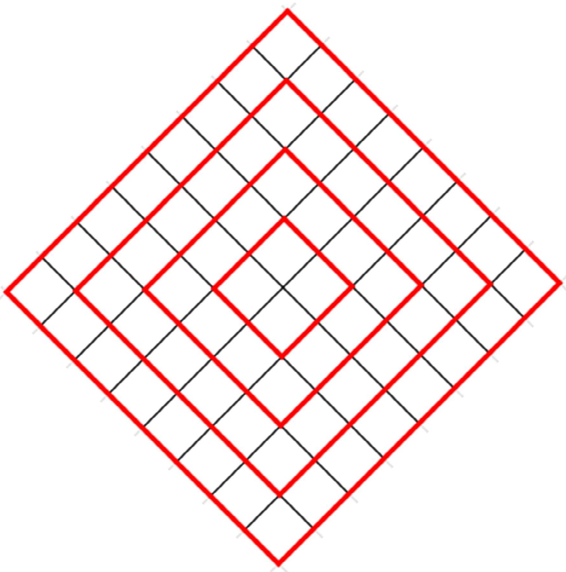
円に接する正多角形の面積と円の面積とを比較してまとめたい件　2022/1/9　まさのすけ

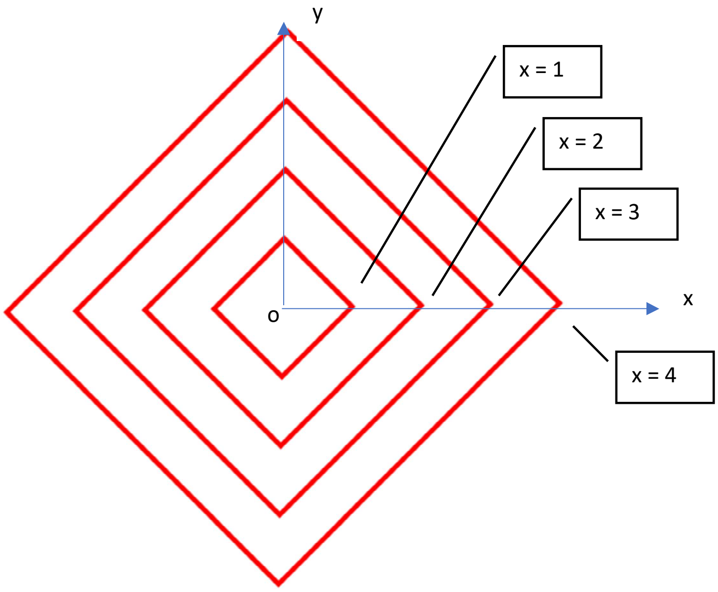
（背景）

●國方家の２階の天井の模様

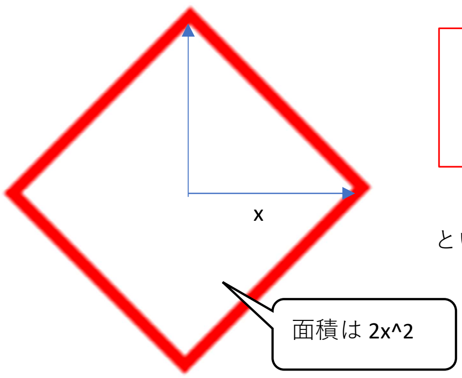
寝ていると、こんなのが見える



中心を原点にして、正方形の対角線上にxy軸をとると、
同心の正方形の面積はどのように増えるかな？　ということが気になった



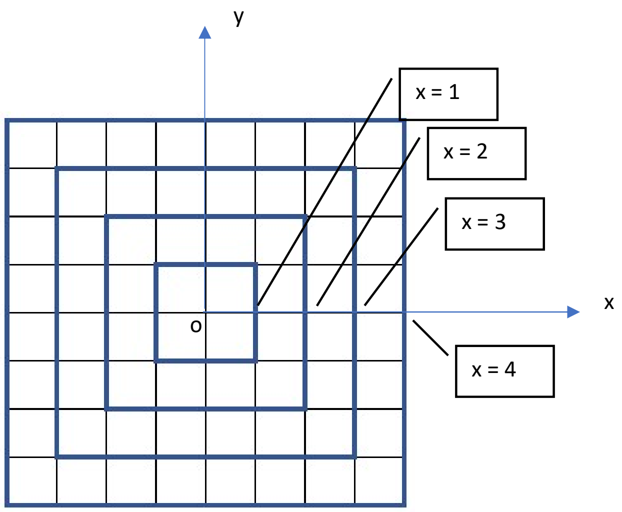
それは大した話ではなくて、正方形の対角線の半分をxにしたときの
正方形の面積を考えればいい→それは、xの2辺が等しい直角2等辺三角形の面積の4倍になる



