

سوال 1)

آرایه ای از n عدد رندوم در اختیار داریم و قصد داریم از روی آن یک \max heap بسازیم.

الف) روش خود را به صورت شبه کد نشان دهید.

ب) بررسی کنید آیا میتوان این عملیات را با پیچیدگی $O(n)$ انجام داد یا خیر؟ چرا؟

سوال 2)

فرض کنید به عنوان ورودی گراف جهت دار $G = (V, E)$ را دریافت میکنید.

الف) الگوریتمی ارائه دهید که نشان دهد آیا گراف ورودی درخت است یا خیر؟ (به صورت شبه کد)

ب) پیچیدگی زمانی الگوریتم خود را محاسبه کنید. (با این فرض که گراف n راس و m یال دارد.)

پ) فرض کنید به دنبال یافتن کوتاه ترین مسیر بین دو نود خاص از گراف هستید. بین دو جست و جوی اول سطح و اول عمق، استفاده از کدام یک امکان پذیر است؟ چرا؟ (یال با وزن منفی نداریم و گراف همبند است.)
ت) با فرض اینکه تعداد همسایه های هر نود بینهایت است (یا به اندازه ی کافی بزرگ که بتوان آن را نسبت به توان پردازشی خود بینهایت دانست)، به قسمت (پ) پاسخ دهید.

سوال 3)

پیچیدگی زمانی یافتن "دور همیلتونی" و "دور اویلری" در گراف همبند را با هم مقایسه کنید.

سوال 4)

فرض کنید به دنبال یافتن درخت پوشای کمینه از روی گراف همبند و وزن دار $G = (V, E)$ هستیم.

روشی که ارائه می‌دهیم بدین صورت است:

گام 1) تمام یال‌ها را به صورت نزولی مرتب کن.

گام 2) یال با وزن ماکزیمم را از گراف حذف کن.

گام 3) اگر تعداد یال‌های باقی مانده در گراف $(n - 1)$ است به گام 4 برو و در غیر این صورت به گام 2 برو.

گام 4) گراف باقی مانده را برگردان.

درستی این روش را بررسی کنید. (آیا این روش درخت پوشای کمینه را به عنوان خروجی می‌دهد یا خیر؟ با ذکر دلیل.)