$$|\mathscr{F}|-|\mathscr{C}|$$

であらわされる．そこで，$\mathscr{C}$ の中の経路に次のような操作を行なってみる．

点線 l に，はじめてぶつかった地点 R からさきを，l について対称な経路におきかえる．　(*)

「l について対称」とは「l にそって図を折ると，重なる」ということである(図1.11)．すると終点 P は l について対称な点 $Q(n-1, n+1)$ に変わるから，O から Q にゆく経路が得られる．

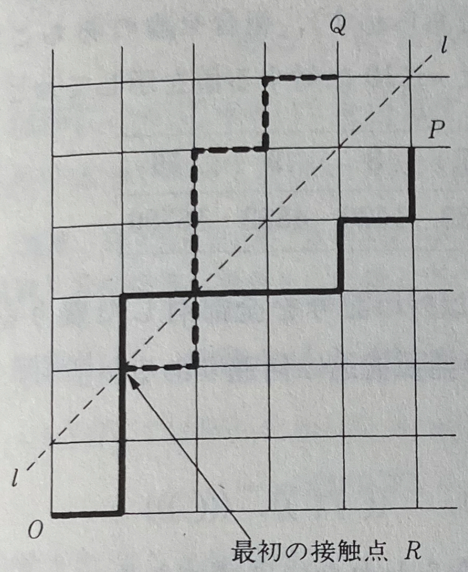

図1.11　経路の変換

注意　記号列 $X_1\cdots\cdots X_{2n}$ の言葉でいうと，X_i 移動によって点線 l に触れたとき，X_{i+1} 以降の E を N に，N を E におきかえることになる．

O から Q にゆく経路全体の集合を $\mathscr{D}$ としよう．上の操作 (*) によって，$\mathscr{C}$ から $\mathscr{D}$ への関係 φ が定まる．これが全単射であることは，次のようにたしかめられる．

$\mathscr{D}$ の中のどんな経路も，どこかで必ず点線 l に触れるから，上の操作を施すことができ，その結果は $\mathscr{C}$ の中の経路になる(点線 l に触れ，P で終わる)．この対応を ψ とすると，ψ は $\mathscr{D}$ から $\mathscr{C}$ の関数になっている．しかも操作 (*) は2回施せばもとにもどるので，

$$\psi\circ\varphi=I_{\mathscr{C}},\quad \varphi\circ\psi=I_{\mathscr{D}}.$$

ゆえに φ は全単射である(定理 1.7)．