

V - PLANCHE 3

Vers le second degré

1. Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -4x^2 + 14x - 12$

a. Montrer que $f(x) = (2x - 3)(4 - 2x)$

b. En déduire le tableau de signe de f .

2. Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par

$$g(x) = -x^2 - \frac{11}{2}x + 3$$

a. Montrer que $g(x) = \left(\frac{1}{2}x + 3\right)(1 - 2x)$.

b. En déduire le tableau de signe de g .

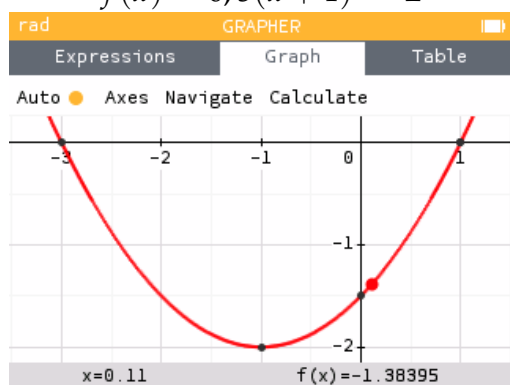
2 Résoudre sur \mathbb{R} les équations suivantes.

- | | |
|------------------|------------------------|
| a. $x^2 = 5$ | b. $x^2 = \frac{4}{9}$ |
| c. $x^2 - 4 = 0$ | d. $x^2 + 3 = -5$ |
| e. $5x^2 = 125$ | f. $3x^2 - 75 = 0$ |

3 Résoudre sur \mathbb{R} les équations suivantes :

- $2x^2 - 16 = 0$
- $2(x + 1)^2 - 16 = 0$
- $3(x - 1)^2 - 75 = 0$
- $-2(3x + 1)^2 + 32 = 0$

4 1. Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 0,5(x + 1)^2 - 2$



a. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

- Dresser le tableau de signe de f .
 - Dresser le tableau de variations de f .
- b. i. Montrer que $f(-1) = -2$
 ii. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq f(-1)$
 iii. Commenter les réponses aux deux questions précédentes.

2. Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 0,125(x - 2)^2 + 1$

a. À l'aide de votre calculatrice, conjecturer le tableau de variation de g .

b. Démontrer que g a pour minimum 1, atteint en 2.

3. Démontrer que la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = -2(x + 5)^2 - 3$ a pour maximum -3 , atteint en -5 .

5 Une entreprise fabrique et vend des masques de protection. Elle peut produire au maximum 80 000 masques. Le coût de production (en milliers d'euros) de q milliers de masques de protection est donné par :

$$C(q) = 0,02q^2 + 0,1q + 9$$

La recette, en milliers d'euros, engendrée par la vente de q milliers de masques, est donnée par $R(q) = 1,2q$.

1. a. Quel est l'intervalle de définition des fonctions C et R ?

b. Quel est le coût de fabrication d'un millier de masques de protection ?

c. Combien est vendu un millier de masques de protection ?

d. L'entreprise réalise-t-elle un bénéfice en produisant et vendant un millier de masques ?

2. a. À l'aide de votre calculatrice, pour quelles valeurs de la production q l'entreprise réalisera-t-elle un bénéfice ? Expliquer votre réponse.

b. On définit le bénéfice réalisé par l'entreprise lors de la vente de q milliers de masques par $B(q) = R(q) - C(q)$.

Vérifier que :

$$B(q) = -0,02q^2 + 1,1q - 9$$

3. a. Démontrer que :

$$B(q) = (q - 10)(-0,02q + 0,9)$$

b. Dresser le tableau de signe de B sur l'intervalle $[0; 80]$.

c. Pour combien de milliers de masques de protections l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?

4. a. Démontrer que

$$B(q) = -0,02(x - 27,5)^2 + 6,125$$

b. Conjecturer à l'aide de votre calculatrice le bénéfice maximal réalisé par l'entreprise.

c. Démontrer cette conjecture.