

الگوریتم‌های پیشرفته

تمرین سری سوم

زمان آپلود: 1401/08/24

موعده تحویل: 1401/09/04

مسئول تمرین: برنا توسلی (borna.tavassoli@gmail.com)



۱- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با ذکر دلیل بیان کنید.

الف) اگر یک مسئله NP-Complete در زمان خطی حل شود، تمام مسائل NP-Complete را می‌توان در زمان خطی حل کرد.

ب) اگر یک مسئله NP در زمان چندجمله‌ای حل شود، تمام مسائل NP را می‌توان در زمان چندجمله‌ای حل کرد.

ج) اگر مسئله‌ای در کلاس پیچیدگی NP باشد و بتوانیم مسئله‌ای NP-Complete را به آن کاهش دهیم، آنگاه آن مسئله NP-Complete است.

۲- می‌خواهیم ثابت کنیم سوال زیر در کلاس پیچیدگی NP-complete قرار می‌گیرد:

سوال: گراف جهتدار G و عدد k داده شده است. آیا می‌توان با حذف حداکثر k راس از G کاری کرد که هیچ دوری نداشته باشد؟

الف) ابتدا ثابت کنید مسئله مورد نظر در کلاس پیچیدگی NP قرار دارد.

ب) مسئله Vertex-Cover را با استفاده از این مسئله و با روش polynomial reduction حل کنید.

۳- گراف وزن دار G داده شده است. وزن یال‌های این گراف می‌توانند منفی و یا مثبت باشد. مسئله‌ی دور با وزن صفر بررسی می‌کند که آیا دوری در گراف وجود دارد بطوریکه مجموع وزن یال‌های این دور دقیقاً برابر با صفر باشد یا خیر. ثابت کنید که این مسئله از نوع مسائل NP-Complete است.

۴- جدولی با ابعاد $n \times m$ از مربع‌های واحد داریم که هر کدام از این مربع‌ها می‌تواند خالی، دارای X و یا دارای O باشد. هدف این است تا با حذف برخی از X یا O ها جدول را به شکلی در آوریم که دارای دو شرط زیر باشد:

(الف) هر ردیف حداقل دارای یکی از علامت‌های X یا O باشد.

(ب) هیچ ستونی دارای هر دو نوع علامت نباشد.

واضح است که برای برخی حالات نمی‌توان شرایط بالا را به دست آورد. ثابت کنید فهمیدن اینکه برای یک جدول اولیه می‌توان به جدول با شرایط ذکر شده رسید یا خیر، یک مسئله NP-Hard می‌باشد. در ادامه یک ورودی که برای آن می‌توان به شرایط ذکر شده رسید، آورده شده است.

X	O	X	O
	X	O	
	O	X	

ورودی سوال

X	O		O
		O	
	O		

یکی از پاسخ‌ها

۵- یک دور "همیلتونی-دوبل" در گراف بدون جهت G ، یک مسیر بسته است که از تمامی راس‌های G دقیقاً دوبار می‌گذرد. ثابت کنید مسئله‌ی تشخیص وجود دور "همیلتونی-دوبل" در گراف G دلخواه، NP-Hard است.