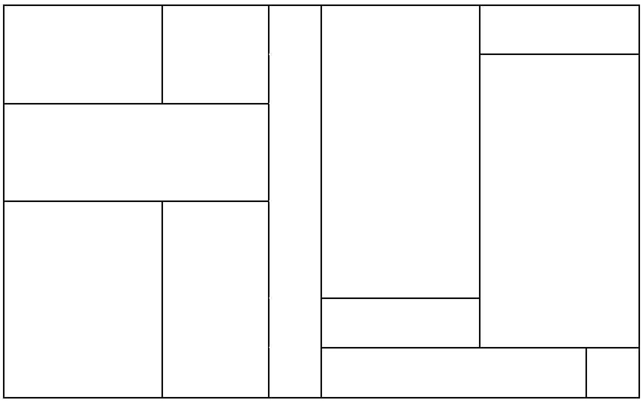


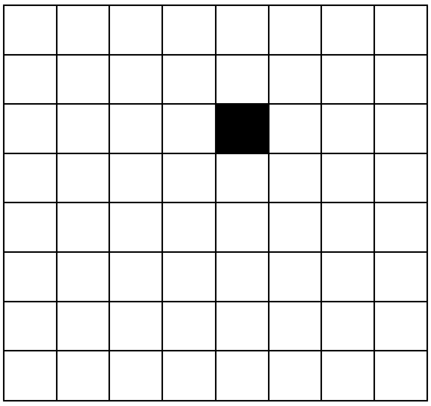


図 1

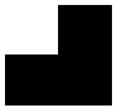


図 2

