page 1

بنام خدا

مرضیه علیداری - 96101236

تکلیف سوم مدلسازی

① 3.1) b) ⊕ یعنی $\overset{\infty}{\exists} k.\ A_k = \{a,b\}$ به معنای این است که به صورت infinitely often،

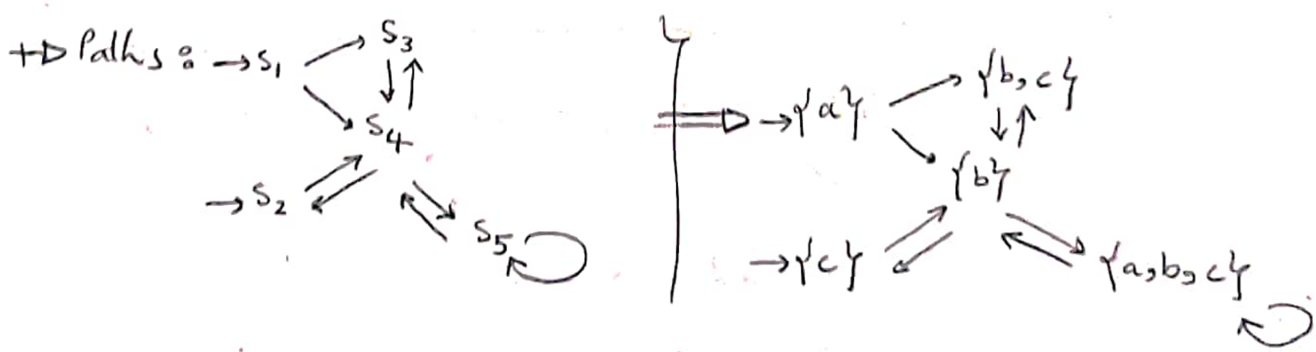
باید $\{a,b\}$ را داشته باشیم. ⊕ یعنی $(a \in A_k \Rightarrow b \in A_{k+1})$ $\exists n \geq 0,\ \forall k \geq n$

بیانگر این است که forever eventually در هر state ای که a برقرار باشد، حتماً ایندر next state

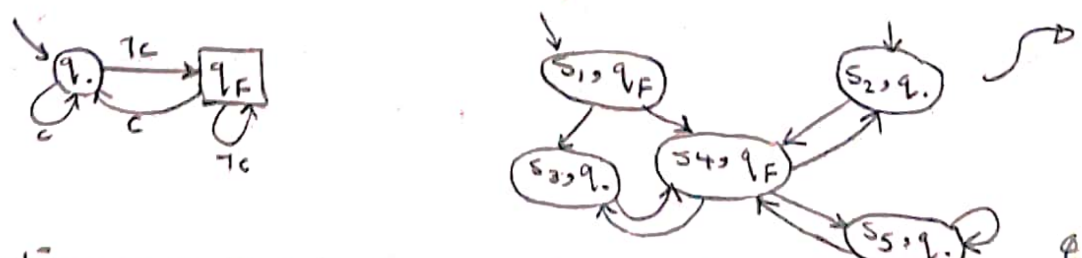
است b برقرار باشد. در نتیجه داریم:

$$P_2 = [\Box \Diamond (a \wedge b)] \wedge [\Diamond \Box \underbrace{(\neg a \vee \bigcirc b)}_{\text{معادل } (\equiv a \rightarrow \bigcirc b)}]$$

② الف) 5.2) ⊕ تمام مسیرهای موجود در TS:



$\boxed{1}$ ⊗ $\varphi_1 = \Diamond \Box c \longrightarrow badPref = \Box \neg (\Box c) = \Box \Diamond \neg c$



$q_F$ یک loop تکرار شونده است: $(s_4, q_F) \rightleftarrows (s_2, q_0)$

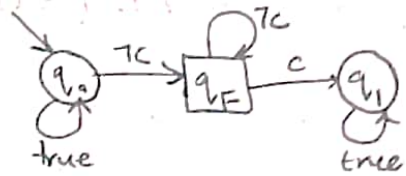
لذا پس TS، badPref را satisfy میکند، پس خود $\varphi_1$ را satisfy نمیکند. X

