

岡多様体の勉強会

日時: 2025 年 12 月 17 日 (水) 午前 – 18 日 (木) 午後

場所: 九州大学 伊都キャンパス ウェスト 1 号館 D-625

ホームページ: https://masataka123.github.io/Oka_manifold_2025/

プログラム

2025 年 12 月 17 日 (水)

9:30-11:30 日下部 佑太 (九州大学)

岡多様体論の現状と未来

13:00-14:00 大岩 亮太 (九州大学)

Siu の定理の一般化と holomorphic submersion の section の近似拡張定理について

14:20-15:20 宮崎 泰一 (九州大学)

有理型関数と有理写像による近似について

15:40-16:40 杉山 俊 (北九州工業高等専門学校)

Some properties of meromorphically convex sets

2025 年 12 月 18 日 (木)

9:30-11:30 岩井雅崇 (大阪大学)

Campana の Special 多様体および Campana-Winkelmann “On h-principle and specialness for complex projective manifolds” の解説

13:00-14:00 内本 諒 (九州大学)

特異アフィントーリック多様体への正則写像の拡張

14:20-15:20 生駒 竜也 (九州大学)

Andersén-Lempert 理論と Density Property について

15:40-16:40 鈴木 良明 (大阪大学)

Stein 多様体の埋め込み先の最小次元について

お知らせ

この集会は 2025 年度 多変数関数論冬セミナー (12/19-12/21) の二日前から行います。冬セミナーと合わせてご出席いただければと思います。なお冬セミナーのホームページは以下の通りです。

<https://kusakabe.github.io/2025scvwinter/>

また九州大学等のアクセスに関しても、冬セミナーのホームページをご参照ください。

世話人

- 岩井 雅崇 (大阪大学)
- 日下部 佑太 (九州大学)
- 渡邊 祐太 (中央大学)

補助

この集会は以下の科学研究費補助金の補助により開催されます。

- 若手研究「オービフォールド構造に注目した非負曲率の研究および代数多様体の分類理論への応用」(代表：岩井 雅崇 (大阪大学) 課題番号 22K13907)
- 研究活動スタート支援「特異エルミート計量と相対随伴束の順像層に関する正值性とその代数幾何学への応用」(代表：渡邊 祐太 (中央大学) 課題番号 24K22837)

アブストラクト

2025 年 12 月 17 日 (水)

日下部 佑太 (九州大学)

岡多様体論の現状と未来

複素解析におけるホモトピー原理である岡の原理は、岡による 1939 年の発見からちょうど 50 年後の 1989 年に、Gromov の楕円複素幾何学の視点によって大きく進展し、岡多様体論として結実した。本講演の前半では、他の講演で扱われる話題が岡多様体論の文脈でどのように捉えられるのかを解説しつつ、岡多様体論の現状を簡潔に整理する。後半では、第 22 回岡シンポジウムで提起した岡多様体論における三大問題の候補やその周辺の未解決問題を、最新の結果を交えながら概観し、岡の原理の発見から 100 年後を見据えた発展の道筋を探る。

大岩 亮太 (九州大学)

Siu の定理の一般化と holomorphic submersion の section の近似拡張定理について

この講演では Forstnerič によって得られた、holomorphic submersion の section に対する近似拡張定理を解説する。この定理は Stein 解析的部分空間 Y と、正則凸なコンパクト集合 K の開近傍 U 、そして和集合 $Y \cup U$ 上に定義された Y と U 上正則な section に対し、 $Y \cup K$ の近傍の列 V_j と、各 V_j 上の holomorphic section の列 f_j が存在して Y で元の切断と一致し、かつ K 上では一様近似されることを主張するものである。この証明には、Siu の定理を一般化した結果が用いられている。

宮崎 泰一 (九州大学)

有理型関数と有理写像による近似について

reduced Stein space において、Cartan–Oka–Weil の定理がパラメーター付きで成立することが知られている。これは正則凸コンパクト集合の開近傍上の正則関数を大域的な正則関数で近似する Oka–Weil の定理と、開解析的部分集合上の正則関数を大域的な正則関数に拡張する Oka–Cartan の定理をパラメーター付きで同時に行えるというもので、岡多様体における分脈では \mathbb{C} が POPAI という性質を持つことを主張している。また、Forstnerič は定義域を affine algebraic variety X 、値域を algebraically elliptic manifold という岡多様体の特別なクラスに制限した場合の近似定理を示した。本講演では、これらの有理型版について時間の許す限り取り扱う事にする。なお、これらの結果は日下部佑太氏との共同研究に基づく。