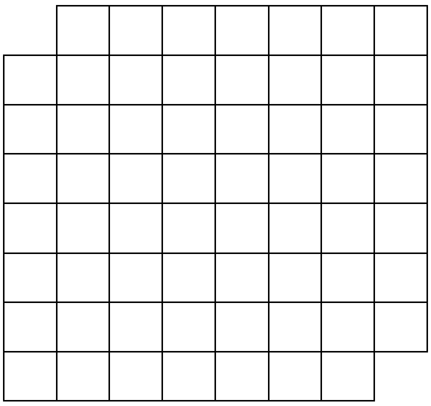


図 1

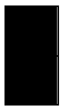


図 2

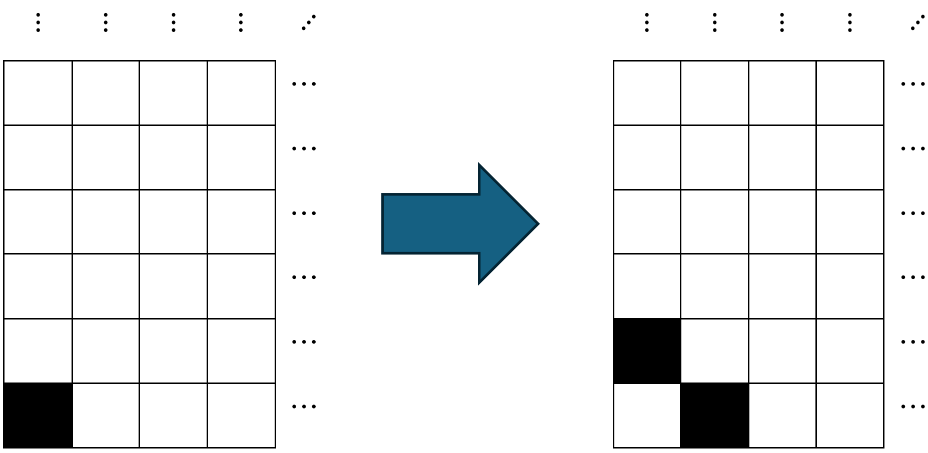


図 1

