第1章　数と式

整式

1. 整式とその加減

単項式と多項式

$3x^2$, $-4x^2$ のように, 数と文字 x をいくつか掛け合わせた式を x についての**単項式**といい, 数の部分を**係数**, 掛け合わせている x の個数をその単項式の**次数**という.
また, 数だけからなる式, たとえば, 5 なども単項式という.

$2x^2 - x + 5$ のように, 単項式の和として表される式を**多項式**といい, その1つ1つの単項式を, その多項式の**項**という.
単項式と多項式を合わせて**整式**という. 単項式は項が1つの多項式と考えることができる.
整式では, 各項の次数のうちで最大のものを, その整式の**次数**といい, 次数が n の整式を n **次式**という.

整式 $x^3 + ax^2 + bx - 2$ は, x についての3次式である. この式では, x 以外の文字 a, b を数と同じように考えている.
このとき, 数や数と同じように考えている文字を**定数**といい, 定数だけからなる項を**定数項**という. 0 でない定数項は0次と考える.
整式 $x^3 + ax^2 + bx - 2$ において,

$$x^3\text{の係数は}\ 1,\ x^2\text{の係数は}\ a,\ x\ \text{の係数は}\ b,\ \text{定数項は} -2$$

整式の整理

x についての整式 $5x^2 + x - 2x^2 + 1$ において, $5x^2$ と $-2x^2$ のように, 文字の部分が同じである項を同類項という.
同類項は

$$5x^2 - 2x^2 = (5-2)x^2 = 3x^2$$

のように1つにまとめることができる.
整式は, 通常次のように整理を行う.
[1] 同類項をまとめる.
[2] 各項を次のどちらかの順に並べる.
(1) 次数の高い方 (大きい方) から順に並べる.
(2) 次数の低い方 (小さい方) から順に並べる .

(1) の並べ方を**降べきの順**, (2) の並べ方を昇べきの順という.

例

$x^2+2x-1+4x^2-6x+3$ を降べきの順に整理せよ.

$$(1+4)x^2+(2-6)x-1+3=5x^2-4x+2$$

これまでは, 1 つの文字 x を指定して x についての整式を考えてきたが, 2 つ以上の文字を含む整式も考えることができる. たとえば, $x,\ y$ を含む整式では, x についての整式や y についての整式とみることもできる.

例

次の単項式は, [ ] 内の文字について何次か. また, そのときの係数をいえ.

$$5x^3y \qquad [x],\ [y],\ [x,\ y]$$

x については 3 次の単項式で, 係数は $5y$
y については 1 次の単項式で, 係数は $5x^3$
$x,\ y$ については 4 次の単項式で, 係数は 5

整式 $2x^2+3xy+y^2-4x-y-6$ を, x について整理すると,

$$2x^2+(3y-4)x+(y^2-y-6)$$

となる. これは x についての 2 次式で,

$$x^2\text{の係数は } 2,\ x \text{ の係数は } 3y-4,\ \text{定数項は } y^2-y-6$$

である.

1.　次の単項式の次数と係数をいえ.

(1) $4x^3$　　(2) $-a$　　(3) $2a^2bc^3$　　(4) $\dfrac{1}{3}$

2.　[ ] 内の文字に着目したとき, 次の単項式の次数と係数をいえ.

(1) $3ax^2$　$[x]$　　(2) $6a^2b^3c^3$　$[a]$

(3) $-2kxy$　$[x,\ y]$　　(4) $-ab^2x^3y$　$[x,\ y]$

3.　整式 $-2xy^3 + 5xy^2 + xy^3 - 4xy^2 - 1$ を整理せよ.

4.　次の整式は何次式で, 定数項は何か. また, x については何次式で, その場合の定数項は何か.

(1) $3x^2y^2 - 2xy^5 + y^4 + 5$

(2) $x^3 + 4x^2y - 3y^4 + 2x + 3y - 5$

5.　次の整式を x について降べきの順に整理せよ.

(1) $x^2 + 1 - x$

(2) $x^2 + y^2 - xy + 3x - y + 10$

6.　次の整式を [ ] 内の文字について降べきの順に整理せよ.