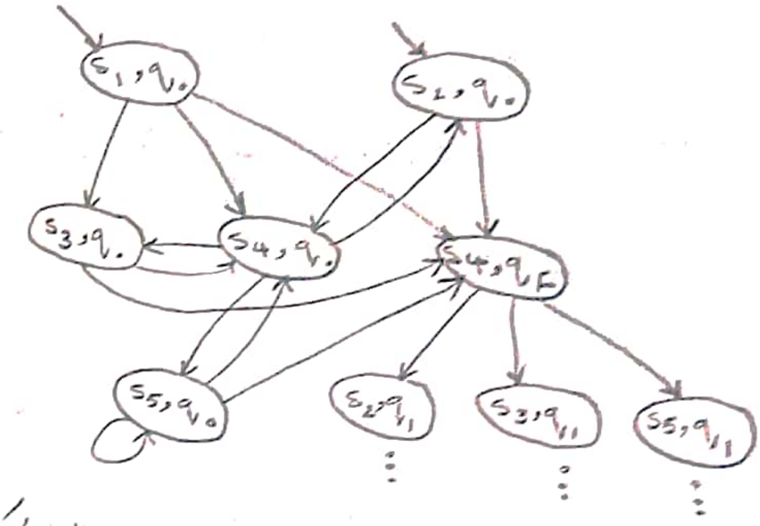
از $s_4$ state دوم به بعد، یکی در میان c و یکی b برقرار است، و c هموار برقرار نیست.

* → counter example: path: $s_1 . (s_4 . s_2)^\omega \Rightarrow \{a\} . (\{b\} . \{c\})^\omega$

ادامه‌ی 2) الف)

$\boxed{2}$ $\varphi_2 = \Box \Diamond c \longrightarrow badPref = \neg \Box (\Diamond c) = \Diamond \neg (\Diamond c) = \Diamond \Box \neg c$



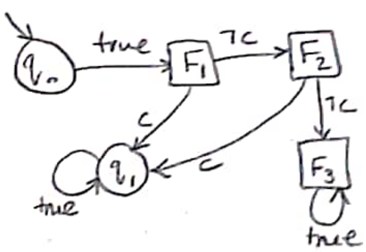
همان‌طور که می‌بینیم loop ای برای $q_F$ رخ نمی‌دهد. پس badPrefix ها را satisfy نمی‌کنند ← پس خود $\varphi_2$، satisfy می‌شود. ✓

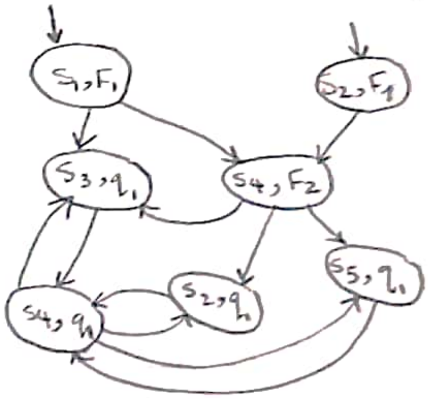
$q_F$ را که دیدیم $q_F$ برنمی‌گردد. پس دیگر مسیری شامل حلقه برای دوباره قرار گرفتن $q_F$ نداریم.

⊕ به طور کلی $\varphi_2$ این را بیان می‌کند که در مسیرها، c، infinitly often برقرار خواهد بود.
در تمام مسیرهایی که به صورت loop ایجاد می‌شود و در صفحه‌ی قبل نوشتم، c در loop های آن مسیر، برقرار است.
به صورت شهودی هم دیده می‌شود که این property، satisfy می‌شود.

$\boxed{3}$ $\varphi_3 = \bigcirc \neg c \longrightarrow \bigcirc\bigcirc c$
$= \neg(\bigcirc \neg c) \vee \bigcirc\bigcirc c$
$= \bigcirc c \vee \bigcirc\bigcirc c$

$\longrightarrow BadPref = \neg(\bigcirc c \vee \bigcirc\bigcirc c) = \neg\bigcirc c \wedge \neg\bigcirc\bigcirc c = \bigcirc\neg c \wedge \bigcirc\bigcirc\neg c$



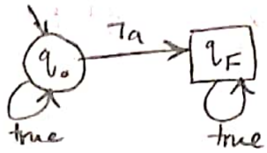
⟹ TS × badPref دارای loop ای حاوی هیچ یک از final state ها نیست. پس badPrefix، satisfy نمی‌شود. ← پس خود $\varphi_3$، property، satisfy می‌شود. ✓

