

数学

試験時間：50 分

令和 2 年度筑波大附属高校

大問は 1 から 5 まであります

解答は解答用紙に記入して下さい

1 2 個以上のさいころを投げたとき、出た目すべての積の値を a とし、 a の正の約数の個数について考える。
このとき、次の ① ~ ③ の にあてはまる数を求めなさい。

- (1) 2 個のさいころを投げるとき、 a の正の約数の個数が ① - ア 個となる確率が最も大きく、その確率は ① - イ である。
また、 a の正の約数の個数が奇数個となる確率は ② である。

- (2) 3 個のさいころを投げるとき、 a の正の約数の個数が 3 個となるような a の値をすべて求めると、 $a =$ ③ である。

2 $AB=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, $CA=5\text{cm}$ である $\triangle ABC$ がある. 3 点 P , Q , R はそれぞれの頂点 A , B , C を同時に出発して,

点 P は毎秒 3cm の速さで, $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow \dots$

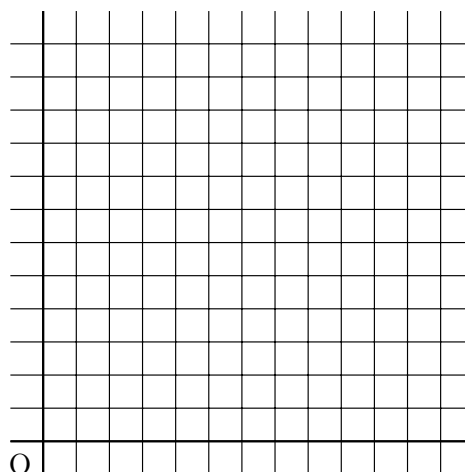
点 Q は毎秒 2cm の速さで, $B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$

点 R は毎秒 1cm の速さで, $C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$

のようにすべて同じ向きに進み, 3 点がそれぞれの最初の位置に同時に戻ったとき, 3 点とも止まる.

3 点が出発してからの時間を x 秒とするとき 次の ④ ~ ⑥ の にあてはまる数または式を求めなさい.

<< 計算欄 >>



(1) $x > 0$ のとき, 3 点が動いている間に P , Q , R がつくる三角形 $\triangle ABC$ と合同になるときの x の値と, 3 点が止まるときの x の値を求めると, $x = \text{④}$ である.

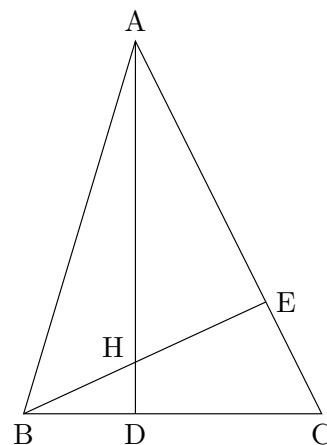
(2) 3 点 P , Q , R のうち, 2 つの点が重なることは ⑤ 回ある.

(3) 3 点 P , Q , R が三角形をつくらない時間すべてを, x についての等式または不等式で表すと, ⑥ である.

3 右の図のように、線分 BC 上に点 D を $BD : DC = 2:3$ となるようにとり、線分 BC に垂直な線分 DA を $\angle BAC = 45^\circ$ となるように引く。

このようにしてできた $\triangle ABC$ に対して頂点 B から辺 AC に垂直な線分 BE を引き、AD と BE の交点を H とする。

このとき、次の⑦ ~ ⑨ の にあてはまる三角形または数を求めなさい。

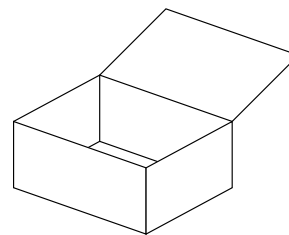


(1) $\triangle BCE$ と相似な三角形のうち、 $\triangle BCE$ 以外のものを 2 つあげると、 ⑦ である。

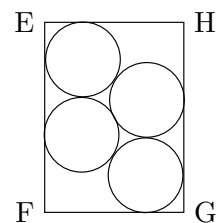
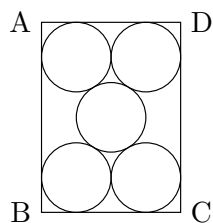
(2) 線分 AH の長さは、線分 BD の長さの ⑧ 倍である。

(3) $AH = 10\text{cm}$ であるとき、 $\triangle ABC$ の面積は、 ⑨ cm^2 である。

4 ふたがついた大きさの異なる 2 つの直方体の箱 X, Y がある. X には半径 r cm の球が 5 個, Y には半径 4 cm の球が 4 個, 底面に接するように入っている.



下の図 1 の長方形 ABCD, EFGH はそれぞれ X, Y の平面図であり, $AD=EH$ である.



(図 1)

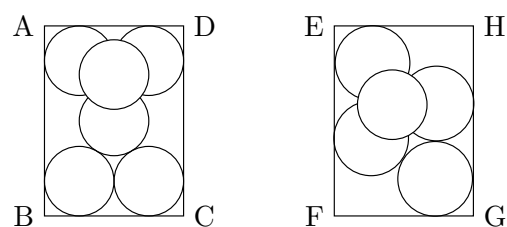
図 1 のように, 隣り合う球は互いに接しており, それぞれの箱の 4 個の球は側面に接している. このとき, 次の ⑩ ~ ⑫ の にあてはまる数または辺を求めなさい.

(1) $r =$ cm である.

(2) 辺 AB と辺 EF の長さを比べると, 辺 の方が cm だけ長い.

- (3) 右の図 2 のように, X には半径 r cm の球, Y には半径 4cm の球をそれぞれの 3 個の球と接するように 1 個ずつ置き, ふたをして直方体にしたところ, どちらのふたも置いた球と接した.

このとき, X の体積は, Y の体積の 12 倍である.



(図 2)

5

「 $1 + 2 \times 3 + 4 =$ 」と入力すると、計算結果が 11 となる電卓を使用する.

このとき、次の ⑬, ⑭ の にあてはまる数または数の組を求めなさい. ただし、1 から 10 までの連続する自然数の和 $1 + 2 + 3 + \cdots + 10$ は、55 である.

- (1) 11 から 20 までの連続する 10 個の自然数を小さい方から順に入力して和を計算しようとしたところ、自然数 n の次の「+」を「 \times 」と押し間違えてしまい、計算結果が 364 となった. このとき、 $n =$ ⑬ である.

- (2) 自然数 m から $m + 9$ までの連続する 10 個の自然数を小さい方から順に入力して和を計算しようとしたところ、自然数 n の次の「+」を「 \times 」と押し間違えてしまい、計算結果が 94 となった.
このような自然数の組 (m, n) をすべて求めると、 ⑭ である. なお、⑭ の解答欄には答えを求めるまでの過程や考え方も書きなさい.

