エンドスコピー指標関係式について

大井 雅雄 *

東京大学大学院数理科学研究科, 2017 年 2 月

p 進局所体 F 上の連結簡約群 G を考える．G に対する局所 Langlands 対応とは，$G(F)$ の既約スムーズ表現という表現論的対象と，G の L パラメータという数論的対象の間に，自然な対応があることを主張する予想である．この予想を仮定すると，L パラメータのサイドを経由することで，相異なる群の表現の間の非自明な対応を作ることができる（Langlands 関手性）．

G が準分裂型古典群，H がそのエンドスコピー群の場合には，Langlands 関手性はエンドスコピー指標関係式と呼ばれる等式で純表現論的に特徴づけられるが（エンドスコピー持ち上げ），近年 Arthur によって，このエンドスコピー持ち上げの存在が証明されるとともに準分裂型古典群の LLC が確立されるという大きな進展があった（[Art13]）．

この設定をふまえた上で，“$H(F)$ の表現の $G(F)$ への持ち上げを，エンドスコピー指標関係式を調べることで具体的に決定する” という自然な問題が考えられるが，今回はこの問を単純超尖点表現と呼ばれるクラスの表現に絞って考察する．以下が主結果である：

定理 0.1. G を F 上の一般線型群，H をそのエンドスコピー群とする．π_H を $H(F)$ の単純超尖点表現とし，π をその $G(F)$ への持ち上げとする．

(1) $G = \mathrm{GL}_{2n}$ および $H = \mathrm{SO}_{2n+1}$ の場合，π もまた単純超尖点表現となる．

(2) $G = \mathrm{Res}_{E/F}\mathrm{GL}_N$ および $H = \mathrm{U}_{E/F}(N)$ の場合，π もまた単純超尖点表現となる．ここで，E/F は不分岐 2 次拡大，H はそれにともなうユニタリ群である．

(3) $G = \mathrm{GL}_{2n+1}$ および $H = \mathrm{Sp}_{2n}$ の場合，π は $\mathrm{GL}_{2n}(F)$ の単純超尖点表現 π' とその中心指標 $\omega_{\pi'}$ のテンソル積 $\pi' \boxtimes \omega_{\pi'}$ の放物型誘導表現となる．

今回の新人セミナーでは，背景となる局所 Langlands 対応やエンドスコピー指標関係式のごく簡単な説明をはじめとして，単純超尖点表現の定義，指標公式を用いた単純超尖点表現の指標の計算，それによる持ち上げの決定方法などを紹介させていただきたいと思います．

参考文献

[Art13] J. Arthur, *The endoscopic classification of representations: Orthogonal and symplectic groups*, American Mathematical Society Colloquium Publications, vol. 61, American Mathematical Society, Providence, RI, 2013.

*masaooi@ms.u-tokyo.ac.jp