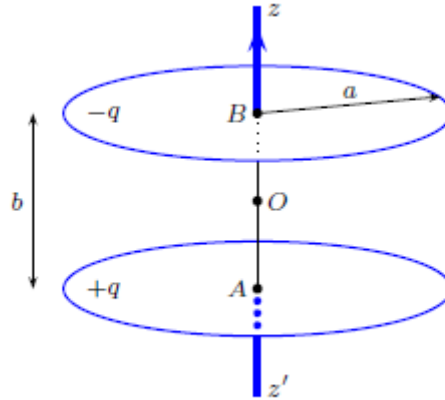


Problème : *Etude d'un condensateur*

On considère un condensateur plan d'épaisseur $b = 1\text{ mm}$ dont les armatures sont des disques de rayon $a = 20\text{ cm}$. On utilise un système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) d'origine O au centre du condensateur. L'axe $z'Oz$, qui est l'axe du condensateur, coupe les armatures inférieure et supérieure aux points $A(z = -b/2)$ et $B(z = b/2)$ respectivement. On appelle *intérieur du condensateur* le volume cylindrique $r \leq a, |z| < b/2$. L'armature inférieure porte la charge q et l'armature supérieure la charge opposée.



I Cas de l'électrostatique

Dans cette question, le condensateur est isolé et à l'équilibre électrostatique.

I-1. Justifier soigneusement pourquoi on peut considérer que le champ électrique est uniforme $\vec{E}(r, \theta, z) = E\vec{u}_z$ à l'intérieur du condensateur.

Exprimer q en fonction de E . *Nota* : dans cette question et les suivantes, la réponse peut aussi comporter les dimensions du condensateur et les constantes physiques données en bas du problème,

- Comme $b \ll a$, le condensateur est beaucoup plus étendu horizontalement que verticalement. Loin des bords, il peut être considéré comme invariant par translation horizontale. Il en résulte qu'on peut considérer que le champ est le même que celui créé par deux plans infinis, uniformément chargés : le plan $z = -b/2$ qui porte la charge surfacique $\sigma = q/\pi a^2$ et le plan $z = b/2$ qui porte la charge $-\sigma$.

Le champ électrique créé par le premier plan est : $\vec{E}_a = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{sign}(z + \frac{b}{2})\vec{u}_z$ avec

$$\text{sign}(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u > 0 \\ -1 & \text{si } u < 0 \\ \text{indefini} & \text{si } u = 0 \end{cases}$$

Celui créé par le second plan est : $\vec{E}_b = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{sign}(z - \frac{b}{2})\vec{u}_z$

Le champ résultant de leur superposition est :

$$\vec{E} = \vec{E}_a + \vec{E}_b = \begin{cases} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{u}_z & \text{si } |z| < b/2 \\ 0 & \text{si } |z| > b/2 \end{cases}$$

Le champ est parallèle à \vec{u}_z dans le condensateur. Ce résultat n'est qu'approché et n'est plus valable à des distances de l'ordre de b des bords des armatures. La charge $q = \pi a^2 \sigma$ et donc $q = \varepsilon_0 \pi a^2 E$.

I-2. Calculer la différence de potentiel $U = U_A - U_B$ entre les points A et B . On exprimera la réponse en fonction de E .

➤ La différence de potentiel $U = U_A - U_B$ est égale à la circulation de \vec{E} le long du segment AB (ou le long de toute courbe qui va de A à B : $U = Eb$).

I-3. En déduire la capacité C (valeurs littérale et numérique) du condensateur.

➤ La capacité du condensateur : $C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \pi a^2}{b} = 1,11 \cdot 10^{-9} F$.

I-4. Calculer l'énergie électrique du condensateur en intégrant la densité d'énergie électromagnétique à l'intérieur du condensateur. On exprimera la réponse en fonction de E .

➤ L'énergie électrique du condensateur est : $W_e = \iiint \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} d\tau = \frac{\varepsilon_0 E^2 \pi a^2 b}{2}$

I-5. Le champ électrique maximum possible dans l'air est $E_m = 3 \cdot 10^6 V.m^{-1}$. Au-delà l'air est ionisé et devient conducteur par décharges. Quelle est numériquement l'énergie électrique maximum qui peut être emmagasinée dans le condensateur ? Que vaut alors la différence de potentiel U .

