

学問の扉 (ゲームにまつわる数学)

第II回 確率テスト

担当教官 : 岩井雅崇(いわいまさたか) (大阪大学)

次回以降に関して

- 7/5 (今日) 確率テスト
- 7/12 ゼルダの伝説・まとめ (授業は実質ここで終わり)
- 7/19 質疑応答の時間
- 7/26 休講 (なぜなら私が日本にないから)

今回の授業に関して

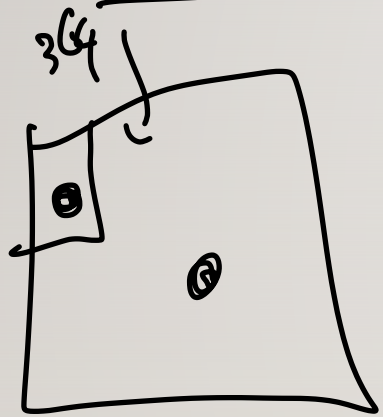
- 皆さん大好きな数学の試験です. 14:00までとします.
- リンクはこちらです.(右のQRからも読み取れます.)
<https://docs.google.com/forms/d/1kExMe0-HiqSupQRpliFXW5Ji4vXBR3GAAWNEvVyUUys/edit>
- 数学的に解くのもよし, 直感で解くのもよし, お好きに解答してください
- スライド作る時間なかったなので, 手書きでなんとかしていきます.(すみません, 今は本当に時間がないです....)



① $34.69\% \rightarrow \boxed{35\%}$

全乗客 ~~32~~ 人のたんいお目か - 2人 (ないかくい)

23人で
退生口か
- 2人
→ 50%



$$\frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365}$$

$$\begin{aligned} & 18人 \\ & \left(\frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \dots \times \frac{365-1-18}{365} \right) = 34.69\% \\ & \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad 2 \quad \quad \quad 3 \quad \quad \quad \dots \quad \quad \quad 18 \end{aligned}$$

② 10% のちや \$100 に あたり 63.3%

あたりないから

$$\left(\frac{99}{100}\right)^{100}$$

あたり 63.3%

$$1 - \left(\frac{99}{100}\right)^{100} = 63.3\%$$

63.3%

② 1回100円 負け11% 勝ち2%

$$\left. \begin{array}{ll} 1回 & \frac{1}{100} \times 100 \text{円} \\ 2回 & \frac{99}{100} \times \frac{1}{100} \times 200 \\ 3回 & \frac{99}{100} \times \frac{99}{100} \times \frac{1}{100} \times 300 \dots \end{array} \right\}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{99}{100} \right)^{n-1} \times \left(\frac{1}{100} \right) 100 = \frac{100}{\frac{1}{100}} = 10000 \text{円}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (1-\alpha)^{n-1} \alpha = 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n (1-\alpha)^{n-1} \alpha = \frac{1}{\alpha}$$

(例) 成功確率1%の試行
100万回試行 → 成功確率1%
= 10000回

1. かいふたし かつ りん

$100\% \times 100\%$
 $\hline 10000$
 15 19

6面サイコロを5回連続で振り 6の面が何回出る確率はいくら

$$1 + \sum_{h_2, h_3, h_4, h_5, h_6=1}^5 (h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6)$$

$$h_2, h_3, h_4, h_5 = 1$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{5}{6}\right)^{h_2-1} \left(\frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{4}{6}\right)^{h_3-1} \times \left(\frac{2}{6}\right) \\ & \times \left(\frac{3}{6}\right)^{h_4-1} \left(\frac{3}{6}\right) \times \left(\frac{2}{6}\right)^{h_5-1} \times \left(\frac{1}{6}\right) \\ & \times \left(\frac{1}{6}\right)^{h_6-1} \times \left(\frac{5}{6}\right) \end{aligned}$$