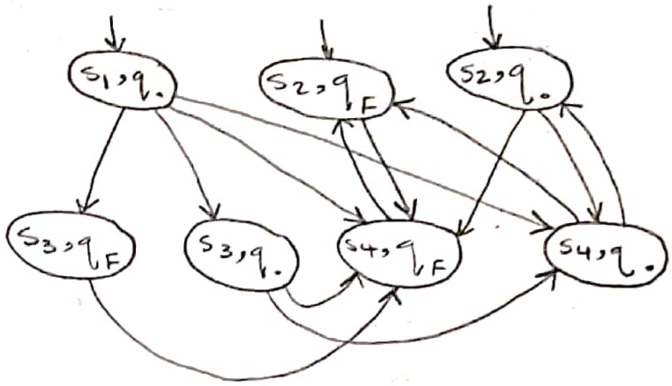
⊕ به طور کلی این property این را بیان می‌کند که در تمام مسیرهای TS، برای هر state، یا state بعدی آن باید c را satisfy کنند یا بعدی بعدی آن. ← که در مسیرهای نوشته شده در صفحه‌ی قبل مشخص است که به جز ابتدای مسیر، در هیچ کجا، دو state پشت هم نیستند که c را satisfy نکنند ✓

ادامه ی 2) الف)

$\boxed{4}$ $\varphi_4 = \Box a \longrightarrow \text{bad Pref} = \Diamond \neg a$

⊗




⊕ یک loop بین final state ها به شکل


به وجود آمد ← پس badPrefix ،

satisfy نشد ← پس خود $\varphi_4$ property ، satisfy نمی‌شود ×

⊕ ⟶ Counter example : $(s_2 . s_4)^i \Longrightarrow (\{c\}.\{b\})^\omega$

$\boxed{5}$ $\varphi_5 = a \, U \, \Box (b \vee c)$

✓

⊕ در تمام مسیرها همواره bvc برقرار است ، یا در state اول مسیر ، a برقرار است و در بقیه‌ی state ها ، bvc برقرار است . ← پس این $\varphi_5$ property ، satisfy می‌شود ✓.

$\boxed{6}$ $\varphi_6 = (\bigcirc\bigcirc b) \, U (b \vee c)$

⊗

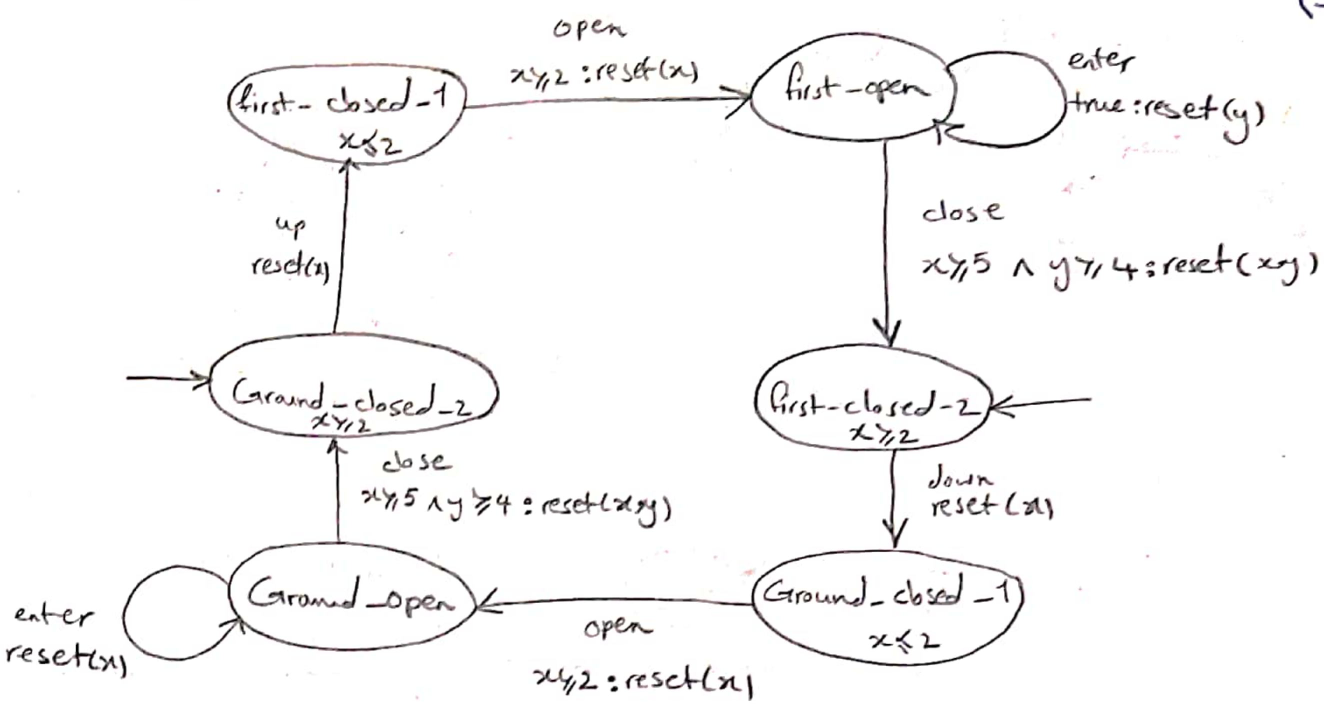
⊕ counter example : $s_1.(s_4 . s_2)^i \Longrightarrow \{a\}.(\{b\}.\{c\})^\omega$