➤ L'énergie électrique maximum qui peut être emmagasinée dans le condensateur est : $W_{max} = \frac{\varepsilon_0 \pi a^2 b E_{max}^2}{2} = 5 \cdot 10^{-3} J$. La différence de potentiel vaut alors $U = E_{max} b = 3 kV$.

II Régime variable quasi-stationnaire

A partir de maintenant on considère un régime variable tel que :

- le champ électromagnétique varie sinusoïdalement avec la pulsation ω ;
- la répartition des charges et des courants dans les armatures du condensateur est invariante dans la symétrie par rapport à tout plan contenant l'axe $z'Oz$.

Le champ électrique, à l'intérieur du condensateur, est donné approximativement par : $\vec{E} = A \cos \omega t \vec{u}_z$, ($A = 1000 \text{ V.m}^{-1}$).

II-1 Le condensateur fait partie d'un circuit électrique. Les fils du circuit reliés au condensateur le long de $z'A$ et zB sur la figure ci-dessus. Ils sont parcourus par un courant d'intensité $I(t)$ qui est la même en tous points des fils (approximativement du régime quasi-stationnaire). L'orientation choisie pour $I(t)$ est indiquée par une flèche sur le fil Bz .

Déterminer l'intensité $I(t)$ en fonction de A et ω .

- La charge est $q = \epsilon_0 \pi a^2 A \cos \omega t$. Avec l'orientation choisie $I(t) = \frac{dq}{dt} = -\omega \epsilon_0 \pi a^2 A \sin \omega t$

2-a. Le champ magnétique \vec{B} n'est pas identiquement nul dans le condensateur. Justifier cette affirmation.

- Considérons l'équation de Maxwell-Ampère :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Dans le condensateur $\vec{j} = \vec{0}$ et $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \neq \vec{0}$ pour le champ électrique variable. L'équation de Maxwell-Ampère implique donc que $\vec{\nabla} \times \vec{B} \neq \vec{0}$. Il doit donc exister un champ magnétique \vec{B} non identiquement nul dans le condensateur.

Remarque : L'expression $\vec{E} = A \cos \omega t \vec{u}_z$ du champ électrique est une approximation telle que $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$ de sorte que l'équation de Maxwell-Faraday n'est pas satisfaite.

2-b. Démontrer en utilisant des considérations de symétrie que le champ magnétique est de la forme : $\vec{B}(t, z, r, \theta) = B(t, z, r) \vec{u}_\theta$, ou $B(t, z, r)$ est une fonction indépendante de θ .

- La symétrie du système par rapport au plan $\Pi = z'OzM$ implique que le champ magnétique en M est orthogonal au plan Π . Avec l'hypothèse que le champ électromagnétique varie sinusoidalement à la pulsation ω , cela montre que le champ est de la forme :

$$\vec{B} = B(t, z, r, \theta) \vec{u}_\theta$$

Une rotation d'angle ϕ autour de l'axe $z'Oz$ est le produit de deux symétries par rapport à deux plans contenant la droite $z'Oz$ et faisant l'angle $\phi/2$ entre eux. C'est donc une symétrie du système et il s'en suit que $B(t, z, r, \theta) = B(t, z, r)$ ne dépend pas de θ .

2-c. Soit S le disque d'axe $z'Oz$, de rayon r et situé à la cote z . Son bord est le cercle $C = \delta S$ orientée dans le sens trigonométrique pour un observateur placé en $z = \infty$ (figure ci-dessus).

Appliquer le théorème d'Ampère généralisé au contour C et à la surface S . En déduire le champ magnétique $\vec{B}(t, z, r, \theta)$ à l'intérieur du condensateur ($r \leq a$) en fonction de A et ω .

➤ L'orientation de S compatible avec celle de C correspond au vecteur normal \vec{u}_z . Le théorème d'Ampère généralisé s'écrit :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(I_s + I_{sd})$$

Dans cette équation :

- Le courant de déplacement à travers S est :

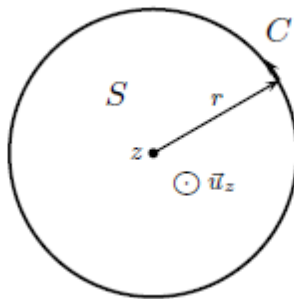
$$I_{sd} = \varepsilon_0 \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{u}_z dS = -\varepsilon_0 \omega \pi r^2 A \sin \omega t$$

- Le courant de conduction à travers S est nul : $I_s = 0$

- La circulation de \vec{B} le long de C est : $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B(t, r, z)$

On en déduit : $2\pi r B(t, r, z) = -\mu_0 \varepsilon_0 \omega \pi r^2 A \sin \omega t = -\frac{\omega \pi r^2 A \sin \omega t}{c^2}$

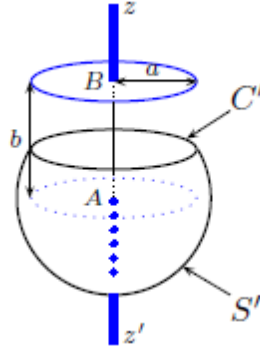
$$\Rightarrow B(t, r, z) = -\frac{\omega r}{2c^2} A \sin \omega t \text{ et } \vec{B} = -\frac{\omega r}{2c^2} A \sin \omega t \vec{u}_\theta$$



2-d. En utilisant le résultat de la question précédente déterminer le champ \vec{B} sur la surface latérale du condensateur.

➤ Sur le bord latéral du condensateur on a $r = a$ et $\vec{B} = -\frac{\omega a}{2c^2} A \sin \omega t \vec{u}_\theta$.

2-e. Soit C' le cercle d'axe $z'Oz$, de rayon a et situé à la cote z et S' une surface de bord C' qui ne passe pas par l'intérieur du condensateur (figure ci-dessus). En appliquant le théorème d'Ampère généralisée au contour C' et à la surface S' , obtenir une nouvelle expression du champ \vec{B} sur la surface latérale du condensateur.



On supposera que le champ électrique est nul à l'extérieur du condensateur. Retrouve-t-on la même valeur qu'à la question précédente ?

- Le courant de déplacement à travers S' est nul ($\vec{E} = \vec{0}$ sur S') et le courant de conduction à travers S' est $I(t)$. Le théorème d'Ampère généralisé pour le contour C' est la surface S' donne :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi a} \vec{u}_\theta$$

qui est identique au champ établi en 2-d. Ce champ est identique au champ créé en $r = a$ par un fil infini rectiligne parcouru par $I(t)$.

Nota : pour $r < a$, le champ s'écrit : $\vec{B} = \frac{\mu_0 r I(t)}{2\pi a^2} \vec{u}_\theta$.

3-a. Déterminer le vecteur de Poynting \vec{P} dans le condensateur en fonction de A et ω .

- Le vecteur de Poynting dans le conducteur s'obtient à partir des champs

$$\vec{E} = A \cos \omega t \vec{u}_z$$

et

$$\vec{P} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} = -\frac{\omega r}{2c^2 \mu_0} A^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t) \vec{u}_z \times \vec{u}_\theta = \frac{\varepsilon_0 A^2 \omega r}{2} \sin \omega t \cos \omega t \vec{u}_r$$

3-b. Calculer le flux Φ_P du vecteur de Poynting entrant à travers le cylindre fermé qui délimite le condensateur > Montrer que ce flux s'exprime simplement en fonction de la capacité C , de la charge q et du courant I .

- Sur le haut et le bas du cylindre (les disques de rayon a de cotes $z = \pm b/2$), le vecteur de Poynting est parallèle à la surface et son flux nul. Sur la surface latérale ($r = a$) le vecteur de Poynting vaut :

$$\vec{P} = \frac{\varepsilon_0 A^2 \omega a}{2} \sin \omega t \cos \omega t \vec{u}_r$$

Son flux entrant (surface latérale orienté suivant $-\vec{u}_r$) est :

$$\Phi_P = -\varepsilon_0 \pi A^2 \omega a^2 b \sin \omega t \cos \omega t$$

En tenant compte des expressions de $q(t)$ et $I(t)$, on obtient :

$$\Phi_P = \frac{I(t)q(t)}{C}$$

Φ_P est la puissance électromagnétique fournie au condensateur.

