

بسم الله الرحمن الرحيم

پاسخ تمرین تحویلی جلسه‌ی چهارم

درس هوش مصنوعی

پاییز ۹۹

در این تمرین قصد داریم برای حل مسئله‌ی Set Partition یک الگوریتم جست‌وجوی محلی مبتنی بر جواب واحد طراحی نماییم.

تعریف مسئله‌ی Set Partition:

ورودی: مجموعه‌ی S از اعداد

خروجی: پاسخ به این سؤال که آیا می‌توان مجموعه‌ی S را به دو زیرمجموعه‌ی A و $\bar{A} = S - A$ به گونه‌ای افراز کرد که مجموع اعداد موجود در زیرمجموعه‌ها با یک‌دیگر برابر باشند یا خیر ($\sum_{x \in A} x = \sum_{x \in \bar{A}} x$).

نمونه‌ای برای مسئله‌ی Set Partition:

$$S = \{7, 26, 29, 36, 42, 48, 49, 53, 61, 68, 71, 77, 81, 89\}$$

نمایش (Representation) اعضای فضای جست‌وجو:

اگر طول مجموعه‌ی S را برابر با n در نظر بگیریم، هر عضو از فضای جست‌وجو را می‌توان با یک رشته‌ی دودویی به طول n نمایش داد. بدین صورت که هر بیت موجود در رشته‌ی مذکور متناظر با یک عضو از مجموعه‌ی S می‌باشد و اگر مقدار آن بیت برابر با ۱ باشد به معنای قرار گرفتن عدد متناظر با آن بیت در مجموعه‌ی A و اگر برابر با ۰ باشد به معنای قرار گرفتن عدد متناظر در مجموعه‌ی \bar{A} خواهد بود. برای مثال یک عضو از فضای جست‌وجوی این مسئله با توجه به نمونه‌ی معرفی شده به صورت زیر خواهد بود:

۷	۲۶	۲۹	۳۶	۴۲	۴۸	۴۹	۵۳	۶۱	۶۸	۷۱	۷۷	۸۱	۸۹
۰	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۱	۱

که بر این اساس خواهیم داشت:

$$A = \{26, 29, 42, 48, 61, 77, 81, 89\}$$

$$\bar{A} = \{7, 36, 49, 53, 68, 71\}$$

تابع هدف:

تابع هدف را می‌توان معادل فرمول زیر به صورت قدرمطلق تفاضل مجموع اعضای A و \bar{A} تعریف نمود.

$$h = \left| \sum_{x \in A} x - \sum_{x \in \bar{A}} x \right|$$

به عنوان نمونه مقدار تابع هدف برای مثال مطرح شده در صفحه‌ی پیشین برابر ۱۶۹ می‌باشد. دقت شود که هدف ما در این مسئله، کمینه کردن مقدار تابع فوق می‌باشد. زیرا کمینه کردن این تابع به معنای کم شدن تفاضل مجموع اعضای دو زیرمجموعه‌ی افزاز شده می‌باشد و هنگامی که مقدار این تابع برابر با صفر گردد، مجموع اعضای دو زیرمجموعه با هم برابر خواهد بود که هدف مسئله پیدا کردن عضو متناظر با حالت مذکور در فضای جست‌وجو می‌باشد.

نکته) با توجه به هدف مسئله می‌توان از توابع دیگری نیز به عنوان تابع هدف استفاده نمود (مانند مربع تفاضل مجموع اعضای دو زیرمجموعه).

تعریف همسایگی:

برای اعضای این فضای جست‌وجو می‌توان همسایگی را به بهره‌گیری از مدل flip-۱ بدین صورت در نظر گرفت که با flip شدن هر بیت از رشته‌ی دودویی فعلی (عضو فعلی در فضای جست‌وجو) یک همسایه به دست می‌آید. به بیان دیگر این همسایه با عضو مذکور در فضای حالت تنها در یک عدد تفاوت دارد (آن عدد یا از مجموعه‌ی A به مجموعه‌ی \bar{A} منتقل شده‌است و یا برعکس). واضح است که با این تعریف هر عضو از فضای جست‌وجو دارای n همسایه می‌باشد.

در نظر گرفتن یک نقطه‌ی آغازین، نمایش سه همسایه‌ی متناظر با آن نقطه و محاسبه‌ی تابع هدف برای آن‌ها:

فرض کنید نقطه‌ی آغازین همان نمونه‌ی مطرح شده از مسئله در ابتدای توضیحات باشد:

نقطه‌ی آغازین

۷	۲۶	۲۹	۳۶	۴۲	۴۸	۴۹	۵۳	۶۱	۶۸	۷۱	۷۷	۸۱	۸۹
۰	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۱	۱

۳ همسایه برای این نقطه را می‌توان با توجه به تعریف همسایگی به صورت زیر نشان داد:

همسایه‌ی اول

۷	۲۶	۲۹	۳۶	۴۲	۴۸	۴۹	۵۳	۶۱	۶۸	۷۱	۷۷	۸۱	۸۹
۰	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۱	۱

همسایه‌ی دوم

۷	۲۶	۲۹	۳۶	۴۲	۴۸	۴۹	۵۳	۶۱	۶۸	۷۱	۷۷	۸۱	۸۹
۰	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱

همسایه‌ی سوم

۷	۲۶	۲۹	۳۶	۴۲	۴۸	۴۹	۵۳	۶۱	۶۸	۷۱	۷۷	۸۱	۸۹
۰	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۱	۰

که هر همسایه نسبت به نقطه‌ی آغازین تنها در یک بیت تفاوت دارد.
مقدار تابع هدف برای نقطه‌ی آغازین و ۳ همسایه‌ی ذکر شده با توجه به تعریف تابع هدف به صورت زیر محاسبه می‌شود:

برای نقطه‌ی آغازین:

$$h = |(۲۶ + ۲۹ + ۴۲ + ۴۸ + ۶۱ + ۷۷ + ۸۱ + ۸۹) - (۷ + ۳۶ + ۴۹ + ۵۳ + ۶۸ + ۷۱)| = ۱۶۹$$

برای همسایه‌ی اول:

$$h = |(۲۹ + ۴۲ + ۴۸ + ۶۱ + ۷۷ + ۸۱ + ۸۹) - (۲۶ + ۷ + ۳۶ + ۴۹ + ۵۳ + ۶۸ + ۷۱)| = ۱۱۷$$

برای همسایه‌ی دوم:

$$h = |(۲۶ + ۲۹ + ۴۲ + ۴۸ + ۵۳ + ۶۱ + ۷۷ + ۸۱ + ۸۹) - (۷ + ۳۶ + ۴۹ + ۶۸ + ۷۱)| = ۲۷۵$$

برای همسایه‌ی سوم:

$$h = |(۲۶ + ۲۹ + ۴۲ + ۴۸ + ۶۱ + ۷۷ + ۸۱) - (۷ + ۳۶ + ۴۹ + ۵۳ + ۶۸ + ۷۱ + ۸۹)| = ۹$$