(1) $x^3 - x^2y + xy^2 - 2x^2y + 2xy^2 - 2y^3$　$[x]$

(2) $a^3 - 2b^3 + 3c^3 - a^2b + ac^2 - 3a^2c + 2abc$　$[a]$

(3) $-(2y-3)x^2 + (1-y^2)x + 5y + (y^2-1)x$　$[y]$

整式の加法・減法

整式の和, 差を求めるには, 同類項をまとめて計算すればよい.

例

$A=2x^3+x^2+6x-1,\ B=x^3+7x^2-4$ のとき, $A+B,\ A-B$ を求めよ.

$$\begin{aligned} A+B &= (2x^3+x^2+6x-1)+(x^3+7x^2-4) \\ &= (2+1)x^3+(1+7)x^2+6x-1-4 \\ &= 3x^3+8x^2+6x-5 \\ A-B &= (2x^3+x^2+6x-1)-(x^3+7x^2-4) \\ &= (2-1)x^3+(1-7)x^2+6x-1+4 \\ &= x^3-6x^2+6x+3 \end{aligned}$$

$A+B+2A$ のような場合, 先に A と B の式を整理してから代入する.

例

$A=x^3+2x^2y-y^3$, $B=3x^3-x^2y+3xy^2+2y^3$ のとき, $3A+2B-(A+B)$ を計算せよ.

◇ $3A+2B-(A+B)$ を整理してから代入する.

$$\begin{aligned} 3A+2B-(A+B) &= 2A+B \\ &= 2(x^3+2x^2y-y^3)+(3x^3-x^2y+3xy^2+2y^3) \\ &= 2x^3+4x^2y-2y^3+3x^3-x^2y+3xy^2+2y^3 \\ &= 5x^3+3x^2y+3xy^2 \end{aligned}$$

2. 整式の乗法

単項式の乗法

$a = a^1,\ a \times a = a^2,\ a \times a \times a = a^3,\ \cdots$ のように, n 個の aの積を a^n と書き, a の n と読む. また, n を a^nの**指数**という.

a^2 を a の平方, a^3 を a の立方ともいい, $a,\ a^2,\ a^3,\ \cdots$ をまとめて, a の累乗という.

累乗の計算について考えてみると...

$$\begin{aligned}
&a^3 \times a^2 = (a \times a \times a) \times (a \times a) = a^5 = a^{3+2} \\
&\left(a^3\right)^2 = a^3 \times a^3 = (a \times a \times a) \times (a \times a \times a) = a^6 = a^{3\times 2} \\
&(ab)^2 = (a \times b) \times (a \times b) = (a \times a) \times (b \times b) = a^2 b^2
\end{aligned}$$

一般に, 累乗について, 次の指数法則が成り立つ.

指数法則

$m,\ n$ が正の整数のとき,

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$

指数法則を用いて計算すると

$$\begin{aligned}
&2a^3 \times 3a^4 = (2 \times 3)a^{3+4} = 6a^7 \\
&(-2xy)^4 \times 3x^2 y = (-2)^4 x^4 y^4 \times 3x^2 y = (16 \times 3)x^{4+2} y^{4+1} = 48x^6 y^5
\end{aligned}$$

整式の乗法

整式の積において, 分配法則

$$\begin{aligned}
A(B + C) &= AB + AC \\
(A + B)C &= AC + BC
\end{aligned}$$

を用いて, 単項式の和の形に表すことを**展開する**という. $2x(x^2 + 2x - 3)$ を展開すると

$$\begin{aligned}
2x(x^2 + 2x - 3) &= 2x \cdot x^2 + 2x \cdot 2x + 2x \cdot (-3) \\
&= 2x^3 + 4x^2 - 6x
\end{aligned}$$

※ $a \times b$ を $a \cdot b$ と書くこともある.

例

$(2x - 3)(3x^2 - x + 1)$ を展開せよ.

◇ $3x^2 - x + 1$ を 1 つのものと考え, これを A とすると,

$$(2x - 3)(3x^2 - x + 1) = (2x - 3)A = 2xA - 3A$$

となるので...

$$\begin{aligned}
(2x - 3)(3x^2 - x + 1) &= (2x - 3)(3x^2 - x + 1) - 3(3x^2 - x + 1) \\
&= 6x^3 - 2x^2 + 2x - 9x^2 + 3x - 3 \\
&= 6x^3 - 11x^2 + 5x - 3
\end{aligned}$$

乗法公式

式を展開するとき, 次の乗法公式がよく利用される.