3-c. En utilisant les résultats des questions 1-4 et II-3-b faire le bilan d'énergie du condensateur.

- L'énergie électromagnétique du condensateur est, dans l'approximation du régime quasi-stationnaire,

$$W = q^2 / 2C$$

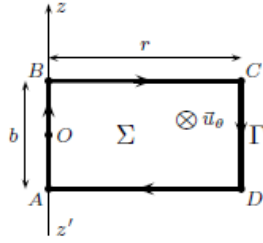
La dérivée de cette énergie est bien égale à Φ_P :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{Iq}{C} = \Phi_P$$

II-4 A partir de cette question, on utilisera la représentation complexe du champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) .

4-a. Soient les points $C = (b/2, r, 0)$ et $D(-b/2, r, 0)$. On désigne par Σ la surface du rectangle $ABCD$ orienté suivant \vec{u}_θ (voir figure ci-dessus). Son bord $\Gamma = \partial\Sigma$ forme un contour orienté fermé qui suit les côtes du rectangle $ABCD$.

Calculer, pour $0 \leq r \leq a$, le flux $\Phi(r, t)$ du vecteur \vec{B} à travers la surface Σ en fonction de A et ω .



➤ En notation complexe, on a :

$$\vec{B} = \frac{i\omega r}{2c^2} A e^{i\omega t} \vec{u}_\theta$$

Le flux à travers la surface Σ est :

$$\Phi(r, t) = \int_{-b/2}^{b/2} dz \int_0^r dr' \vec{B}(z, r', \theta) \cdot \vec{u}_\theta = \frac{i\omega b}{2c^2} A e^{i\omega t} \int_0^r r' dr'$$

Soit :

$$\Phi(r, t) = \frac{i\omega b r^2}{4c^2} A e^{i\omega t}$$

4-b Enoncer la loi de Faraday appliquée au circuit Γ .

➤ La loi de Faraday exprime la circulation du champ électrique \vec{E} le long du circuit en fonction du flux $\Phi(r, t)$ du vecteur \vec{B} à travers la surface Σ :

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi(r, t)}{dt} = \frac{\omega^2 b r^2}{4c^2} A e^{i\omega t}$$

4-c. Vérifier que le champ électrique $\vec{E} = A \cos \omega t \vec{u}_z$ est incompatible avec cette loi.

➤ Le champ électrique $\vec{E} = A \cos \omega t \vec{u}_z$ est un champ conservatif. Sa circulation le long de tout circuit est nulle. Ce champ est donc incompatible avec le résultat de II-3-b.

5-a Pour que la loi de Faraday soit satisfaite, on va corriger le champ électrique $\vec{E} = A \cos \omega t \vec{u}_z$. On le remplace par le champ électrique $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1$ avec $\vec{E}_0 = A e^{i\omega t} \vec{u}_z$ et $\vec{E}_1 = A f(r) e^{i\omega t} \vec{u}_z$ ou $f(r)$ est une fonction qui s'annule pour $r = 0$ (le champ \vec{E}_0 est le champ au centre du condensateur).

Déterminer, pour $0 \leq r \leq a$, la fonction $f(r)$ telle que la loi de Faraday appliquée au circuit Γ soit satisfaite.

➤ La circulation du champ électrique $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1$ le long de Γ est

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{CD} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = -bf(r)Ae^{i\omega t}$$

Il vient par comparaison avec ce qui précède que : $f(r) = -\omega^2 r^2 / 4c^2$

Le champ électrique est :

$$\vec{E} = A(1 - \omega^2 r^2 / 4c^2) e^{i\omega t} \vec{u}_z$$

5-b. Quelle condition la fréquence du champ doit vérifier pour que l'erreur relative soit inférieure à 1% lorsqu'on ignore le terme correctif \vec{E}_1 du champ électrique à l'intérieur du condensateur ?