杉山 俊 (北九州工業高等専門学校)

Some properties of meromorphically convex sets

被約 Stein 空間の有理形凸集合の諸性質について解説する．特に、有理形凸 compact 集合は principal hypersurface を除き定義される多重劣調和関数からなる凸 compact 集合と一致することを述べる．これは、日下部氏 (九州大学)、宮崎氏 (九州大学) との共同研究である．

2025 年 12 月 18 日 (木)

岩井雅崇 (大阪大学)

Campana の Special 多様体および Campana-Winkelmann “On h-principle and specialness for complex projective manifolds” の解説

Campana は 2004 年の論文において、 \mathbb{P}^1 や楕円曲線の一般化となる “Special 多様体” を導入した．Special 多様体はコンパクトケーラー多様体の構成要素の一つとも言える．実際、任意のコンパクトケーラー多様体 X は、Special 多様体とログ一般型 (ログ標準束 $K_X + \Delta$ が巨大) の二つに “分解” できることがわかっている．

“一般型 (標準束 K_X が巨大) ならば Zariski dense な entire curve $\mathbb{C} \rightarrow X$ が存在しない” という有名な予想 (Green-Griffiths 予想) や、一般型多様体と小林双曲性が関連しているという観点から見ると、Special 多様体はその逆、つまり entire curve $\mathbb{C} \rightarrow X$ がいっぱい存在しうる多様体とも思える．実際、Campana は次が同値であることを予想している．

- X は special 多様体である．
- X は \mathbb{C} -connected, つまり任意の 2 点がある entire curve で結べる．
- X の小林擬距離が常に 0 である．

さて岡多様体もまた \mathbb{C}^n からの正則写像を多く持ち、どこか上の性質と似たような “感じ” がする．岡多様体は special 多様体とどのように関係しているのだろうか？ この講演では Campana が導入した “Special 多様体” に関して概説し、その後、岡多様体・h-principle と special 多様体の関係やそれに関する多くの問題・予想を提起した Campana-Winkelmann の論文を解説する．

[解説論文詳細]

F. Campana and J. Winkelmann, “On the h-principle and specialness for complex projective manifolds.” *Algebr. Geom.* 2, (2023) No. 3, 298–314

内本 諒 (九州大学)

特異アフィントーリック多様体への正則写像の拡張

本講演では Lärkäng-Lárusson “Extending holomorphic maps from Stein manifolds into affine toric varieties” に基づき, (特異点をもちうる) アフィントーリック多様体を値域とした場合の正則写像の拡張問題を紹介する.

[解説論文詳細]

R. Lärkäng and F. Lárusson, “Extending holomorphic maps from Stein manifolds into affine toric varieties.” Proc. Amer. Math. Soc. 144 (2016), no. 11, 4613–4626

生駒 竜也 (九州大学)

Andersén-Lempert 理論と Density Property について

この講演では, 単射正則写像を正則自己同型写像で近似する理論である Andersén-Lempert 理論について概説する. その後, この Andersén-Lempert 理論の枠組みを, より一般の多様体やリー代数へと拡張するために導入された Density Property について紹介する.

鈴木 良明 (大阪大学)

Stein 多様体の埋め込み先の最小次元について

n 次元 Stein 多様体が \mathbb{C}^{2n+1} に固有埋め込みできることが Grauert, Narasimhan, Bishop の結果により知られていたが, 埋め込み先の複素ユークリッド空間の次元 $2n+1$ が固有埋め込みできる最小の次元であるのか? という問いが考えられる.

1970 年に Forster は, $n \geq 2$ のとき, $\mathbb{C}^{[3n/2]}$ に埋め込みできない Stein 多様体の存在を示している. そして 1992 年に Eliashberg と Gromov により, n が偶数の場合に Stein 多様体が $\mathbb{C}^{[3n/2]+1}$ に固有埋め込みできることを示した. さらにその後 Schürmann によって 2 以上の奇数次元の場合にも $\mathbb{C}^{[3n/2]+1}$ へ埋め込まれることが示されている.

この講演では, Eliashberg-Gromov による論文「Embeddings of Stein manifolds of dimension n into the affine space of dimension $3n/2+1$ 」の解説をする.