乗法公式 (I)

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

乗法公式を用いて,

$$\begin{aligned}(3x+2y)^2 &= (3x)^2 + 2\cdot 3x\cdot 2y + (2y)^2\\ &= 9x^2 + 12xy + 4y^2\end{aligned}$$

乗法公式 (II)

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

◇ 式の一部をひとまとめにすると, 乗法公式が利用できる場合がある.

$(a+b+c)^2$ を展開してみる. $a+b$ を 1 つのものとみると,

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= \{(a+b)^2 + c\}^2\\ &= (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2\\ &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2\end{aligned}$$

よって,

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

例

$(a+b-c)(a-b+c)$ を展開せよ.

$a-b+c = a-(b-c)$ と変形すると, $b-c$ が共通になり, $b-c$ を 1 つのものとみて乗法公式が利用できる.

$$\begin{aligned}(a+b-c)(a-b+c) &= \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}\\ &= a^2 - (b-c)^2 = a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)\\ &= a^2 - b^2 + 2bc - c^2\end{aligned}$$

掛ける組み合わせを工夫すると, 展開しやすくなる場合がある.

例

$(x-1)(x-2)(x+1)(x+2)$ を展開せよ.

$$\begin{aligned}(x-1)(x-2)(x+1)(x+2) &= (x-1)(x+1)\times(x-2)(x+2)\\ &= (x^2-1)(x^2-4)\\ &= x^4-5x^4+4\end{aligned}$$

7.　次の整式 $A,\ B$ について, $A+B,\ A-B$ を求めよ.

(1) $A=2x^2+x-3,\quad B=x^2+2x+5$

(2) $A=2x^2-4y^2,\quad B=-5x^2+3xy-y^2$

(3) $A=x^3+2x^2+2,\quad B=x^2-x+2$

8.　$A=-2x^2+x+3,\ B=x^2-3x+5$ のとき, 次の式を計算せよ.

(1) $A-2B$　　(2) $3B-2A$　　(3) $6B-(A+4B)$

9.　次の計算をせよ.

(1) $x^3\times x^2$　　(2) $(xy^2)^3$

(2) $a\times(a^2)^3$　　(3) $a\times(a^2b^3)^4\times b^3$

10.　次の計算せよ.

(1) $4a^3\times(-6a^2)$　　(2) $9a^2b^3\times\dfrac{1}{3}a^5b$

(3) $(2x^2)^3\times 3x$　　(4) $(-2xy^2)^3\times\left(-\dfrac{1}{4}x^3y\right)^2$

11.　次の式を展開せよ.

(1) $2x^3(x-4)$　　(2) $(a^2+4a-1)\times(-3a^2)$

(3) $-\dfrac{1}{2}xy(5x^2-6xy-4y^2)$

12.　次の式を展開せよ.

(1) $(x+3)(2x-1)$　　(2) $(3x-2)(2x-5)$

(3) $(x+2)(5x^2-3x-2)$　　(4) $(3x-4)(2x^2-4x+3)$

13.　次の式を展開せよ.

(1) $(3x+5y)^2$　　(2) $(5x-2y)^2$

(3) $(3x+7y)(3x-7y)$　　(4) $(x-1)(x+3)$

14.　次の式を展開せよ.

(1) $(3x+1)(4x+3)$　　(2) $(2x-5)(3x+4)$

15.　次の式を展開せよ.

(1) $(7x+3y)(5x-2y)$　　(2) $(5x-3y)(2x-9y)$

16.　次の式を展開せよ.

(1) $(x+y)(x+y-3)$　　(2) $(x-y-5)(x-y+7)$

(3) $(a+2b+c)(a-2b+c)$　　(4) $(a-2b+3c)(a+2b-3c)$

17. 次の式を展開せよ.

(1) $(a-b+c)^2$　　(2) $(3x-2y-4z)^2$

(3) $(a+b+3)^2$

18. 次の式を展開せよ.

(1) $(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$　　(2) $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)$

(3) $(3x+2y)^2(3x-2y)^2$　　(4) $(3a-1)^2(3a+1)^2$

19. $A=a^2+2a-4$, $B=-2a^2-5a$, $C=-4a^2+2$ のとき, 次の式を計算せよ.

