情報環境概論Ⅱ(解析)の解答用紙

学籍番号 22HJ002

氏名 石田真規

問1

$$\frac{dN}{dt} = \gamma N\left(1-\frac{N}{N_\infty}\right)$$

$$\frac{1}{N\left(1-\frac{N}{N_\infty}\right)}dN = \gamma dt$$

$$\int \frac{N_\infty}{N(N-N_\infty)}dN = \int \gamma dt$$

$$N_\infty \cdot \frac{1}{N_\infty}\int\left(\frac{1}{N-N_\infty}-\frac{1}{N}\right)dN = -\gamma\int dt$$

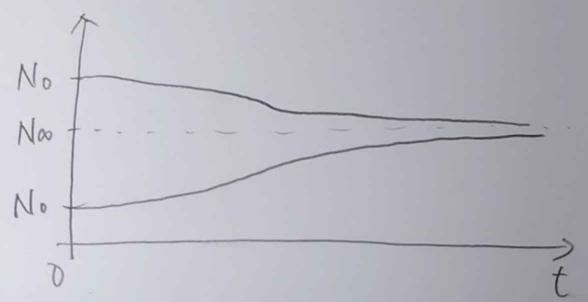
$$\log|N-N_\infty| - \log|N| = -\gamma t + C$$

$$\left|\frac{N-N_\infty}{N}\right| = Ce^{-\gamma t} \quad (e^c = C とする)$$

$$N(t) = \frac{N_\infty}{1+Ce^{-\gamma t}}$$

$N(0) = \frac{N_\infty}{1+C} = N_0$ より、 $C = \frac{N_\infty}{N_0} - 1$

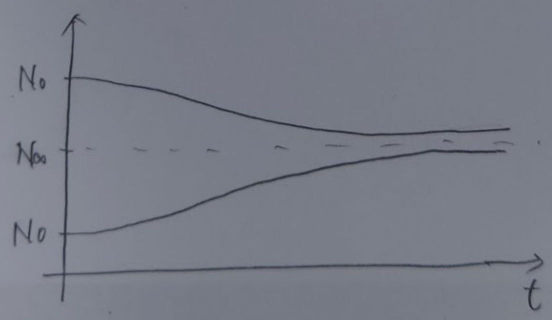
よって、 $N(t) = \dfrac{N_\infty}{1+\left(\frac{N_\infty}{N_0}-1\right)e^{-\gamma t}}$ //



問2

$$\frac{dN}{dt} = rN\left(1-\frac{N}{N_\infty}\right)$$

1. $f(N) = rN\left(1-\frac{N}{N_\infty}\right)$ は条件(A)を満たすので、t=0近くで局所解を持つ。
2. $N(0) < N_\infty$ のとき、$f(N(0)) > 0$ となり、連続性により $t=0$ 近くで $\frac{dN}{dt} > 0$ となり N は増加。
   $N(0) > N_\infty$ のとき、$f(N(0)) < 0$ となり、連続性により $t=0$ 近くで $\frac{dN}{dt} < 0$ となり N は減少
3. $t=0$ から t を増加させていったとき、
   $N < N_0$ のとき、N の値が N_∞ に近づくと $f(N) = rN\left(1-\frac{N}{N_\infty}\right)$ が正の値のまま減少し 0 に収束する
   $N > N_0$ のとき、N の値が N_∞ に近づくと $f(N) = rN\left(1-\frac{N}{N_\infty}\right)$ が負の値のまま増加し 0 に収束する



問3

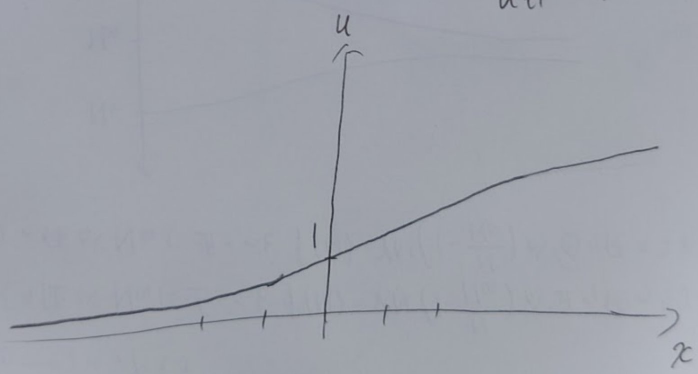
$$\frac{du}{dx} = \frac{u}{u^2+1}$$

$u(0) = 1$

$f(u(0)) = \frac{1}{2} > 0$ より、$x=0$ 近くで $\frac{du}{dx} > 0$ となり u は増加。

$x=0$ から x を増加させていき、u の値が ∞ に近づくと、$f(u) = \frac{u}{u^2+1}$ が正の値のまま減少し 0 に収束。

$x=0$ から x を減少させていき、u の値が $-\infty$ に近づくと、$f(u) = \frac{u}{u^2+1}$ が負の値のまま増加し 0 に収束。



問4

- 久々に積分や極限を使ったが、元々微分方程式が苦手なのもありあまり覚えていない部分も多く、苦戦した。

- 講義動画内で示されているグラフについて、縦軸と横軸が何を表しているか（縦軸がNなのかf(N)なのか等）書かれていなかったため理解に時間がかかってしまったが、よく考えてみるとf(N)はdN/dtなのでこれはグラフにするものではないため、縦軸はNだと分かった。