

به نام خدا

تمرین سری چهارم درس تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها

۱- در روابط زیر تبدیل فوریه سیگنال $x(t)$ داده شده است. سیگنال حوزه زمان $x(t)$ را مشخص کنید.

$$X(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^k \delta(\omega - \frac{k\pi}{2}) \quad (\text{ب}) \quad X(j\omega) = \frac{\sin^2(2\omega) \cos(\omega)}{\omega^2} \quad (\text{الف})$$

۲- تبدیل فوریه سیگنال‌های $x(t)$ داده شده را با استفاده از جدول تبدیل فوریه و جدول خواص مشخص و تا حد امکان ساده نمایید.

$$p(t) = \begin{cases} 0 & t < -1/2 \\ 1 & -1/2 < t < 1/2 \\ 0 & 1/2 < t \end{cases} \quad x(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} p(t - 4n) \quad (\text{ب}) \quad x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 < t < 1 \\ -1 & 1 < t < 2 \\ 0 & 2 < t \end{cases} \quad (\text{الف})$$

۳- یک سیستم LTI، دارای پاسخ فرکانسی $H(j\omega) = \frac{3+j\omega}{2-\omega^2+3j\omega}$ است. مطلوب است:

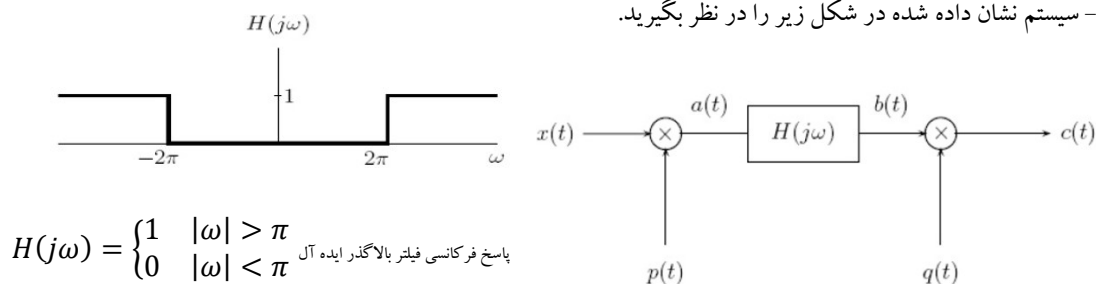
(الف) محاسبه پاسخ ضربه این سیستم $h(t)$

(ب) معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت (LCCDE) مربوط به این سیستم

(پ) پاسخ حوزه زمان این سیستم به ورودی $x(t) = (1-t)e^{-3t}u(t)$

۴- در صورتی که پاسخ ضربه یک سیستم LTI، برابر $h(t) = \frac{\sin(\omega_c t)}{\pi t}$ و ورودی آن $x(t) = \left(\frac{\sin(2t)}{\pi t}\right)^2$ باشد، فرکانس قطع سیستم (ω_c) را چنان بیابید که ۷۵ درصد توان ورودی $x(t)$ به خروجی $y(t)$ منتقل شود.

۵- سیستم نشان داده شده در شکل زیر را در نظر بگیرید.



اگر $p(t) = \cos(\pi t)$ و $q(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$ و $x(t) = \frac{\sin(2\pi t)}{\pi t}$ باشند، مطلوب است: (الف) محاسبه و رسم تبدیل فوریه های $X(j\omega) = F\{x(t)\}$ ، $A(j\omega) = F\{a(t)\}$ ، $B(j\omega) = F\{b(t)\}$ و $C(j\omega) = F\{c(t)\}$

(ب) خروجی سیستم در حوزه زمان $c(t)$

***** سوالات اضافی (نیازی به تحویل نیست) *****

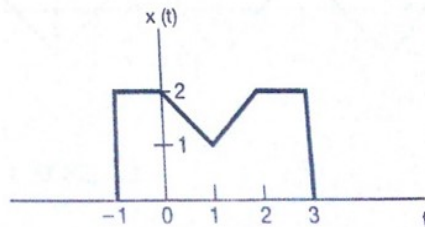
۶- در روابط زیر تبدیل فوریه سیگنال $x(t)$ داده شده است. سیگنال حوزه زمان $x(t)$ را مشخص کنید.