期待値の線形性

(1) 目かざり
平均回数) + (2) 目のざり
平均回数) + (3) 目のざり
平均回数)

||
(3) 5から目かざり平均回数)

$$[E[X_1] + E[X_2] + E[X_3]] = E[X_1 + X_2 + X_3]$$

$$(1 \text{ 目が } 2 \text{ 子平均回数}) = 1 \text{ 回}$$

$$\sum n(n-1) \frac{1}{n} = 1$$

$$(2 \text{ 目が } 2 \text{ 子平均回数}) = \left(\frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 \right) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$(3 \text{ 目が } 2 \text{ 子平均回数}) = \left(\frac{1}{6} \times 1 + \frac{2}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 3 \right) = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$(4 \text{ 目が } 2 \text{ 子平均回数}) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$(5 \text{ 目が } 2 \text{ 子平均回数}) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$

$$(6 \text{ 目が } 2 \text{ 子平均回数}) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + \frac{6}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

$$\left(1 + \frac{6}{5} + \frac{6}{4} + \frac{6}{3} + \frac{6}{2} + \frac{6}{1}\right) = 4.9$$

が40, $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$, かいだ!

n の数が $\frac{1}{n}$ である平均関数

$$n \times \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \dots + \frac{1}{1} \right) \quad [2]$$

($n=6$ かいだ)

⑤ 1000のうちはたいていA, B, C, D, Eがある。費用100円
 A ~ E を 2 ~ 7° する ための 費用の 計算

(1) 2° を 33.33% に) $\left(n \left(\frac{95}{100} \right)^{n-1} \times \frac{5}{100} \right) \times 100 = \frac{100}{\frac{5}{100}}$ 円

2° $\left(n \left(\frac{96}{100} \right)^{n-1} \times \frac{4}{100} \right) \times 100 = \frac{100}{\frac{4}{100}}$ 円

~) $\left(\frac{10000}{5} + \frac{10000}{4} + \frac{10000}{3} + \frac{10000}{2} + \frac{10000}{1} \right) \times 22800$

確率 α 2. n の ± 1 の $\gamma = \gamma^\circ$ 相異なる回数

$$\left(\frac{1}{\frac{n}{N}} + \frac{1}{\frac{n-1}{N}} + \dots + \frac{1}{\frac{1}{N}} \right) \quad N = \frac{n}{\alpha}$$

$$= \frac{n}{\alpha} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \dots + \frac{1}{1} \right) \quad [2]$$

$$\alpha = \frac{1}{100}, n = 5, \rightarrow$$

20% 2' [2x 100]

1 2x 100
2 2x 100
3 2x 100
⋮

$$\frac{80}{100} \times 2$$

$$\frac{20}{100} \times \frac{80}{100} \times 2$$

$$\frac{20}{100} \times \frac{20}{100} \times \frac{80}{100} \times 3$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{80}{100} \right)^n \left(\frac{20}{100} \right)^{n-1}$$

$$\frac{80}{100} = \frac{100}{80} \times 25$$

20% 2' 100 元

期待値の算出

100 x 1.25 元
11
125

$$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$$

$$\frac{175}{216}$$

$$\frac{15}{216}$$

$$\frac{1}{216}$$

$$\frac{1}{216}$$

$$\times (-100)$$

$$\times 100$$

$$\times 200$$

$$\times 300$$

$$= 24$$

$$- 1100$$

$$216$$

其值
約
為

其 48%

其 48% 2/3

00

$$\frac{1}{33}$$

4%

A	B	C	D	E	F
1	2	3	4	5	6

111 \rightarrow DEF かつ $100 \leq A < 200$

112 \rightarrow \sim $A < 200 \vee B < 100$

123 \rightarrow \sim $A \vee B < 100 \vee$ かつ $B < 100$

300000 H3

AA
2'

A 500

A B
2'
A 500

BB 2/1 =
~~B 500~~

A 500

~~B 500~~

~~B 500~~

500 + 500

1500 (2)

$= \frac{1000}{1500} = \frac{2}{3}$