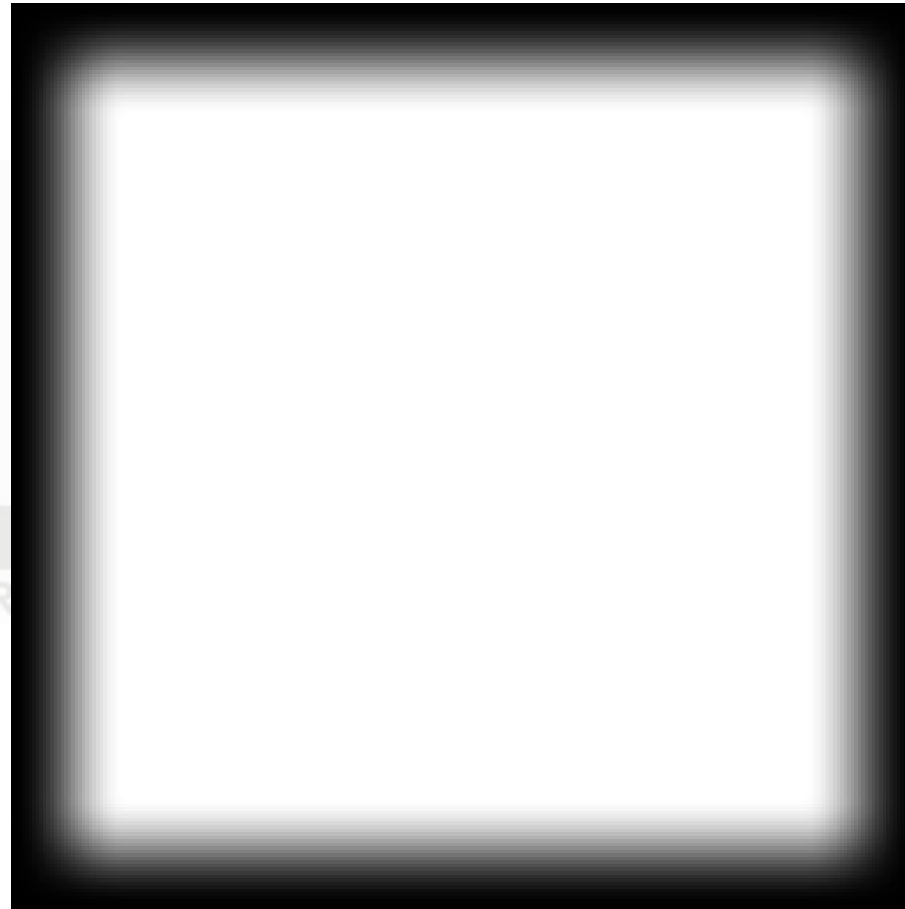
$$w(x) = \frac{1 + \cos\left(\pi\left(\frac{2x}{\alpha(W-1)} - 1\right)\right)}{2} \text{ se } 0 \leq x < \frac{\alpha(W-1)}{2}$$

$$w(x) = \frac{1 + \cos\left(\pi\left(\frac{2x}{\alpha(W-1)} - \frac{2}{\alpha} + 1\right)\right)}{2} \text{ se } (W-1)\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) < x \leq (W-1)$$

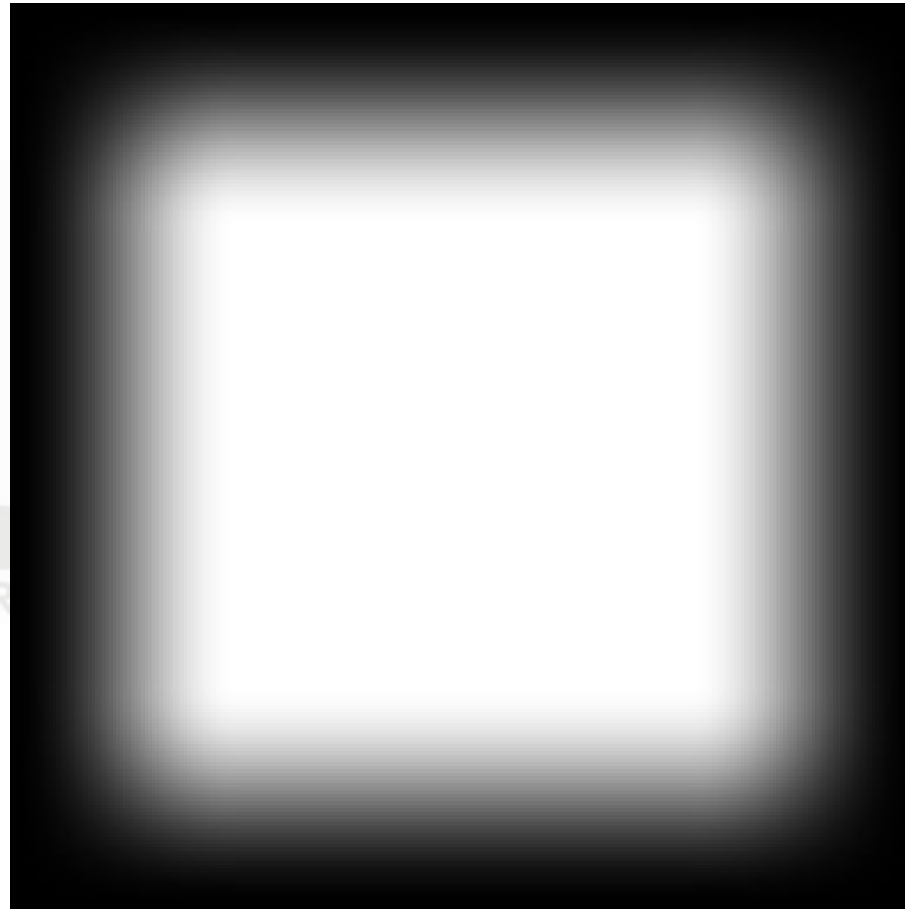
$w(x) = 1$, do contrário

α é o parâmetro que diz o quanto a janela “entra” na imagem.
Quanto maior, mais pixels são afetados.

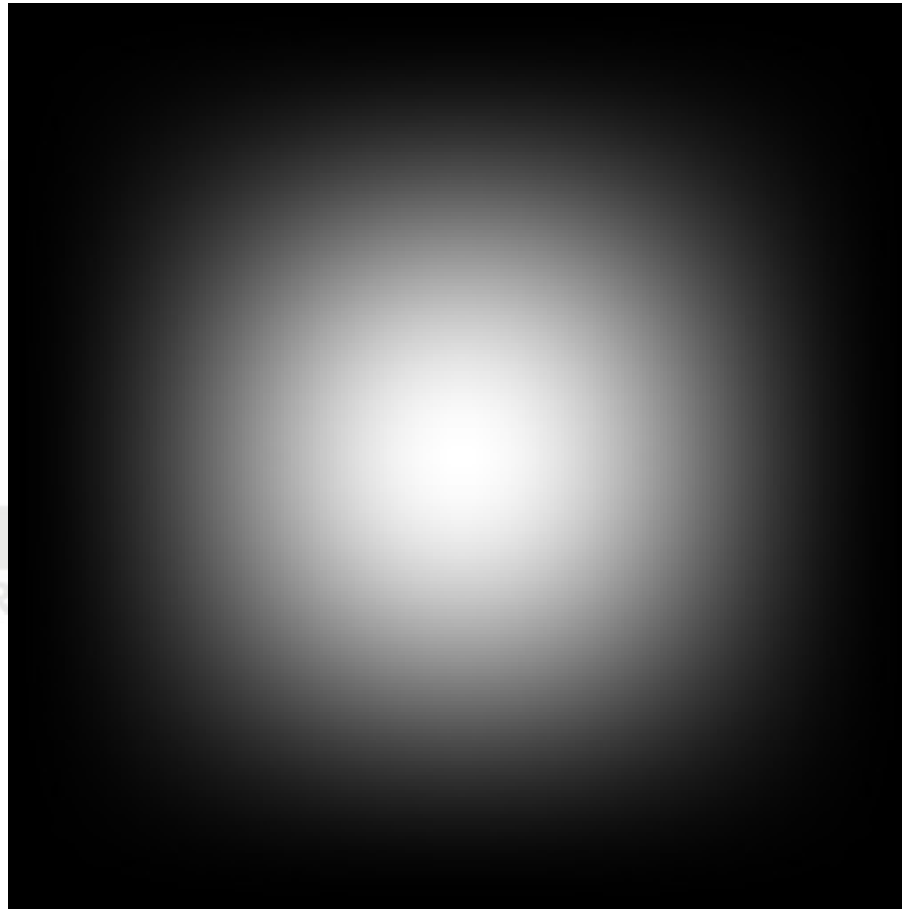
Janela de Tukey ($\alpha = 0.25$)



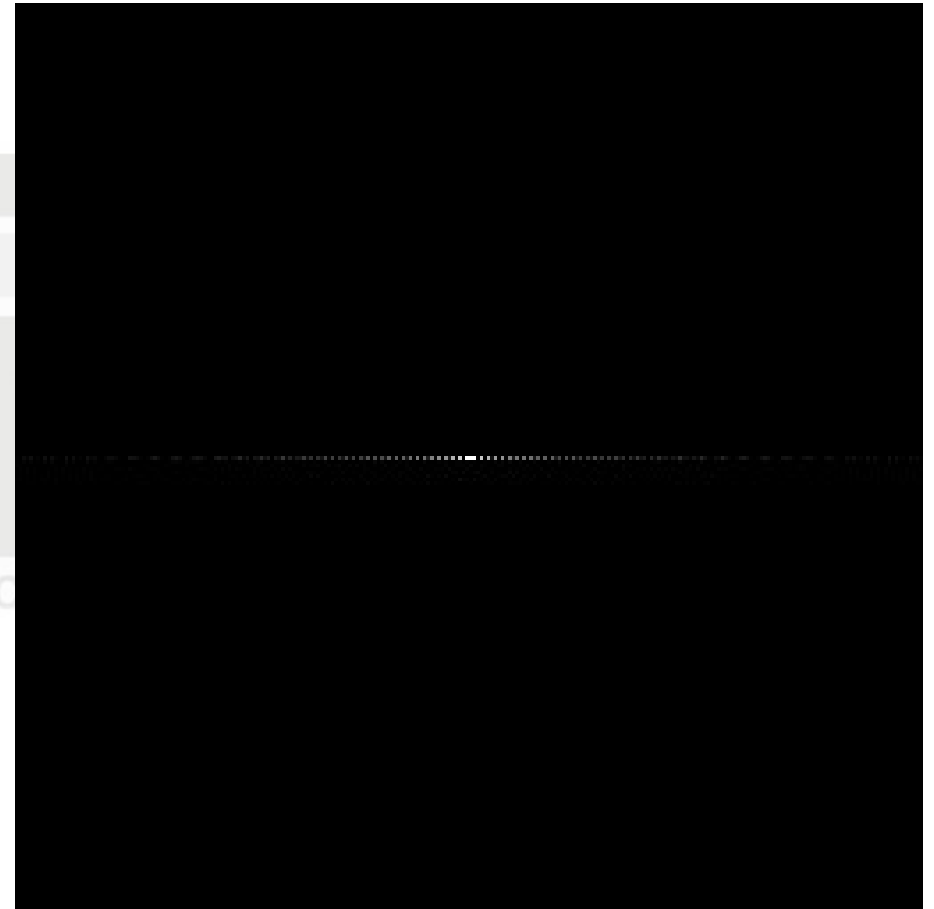
