

Disciplina MC658
Projeto e Análise de Algoritmos III
2.o Semestre de 2015 - Prof.: Flávio Keidi Miyazawa
Instituto de Computação - UNICAMP

Marcelo A. G. dos Santos RA:106140

Laboratório 3 - Laboratório 4: Transmissão múltipla de dados

Introdução

A empresa Skype precisa conectar seus clientes pela internet. Cada conexão tem um custo por bytes transmitidos, uma latência de transmissão e uma capacidade. Assim, a empresa deseja conectar todos os pares de clientes, sem haver quebra de dados por diversos caminhos, com custo mínimo, respeitando o limite máximo de latência para cada par e sem ultrapassar a capacidade de cada conexão

Atividades

Para avaliarmos a solução proposta, geramos diversas entradas com 100 vértices e variando o número de pares a serem conectados até que o limite de 10s de processamento fosse atingido. Para garantir que as entradas tenham solução, foi adicionada uma aresta entre os pares com capacidade 10000 e custo igual a $99999/q[i]$, onde $q[i]$ é a quantidade de dados a serem transportados pelo par i , de forma que essas arestas só irão fazer parte da solução caso o arquivo de teste gerado não tenha solução.

Solução Proposta

Seja V os vértices do grafo que não são os pares a serem conectados, E as arestas do grafo e N os vértices a serem conectados do grafo. Sejam c_j, l_j, k_j, q_i, T_j o custo da aresta j , a latência da aresta j , a capacidade da aresta j , a quantidade de dados a serem transportados do par i e o tempo máximo para transportar esses dados entre esses pares. Para solucionar o problema, foram criadas duas matrizes $M1$ ($N \times V$) e $M2$ ($N \times E$). Assim, uma posição $M1[i][j]$ representa se o vértice j está presente na conexão do par i , assim como $M2[i][j]$ representa se a aresta j está na conexão do par i . Assim, formulação de programação linear inteira fica, com x_{ij} representando as arestas e z_{ij} representando os vértices das soluções:

$$\text{minimizar } \sum_{i=0}^{|N|} \sum_{j=0}^{|E|} q_j c_j x_{ij}$$

$$1) \sum_{i=0}^{|N|} \sum_{j=0}^{|E|} l_j x_{ij} \leq T_i$$

$$2) \sum_{j=0}^{|E|} \sum_{i=0}^{|N|} q_i x_{ij} \leq k_j$$

$$3) \sum_{i=0}^{|N|} \sum_{j \in E \in N} x_{ij} = 1$$

$$4) \sum_{i=0}^{|N|} \sum_{j \in E \in N} x_{ij} = 2 * z_{ij}$$

Explicando melhor cada restrição temos que:

- 1) A somatoria das arestas utilizadas para conectar cada par i vezes sua latência deve ser menor que o tempo máximo estipulado para cada par
- 2) A somatoria dos dados que passam por uma aresta j não deve ultrapassar a capacidade k_j .
- 3) A somatoria das arestas que pertencem aos vértices que devem ser conectados deve ser igual a um para toda linha da matriz M_2
- 4) A somatoria das arestas dos outros vértices deve ser igual a zero ou igual a dois, garantindo que o fluxo dos dados não irá parar em um vértice intermediário.

Experimentos e Discussões

Na tabela abaixo encontra-se o resultados dos testes obtidos para 100 vértices e incrementando os pares a serem conectados:

Número de Arestas	Número de Pares	Tempo de Solução (segundos)	Custo Total
288	3	0,05	299.997
290	5	0,14	300.671
292	7	0,22	301.140
294	9	0,71	501.138
296	11	0,85	601.377
298	13	1,81	701.639
300	15	2.49	702.017
302	17	6.92	802.205
304	19	9.32	902.405

Conclusão

Podemos perceber que conforme aumentávamos o número de pares a serem conectados o tempo de solução aumentava significativamente, uma vez que a matriz de variáveis aumentava o seu número de linhas. Podemos perceber que sem a adição das arestas entre os pares todos os problemas não teriam solução, uma vez que todas as entradas geradas utilizaram pelo menos uma das arestas que foram criadas.