

有限体積法を高速化するための 領域特化言語の C++ への埋め込み

Design of an embedded domain-specific language for accelerating finite volume method with Boost.Proto

伊藤 正勝

Masakatsu Ito

演算子 $d^2/dx^2 - s \hat{I}d$ を離散化して行列で表現するためのプログラミング

$$k \frac{d}{dx} \cdot \frac{d}{dx} - s \hat{I}d$$

一次元熱伝導問題の解き方

$$k \frac{d^2}{dx^2} T(x) - s(T(x) - T_\infty) = 0$$

をグリッド内の検査体積 Δx ごとに

$$\int_{\Delta x_i} \left(k \frac{d^2}{dx^2} T(x) - s T(x) \right) dx = - \int_{\Delta x_i} s T_\infty dx$$

のように離散化して、連立方程式

$$\frac{k}{\Delta x} T_{i-1} - \frac{2k}{\Delta x} T_i + \frac{k}{\Delta x} T_{i+1} + s \Delta x T_i = -s T_\infty \Delta x$$

を得る。

境界条件を満たすように、連立方程式を修正して、反復法で解く。

有限体積法テンプレートで解く場合

グリッドオブジェクト

検査体積 Δx_i 、境界条件 $T(0) = T_B, dT(L)/dx = 0$

グリッドオブジェクトが離散化を行う。

演算子 $k d^2/dx^2 - s \hat{I}d \rightarrow$ 行列 C

定数項 $-s T_\infty \rightarrow$ ベクトル \mathbf{b}

意味論モデルで数式テンプレートを行列、ベクトルに変換

反復解法ソルバで、行列方程式 $C\mathbf{t} = \mathbf{b}$ を解いて、温度分布 \mathbf{t} を得る。意味論モデルで行列、ベクトルの数式を、配列要素計算コードに変換

演算子から行列へ

$$k \frac{d^2}{dx^2} \rightarrow k \begin{pmatrix} \ddots & & 1/\Delta x & & \\ 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x & & \\ & 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x & \\ & & 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x \\ & & & 1/\Delta x & \ddots \end{pmatrix}$$
$$\frac{d^2}{dx^2} \rightarrow \begin{pmatrix} \ddots & & 1/\Delta x & & \\ 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x & & \\ & 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x & \\ & & 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x \\ & & & 1/\Delta x & \ddots \end{pmatrix}$$

微分方程式の演算子部分

$$k \frac{d^2}{dx^2} - s \hat{I} d$$

移流拡散問題

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_\phi$$

をグリッド内の検査体積 ΔV 、その境界面 ΔA ごとに

$$\int_{\Delta A} \mathbf{n} \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) dA = \int_{\Delta A} \mathbf{n} \cdot (\Gamma \nabla \phi) dA + \int_{\Delta V} S_\phi dV$$