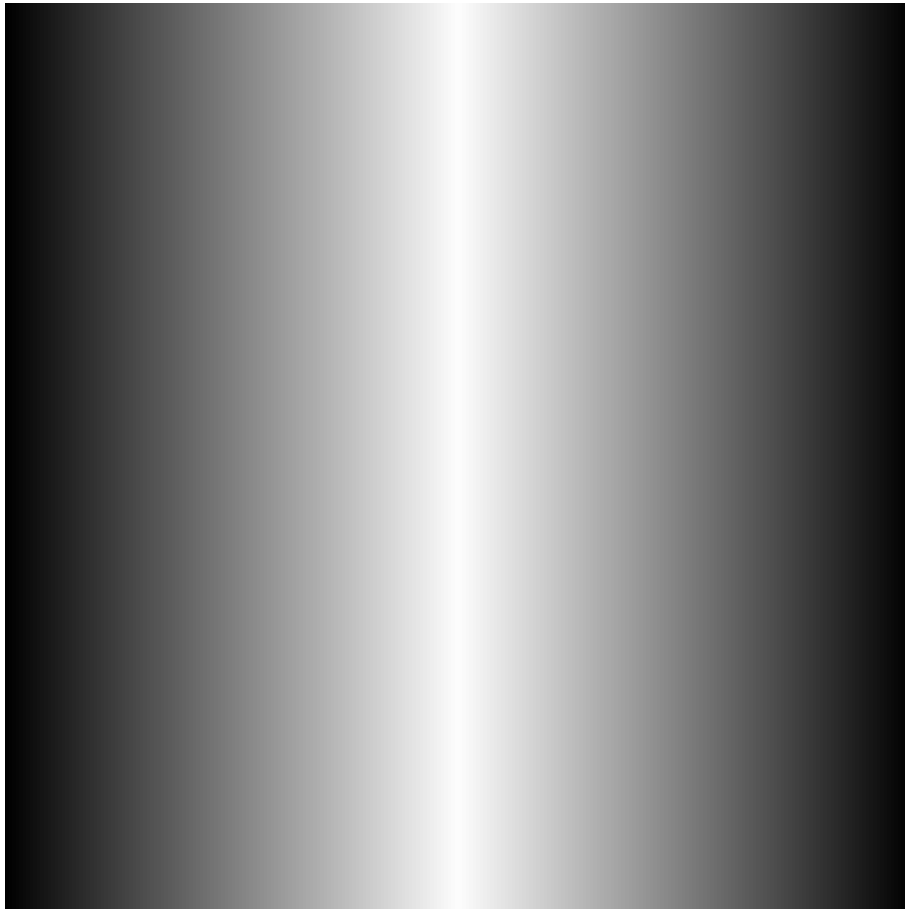
Janela de Tukey ($\alpha = 0.5$)



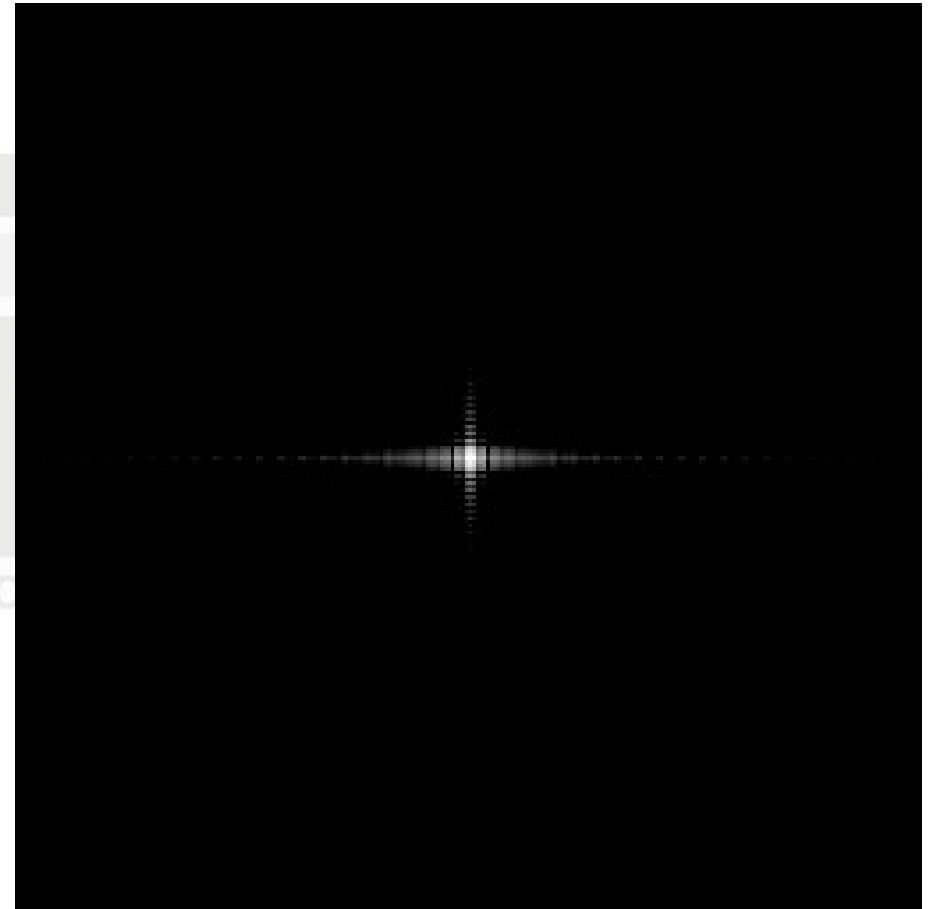
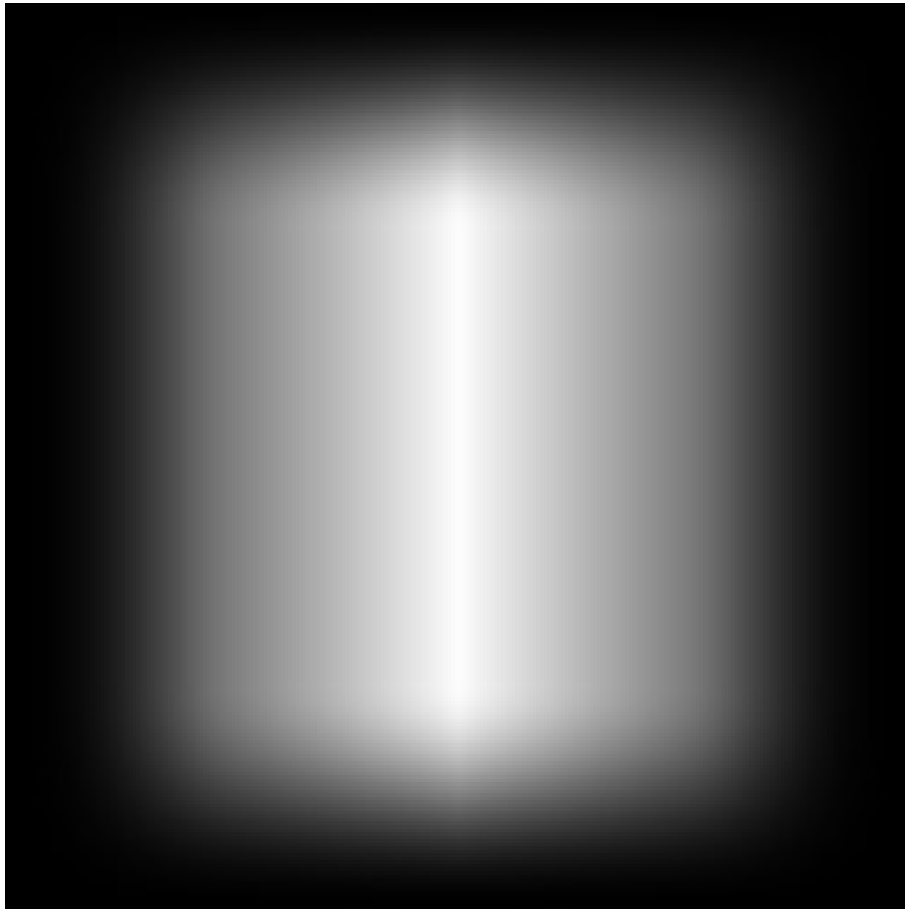
Janela de Tukey ($\alpha = 1$)