➤ On a dans le condensateur :

$$\left| \frac{E_1}{E_0} \right| = \left(\frac{\omega r}{2c} \right)^2 \leq \left(\frac{2\pi\nu a}{2c} \right)^2$$

L'erreur relative que l'on commet lorsqu'on ignore le terme correctif \vec{E}_1 est inférieure à 1% si la fréquence vérifie : $\nu \leq \frac{0,1c}{\pi a} = 48 \text{ MHz}$.

5-c. La correction du champ électrique effectuée ci-dessus entraîne à son tour une correction du champ magnétique. La déterminer.

➤ Le champ magnétique corrigé est de la forme :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 ; \vec{B}_0 = \frac{i\omega r}{2c^2} A e^{i\omega t} \vec{u}_\theta \text{ et } \vec{B}_1 = b_1(z, r) e^{i\omega t} \vec{u}_\theta$$

On a :

$$\oint_C \vec{B}_0 \cdot d\vec{l} = \frac{1}{c^2} \iint_S \frac{\partial \vec{E}_0}{\partial t} \cdot \vec{u}_z ds$$

Pour les termes correctifs :

$$\oint_C \vec{B}_1 \cdot d\vec{l} = \frac{1}{c^2} \iint_S \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \cdot \vec{u}_z ds$$

soit

$$2\pi r b_1(z, r) e^{i\omega t} = -\frac{1}{c^2} \int_0^r 2\pi r' dr' \frac{iA\omega^3 r'^2}{4c^2} e^{i\omega t} = -\frac{iA\pi\omega^3 r^4}{8c^4} e^{i\omega t}$$

On a donc :

$$b_1(z, r) = -\frac{iA\omega^3 r^3}{16c^4}$$

qui ne dépend pas de z , et

$$\vec{B} = A \frac{i\omega r}{2c^2} \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{8c^2}\right) e^{i\omega t} \vec{u}_\theta$$

Le terme correctif \vec{B}_1 entraîne à son tour un terme correctif \vec{E}_2 qui entraîne un terme correctif \vec{B}_2 qui entraîne un terme correctif \vec{E}_3 qui entraîne...

On obtient ainsi le champ électromagnétique sous formes de séries :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots \text{ et } \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

avec (théorème d'Ampère généralisé appliqué à S et C)

$$B_n = \frac{i\omega}{rc^2} \int_0^r E_n(r') r' dr'$$

et (loi de Faraday appliqué à Γ et Σ)

$$E_{n+1} = i\omega \int_0^r B_n(r') dr'$$

On en tire en remarquant que $E_n \sim r^{2n}$ et $B_n \sim r^{2n+1}$

$$B_n = \frac{1}{(n+1)} \frac{i\omega r}{2c^2} E_n$$

$$E_{n+1} = \frac{1}{2(n+1)} (i\omega r) B_n = -\frac{1}{(n+1)^2} \left(\frac{\omega r}{2c}\right)^2 E_n$$

$$\vec{E} = A \left[1 - \frac{1}{(1!)^2} \left(\frac{\omega r}{2c}\right)^2 + \frac{1}{(2!)^2} \left(\frac{\omega r}{2c}\right)^4 - \frac{1}{(3!)^2} \left(\frac{\omega r}{2c}\right)^6 + \dots \right] e^{i\omega t} \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = \frac{iA}{c} \left[\frac{1}{(1!)^2} \left(\frac{\omega r}{2c} \right) - \frac{2}{(2!)^2} \left(\frac{\omega r}{2c} \right)^3 + \frac{3}{(3!)^2} \left(\frac{\omega r}{2c} \right)^5 - \dots \right] e^{i\omega t} \vec{u}_\theta$$