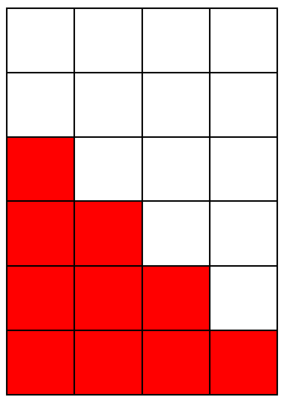
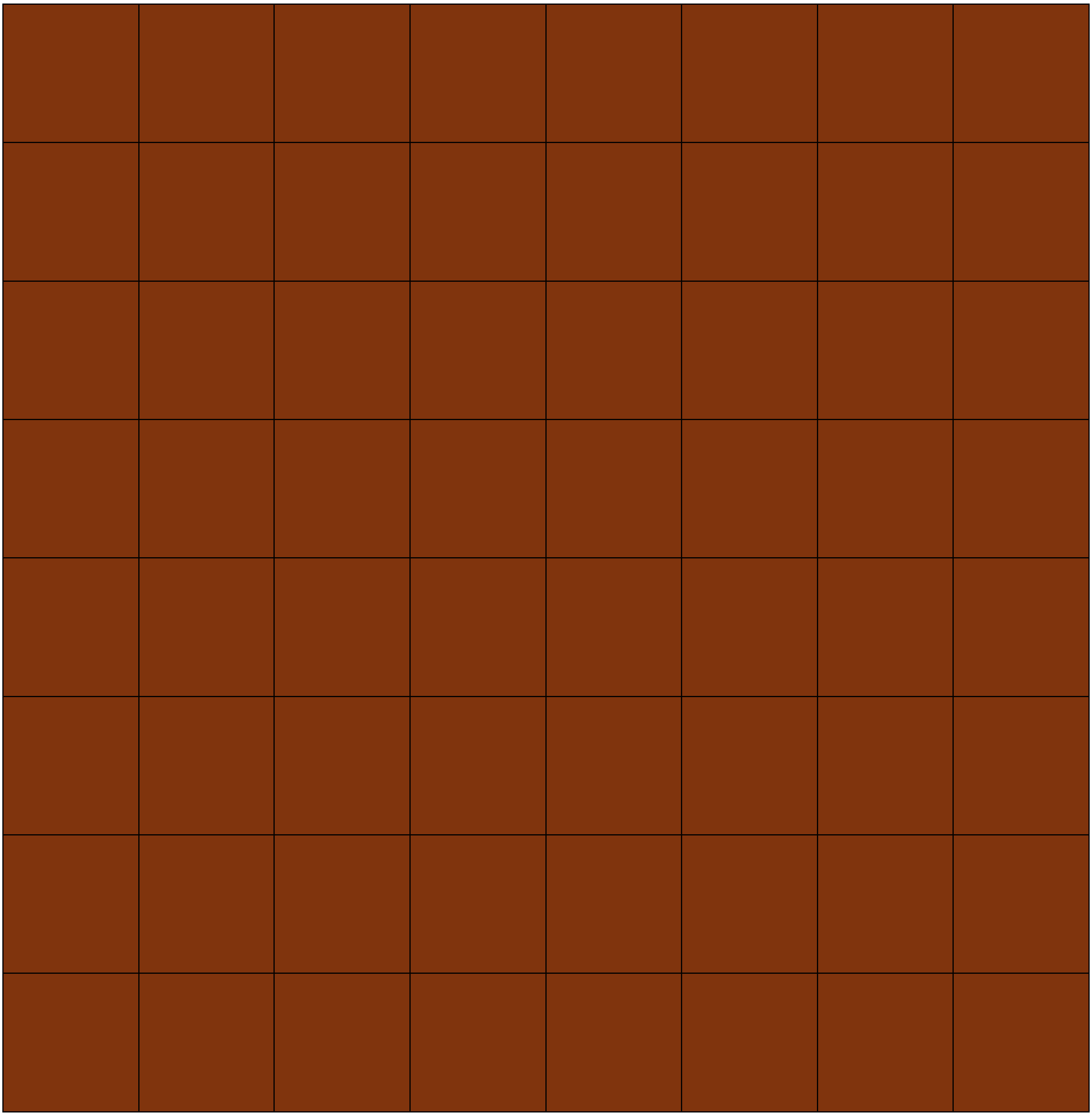
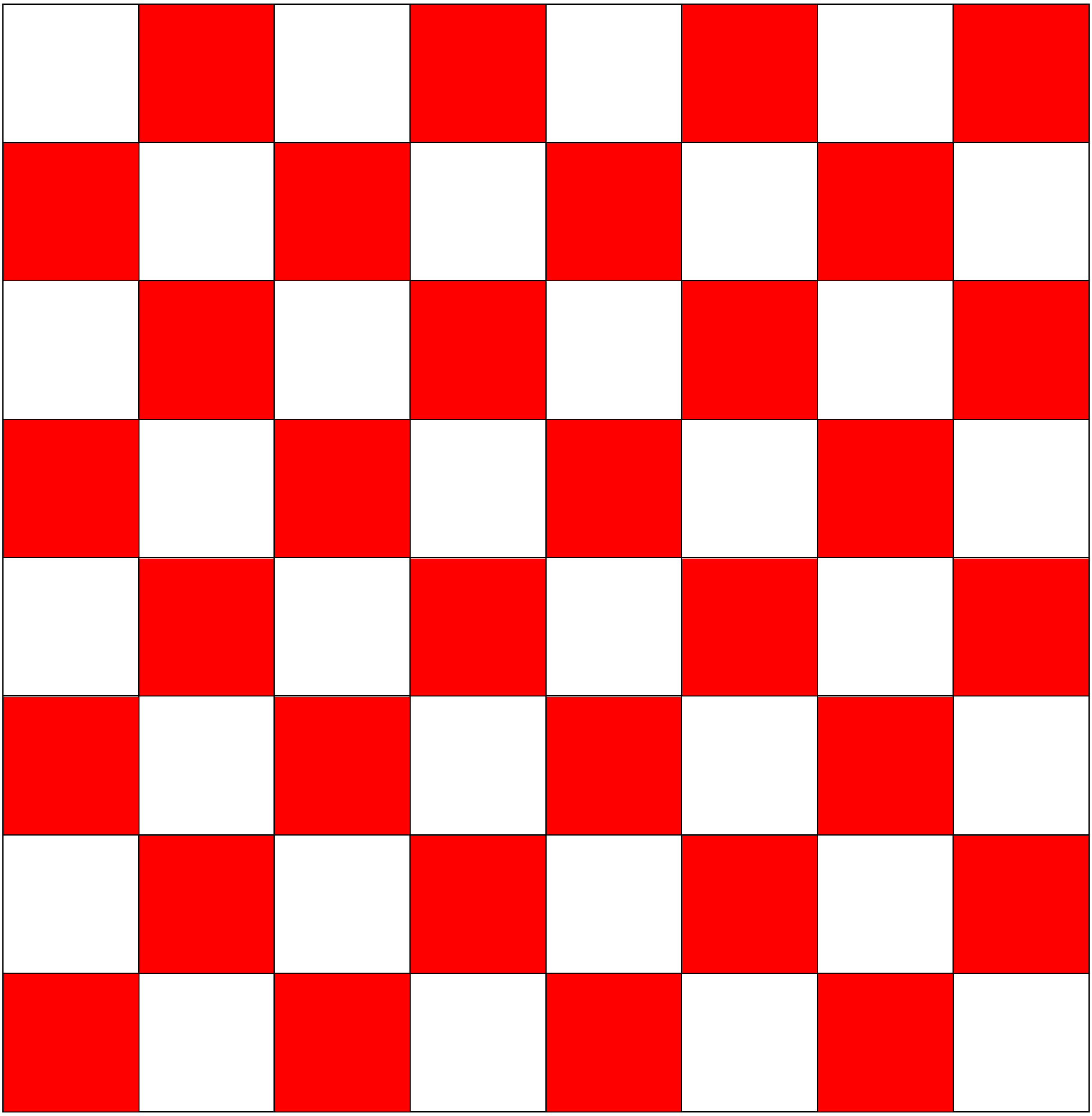
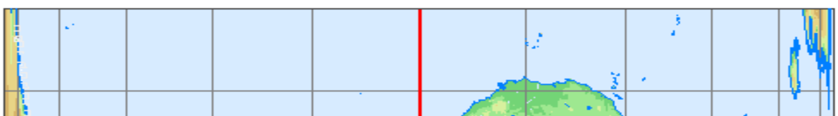


図 2



[redacted]





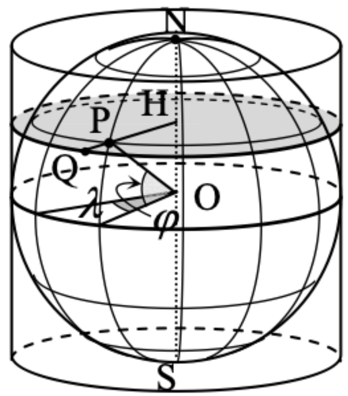
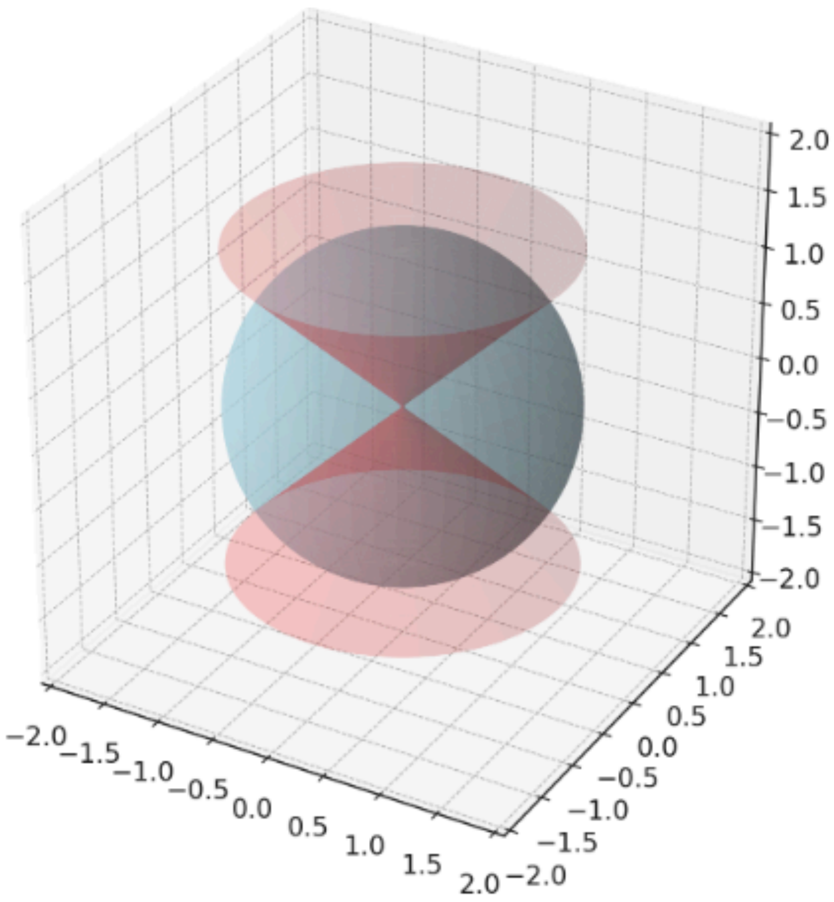
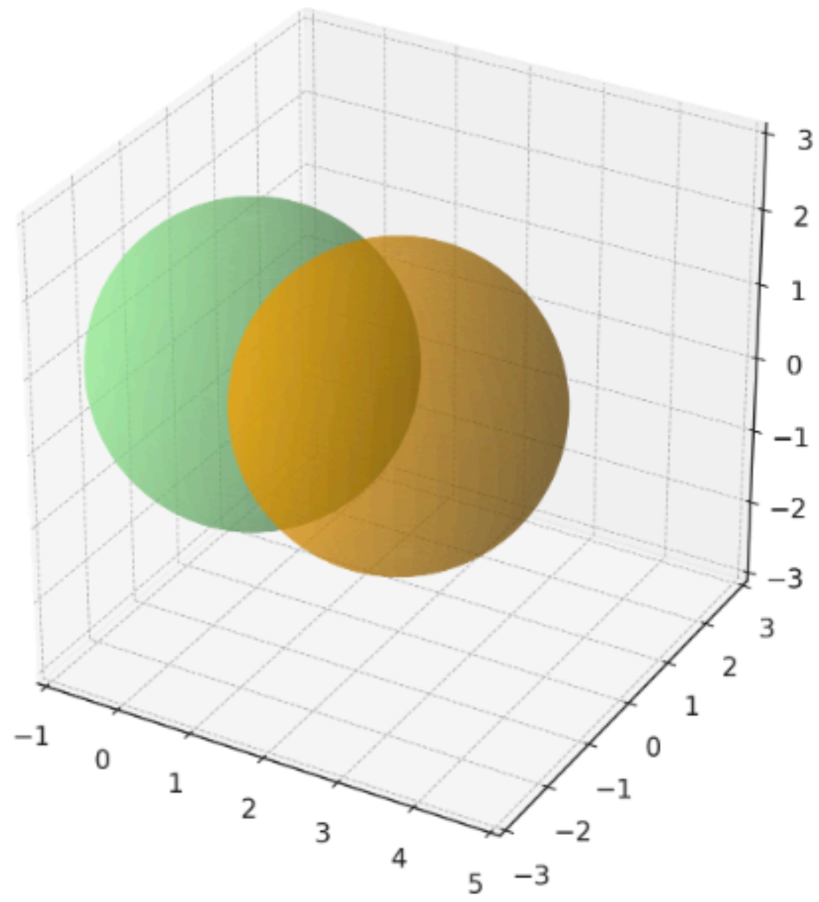