⊕ این property این را بیان می‌کند که برای state های ابتدای مسیر باید ○○b برقرار باشد ( سه بعدی بعدی‌شان b را satisfy کنند). و از هر جا که این برقرار نشود ، باید bvc ، satisfy شود. یا اینکه کلاً از ابتدا ، bvc برقرار باشد.

← در این مسیری که به عنوان مثال نقض بیان شد ، داریم : $\{a\}\{b\}\{c\}\{b\}\{c\}...$ . برای state اول ، ○○b را که بررسی می‌کنیم ، state سوم برابر $\{c\}$ است و b را satisfy نمی‌کند. پس حالت دوم را در نظر می‌گیریم که از ابتدا باید bvc برقرار باشد که state اول ، این شرط را هم satisfy نمی‌کند ← پس این $\varphi_6$ property ، satisfy نمی‌شود ×

page 4

③ الف)




ب)

$$\to \langle \text{first-closed-2}, 0\rangle \xrightarrow{\frac{1}{2}} \langle \text{first-closed-2}, \tfrac{1}{2}\rangle \xrightarrow{\frac{1}{4}} \langle \text{first-closed-2}, \tfrac{3}{4}\rangle$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{8}} \langle \text{first-closed-2}, \tfrac{7}{8}\rangle \xrightarrow{\frac{1}{16}} \cdots$$

ج) این فرمول بیانگر این است که در تمام مسیرها این property برقرار است: هرگاه آسانسور در طبقه‌ی همکف باشد و آن لحظه را زمان ۰ درنظر بگیریم، در بازه‌ی $[0, t]$ دوباره به همکف باز خواهد گشت.

* به دو دلیل نمی‌توان به $t$ یک مقدار معین داد و $t$ ممکن است $\infty$ شود:

① ممکن است تعداد افراد بی‌نهایت مداوم وقتی که آسانسور در طبقه 1 است، وارد آسانسور شوند و آسانسور در زمان $\infty$ دوباره به طبقه همکف برگردد.

② برای بسته شدن در پس از اینکه در یک طبقه، گفتیم حداقل 5 ثانیه درباز می‌ماند و سپس بسته می‌شود. و گفتیم حداقل 4 ثانیه پس از ورود یک فرد، درباز می‌ماند و سپس بسته می‌شود. این دو شرط، "حداقل" هستند. و ممکن است تا $\infty$، درباز بماند در طبقه‌ی 1 و نتواند به طبقه همکف بازگردد.

page5

④

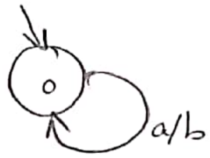
|  |  | ε |
|---|---|---|
| S | ε | ? |
| S.Σ | a | ? |
|  | b | ? |

$\xrightarrow{MQ}$

|  |  | ε |
|---|---|---|
| S | ε | 0 |
| S.Σ | a | 0 |
|  | b | 0 |

→ closed و consistent است
↓
به color میکنیم

$\xrightarrow[\text{میسازیم}]{DFA}$




$\xrightarrow{QE}$ باهم برابر نیستند → Counter example : bb
↓
(باید accept میشد. اینطور نشد.)

counter example را به جدول اضافه میکنیم.
باید prefix هاش هم در جدول باشند.
و MQ میزنیم

|  | ε |
|---|---|
| ε | 0 |
| bb | 1 |
| b | 0 |
| a | 0 |
| bba | 1 |
| bbb | 0 |
| ba | 0 |

