

# 有限体積法を高速化するための 領域特化言語の C++ への埋め込み

## Design of an embedded domain-specific language for accelerating finite volume method with Boost.Proto

伊藤 正勝

Masakatsu Ito

演算子  $d^2/dx^2 - s \hat{d}$  を離散化して行列で表現するためのプログラミング

$$k \frac{d}{dx} \cdot \frac{d}{dx} - s \hat{d}$$

一次元熱伝導問題の解き方

$$k \frac{d^2}{dx^2} T(x) - s (T(x) - T_\infty) = 0$$

をグリッド内の検査体積  $\Delta x$  ごとに

$$\int_{\Delta x_i} \left( k \frac{d^2}{dx^2} T(x) - s T(x) \right) dx = - \int_{\Delta x_i} s T_\infty dx$$

のように離散化して、連立方程式

$$\frac{k}{\Delta x} T_{i-1} - \frac{2k}{\Delta x} T_i + \frac{k}{\Delta x} T_{i+1} + s \Delta x T_i = -s T_\infty \Delta x$$

$$\frac{k}{\Delta x} T_{i-1} - \frac{2k}{\Delta x} T_i + \frac{k}{\Delta x} T_{i+1} \tag{1}$$

$$+ s \Delta x T_i = -s T_\infty \Delta x \tag{2}$$

$$\tag{3}$$

を得る。

境界条件を満たすように、連立方程式を修正して、反復法で解く。

拡散方程式

グリッド内の検査体積  $\Delta V$  (、その境界面  $\Delta A$ ) ごとに積分

$$\int_{\Delta V} \nabla \cdot (k \nabla T) dV + \int_{\Delta V} S_T dV = 0$$

$$\int_{\Delta V} \nabla \cdot (k \nabla T) dV \tag{4}$$

$$+ \int_{\Delta V} S_T dV = 0 \tag{5}$$

$$\tag{6}$$

$$C \mathbf{t} = \mathbf{b}$$

有限体積法テンプレートで解く場合

グリッドオブジェクト

検査体積  $\Delta x_i$ 、境界条件  $T(0) = T_B, dT(L)/dx = 0$

グリッドオブジェクトが離散化を行う。

演算子  $k \frac{d^2}{dx^2} - s \hat{I}d \rightarrow$  行列  $C$

定数項  $-s T_\infty \rightarrow$  ベクトル  $\mathbf{b}$

意味論モデルで数式テンプレートを行列、ベクトルに変換

反復解法ソルバで、行列方程式  $C\mathbf{t} = \mathbf{b}$  を解いて、温度分布  $\mathbf{t}$  を得る。意味論モデルで行列、ベクトルの数式を、配列要素計算コードに変換

演算子から行列へ

$$k \frac{d^2}{dx^2} \rightarrow k \begin{pmatrix} \ddots & 1/\Delta x & & & \\ 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x & & \\ & 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x & \\ & & 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x \\ & & & 1/\Delta x & \ddots \end{pmatrix}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \rightarrow \begin{pmatrix} \ddots & 1/\Delta x & & & \\ 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x & & \\ & 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x & \\ & & 1/\Delta x & -2/\Delta x & 1/\Delta x \\ & & & 1/\Delta x & \ddots \end{pmatrix}$$

微分方程式の演算子部分

$$k \frac{d^2}{dx^2} - s \hat{I}d$$

移流拡散問題

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_\phi$$

をグリッド内の検査体積  $\Delta V$ 、その境界面  $\Delta A$  ごとに

$$\int_{\Delta A} \mathbf{n} \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) dA = \int_{\Delta A} \mathbf{n} \cdot (\Gamma \nabla \phi) dA + \int_{\Delta V} S_\phi dV$$