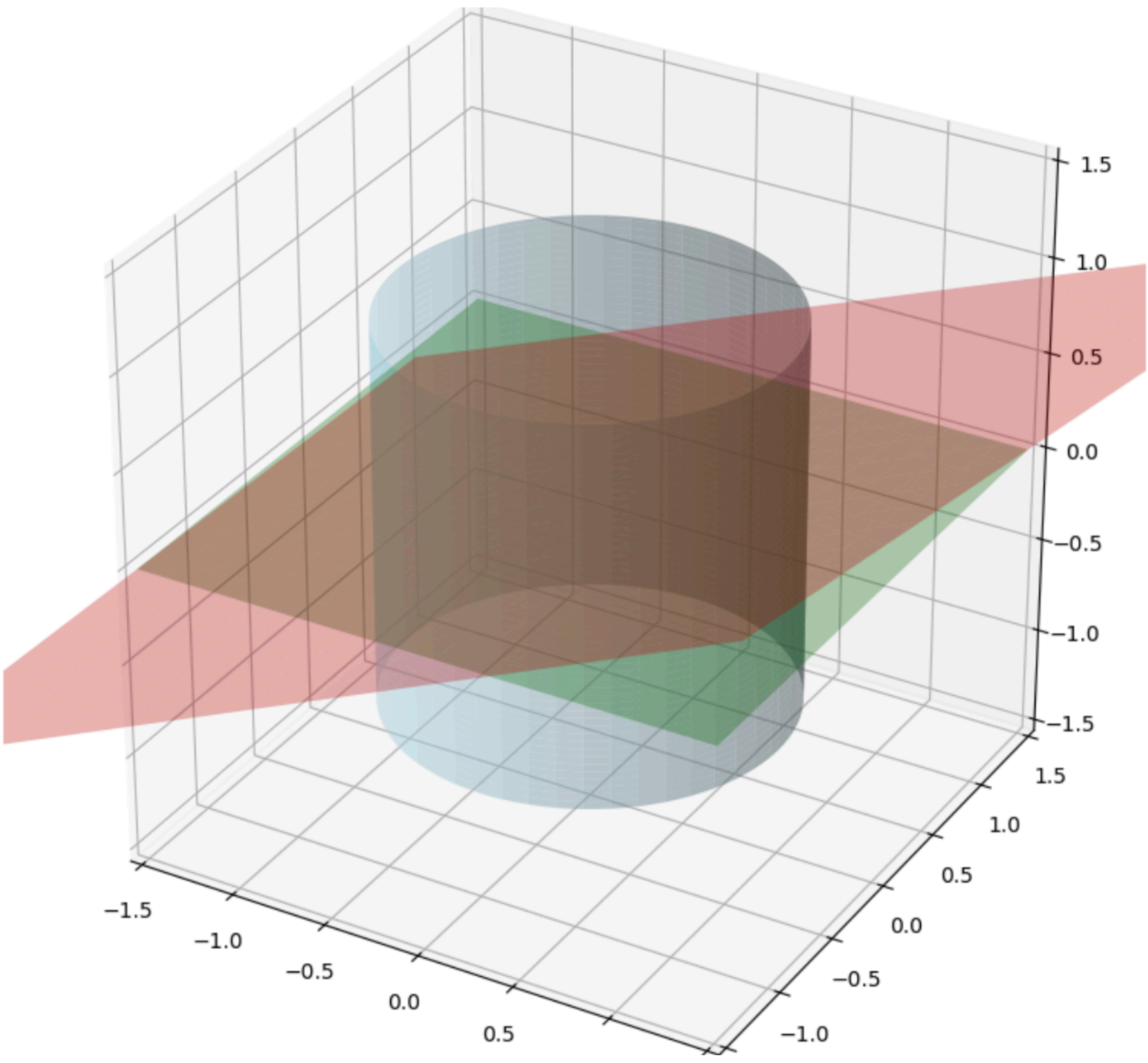
図 5.1　球と外接円柱



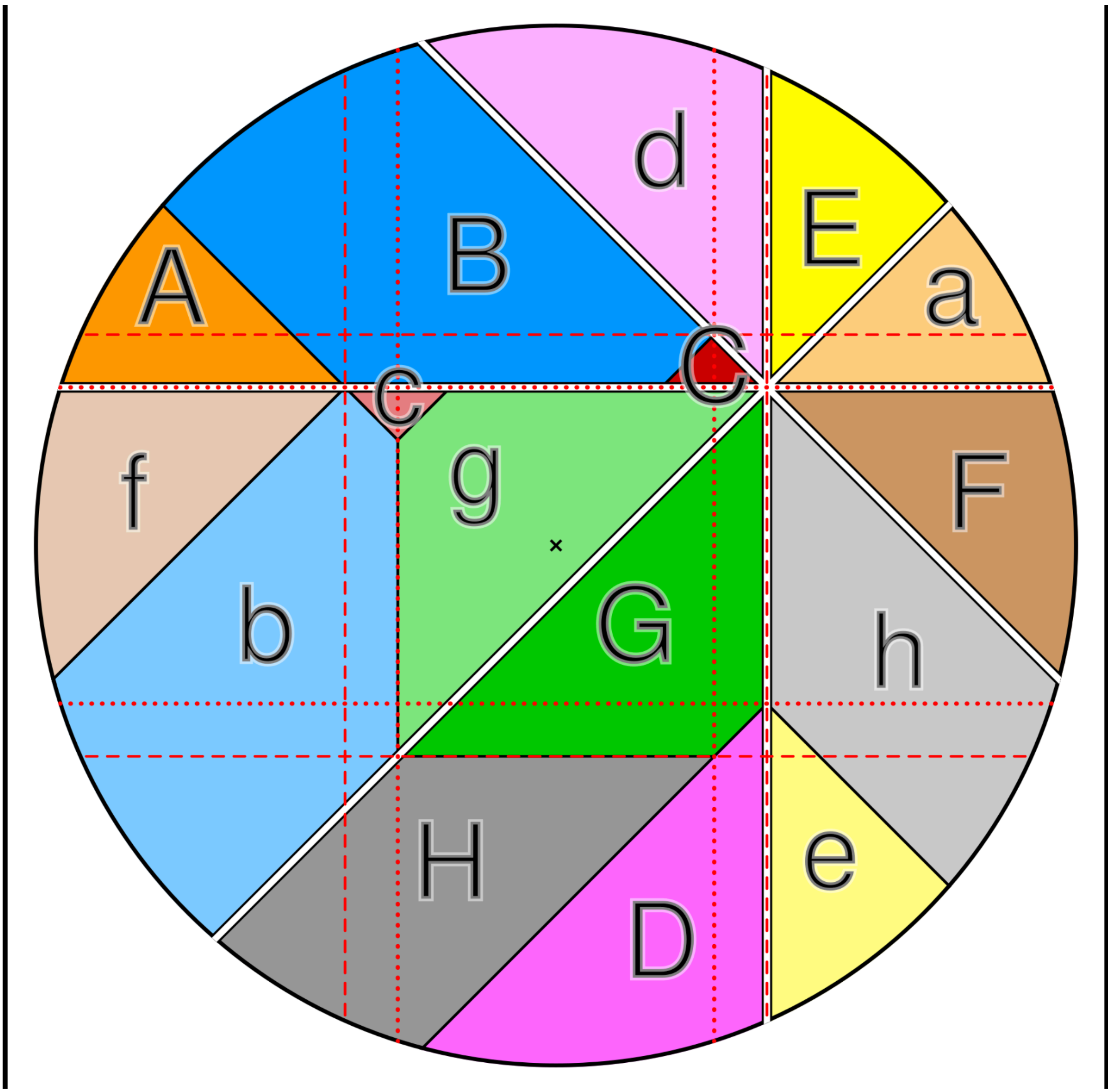
−2.0
−1.5
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0