(1) $A+2B-(3B-2C)$　　(2) $2(A+C)-3\{B-(2C-A)\}$

(3) $2AC+BC$

20. x についての整式 $A,\ B$ が次の式を満たすとき, $A,\ B$ を求めよ.

$$A+B=5x^3-x^2+3$$
$$A-B=x^3+5x^2+4x-9$$

21. 次の計算をせよ.

(1) $\{(x^4)^3\}^2\times\{(-2x)^2\}^3$　　(2) $a^2x\times\{-(-3x)^2\}\times\left(-\dfrac{1}{2}ax\right)^3$

22. 次の式を展開せよ.

(1) $(2a-b-c)(2a+b+c)$　　(2) $(a-b-c+d)(a-b+c-d)$

(3) $(x-2)(x+1)(x+2)(x+5)$　　(4) $(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(a-b-c)$

(5) $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$　　(6) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)(x^4-x^2+1)$

3. 因数分解

共通因数をくくり出す

整式 P を 2 つ以上の整式 $A,\ B,\ \cdots$ の積の形に表すことを**因数分解**するといい, 各整式 $A,\ B,\ \cdots$ を, それぞれ P の**因数**という.

因数分解の基本は, 整式の各項に共通な因数があるとき,

$$
\begin{aligned}
AB + AC &= A(B + C) \\
AC + BC &= (A + B)C
\end{aligned}
$$

を使って, その共通因数をカッコの外にくくり出すことである. 例えば, $x^2y + xy^2$ については

$$x^2y + xy^2 = xy \cdot x + xy \cdot y = xy(x + y)$$

となる.

整式の因数分解において, 共通する式を 1 つの文字に置き換えて考えると見通しがよくなることがある.

例

$x(y-1) + (1-y)$ を因数分解せよ.

$\diamondsuit$ $y - 1 = A$ とおくと,

$$xA - A = (x-1)A$$

となるので....

$$
\begin{aligned}
x(y-1) + (1-y) &= x(y-1) - (y-1) \\
&= (x-1)(y-1)
\end{aligned}
$$

公式の利用

因数分解には, 乗法公式を逆にした次の公式がよく用いられる.

因数分解の公式 (I)

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

例

(1) a^2+6a+9 を因数分解せよ.
(2) $9x^2-6xy+y^2$ を因数分解せよ.
(3) $16x^2-y^2$ を因数分解せよ.
(4) x^2+6x+8 を因数分解せよ.

(1)

$$\begin{aligned} a^2+6a+9 &= a^2+a\cdot a\cdot 3+3^2 \\ &= (a+3)^2 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} 9x^2-6xy+y^2 &= (3x)^2-2\cdot 3x\cdot y+y^2 \\ &= (3x-y)^2 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} 16x^2-y^2 &= (4x)^2-y^2 \\ &= (4x+y)(4x-y) \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} x^2+6x+8 &= x^2+(2+4)x+2\cdot 4 \\ &= (x+2)(x+4) \end{aligned}$$

因数分解の公式 (II)

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

この因数分解の公式を用いて, $4x^2-8x+3$ を因数分解してみる.
この式が因数分解できて,

$$4x^2-8x+3=(ax+b)(cx+d)$$

となるとする. このとき, 右辺を展開すると

$$4x^2-8x+3=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

であるから,

$$\begin{cases} ac=4, \quad bd=3 \\ ad+bc=-8 \end{cases}$$

となる.

ここで,

$$\begin{cases} ac = 4 \text{ より},\ 1 \times 4,\ 2 \times 2 \\ bd = 3 \text{ より},\ 1 \times 3,\ (-1) \times (-3) \end{cases}$$

などの分解が考えられる.

この中で, $a,\ b,\ c,\ d$ のいろいろな場合について, $ad + bc$ を計算して調べると, 満たす組合せは

$$a = 2,\ b = -1,\ c = 2,\ d = -3$$

であることがわかる.

よって, 次のように因数分解できる.

$$4x^2 - 8x + 3 = (2x - 1)(3x + 5)$$

いろいろな因数分解

2 つ以上の文字を含む整式では, 最も次数の低い文字に着目して整理すると, 因数分解しやすくなることが多い.

例

$x^2 + x^2z - xy^2 - y^2z$ を因数分解せよ.