Ces champs s'écrivent à l'aide des fonctions de Bessel $J_n(u)$ de 1ere espèce d'ordre n (n entier positif ou nul). On obtient, avec le développement en série :

$$J_n(u) = \left(\frac{u}{2} \right)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(-\frac{1}{4} u^2 \right)^k}{k! (k+n)!}$$

$$\vec{E} = A J_0 \left(\frac{\omega r}{c} \right) e^{i\omega t} \vec{u}_z \text{ et } \vec{B} = \frac{iA}{c} J_1 \left(\frac{\omega r}{c} \right) e^{i\omega t} \vec{u}_\theta$$

On pourra vérifier directement que le champ électromagnétique vérifie les équations de Maxwell. Formules utiles pour cette vérification :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rB)}{\partial r} \vec{u}_z, \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial E}{\partial r} \vec{u}_\theta$$

$$J'_0 = -J_1, \quad (uJ_1)' = uJ_0$$

Exercice : Solenoide infini en regime sinusoïdal forcee

On cherche ici a determiner le champ electromagnetique (\vec{E}, \vec{B}) cree par un solenoide infini parcouru par une intensite $\underline{I}(t) = I_0 \exp(i\omega t)$ en notation complexe (I_0 est reel positif), comportant n spires jointives par unite de longueur, de section circulaire (figure 1.b)

1) Qu'entend-onn par l'expression « solenoide infini » ? Justifier qu'il est legitime, compte tenu des hypotheses faites, de chercher le champ electromagnetiques (\vec{E}, \vec{B}) sous la forme :

$$\vec{E} = E(r, t) \vec{u}_\theta, \quad \vec{B} = B(r, t) \vec{u}_z$$

➤ *Le modele du solenoide infini consiste a negliger les effets de bords. Il est valide tant que sa longueur est tres superieure a son rayon.*

Les symetries et invarances donnent le cas dual du precedent : a priori,

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = B_r(r, z, t) \vec{u}_r + B_z(r, z, t) \vec{u}_z$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_\theta(r, z, t) \vec{u}_\theta$$

De plus, l'équation de Maxwell-Thomson donne : $\text{div} \vec{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$

Donc, $\left| \frac{B_z}{B_r} \right| \approx \frac{1}{R} \gg 1$ et $\frac{\partial B_z}{\partial z} \approx 0$. Enfin, l'équation de Maxwell-Ampere permet d'affirmer que si \vec{B} ne depend que de r et de t , alors il en est de meme pour \vec{E} .

En conclusion, on a :

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = B_z(r, t) \vec{u}_z$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_\theta(r, t) \vec{u}_\theta$$

2) Trouver l'équation différentielle à laquelle obéit $B(r, t)$ et montrer qu'elle est analogue à celle obtenue pour $E(r, t)$ dans le cas du condensateur (B.I.2).

➤ L'équation de d'Alembert pour \vec{B} est :

$$\frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial r} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$$

3) Deducire sans calcul de la partie I que $\underline{B}(r, t) = B_0 e(u) \exp(i\omega t)$ ainsi que les expressions approchées des champs électromagnétiques complexes $\underline{B}(r, t)$ et $\underline{E}(r, t)$.

➤ La géométrie des champs est permutée par rapport au cas précédent. Par conséquent :

$$\underline{B}(r, t) = B_0 e\left(\frac{\omega r}{c}\right) \exp(i\omega t) = B_0 \left(1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\omega r}{c}\right)^2 + \frac{1}{64} \left(\frac{\omega r}{c}\right)^4 + \dots\right) \exp(i\omega t)$$

L'équation de Maxwell-Ampere nous donne : $\underline{E}(r, t) = icB_0 e'(u) \exp(i\omega t)$ soit :

$$\underline{E}(r, t) = icB_0 \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega r}{c}\right) + \frac{1}{16} \left(\frac{\omega r}{c}\right)^3 + \dots\right) \exp(i\omega t)$$

4) Etablir l'expression de B_0 et de E_0 en fonction de I_0 . E_0 étant l'amplitude réelle du champ électrique.

➤ On se place en basse fréquence (et on ne conserve donc que le terme dominant de $\underline{B}(r, t)$). Une application élémentaire du théorème d'Ampere donne :

$$B_0 = \mu_0 n I_0 \text{ et } E_0 = \mu_0 c n I_0$$

(définition de cette dernière grandeur ambiguë).