



۱- یک زیردنباله پالیندروم (palindromic) است، اگر چیزی که از راست به چپ دنباله خوانده شود به همان صورت از چپ به راست نیز خوانده شود، برای مثال دنباله زیر را در نظر بگیرید:

A,C,G,T,G,T,C,A,A,A,A,T,C,G

این دنباله دارای تعداد زیادی زیردنباله پالیندروم است، برای مثال A,C,G,C,A و A,A,A,A دو زیردنباله پالیندروم دنباله بالا هستند (توجه شود زیردنباله A,C,T پالیندروم نیست) راه حلی پویا به منظور یافتن بزرگترین زیردنباله پالیندروم در این دنباله ارائه بدهید. (۶ نمره)

پاسخ :

یک آرایه دو بعدی به شکل  $T[i,j]$  در نظر بگیرید که  $T[i,j]$  بزرگترین زیردنباله پالیندروم در دنباله  $x_i \dots x_j$  را نگهداری میکند. حال کافی است یک رابطه بازگشتی برای  $T[i,j]$  بیان گردد.

اگر هر دو عضو  $x_i$  و  $x_j$  باهمدیگر برابر باشند یعنی هردو آنها جزئی از بزرگترین زیردنباله پالیندروم هستند بنابراین  $T[i,j]$  برابر است با  $2 + T[i+1,j-1]$ . حال اگر آن دو عضو باهمدیگر متفاوت باشند بنابراین آنها نمیتوانند جزئی از پالیندروم باشند بنابراین  $T[i,j]$  برابر مقدار بیشینه  $T[i+1,j]$  و  $T[i,j-1]$  است. همچنین اگر  $i=j$  باشد در این صورت حاصل برابر یک خواهد بود.

$$T[i,j] = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 2 + T[i+1,j-1] & \text{if } i < j \text{ and } x_i = x_j \\ \max(T[i+1,j], T[i,j-1]) & \text{otherwise} \end{cases}$$

۲- دنباله‌ای از  $n$  عدد مثبت یا منفی  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$  داده شده است. می‌خواهیم زیردنباله‌ای با مجموع بیشینه را بیابیم، به شرطی که مجاز به انتخاب دو عدد مجاور نیستیم، یعنی اگر  $x_i$  انتخاب شد نباید  $x_{i-1}$  و  $x_{i+1}$  انتخاب شوند راه حلی پویا از مرتبه  $O(n)$  ارائه دهید. (۶ نمره)

پاسخ:

در ابتدا آرایه  $s[n]$  را در نظر می‌گیریم که جمع ماکزیمم  $n$  عدد در این دنباله را نگهداری می‌کند. هر عضو آرایه مانند  $s[i]$  جمع ماکزیمم در دنباله  $\langle x_1, x_2, \dots, x_i \rangle$  را به ما میدهد. رابطه بازگشتی مربوط به آرایه  $s[i]$  به شکل زیر است :

$$s(i) = \max(x_i + s(i-2), s(i-1))$$

۳- فرض کنید حروف A,B,C,D و E دارای درصد فراوانی های زیر در متن هستند:

	A	B	C	D	E
درصد فراوانی	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

الف : کد هافمن مربوط به هر کدام از این حروف به چه شکل است؟ (۵ نمره)

ب: اگر این نحوه کدگذاری بروی فایلی شامل ۱۰۰۰۰۰۰ کاراکتر، با همین فراوانی های داده شده اعمال گردد تعداد کل بیت های فایل حاصل چقدر است؟ (۳ نمره)

پاسخ :

الف :

کد	حرف
0	A
10	B
110	C
1110	D
1111	E

ب:

$$Length = \left( \frac{1}{2} * 1 + \frac{1}{4} * 2 + \frac{1}{8} * 3 + \frac{1}{16} * 4 + \frac{1}{16} * 4 \right) * 1000000 = 1875000$$