الف) $X(j\omega) = \frac{4\pi\delta(\omega-1)}{2+j\omega}$ ب) $X(j\omega) = \frac{1-b^2}{(1+bj\omega)(b+j\omega)}$ $b \in R, b \neq 0$

۷- اگر $X(j\omega)$ تبدیل فوریه ی سیگنال $x(t)$ به شکل روبرو

باشد،

مطلوب است:

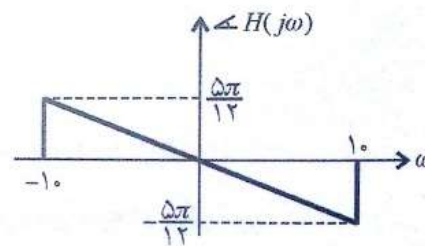
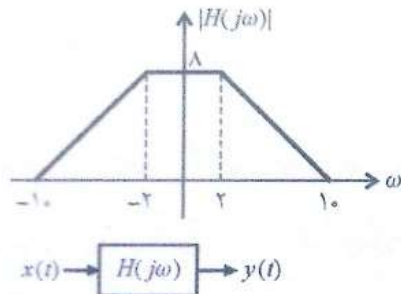


الف) $\oint (X(j\omega))$ ب) $X(0)$ پ) $\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) d\omega$

ت) $\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) \frac{2si}{\omega} e^{j2\omega} d\omega$ ث) $\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$

۸- منحنی های اندازه و فاز پاسخ فرکانسی یک سیستم به صورت زیر داده شده است.

اگر $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\frac{\pi}{4})$ باشد آنگاه خروجی $y(t)$ را بدست آورید.



۹- تبدیل هیلبرت سیگنال $x(t)$ را با $\hat{x}(t)$ نشان می دهند و به شکل $\hat{x}(t) = \frac{1}{\pi t} * x(t)$ تعریف می شود. تبدیل هیلبرت سیگنال

$x(t) = \frac{\sin \omega_0 t}{\pi t}$ را بدست آورید.

راهنمایی: $\frac{1}{\pi t} \leftrightarrow -j \operatorname{sgn}(\omega)$, $\operatorname{sgn}(t) = \begin{cases} +1 & t > 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$

۱۰- یک سیستم LTI زمان پیوسته و پایدار با پاسخ فرکانسی $H_1(j\omega)$ دارای معادله دیفرانسیل

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 4x(t)$$

است. مطلوب است: الف) محاسبه خروجی این سیستم $(y_1(t))$ به ازای ورودی $x_1(t) = 3e^{-3t}u(t)$ با استفاده از تبدیل فوریه.

ب) خروجی سیستم قسمت الف را از یک فیلتر زمان پیوسته پایین گذر ایده آل $H_{lp}(j\omega)$ به صورت رابطه زیر

$$H_{lp}(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < 2 \\ 0 & 2 < |\omega| \end{cases}$$

عبور می دهیم. مطلوب است دامنه و فاز پاسخ فرکانسی سیستم معادل (سیستم کل).

پ) محاسبه پاسخ حوزه زمان سیستم اولیه $(y_2(t))$ به ورودی $x_2(t) = 2\cos(2t)$ ؟ (پاسخ تا حد امکان ساده سازی شود)

۱۱- سیستم LTI زمان پیوسته با پاسخ ضربه $\Pi\left(\frac{t}{T}\right)$ $h(t) = A[1 + \cos(\frac{2\pi}{T}t)]$ را در نظر می گیریم که در آن

$$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1 & |t| < \frac{T}{2} \\ 0 & |t| > \frac{T}{2} \end{cases} \text{ است.}$$

الف) $H(j\omega)$ تبدیل فوریه $h(t)$ را با استفاده از خواص تبدیل فوریه به ساده ترین فرم بدست آورید.

ب) نشان دهید که $h(t) + \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = A \Pi\left(\frac{t}{T}\right)$ و سپس با اخذ تبدیل فوریه از طرفین این رابطه، $H(j\omega)$ را حساب کنید.

پ) پاسخ سیستم به ورودی $x(t) = \cos(\frac{\pi t}{T})$ را بدست آورید.

سوالات انتخابی از فصل چهارم کتاب مرجع: 33-31-24-25--22(c)-21(b,c,d)-16-15-10