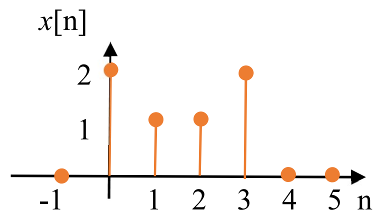
تمرین سری دوم تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها، گروه‌های ۱-۴، ترم ۱- ۱۳۹۹

تاریخ تحویل ۱۳۹۹/۰۸/۰۸

دانشگاه صنعتی اصفهان

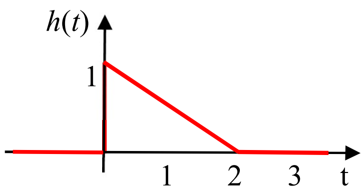
۱) برای دوتاییهای ورودی و پاسخ ضربه زیر خروجی سیستم را بدست آورید:

الف) 

و $h[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$

ب) $x(t) = e^{(t-1)}u(1-t)$ و $h(t) = e^{-t}u(t-2)$

ج) $x(t) = u(t+1)$ و



د) $x(t) = e^{-\alpha t}u(t)$ و $h(t) = e^{-\beta t}u(t)$

ه) $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-k)$ و $h(t) = e^{-t}u(t)$

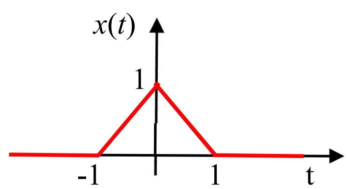
---

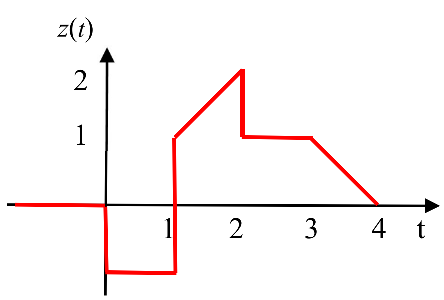
۲) با تعاریف $A_v \triangleq \int_{-\infty}^{-\infty} v(t)dt$ ، $m_v \triangleq \int_{-\infty}^{-\infty} tv(t)dt$ و $\eta_v \triangleq \frac{m_v}{A_v}$ برای سیگنال $v(t)$ و با فرض آنکه $x(t)$ ، $h(t)$ و $y(t)$ ، به ترتیب، ورودی، پاسخ ضربه و خروجی یک سیستم LTI باشند، نشان دهید:

(الف) $A_y = A_x A_h$ (ب) $m_y = A_h m_x + m_h A_x$ (ج) $\eta_y = \eta_x + \eta_h$

---

۳) فرض کنید پاسخ یک سیستم LTI به ورودی مثلثی x(t) به صورت $y(t) = \cos\left(\pi \frac{t}{2}\right) \times Rect(\frac{t}{2})$ باشد.
خروجی سیستم را به ورودی z(t) بدست آورید.





---

۵) نشان دهید سیستم وارون هر سیستم LTI وارون پذیر، خود LTI است.

---

۶) سیستمی با معادله دیفرانسیل زیر در نظر بگیرید:

$$\frac{d^2y(t)}{dx^2} + \frac{3}{2}\frac{dy(t)}{dx} - y(t) = x(t)$$

الف) نشان دهید وقتی $x(t) = 0 \quad \forall t$ آنگاه پاسخ معادله به صورت $Ae^{\frac{t}{2}} + Be^{-2t}$ است.

ب) در صورتی که سیستم علی باشد، پاسخ ضربه سیستم را بدست آورید.

ج) در صورتی که سیستم پایدار باشد، پاسخ ضربه سیستم را بدست آورید.

---

۷) سیستم LTI با پاسخ ضربه $h(t) = \begin{cases} 2-|t| & |t| \leq 1 \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$ و ورودی $x(t) = \begin{cases} 2 & -3 \leq t \leq 0 \\ -2 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$ را در نظر می‌گیریم. بدون محاسبه کامل انتگرال کانولوشن، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) خروجی در کدام بازه(ها) دقیقا برابر صفر است؟

ب) خروجی در کدام t(ها) حداکثر است؟

ج) خروجی در t=1 چه مقداردارد؟

---

۸) علیت و پایداری سیستمهای LTI زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید.

الف) $h(t) = e^{t}u(-t-1)$

ب) $h(t) = e^{-t}\cos(3t)\,u(t)$

ج) $h(t) = \cos(3t)\,u(t)$

د) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{-2(t-\lambda)}x(\lambda-1)\,d\lambda$

ه) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} e^{-2k}x[n-k]$

موفق باشید

فاضل- مدرس هاشمی- مؤیدیان- نریمانی