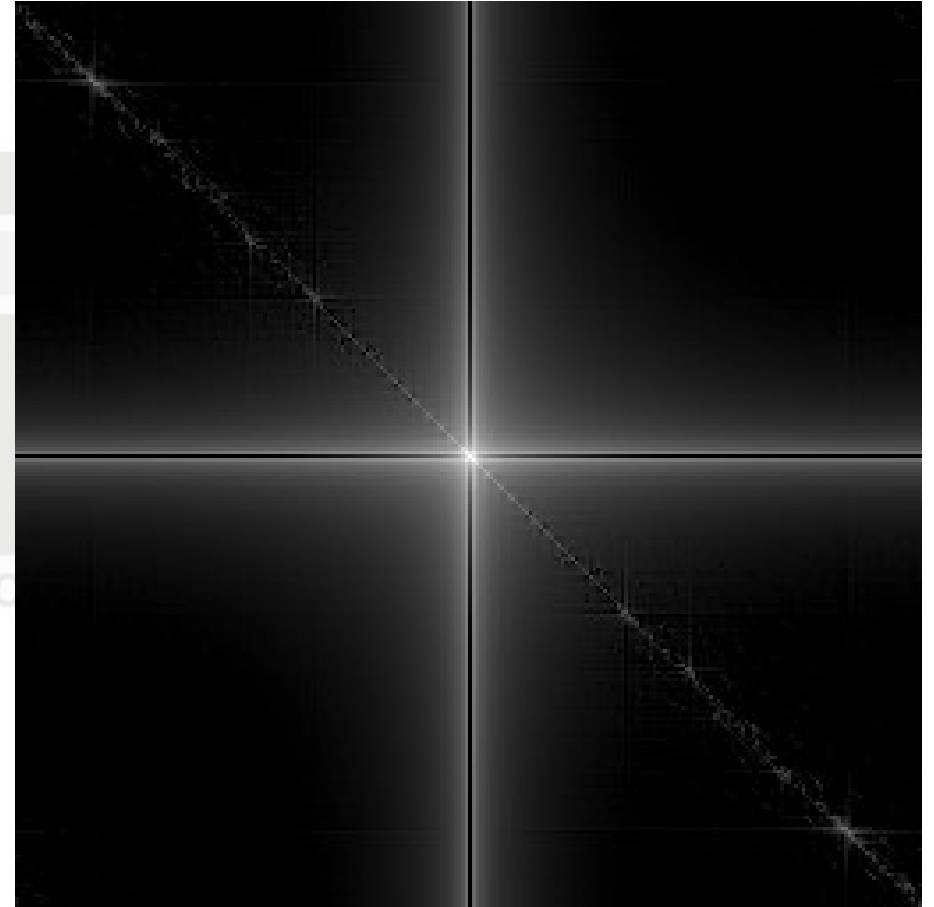
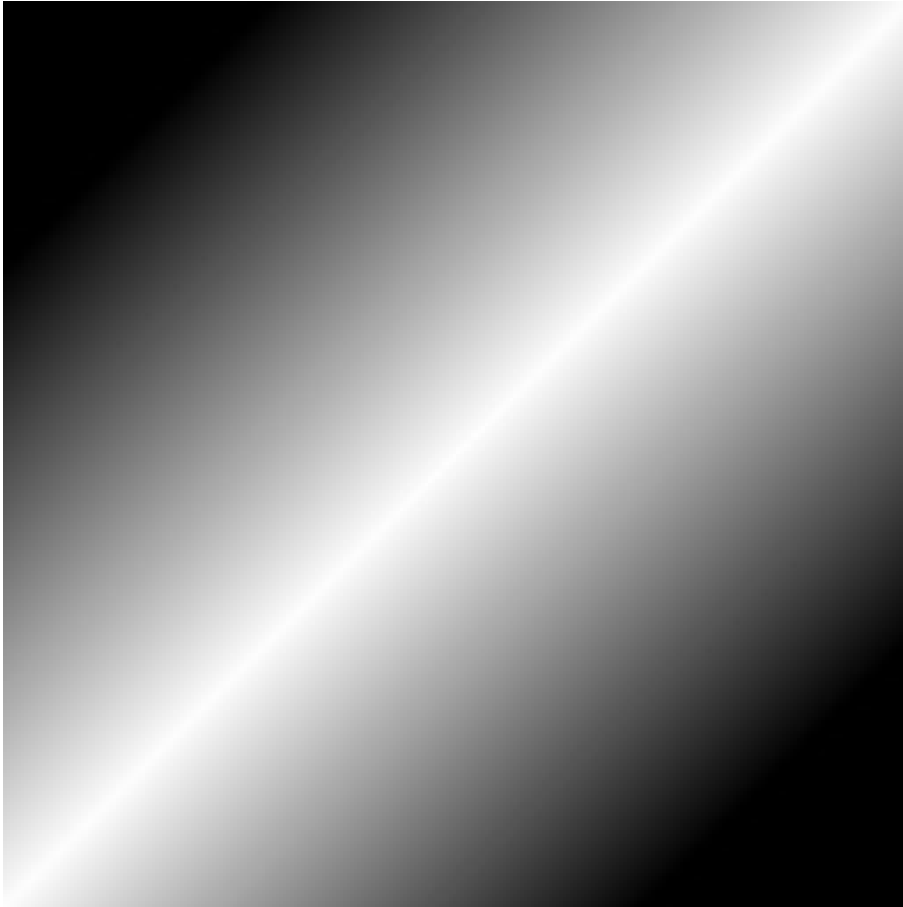
Janela de Tukey (sem janela)



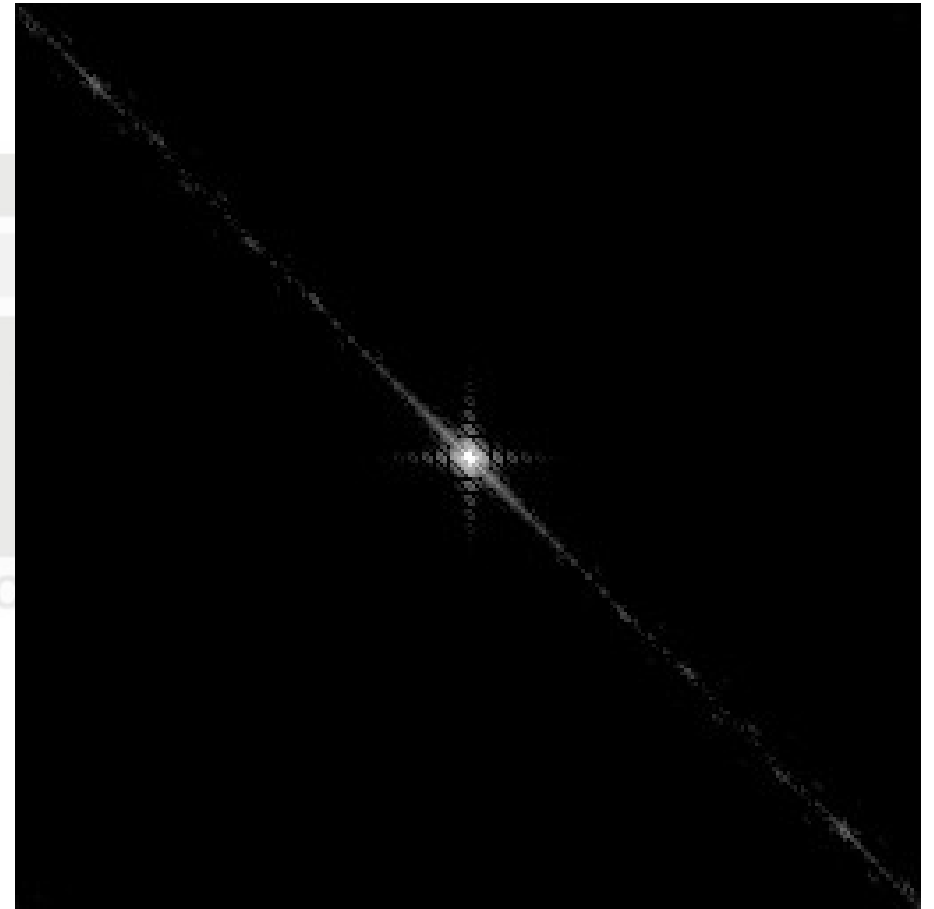
Janela de Tukey (com janela)



Janela de Tukey (sem janela)



Janela de Tukey (com janela)



Windowing: notas finais

- A aplicação de funções de janela implica em perda de informações.
 - Por outro lado, reduzimos o impacto de artefatos na análise.
- Quando usamos o domínio da frequência para analisar vizinhanças de uma imagem (e não imagens inteiras), é interessante que as vizinhanças se sobreponham.
 - “Janela deslizante” com passo (*stride*) menor que a largura da janela.
- Vejamos um exemplo simples...