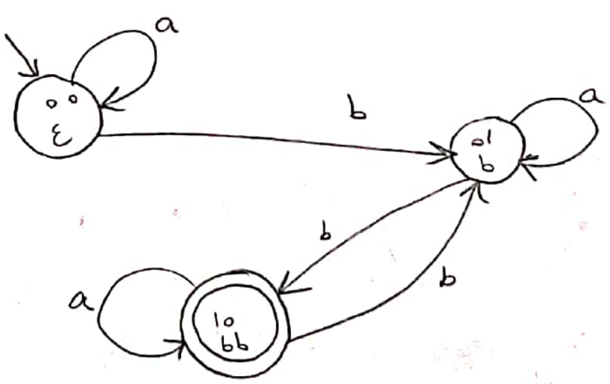
→ closed هست ✓
consistent نیست ✗
↓
$\begin{cases} \varepsilon \to 0 \\ b \to 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon.b = b \to 0 \\ b.b = bb \to 1 \end{cases} \neq$

b را به suffix ها اضافه میکنیم →

|  | ε | b |
|---|---|---|
| ε | 0 | 0 |
| bb | 1 | 0 |
| b | 0 | 1 |
| a | 0 | 0 |
| bba | 1 | 0 |
| bbb | 0 | 1 |
| ba | 0 | 1 |

حالا consistent, closed است
حالا color میکنیم

$\xrightarrow[\text{میسازیم}]{DFA}$



5

| | | a | b |
|---|---|---|---|
| S | ε | x | y |
| S.Σ | a | x | y |
| | b | x | x |

→ closed نیست

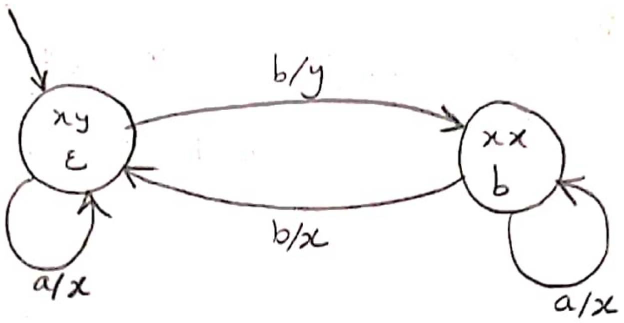
| | a | b |
|---|---|---|
| ε | x | y |
| b | x | x |
| a | x | y |
| ba | x | x |
| bb | x | y |

→ consistent, closed است

↓

با color می‌کنیم

DFA → ترسیم :




6

| prefix | suffix level($P_1$) level($P_2$) | relation between data parameters | response |
|---|---|---|---|
| ε | level(0) level(0) | $P_1=P_2$ | valid |
| | level(0) level(1) | $P_1<P_2$ | valid |
| | level(1) level(0) | $P_1>P_2$ | Valid |
| | level(1) level(1) | $P_1=P_2$ | valid |

SDT :

(ε)

⑥ اعطاء

| prefix | suffix level($P_1$) | suffix level($P_2$) | relation between data parameters | response |
|---|---|---|---|---|
| | level(0) | level(0) | $(P_1=P_2)(P_1<x)(P_2<x)$ | valid |
| | level(0) | level(0,5) | $(P_1<P_2)(P_1<x)(P_2<x)$ | valid |
| | level(0) | level(1) | $(P_1<P_2)(P_1<x)(P_2=x)$ | valid |
| | level(0) | level(2) | $(P_1<P_2)(P_1<x)(P_2>x)$ | valid |
| | level(0,5) | level(0) | $(P_1>P_2)(P_1<x)(P_2<x)$ | Invalid ⊗ |
| | level(0,5) | level(0,5) | $(P_1=P_2)(P_1<x)(P_2<x)$ | valid |
| level(1) | level(0,5) | level(1) | $(P_1<P_2)(P_1<x)(P_2=x)$ | valid |
| | level(0,5) | level(2) | $(P_1<P_2)(P_1<x)(P_2>x)$ | valid |
| | level(1) | level(0) | $(P_1>P_2)(P_1=x)(P_2<x)$ | valid |
| | level(1) | level(0,5) | $(P_1>P_2)(P_1=x)(P_2<x)$ | valid |
| | level(1) | level(1) | $(P_1=P_2=x)$ | valid |
| | level(1) | level(2) | $(P_1<P_2)(P_1=x)(P_2>x)$ | valid |
| | level(2) | level(0) | $(P_1>P_2)(P_1>x)(P_2<x)$ | valid |
| | level(2) | level(0,5) | $(P_1>P_2)(P_1>x)(P_2<x)$ | valid |
| | level(2) | level(1) | $(P_1>P_2)(P_1>x)(P_2=x)$ | valid |
| | level(2) | level(2) | $(P_1=P_2)(P_1>x)(P_2>x)$ | valid |

page 8

ادامه‌ی 6

SDT:

$x \succ P_1 \succ P_2$

(level(1))