コイン 1

テーブル上に 10 個の硬貨が一列に並んでいる．その硬貨の額は 1 円か 5 円か 10 円である．
あなたと私の二人で次のルールの下, 以下のゲームを行う．

ルール 1

- 列のうち左端か右端の硬貨を取る．その後次の人に手番をわたす．
- とった硬貨の総額が多い方が勝ち．同じであれば引き分け．

ゲームに" 負けたくない" あなたなら先手・後手どちらを選べば良いだろうか? またその際どのような戦略を取れば良いだろうか?

コイン 2

テーブル上に 25 個の 1 円玉がある．あなたと私の二人で次のルールの下, 以下のゲームを行う．

ルール

- テーブルの上の 1 円玉から, 1 枚か 2 枚か 3 枚のコインを取る．その後次の人に手番をわたす．
- 最後の 1 円玉を取った人が負け．

ゲームに" 負けたくない" あなたなら先手・後手どちらを選べば良いだろうか? またその際どのような戦略を取れば良いだろうか?

コイン 2'

テーブル上に 25 個の 1 円玉がある．あなたと私の二人で次のルールの下，以下のゲームを行う．

ルール

- テーブルの上の 1 円玉から，1 枚か 3 枚か 4 枚のコインを取る．その後次の人に手番をわたす．
- 最後の 1 円玉を取った人が負け．

ゲームに" 負けたくない" あなたなら先手・後手どちらを選べば良いだろうか？またその際どのような戦略を取れば良いだろうか？

コイン 3

1 円玉が表向きに 5×5 の正方形に並んでいる．次の操作を考える．

操作

- 縦か横に連続する 3 枚の 1 円玉を同時にひっくり返す．

この操作を何回かして全ての 1 円玉を裏向きにできるか?

$1+\sqrt{2}$

$(1+\sqrt{2})^{2015}$ の小数第 100 位を求めよ.

$11111\cdots$

p を 2 や 5 でない素数とする. $11111\cdots111$ という 1 が何個か並んだ形の p の倍数が存在することを示せ.

例えば...

- $p=3$ の場合は 111 は 3 の倍数.
- $p=7$ の場合は 111111 は 7 の倍数.
- $p=11$ の場合は 11 は 11 の倍数.

ドブル

7 色 (赤, 橙, 黄, 緑, 青, 藍, 紫) のペンと 7 枚のカードある. 次のルールを考える.

1. どのカードにも相異なる 3 色の • 印がある.
2. どの 2 枚のカードを取っても, 1 つだけ共通する色の • 印がある.

上のルール 2 つを満たすように色ペンを使ってカードに • 印を書くことはできるだろうか?

[補足] これをゲームにしたのがドブルである. ドブルで使うカードには, どんな 2 枚のカードを取っても共通する絵柄が必ず一つのみある.

タイル 1.

図 1 のようなチェス盤は, 図 2 のような 2 × 1 のタイルで埋め尽くすことができないことを示せ.
ただし 2 × 1 のタイルは重なり合ってはいけないしはみ出てはいけない.

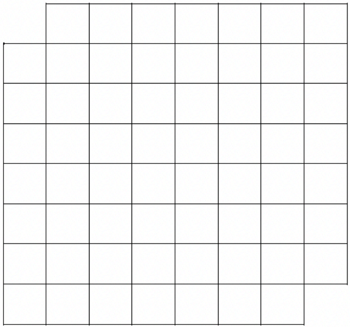


図 1

図 2

タイル 2.

図 1 のような 8 × 8 のタイルの上に, 1 × 1 タイルを好きなところにおく．このとき 1 × 1 タイルをどこにおいても, 図 2 のようなのタイルで埋め尽くすことができることを示せ.
ただし図 2 のようなタイルは重なり合ってはいけないしはみ出てはいけない.

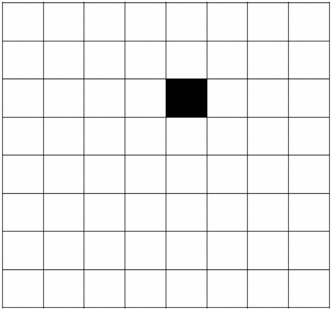


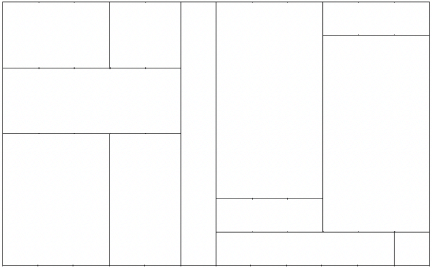
図 1

図 2

タイル3.

大きなタイルをたくさんの (有限個の) 小さな長方形に分割した. その際全ての小さな長方形の縦の長さもしくは横の長さのどちらか (あるいは両方ともが) 整数であった.

このとき, 大きな長方形の縦の長さもしくは横の長さのどちらか (あるいは両方とも) 整数であることを示せ.



Kontsevich のパズル

図 1 のように, 左下の 1 枚だけを黒タイルとし, その他のタイルは白で, それらの白タイルが上方向と右方向に無限に並んでいるものを考える. 次の操作を何回やっても, 図 2 の赤色の部分に黒のタイルがあることを示せ.

[操作] 図 1 のように上も右も白であるような黒のタイルを選び, それを白タイルに変えて, その上も右も黒のタイルに変える.

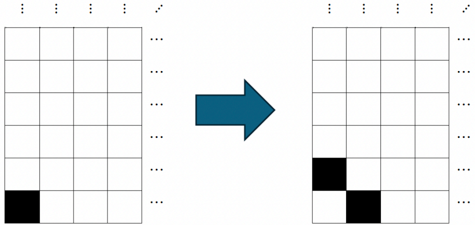


図 1

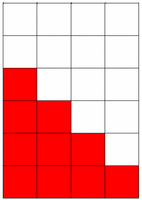


図 2

2010 年大阪大学理系第 3 問

l, m, n を 3 以上の整数とする．等式

$$\left(\frac{n}{m} - \frac{n}{2} + 1\right) l = 2$$

を満たす l, m, n の組を全て求めよ．

[補足] 実はこの方程式は隣の部屋の展示物と大きな関連がある．

確率直感テスト

皆さんの確率の直感がどれくらい当たっているかぜひ試してみてください.