◇ この式は, x については 2 次式, y についても 2 次式, z については 1 次式であるから, 最も次数の低い z について整理する.

$$\begin{aligned} x^2y + x^2z - xy^2 - y^2z &= (x^2 - y^2)z + (x^2y - xy^2) \\ &= (x + y)(x - y)z + xy(x - y) \\ &= (x - y)\{(x + y)z + xy\} \\ &= (x - y)(xy + yz + zx) \end{aligned}$$

たとえば, $2x^2 + xy - y^2 + 4x + y + 2$ を因数分解する場合, x についても y についても 2 次式であるから, x について整理すればよい.

$$\begin{aligned} 2x^2 + xy - y^2 + 4x + y + 2 &= 2x^2 + (y + 4)x - (y^2 - y - 2) \\ &= 2x^2 + (y + 4)x - (y + 1)(y - 2) \\ &= \{x + (y + 1)\}\{2x - (y - 2)\} \\ &= (x + y + 1)(2x - y + 2) \end{aligned}$$

例

$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$ を因数分解せよ.

◇ この式は, $a,\ b,\ c$ のどの文字についても 2 次式であるから, たとえば, a について整理する.

$$\begin{aligned} a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b) &= (b-c)a^2-(b^2-c^2)a+(b^2c-bc^2) \\ &= (b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

工夫して因数分解できる場合がある.

$x(x+1)(x+2)(x-1)-24$ の因数分解の場合, すべて展開する必要はなく, $x(x+1)$ と $(x+2)(x-1)$ は $x^2+x+\cdots$ となるので

$$\begin{aligned} x(x+1)(x+2)(x-1)-24 &= (x^2+x)\{(x^2+x)-2\}-24 \\ &= (x^2+x)^2-2(x^2+x)-24 \\ &= (x^2+x-6)(x^2+x+4) \\ &= (x-2)(x+3)(x^2+x+4) \end{aligned}$$

ax^4+bx^2+c という形になる文字式を**複 2 次式**という. この複 2 次式の因数分解は $X=x^2$ とおくことで因数分解できる場合もあるが, 無理やり因数分解の公式 (I) を用いる方法で因数分解することが多い.

例

x^4+x^2+1 を因数分解せよ.

$$\begin{aligned} x^4+x^2+1 &= x^4+2x^2+1-x^2 \\ &= (x^2+1)^2-x^2 \\ &= \{(x^2+1)+x\}\{(x^2+1)-x\} \\ &= (x^2+x+1)(x^2-x+1) \end{aligned}$$

3 次の展開と因数分解

$(a+b)^3$ をしてみる.

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= (a+b)(a+b)^2\\ &= (a+b)(a^2+2ab+b^2)\\ &= a(a^2+2ab+b^2)+b(a^2+2ab+b^2)\\ &= a^2+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3\\ &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\end{aligned}$$

同様にして, 次の乗法公式を導くことができる.

3 次の乗法公式

- $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
- $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3a^2b-b^3$
- $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$
- $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

例

(1) $(2x+y)^3$ を展開せよ.
(2) $(2x-1)(4x^2+2x+1)$ を展開せよ.

(1)

$$\begin{aligned}(2x+y)^3 &= (2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot 2x\cdot y^2+y^3\\ &= 8x^3+12x^2y+6xy^2+y^3\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}(2x-1)(4x^2+2x+1) &= (2x-1)\{(2x)^2+2x\cdot 1+1^2\}\\ &= (2x)^3-1^3\\ &= 8x^3-1\end{aligned}$$

因数分解については展開の逆であり, 公式は次のようになる.

3 次の因数分解の公式

- $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

- $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

例

(1) $125x^3+27$ を因数分解せよ.
(2) x^3-8y を因数分解せよ.

(1)

$$\begin{aligned}125x^3+27&=(5x)^3+3^3\\&=(5x+3)\{(5x)^2-5x\cdot 3+3^2\}\\&=(5x+3)(25x^2-15x+9)\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}x^3-8y^3&=x^3-(2y)^3\\&=(x-2y)\{x^2+x\cdot 2y+(2y)^2\}\\&=(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)\end{aligned}$$

次に, $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ を展開してみる.

$$\begin{aligned}&(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)\\=&a^3+ab^2+ac^2-abc-ac^2+a^2b+b^3+bc^2-ab^2-b^2c-abc+a^2+b^2c+c^3-abc-bc^2-ac^2\\=&a^3+b^3+c^3-3abc\end{aligned}$$

よって,

$$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=a^3+b^3+c^3-3abc$$

23. 次の式を因数分解せよ.

