

Problème (Pivot de Gauss):

Le but de ce problème est la programmation du pivot de Gauss pour la résolution des systèmes linéaires et pour le calcul de la matrice inverse.

Question1 :

Étant donnée une matrice A et un indice j, écrire la fonction ***pivot_index(A,j)*** qui renvoie l'indice $p \geq j$ tels que a_{pj} est non nul.

Question 2 :

Pour minimiser les erreurs d'arrondi, il faut choisir un pivot maximal en valeur absolue (dans une ligne non encore traitée). On aura besoin de $|x| = \text{math.fabs}(x)$ avec le module math importé.

Étant donnée une matrice A et un indice j, écrire la fonction ***pivot_index_partiel(A,j)*** qui renvoie l'indice $p \geq j$ tels que $|a_{pj}|$ est maximal.

Question 3 :

Ecrire une fonction ***swap_lines(A,i,j)*** qui prend en argument une matrice A, un indice i et un indice j et qui modifie la matrice A en permutant la ligne d'indice i avec la ligne d'indice j.

Question4 :

Ecrire une fonction ***transvection_lines(A, i1, i2, lamda)*** qui réalise l'opération de transvection. Les arguments seront une matrice A, deux indices i1 et i2, et un coefficient lamda. L'opération sera : $L_{i1} \leftarrow L_{i1} + \lambda L_{i2}$.

Question5 :

Ecrire une fonction ***triangulaire_sup(A, b)*** qui par opérations élémentaires sur les lignes des matrices A et b, réalise l'étape de descente de la méthode du pivot de Gauss.

Question 6:

Étant donnés une matrice A triangulaire supérieure, et un vecteur b. Ecrire une fonction ***gauss(A0, b0)*** qui prend en argument une matrice A0 inversible et un vecteur b0 et renvoie le vecteur X : la solution du système linéaire $A0 X = b0$. Vérifier le résultat obtenu avec la fonction ***numpy.linalg.solve(A0,b0)***.

Question 7:

La méthode du pivot conduit à passer de la matrice A à la matrice I_n par une succession d'opérations élémentaires sur les lignes. En appliquant la même succession d'opérations sur la matrice I_n on obtient la matrice inverse A^{-1} .

Ecrire une fonction ***inverse(A)*** qui calcule l'inverse de la matrice A par la méthode du pivot. On travaillera sur une copie de A pour ne pas modifier cette dernière. Vérifier le résultat obtenu avec la fonction ***numpy.linalg.inv(A0)***.