数学

試験時間：50分

平成31年度筑波大附属高校

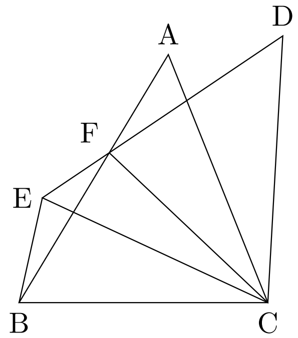
大問は $\boxed{\mathbf{1}}$ から $\boxed{\mathbf{5}}$ まであります

解答は解答用紙に記入して下さい

1 次の①〜③の $\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい.

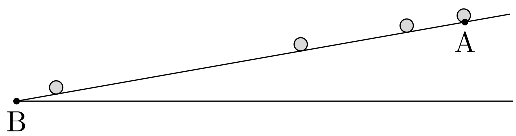
(1) 直線 $l: y = ax + b$ がある. l と直線 $y = 1$ に関して対称である直線を m とし, m と直線 $x = 1$ に関して対称である直線を n とする.
m が点 $(-1,\ 4)$ を通り, n が点 $(5,\ -2)$ を通るとき, $a =$ $\boxed{①-1}$, $b =$ $\boxed{①-2}$ である.

(2) 右の図のように, ∠A=50°, ∠B=60°, ∠C=70° の △ABC を, 頂点 C を中心として時計まわりに 25° 回転させたとき, A, B が移る点を, それぞれ D, E とする.
AB と DE の交点を F とするとき, ∠BEC+∠ECF= $\boxed{②}$ 度である.



(3) 12321, 314413 のように, 数字を逆から並べても元の数と同じになる数のことを回文数という.
4 桁の回文数のうち, 9 の倍数であるものは $\boxed{③}$ 個ある.

2 右の図のように, 傾きが一定の緩やかな坂がある. この坂の上にボールを置いて静かに手をはなすとボールは坂を転がり落ちるが, 転がり始めてからの移動距離は, 転がる時間の 2 乗に比例する.



P さんはこの坂の上の A 地点に立ち, そこにボールを置いて静かに手を離した. その 2 秒後, P さんは一定の速さで坂を下りてボールを追いかけたところ, 追いかけ始めてから 1 秒後にボールを追い越したが, その後ボールに追い抜かれた. 追い抜かれた 2 秒後, 坂を下る速さを 3 倍にしたところ, 再びボールを追い越したが, 坂を下りきった B 地点でちょうどボールに追いつかれた. このとき, 次の ④ ～ ⑥ の $\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい.

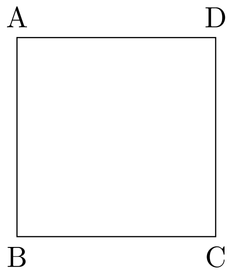
(1) P さんが最初にボールに追い抜かれたのは, ボールが転がり始めてから $\boxed{④}$ 秒後である.

(2) P さんが B 地点においてボールに追いつかれたのは, ボールが転がり始めてから $\boxed{⑤}$ 秒後である.

(3) 2 地点 A, B 間の距離が 40.5m であるとき, A 地点を出発したときの P さんの速さは毎秒 $\boxed{⑥}$ m である.

3 　右の絵のような正八面体のさいころがあり, それぞれの面に 1 から 8 までの数字が 1 つずつかかれている. このさいころを振ったときの「出た目」は, 上面にかかれている数で, 右の絵では 8 である. それぞれの目が出る確率は等しいものとする. 以下, このさいころを使用する.

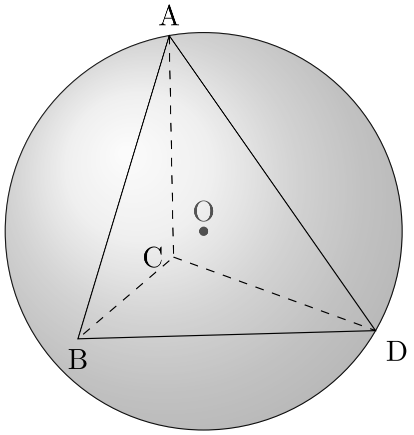
右の図のような正方形 ABCD の周上を反時計まわりに動く点 P がある. 最初 P は頂点 A にあり, さいころを振って出た目と同じ数の辺の分だけ移動する. 例えば 7 の目が出た場合は, A→ B → C → D → A → B → C → D というように移動する. このとき, 次の ⑦ 〜 ⑨ の $\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい.



(1) さいころを 2 回続けて振って移動した後, P が頂点 A にある確率は, $\boxed{\text{⑦}}$ である.

(2) さいころのどれか 1 つの面に, 数字「0」のかかれたシールを貼る. もしこの面が出た場合, P は移動しない. シールの貼ったさいころを 2 回続けて振って移動した後, P が頂点 A にある確率が最も高くなるのは, シールを $\boxed{\quad ⑧ \quad}$ の数字がかかれた面に貼ったときであり, そのときの確率は $\boxed{\quad ⑨ \quad}$ である. ただし, シールを貼ってもそれぞれの目が出る確率は等しいものとする.

$\boxed{\textbf{4}}$ 点 O を中心とする球面上に 4 点 A, B, C, D があり, △ ABC と △ BCD は 1 辺が 6cm の正三角形, AD=$3\sqrt{6}$cm である. このとき, 次の⑩ ～ ⑫ の $\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい.

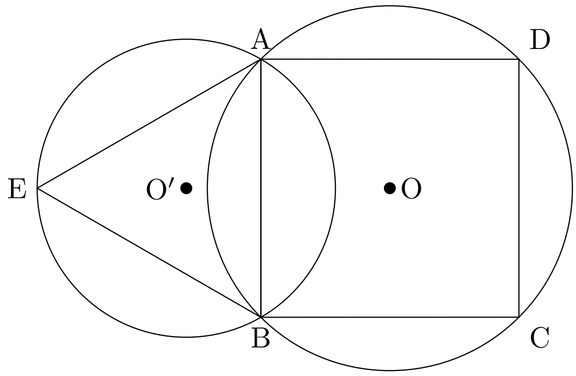


(1) 四面体 ABCD の体積は $\boxed{⑩}$ cm^3 である.

(2) 球 O の半径は $\boxed{\text{⑪}}$ cm である.

(3) 3 点 O, C, D を通る平面で四面体 ABCD を切断して 2 つの立体に分けたとき, 小さい方の体積は $\boxed{\text{⑫}}$ cm^3 である.

5　右の図のように, 長さ 6cm の辺 AB を共有する正方形 ABCD と正三角形 AEB がある. 正方形の 4 頂点を通る円を O, 正三角形の 3 頂点を通る円を O′ とし, 円 O の周上を動く点を P, 円 O’ の周上を動く点を Q とする. ただし, 点 P, Q は, 線分 PQ(両端を除く) の上に点 B があるように動くものとする.
△APQ の面積を $S(\mathrm{cm}^2)$ とするとき, 次の ⑬ の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め, 解答欄 ⑭には指定された図形および文章を記入しなさい.



(1) 点 Q が点 E と一致するとき, $S = \boxed{⑬}$ (cm^2) である.

(2) S が最大となるときの △APQ を解答欄 ⑭ の図 (上の図と同じ図) にかき入れ, その三角形が最大である理由を関係に述べなさい. ただし, 証明は不要です.