

بسم الله الرحمن الرحيم

پاسخ تمرین تحویلی جلسه‌ی هشتم

درس هوش مصنوعی

دکتر فلسفین

پاییز ۹۹

صورت سوال:

یک نمونه‌ی CSP نظیر هر یک از دانشجویان طراحی شده است که دارای دو متغیر a و b به همراه یک قید می‌باشد. دامنه‌ی این دو متغیر نیز برای شما مشخص شده است. قصد داریم این نمونه را با بهره‌گیری از تکنیک log encoding به یک نمونه‌ی SAT تبدیل کنیم.

الف- نمونه‌ی SAT حاصل از به‌کارگیری تکنیک log encoding چند متغیر بولین دارد؟

ب- برای اینکه متغیر a مقداری را خارج از دامنه اخذ نکند، به چند کلاوز نیاز داریم؟ یکی از این کلاوزها را بنویسید.

ج- برای اینکه متغیر b مقداری را خارج از دامنه اخذ نکند، به چند کلاوز نیاز داریم؟ یکی از این کلاوزها را بنویسید.

د- برای توصیف قید داده شده در بستر SAT به چند کلاوز نیاز داریم؟ حداقل سه مورد از آن‌ها را بنویسید.

نمونه‌ی CSP:

$$D_a = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$D_b = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\text{Constraint: } a + b > 7$$

الف:

به ازای متغیر a سه متغیر بولین نیاز داریم: $\lceil \log_2 8 \rceil = 3$

که آن‌ها را a_0 و a_1 و a_2 می‌نامیم.

همچنین برای متغیر b به چهار متغیر بولین احتیاج داریم: $\lceil \log_2 9 \rceil = 4$

و آن‌ها را b_0 و b_1 و b_2 و b_3 می‌نامیم.

لذا در مجموع به ۷ متغیر بولین نیاز داریم.

ب:

چون تعداد متغیرهای موجود در دامنه‌ی a توان صحیح از ۲ می‌باشد، این متغیر هیچ مقدار خارج از دامنه‌ای اخذ نمی‌کند. لذا در این بخش به کلاوزی نیاز نداریم.

ج:

باید از اینکه متغیر b مقادیر ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ را اخذ نماید جلوگیری کنیم و برای جلوگیری از وقوع هر یک از این مقادیر به یک کلاوز نیاز داریم. لذا در مجموع در این بخش به ۷ کلاوز احتیاج داریم.

برای مثال جهت جلوگیری از آن که متغیر b مقدار ۱۲ (۱۱۰۰) را اخذ نماید، از کلاوز زیر استفاده می‌کنیم:

$$\neg(b_3 \wedge b_2 \wedge \neg b_1 \wedge \neg b_0) = \neg b_3 \vee \neg b_2 \vee b_1 \vee b_0$$

سایر کلاوزها نیز به صورت مشابه نوشته می‌شوند.

د:

باید از اینکه قید $a + b > 7$ نقض شود جلوگیری کنیم.

اگر دو متغیر a و b جفت مقادیر زیر را اخذ نمایند، قید فوق نقض می‌شود:

$(a = 0, b = 0)$	$(a = 0, b = 1)$	$(a = 0, b = 2)$	$(a = 0, b = 3)$
$(a = 0, b = 4)$	$(a = 0, b = 5)$	$(a = 0, b = 6)$	$(a = 0, b = 7)$
$(a = 1, b = 0)$	$(a = 1, b = 1)$	$(a = 1, b = 2)$	$(a = 1, b = 3)$
$(a = 1, b = 4)$	$(a = 1, b = 5)$	$(a = 1, b = 6)$	$(a = 2, b = 0)$
$(a = 2, b = 1)$	$(a = 2, b = 2)$	$(a = 2, b = 3)$	$(a = 2, b = 4)$
$(a = 2, b = 5)$	$(a = 3, b = 0)$	$(a = 3, b = 1)$	$(a = 3, b = 2)$
$(a = 3, b = 3)$	$(a = 3, b = 4)$	$(a = 4, b = 0)$	$(a = 4, b = 1)$
$(a = 4, b = 2)$	$(a = 4, b = 3)$	$(a = 5, b = 0)$	$(a = 5, b = 1)$
$(a = 5, b = 2)$	$(a = 6, b = 0)$	$(a = 6, b = 1)$	$(a = 7, b = 0)$

به ازای هر زوج مقدار فوق، یک کلاوز باید تعریف نماییم و لذا در مجموع برای جلوگیری از نقض قید، به ۳۶ کلاوز نیاز داریم که ۳ مورد از آنها به شکل زیر است:

• کلاوز متناظر با $(a = 0, b = 0)$:

$$\neg(\neg a_2 \wedge \neg a_1 \wedge \neg a_0 \wedge \neg b_3 \wedge \neg b_2 \wedge \neg b_1 \wedge \neg b_0) = a_2 \vee a_1 \vee a_0 \vee b_3 \vee b_2 \vee b_1 \vee b_0$$

• کلاوز متناظر با $(a = 2, b = 3)$:

$$\neg(\neg a_2 \wedge a_1 \wedge \neg a_0 \wedge \neg b_3 \wedge \neg b_2 \wedge b_1 \wedge b_0) = a_2 \vee \neg a_1 \vee a_0 \vee b_3 \vee b_2 \vee \neg b_1 \vee \neg b_0$$

• کلاوز متناظر با $(a = 4, b = 1)$:

$$\neg(a_2 \wedge \neg a_1 \wedge \neg a_0 \wedge \neg b_3 \wedge \neg b_2 \wedge \neg b_1 \wedge b_0) = \neg a_2 \vee a_1 \vee a_0 \vee b_3 \vee b_2 \vee b_1 \vee \neg b_0$$

موفق باشید (: