Lean4 Mathematical Proofs
Formalized Mathematics Examples

Lean4 Project

2025年11月11日

目次

1 数学的証明のサンプル

このファイルには、PDF出力用の数学的証明の例が含まれています。 基本的な代数と解析の定理を証明します。

1.1 目次

1. 自然数の基本性質 2. 実数の性質 3. 指数関数の性質 4. 組み合わせ論的証明
For n , we have:

$$\mathbb{N}) : n + 0 = n$$

証明. Using: `rw [Nat.add_zero]` □

Theorem 1.1 (1.2)**.** For n , we have:

$$\mathbb{N}) : 0 + n = n$$

. Using: `rw [Nat.zero_add]` □

Theorem 1.2 (1.3)**.** For m n , we have:

$$\mathbb{N}) : m + n = n + m$$

. Using: `rw [Nat.add_comm]` □

Theorem 1.3 (1.4)**.** For l m n , we have:

$$\mathbb{N}) : (l + m) + n = l + (m + n)$$

. Using: `rw [Nat.add_assoc]` □

For x , we have:

$$\mathbb{R}) : x + 0 = x$$

. Using: `rw [add_zero]` □

Theorem 1.4 (2.2)**.** For x , we have:

$$\mathbb{R}) : x * 1 = x$$

. Using: `rw [mul_one]` □

Theorem 1.5 (2.3)**.** For a b c , we have:

$$\mathbb{R}) : a * (b + c) = a * b + a * c$$

. Using: `rw [mul_add]` □

Theorem 1.6 (2.4)**.** For x , we have:

$$\mathbb{R}) : 0 \leq \hat{x}2$$

. Using: `exact sq_nonneg x` □

For x y , we have:

$$\mathbb{R}) : |x + y| \leq |x| + |y|$$

. Using: `exact abs_add x y` □

Theorem 1.7 (3.2)**.** For x y , we have:

$$\mathbb{R})(hx : 0 \leq x)(hy : 0 \leq y) :$$

. Using: `sorry --` □

For n , we have:

$$\mathbb{N})(h : n > 0) :$$

Definition 1.8. `fib :  N` $\to \mathbb{N}$
`fib_zero :  fib 0 = 0 := rfl` `fib_one :  fib 1 = 1 := rfl` For n , we have:

$$\mathbb{N}) : fib(n + 2) = fibn + fib(n + 1) := rfl$$

Theorem 1.9 (5.2)**.** For n , we have:

$$\mathbb{N})(h : n > 0) : fibn > 0$$

. Using: `cases n with` □

. Using: `cases m with` □

. Using: `cases k with` □

. Using: `rw [fib_succ_succ]` □

. Using: `exact Nat.add_pos_of_pos_of_nonneg h1 h2` □

For n , we have:

$$\mathbb{N})(x : \mathbb{R})(h : n > 0) :$$

. Using: `constructor` □