大阪市立大学 R2 年度 (2020 年度) 後期 全学共通科目 解析 II TI 機・情 33 ∼

中間レポート

提出締め切り 2020 年 12 月 22 日 23 時 59 分 00 秒 (日本標準時刻)

担当教官: 岩井雅崇 (いわいまさたか)

• 注意事項

1. 第 1 問から第 4 問まで解くこと.
2. おまけ問題は全員が解く必要はない.(詳しくは成績の付け方のスライドを参照せよ).
3. 用語に関しては授業または教科書 (川平友規著 微分積分 1 変数と 2 変数) に準じます.
4. 提出締め切りを遅れて提出した場合, 大幅に減点する可能性がある.
5. 名前・学籍番号をきちんと書くこと.
6. 解答に関して, 答えのみならず, 答えを導出する過程をきちんと記してください. きちんと記していない場合は大幅に減点する場合がある.
7. 字は汚くても構いませんが, 読める字で濃く書いてください. あまりにも読めない場合は採点をしないかもしれません.
8. 採点を効率的に行うため, 順番通り解答するようお願いいたします.
9. 採点を効率的に行うため, レポートは pdf ファイル形式で提出し, ファイル名を「dif(学籍番号).pdf」とするようお願いいたします. (dif は微分 (differential) の略です.) 例えば学籍番号が「A18CA999」の場合はファイル名は「difA18CA999.pdf」となります.

レポート提出前のチェックリスト

- □ 締め切りを守っているか?
- □ レポートに名前・学籍番号を書いたか?
- □ 答えを導出する過程をきちんと記したか?
- □ 他者が読める字で書いたか?
- □ 順番通り解答したか?
- □ レポートは pdf ファイル形式で提出したか?
- □ ファイル名を「dif(学籍番号).pdf」としたか?

2020 年 12 月 15 日 (火) の 10 時 50 分からオンラインによる質疑応答の場を設けます. (出席義務はありません, 来たい人だけ来てください. レポートに関する質問も可とします.) 質疑応答に関しては WebClass を参照してください.

- **レポートの提出方法について**

原則的に WebClass からの提出しか認めません. レポートは余裕を持って提出してください.

レポートは pdf ファイルで提出してください. また WebClass からの提出の際, 提出ファイルを一つにまとめる必要があるとのことですので, 提出ファイルを一つにまとめてください.

採点を効率的に行うため, ファイル名を「dif(学籍番号).pdf」とするようお願いいたします. (dif は微分 (differential) の略です.) 例えば学籍番号が「A18CA999」の場合はファイル名は「difA18CA999.pdf」となります.

- **提出用 pdf ファイルの作成の仕方について**

いろいろ方法はあると思います.

1 つ目は「手書きレポートを pdf にする方法」があります. この方法は時間はあまりかかりませんが, お金がかかる可能性があります. 手書きレポートを pdf にするには以下の方法があると思います.

- スキャナーを使うかコンビニに行ってスキャンする.
- スマートフォンやカメラで画像データにしてから pdf にする. 例えば Microsoft Word を使えば画像データを pdf にできます.
- その他いろいろ検索して独自の方法を行う.

2 つ目は「TeX でレポートを作成する方法」があります. 時間はかなりかかりますが, 見た目はかなり綺麗です.

いずれの方法でも構いません. 最終的に私が読めるように書いたレポートであれば大丈夫です.

- **WebClass からの提出が不可能な場合**

提出の期限までに (WebClass のシステムトラブル等の理由で) WebClass からの提出が不可能な場合のみメール提出を受け付けます. その場合には以下の項目を厳守してください.

- 大学のメールアドレスを使って送信すること. (なりすまし提出防止のため.)
- 件名を「レポート提出」とすること
- 講義名, 学籍番号, 氏名 (フルネーム) を書くこと.
- レポートのファイルを添付すること.
- WebClass での提出ができなかった事情を説明すること. (提出理由が不十分である場合, 減点となる可能性があります.)

メール提出の場合は masataka[at]sci.osaka-cu.ac.jp にメールするようお願いいたします.

中間レポート問題.

第 1 問. (授業第 2 回の内容.)

$\mathbb{R}^2$ 上の関数 $f(x,y)$ を以下で定める.

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x-y)^3}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \text{ のとき.} \\ 0 & (x,y) = (0,0) \text{ のとき.} \end{cases}$$

(1). $f(x,y)$ が点 $(0,0)$ で偏微分可能であることを示せ.
(2). $f(x,y)$ が点 $(0,0)$ で全微分可能ではないことを示せ.

(3). $\mathbb{R}^2$ 上の C^1 級関数を $g(x,y) = x^3 + 2xy^2 + y - 11$ とおく.
$g(x,y)$ の点 $(1,2)$ での接平面の方程式を求めよ.

第 2 問. (授業第 3 回の内容.)

$\mathbb{R}$ 上の C^1 級関数 $\cosh(t)$ と $\sinh(t)$ を

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}, \quad \sinh(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2} \quad \text{とする.}$$

$f(x,y)$ を $\mathbb{R}^2$ 上の C^1 級関数とし, C^1 級変数変換を $(x(r,t), y(r,t)) = (r\cosh(t), r\sinh(t))$ とする.
$g(r,t) = f(x(r,t), y(r,t))$ とするとき, $\frac{\partial g}{\partial r}, \frac{\partial g}{\partial t}$ を $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を用いてあらわせ.

第 3 問. (授業第 6 回の内容.)

$\mathbb{R}^2$ 上の C^2 級関数を $f(x,y) = x^3 + y^3 + 6xy$ とする. $f(x,y)$ について極大点・極小点を持つ点があれば, その座標と極値を求めよ. またその極値が極大値か極小値のどちらであるか示せ.

第 4 問. (授業第 8 回の内容.)

$\mathbb{R}^3$ 上の C^∞ 級関数を $f(x,y,z) = x + y + z$, $g(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + z^2 - 1$ とする.
$g(x,y,z) = 0$ のもとで, $f(x,y,z)$ の最大値と最大値をとる点の座標, 最小値と最小値をとる点の座標を全て求めよ.

つまり $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : g(x,y,z) = 0\}$ とするとき, $f(x,y,z)$ の S 上での最大値と最大値をとる点の座標, 最小値と最小値をとる点の座標を全て求めよ.

ただし, S 上で $f(x,y,z)$ が最大値・最小値をとることは認めて良い.

中間レポートおまけ問題. (授業第 1 回の内容.)

$\mathbb{R}^2$ 上の部分集合 E を次で定める.

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \text{ と } y \text{ は共に有理数.}\}$$

(1). E が開集合ではないことを示せ.

(2). E が閉集合ではないことを示せ.

ただし次の事実は認めて良い.

(事実.[有理数の稠密性]) $a < b$ なる任意の実数 a, b について, $a < q < b$ となる有理数 q が存在する.

以上.