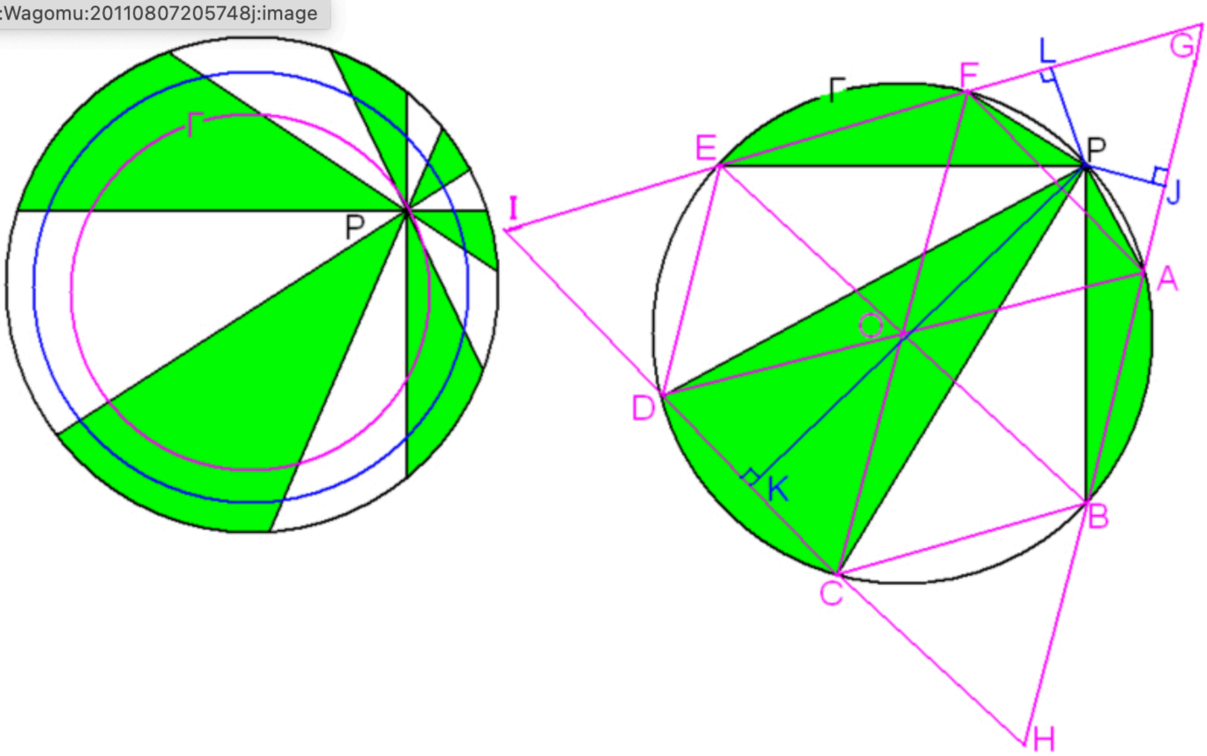
−1
0
1
2
3
4
5
−3
−2
−1
0
1
2
3



1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−1.0
−0.5
0.0
0.5


d
B
E
A
a
C
c
f
g
F
G
b
h
H
e
D

【証明】

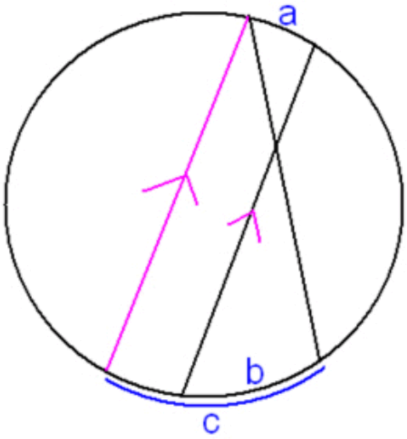


左図のように元の円と同心円状に円を描く。但しΓは点Ｐを通る。
ここでアルハゼンの定理から黄緑色の領域の弧の合計は円周の半分になる。
（これは、青い円の「黄緑の領域を通過する弧の長さの和＝白の領域を通過する弧の長さの和」ということです。）

カヴァリエリの原理から、「元の円とΓの間にある黄緑の領域の面積＝元の円とΓの間にある白い領域の面積」が成り立つ。
よってＰが円周上にある右図の場合を証明すればよい。

また、ＰＪ+ＰＫ+ＰＬ＝一定＝△ＧＩＨの高さ
より右の図の　△ＡＢＰ+△ＣＤＰ+△ＥＦＰ＝３×△ＡＢＯ
∴黄緑色の面積＝Γの面積/２
となり、示された。　　■

【補足】
・アルハゼンの定理



上の図で、弧ａ+弧ｂ＝弧ｃが成り立つ。
証明は不要でしょう。

・カヴァリエリの原理
この証明で用いているのは正確にはカヴァリエリの原理ではないですが、カヴァリエリの原理と同義なので、証明中にはカヴァリエリの原理と表記しました。

◆後書き
証明は我ながら日本語的に分かりにくいと思いましたが、発想はシンプルなものですから、この証明自体は簡単です。
また、一般に「任意の点から正多角形の各辺に下ろした垂線の和（符号付き）は一定」なのでこの方法を使えば、一般の場合も証明できます。（但し、より抽象的な議論になります。）