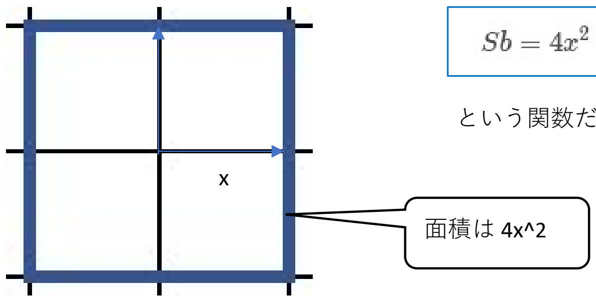
$$Sa = 4 \cdot (x \cdot x/2)$$
$$= 2x^2$$

という関数だった。つまり、この関数で増えていく。

対角線上ではなくて、辺の方向にxy軸をとったときの増え方も気になった



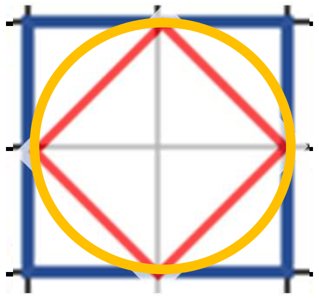
こっちはもっと簡単で、辺の長さがxとした正方形の面積の４倍になる



$$\boxed{Sb = 4x^2}$$

という関数だった。

ここで、上記２つを重ねて、さらに中心と半径が同じ円も重ねてみる
そして、xに対する面積の式を比較してみる

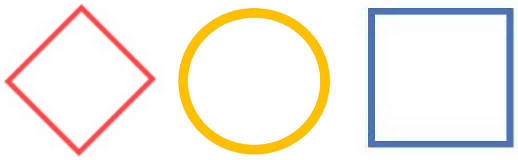


$\boxed{Sa = 2x^2}$

$\boxed{Sc = \pi x^2}$

$\boxed{Sb = 4x^2}$

大小関係を比較すると



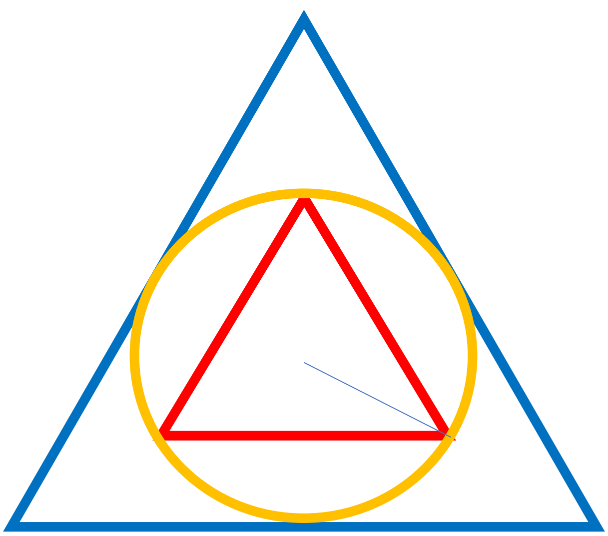
$$\boxed{2x^2} < \boxed{\pi x^2} < \boxed{4x^2}$$

円周率（π）は約3.14なので、２と４の間にπがある　当たり前の結果になる

３つの面積の式は、すべてx^2 を含んでいて、
赤い正方形の係数”２”は「円に内接する正方形の円周率みたいなもの」と考えられる
青い正方形の係数”４”は「円に外接する正方形の円周率みたいなもの」と考えられる

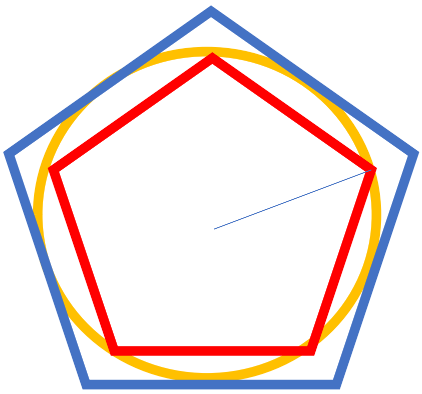
（研究課題）
そこで、正方形以外の正多角形で、この関係性がどうなっているんだろう
というのが気になっている

・正３角形



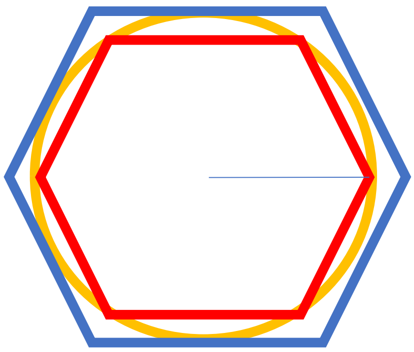
$$\boxed{?x^2} < \boxed{\pi x^2} < \boxed{?x^2}$$

・正５角形



$$\boxed{?x^2} < \boxed{\pi x^2} < \boxed{?x^2}$$

・正６角形



$$\boxed{?x^2} < \boxed{\pi x^2} < \boxed{?x^2}$$

係数は、
正方形のケースのように、整数ではないと思うのだが、
多角形の角が多くなるにつれて、係数がπに近づくはず

で、だいたい調べても「πに近づいて行ったね」ということがわかるだけ
もしれんが、まあ、そんなもんかも

以上