(1) $ac + bc^2$　(2) $ab^2 + abc - bc^2$

(3) $a^2b - 3a^2b^2 + 4ab^2$　(4) $-4x^2yz + 8x^3y^3z^2 - 6xy^2z^3$

24. 次の式を因数分解せよ.

(1) $(a-2b)c - (a-2b)d$　(2) $2y(x+1) - x - 1$

(3) $a(3x-y) - 2y + 6x$　(4) $ay - ax - x + y$

25. 次の式を因数分解せよ.

(1) $4x^2 + 12x + 9$　(2) $4a^2 - 4ab + b^2$

(3) $4a^2 - b^2$　(4) $a^2 - 3ab - 10b^2$

26. 次の式を因数分解せよ.

(1) $12x^3 - 75xy^2$　(2) $a^2x - 15abx + 36b^2x$

(2) $x^3 + x^2 - 6x$　(4) $c^2(a-b) + 9(b-a)$

27. 次の式を因数分解せよ.

(1) $2x^2 + 7x + 3$　(2) $3x^2 + 8x - 3$

(3) $6x^2 + 11x + 3$　(4) $2x^2 - 17x + 15$

(5) $4x^2 - 4x - 15$　(6) $6x^2 - 17x + 12$

28. 次の式を因数分解せよ.

(1) $2x^2 + 15xy + 18y^2$　(2) $4x^2 + 5xy - 6y^2$

(3) $6x^2 - 7xy - 3y^2$　(4) $8x^2 - 22xy + 15y^2$

29. 次の式を因数分解せよ.

(1) $(a+2b)^2 - c^2$　(2) $16x^2 - (3x-2y)^2$

(3) $(a+b)^2 - 3(a+b) + 2$　(4) $(x+3y)(x+3y-7) + 12$

30. 次の式を因数分解せよ.

(1) $xy^2 + y + z - xz^2$　(2) $a^3 + a^2b - ac^2 - bc^2$

31. 次の式を因数分解せよ.

(1) $x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y + 2$　(2) $2x^2 - xy - y^2 + 5x + y + 2$

32. $bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b)$ を因数分解せよ.

33. 次の式を因数分解せよ.

(1) $x^2y^2 + xy - 2$　(2) $(2x-y)^2 - (x+2y)^2$

(3) $a^2 + 9b^2 - 16c^2 - 6ab$　(4) $(a+b)^4 - (a-b)^4$

(5) x^3+x^2+2x+2

(6) $2a^3-1+a^2-2a$

(7) $4b-12-(b-3)^3$

(8) $x^3y^2+x^2y^3+(2xy+1)(x+y)$

34. 次の式の因数分解をせよ.

(1) $x^3+(a-2)x^2-(2a+3)x-3a$

(2) $x^2-xy+2xz-yz+z^2$

(3) $6x^2+xy-2y^2+7x+7y-3$

(4) $ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)+2abc$

35. 次の式を因数分解せよ.

(1) $(x^2-x+1)(x^2-x+2)-12$

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$

(3) $x(x-1)(x-2)(x-3)+1$

(4) $(x^2+3x+6)(x^2-4x+6)-8x^2$

36. 次の式を因数分解せよ.

(1) x^4-10x^2+9

(2) x^4-26x^2+25

(3) $2x^4-7x^2-4$

(4) $(x-y)^4+2(x-y)^2-3$

37. 次の式を因数分解せよ.

(1) x^4-3x^2+1

(2) x^4+5x^2+9

(3) $9x^4-16x^2+4$

(4) $4x^4+y^4$

38. 次の式を展開せよ.

(1) $(x+3)^3$

(2) $(3x-2)^3$

(2) $(x-5y)^3$

(4) $(4x+3y)^3$

39. 次の式を展開せよ.

(1) $(x+1)(x^2-x+1)$

(2) $(x-2)(x^2+2x+4)$

(3) $(2x+5y)(4x^2-10xy+25y^2)$

40. 次の式を因数分解せよ.

(1) x^3-1

(2) $125x^3+27y^3$

(3) $-3x^3+192$

(4) $24a^4b+81ab^4$

(5) $2-\dfrac{1}{4}b^3$

(6) a^6-b^6

41. 次の問いに答えよ.

(1) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ を展開せよ.

(2) (1) の結果を利用して, $x^3+y^3+8z^3-6xyz$ を因数分解せよ.